

Comment améliorer le signal d'une caméra embarquée dans un véhicule en cas d'éblouissement?

Nicolas Gimonet, Aurélien Cord

► To cite this version:

Nicolas Gimonet, Aurélien Cord. Comment améliorer le signal d'une caméra embarquée dans un véhicule en cas d'éblouissement?. Reconnaissance de Formes et Intelligence Artificielle (RFIA) 2014, Jun 2014, France. hal-00989138

HAL Id: hal-00989138 https://hal.science/hal-00989138

Submitted on 9 May 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Comment améliorer le signal d'une caméra embarquée dans un véhicule en cas d'éblouissement ?

Nicolas Gimonet¹

Aurélien Cord¹

¹ IFSTTAR - LIVIC 77 rue des chantiers, 78 000 Versailles

(nicolas.gimonet, aurelien.cord)@ifsttar.fr

Résumé

Les systèmes d'aide à la conduite (ADAS) s'appuyant sur des caméras sont de plus en plus présents dans les véhicules récents. Cependant, si la majorité de ces systèmes fonctionnent correctement par beau temps, leur performance se dégrade drastiquement lorsque les conditions météorologiques ou d'éclairage deviennent défavorables. Nous proposons une approche originale pour améliorer les images des caméras embarquées en cas d'éblouissement. Elle consiste à modifier le calcul du gain dans les images en s'appuyant sur la connaissance des données physiques de la scène routière : la réflectance de la chaussée (BRDF), l'orientation du véhicule, la position du soleil et le modèle de l'éclairement du ciel. Ces informations permettent de déduire la localisation et l'étendue des zones éblouissantes dans l'image, afin de les ignorer lors de l'évaluation du gain. Les résultats sont évalués sur des images de synthèse. L'approche pourra être utilisée pour améliorer le comportement des ADAS sous des conditions d'éclairage défavorables.

Mots Clef

Traitement d'images, modèle de BRDF, Réflectance, modèle de ciel, équation de rendu

Abstract

Advanced Driver Assistance Systems (ADAS) based on video camera are increasingly invasive in today's car. However, if most of these systems work properly under clear weather, their performances drastically fail in case of bad weather or lighting conditions. We develop an original approach to improve the images from embedded cameras. We modify the gain calculation in the images by building on the road scene physical data : pavement reflectance (BRDF), vehicule direction, sun position and daylight model of the sky. These informations allow us to localize glares in the image, in order to exclude them during the gain evaluation. The results are evaluated on synthetic images. The approach could be used to improve ADAS's behavior under adverse lighting conditions.

Keywords

Image processing, BRDF model, bidirectional reflectance, sky luminance distribution, rendering equation.

1 Introduction

Les systèmes avancés d'assistance au conducteur s'appuyant sur des caméras ont tendance à se généraliser dans les voitures récentes : avertisseur de sortie de voie, alerte de collision avant, commutateur d'éclairage avant adaptatif ou détecteur de panneaux. La plupart de ces systèmes sont développés pour fonctionner dans de bonnes conditions de visibilité. Ainsi, leurs performances peuvent fortement se dégrader dans des conditions météorologiques défavorables telles que la pluie, la neige ou encore le brouillard. De plus, de telles conditions météorologiques affectent fortement la sécurité du conducteur en réduisant à la fois la distance de visibilité et l'adhérence des pneumatiques. Par conséquent, c'est lorsque le conducteur a le plus besoins d'assistance que les ADAS sont les moins fiables.

Pour chaque ADAS, le développement d'un algorithme capable de fonctionner sous toutes les conditions météorologiques défavorables, est extrêmement complexe. Une approche possible consiste à détecter et caractériser les phénomènes, puis à corriger les images en amont de l'algorithme considéré. Cette approche permet de compenser les lacunes des systèmes basés sur des caméras et d'améliorer leurs capacités.

La caméra dédiée pour les ADAS est généralement installée sous le rétroviseur intérieur et se focalise sur la route et la signalisation. Cependant, la réflexion directe de la lumière du soleil sur une chaussée mouillée génère des valeurs du signal mesuré par le capteur photographique très élevées. Afin de limiter la saturation, le gain ajusté automatiquement par la caméra diminue drastiquement. Cela se traduit par un assombrissement de la scène et peut entraîner une perte d'informations.

Dans ce papier, nous présentons une méthode originale pour adapter le gain à la présence de zones éblouissantes et conserver ainsi l'intégralité du signal dans le reste de la scène. Elle s'appuie, dans un premier temps, sur l'estimation de la position du soleil par rapport au véhicule en utilisant les informations GPS disponibles. Combinée aux propriétés de reflectivité de la chaussée (BRDF pour Bidirectional Reflectance Distribution Function), cette position permet de prédire la position et l'étendue des zones réfléchissantes. Enfin, le gain est calculé sur les images privées de la région éblouie. Un tel gain, supérieur au gain automatique fourni par la caméra, permet de maximiser le rapport signal sur bruit dans l'ensemble de la scène.

Ce papier est organisé comme suit. Dans la section 2, nous présentons la méthode développée et la construction d'images de synthèses. La section 3 décrit les résultats obtenus sur nos images de synthèses. Une discussion et une conclusion sont présentées dans la section 4.

2 Méthode

2.1 Localisation des zones éblouissantes

Afin de prédire la position des zones éblouissantes dans l'image nous nous appuierons sur la connaissance de la position de la caméra, sur l'hypothèse du monde plan et sur les modèles décris ci-dessous :

- La position du soleil (relative par rapport au cap du véhicule)
- L'éclairement de la voûte céleste
- La BRDF de la chaussée.

Position relative du soleil par rapport à la voiture. Les données GPS, accumulées sur le temps, permettent de positionner et d'orienter le véhicule. La connaissance de cette position, de la date et de l'heure est utilisée pour obtenir la position relative du soleil par le biais de la méthode proposée par Reda & Andreas [11]. La position du soleil est exprimée par deux angles, à savoir :

- la hauteur angulaire au-dessus de l'horizon communément appelée l'altitude du soleil, ou encore son complémentaire appelé angle zénithal.
- l'azimut, qui est l'angle entre sa projection dans le plan horizontal et le nord mesuré dans le sens rétrograde (sens des aiguilles d'une montre).

L'un des critères de choix de ce modèle c'est sa précision, la position du soleil est donnée à $\pm 1^{\circ}$ en azimut et en zénith. De plus, la facilité pour le coder et pour l'utiliser a fortement favorisé cette méthode par rapport à deux autres modèles proposés par Grena et Van Flandern & Pulkkinen [3, 12].

En s'appuyant sur l'hypothèse d'une route plane, la loi de Snell-Descartes pour la réflexion nous permet de déterminer le centre des zones potentiellement réfléchissantes de la route. Leur dimension est évaluée en utilisant le modèle de ciel et la BRDF.

Eclairement de la voûte céleste (modèle de ciel). La lumière émise par la voûte céleste peut être déterminée par deux modèles : celui défini par la Commission International de l'Eclairage (CIE) [2] ou le modèle "tout temps" de Perez [13, 8, 7, 9].

Le modèle de la CIE prend en entrée la position du soleil

mais aussi le type de ciel recouvrant le véhicule. Les types de ciel vont du ciel bleu dégagé au ciel très nuageux en passant par le ciel pollué. Or, il est difficile de quantifier cet état. En revanche, le modèle de Perez, utilise la position du soleil et des données d'éclairement lumineux mesurables. Notre choix s'est donc porté sur ce dernier.

L'utilisation du modèle de Perez nécessite de calculer 5 paramètres : a, b, c, d, e. Ces 5 paramètres sont calculés à partir des mesures d'éclairement lumineux : ϵ (sky clearness) et Δ (sky brightness). Le calcul des 5 paramètres est présenté dans [7, 9]. La luminance relative, lv, est définie comme étant le ratio entre la luminance du point du ciel considéré et la luminance d'un élément du ciel de référence (souvent la luminance au zénith) :

$$lv = \left[1 + a \exp\left(\frac{b}{\cos\xi}\right)\right] \left[1 + c \exp\left(d\gamma\right) + e \cos^2\gamma\right]$$

où ξ est l'angle zénithal de l'élément du ciel considéré et γ est l'angle entre l'élément du ciel et la position du soleil. La formule suivante est donnée par la CIE [2] pour calculer γ :

$$\gamma = \arccos\left(\cos\xi_s \cdot \cos\xi + \sin\xi_s \cdot \sin\xi \cdot \cos\left|\alpha - \alpha_s\right|\right)$$

où ξ_s et α_s sont respectivement les angles zénithal et azimutal du soleil, et α est l'angle d'azimut de l'élément du ciel considéré.

BRDF de la chaussée. La BRDF décrit la manière dont la lumière est réémise par un point d'une surface pour une direction d'illumination donnée $\overrightarrow{\omega_e}(\theta_i, \phi_i)$ et pour une direction d'observation donnée $\overrightarrow{\omega_e}(\theta_e, \phi_e)$. θ_i , ϕ_i représentent respectivement les angles zénithal et azimutal de la source de lumière et θ_e , ϕ_e représentent les angles zénithal et azimutal de l'observateur. Sa définition a été définitivement introduite par Nicodemus en 1977 [6] :

$$f_r(\overrightarrow{\omega_i}, \overrightarrow{\omega_e}) = \frac{dL_e(\overrightarrow{\omega_e})}{dE_i(\overrightarrow{\omega_i})} = \frac{dL_e(\overrightarrow{\omega_e})}{L_i(\overrightarrow{\omega_i})\cos\theta_i d\overrightarrow{\omega_i}}$$

Où L représente la luminance et E est l'éclairement.

De plus, il est courant de considérer la réflexion comme un effet cumulé de plusieurs phénomènes. Ainsi la BRDF est souvent décomposée en deux termes : un terme spéculaire qui est en général modifié par la rugosité des surfaces et un terme diffus modélisant les réflexions multiples entre les micro-facettes du matériau. La combinaison de ces deux composantes fournit la réponse du matériau au flux lumineux incident.

Cependant, le terme spéculaire est rarement utilisé, sauf pour l'étude d'un miroir. Il est remplacé par un terme appelé *lobe directionnel-diffus* qui permet la modélisation des matériaux réfléchissant la lumière dans une direction privilégiée (Figure 1).

Parmi les nombreux modèles de BRDF existants, (cf [5] pour une vue d'ensemble), nous décrivons, ici, celui de Lafortune. Celui-ci permet, en restant relativement simple,



(a) Composante Lambertienne en bleue, composante spéculaire en rouge et directionnelle-diffuse en verte



(b) Somme des composantes de la BRDF

FIGURE 1: Représentation des composantes de la BRDF du modèle de Lafortune

de modéliser la réflectance de surfaces aussi complexes que la route.

Le modèle de Lafortune [4] est un modèle complètement empirique, il dérive de celui de Phong [10] et s'écrit :

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_e, \phi_e) = \rho \frac{n+2}{2\pi} \max(\cos \xi', 0)^n$$

Où ξ' représente l'angle entre la direction d'observation et la direction spéculaire. Lorsque n = 0 nous retrouvons le modèle de Lambert et lorsque $n \to \infty$ nous avons le modèle du miroir. On peut le réécrire en utilisant une matrice de Householder :

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_e, \phi_e) = \rho \frac{n+2}{2\pi} \max(\overrightarrow{R}.\overrightarrow{\omega_e}, 0)^n$$
$$= \rho \frac{n+2}{2\pi} \max(\overrightarrow{\omega_i}^T (2\overrightarrow{N}\overrightarrow{N}^T - I)\overrightarrow{\omega_e})^n$$

Où \overrightarrow{R} est la direction spéculaire, \overrightarrow{N} la normale à la surface et I la matrice identité. Pour généraliser cette écriture, la tranformation de Householder peut être remplacée par une matrice générale M de taille 3×3 :

$$f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_e, \phi_e) = \rho \max(\overrightarrow{\omega_i}^T M \overrightarrow{\omega_e}, 0)^n$$

Avec $M = \frac{n+2}{2\pi} (2 \overrightarrow{N} \overrightarrow{N}^T - I).$ Afin de satisfaire le critère de réciprocité, il faut $M = M^T$.

Une décomposition simple peut être effectuée sur M en $Q^T D Q$ où Q représente la transformation pour passer à un nouveau repère local dans lequel la matrice se simplifie en une matrice diagonale D. Les axes de ce nouveau repère sont alignés sur la normale locale pour z et les principales directions d'anisotropie s'y il y en a pour x et y. La BRDF devient alors :

$$f_r(\overrightarrow{\omega_i}, \overrightarrow{\omega_e}) = \rho \max(C_x \omega_{e_x} \omega_{i_x} + C_y \omega_{e_y} \omega_{i_y} + C_z \omega_{e_z} \omega_{i_z}, 0)^n$$

Où les C_x , C_y et C_z sont les coefficients diagonaux de la matrice. Cette équation définit la forme d'un seul lobe alors pour représenter des BRDF plus complexe, Lafortune utilise simplement une somme de lobes (ρ est absorbé par les autres paramètres) :

$$f_r(\overrightarrow{\omega_i}, \overrightarrow{\omega_e}) = \max\left(\sum_i \left[C_{x,i}\omega_{e_x}\omega_{i_x} + C_{y,i}\omega_{e_y}\omega_{i_y} + C_{z,i}\omega_{e_z}\omega_{i_z}\right]^{n_i}, 0\right)$$

Image de synthèses 2.2

Afin de créer des images de synthèse, nous choisissons un type de ciel ensoleillé ($\Delta = 0.15, \epsilon = 6.1$). Nous définissons les différents éléments qui compose l'image :

- la caméra
- la route
- le marquage
- un panneau

La caméra. La caméra possède une résolution de 640×480 et a été créée à partir d'une caméra réelle (caméra Opto Vision CNB26) dont nous avons mesuré les paramètres intrinsèques, à savoir :

- Longueur focale en pixel : [562.4; 566.7]
- Point principal : [310.5; 228.1]
- Coefficients de distorsion : [-0.0128; 0.0180;0.0005; -0.0012; 0]

La caméra est située à 1.2 m au dessus du sol avec une orientation de 10° par rapport à l'horizontal.

La route. La route est une surface horizontale qui possède une BRDF composé de :

- un lobe diffus ($\rho = 0.1$)
- un lobe speculaire ($\rho = 0.9, n = 50$, $C_x = -1$, $C_y = -1, C_z = 1$

Elle est représentée par une partie d'un plan dont les coordonnées sont connues.

Le marquage. La définition du marquage suit la norme de la signalisation routière en France. Nous avons respecté les types de modulations de lignes longitudinales et a été créé en fonction des coordonnées de la route. Trois types de marquages sont représentés dans nos images (Figure 3) :

 La ligne T1 qui délimite les différentes voies sur les chaussées à double sens de circulation sur lesquelles les dépassements sont autorisés (ligne centrale)

- La ligne T2 qui délimite la rive de la chaussée (ligne de gauche)
- La ligne T'3 qui délimite la rive aux approches de certains carrefours et dans les bretelles de raccordement (ligne de droite)

Un panneau. Le panneau est situé sur le bord de la chaussée à une distance de 21 mètres du véhicule.

En connaissant la position du véhicule et son orientation, les coordonnées de chacun des éléments définit précédemment et les paramètres extrinsèques de le caméra, nous pouvons obtenir les angles (θ_e, ϕ_e) pour lesquels la caméra les observe. Cette connaissance sur les angles d'observation permet de calculer la luminance émise dans ces directions par le biais de l'équation de rendu :

$$L(x,\omega_e) = \int_{\Omega} f_r(x,\omega_i,\omega_e) L_i(x,\omega_i) (\omega_i \cdot n) d\omega_i$$

Où Ω représente la voûte céleste, f_r est le modèle de Lafortune, L_i est la luminance du ciel, n la normale à la surface. Le résultat de cette équation nous donne la luminance Lpour chaque pixel de l'image I_r associé à la direction d'observation ω_e .

2.3 Calcul du gain et son utilisation

Nous proposons de modéliser le calcul automatique du gain d'une caméra standard de façon simple. S'appuyant sur l'image synthétique en luminance I_r calculée précédemment, le gain G est ajusté de façon à avoir le 99^{ème} percentile de l'image à saturation (valeur 255).

$$G = \frac{255}{99^{\text{ème}} \text{percentile}(I_r)}$$

L'image I_s obtenue ainsi s'écrit :

$$I_s = G \cdot I_r$$

Nous calculons un gain amélioré G' avec la même méthode mais en ayant préalablement masqué dans l'image I_r les zones potentiellement éblouissantes, estimée en appliquant l'approche proposée dans la partie 2.1.

3 Résultats

3.1 Base de donnée

Pour évaluer l'algorithme proposé, nous avons construit une base d'images synthétiques et calculé les images I_s et I'_s telles qu'illustrées sur la Figure 2 à partir des paramètres de la Table 1. Ces données ont été fixées pour simuler une acquisition GPS et représenteraient un véhicule dans Versailles qui se dirigerait vers le sud le 5 janvier 2013.

Notre base d'images représente les conditions d'illumination à 1 minute d'intervalle entre 9h et 17h. Ce qui constitue une base de 480 images.



FIGURE 2: Protocole de traitement

Paramètres	Valeur
Longitude	2.1019°
Latitude	48.7820°
Altitude	150 m
Orientation	180°
Jour/Mois/Année	05/01/2013

TABLE 1: Table des paramètres

3.2 Résultats

En suivant le protocole détaillé sur la Figure 2, pour chaque image nous avons calculé deux valeurs de gain différentes : le gain G calculé directement sur l'image I_r et le gain G' calculé après avoir masqué les régions éblouissantes de l'image I_r (notée I'_r). Ainsi, la valeur du 99^{ème} percentile de I'_r est plus faible que celui de I_r et donc son gain G' est plus élevé, provoquant un rehaussement de l'histogramme de I_r . Cette nouvelle image I'_s possède des valeurs plus élevées qui permettent de mieux visualiser l'information située en dehors de la zone réfléchissante, en contrepartie la taille de la région éblouissante est augmentée. La Figure 3 illustre un exemple obtenu sur nos images de synthèse. Dans cet exemple, nous nous sommes concentrés sur le signal du panneau et donc nous n'avons pas affiché la réponse du ciel dans l'image. Nous avons tracé sur la figure 4 la valeur des gains en fonction de l'heure de la journée. Nous pouvons constater que les gains diminuent le matin et remontent le soir, pour compenser la variation de la luminosité ambiante. Les oscillations constatées sur le gain



(a) *I*_s



FIGURE 3: En haut : I_s , en bas : I'_s . Un zoom du panneau a été fait dans le cadre rouge. Le demi panneau gauche correspond au panneau de I_s et celui de droite au panneau de I'_s .

G entre 11h30 et 14h30 sont dûes à la discrétisation du modèle de ciel en 145 patchs entrainant une variation de l'intensité du soleil modélisé en fonction de l'heure. Cet effet étant particulièrement sensible dans la zone éblouissante, il ne se retrouve pas dans la courbe de gain G', du fait que cette zone est masquée dans I'_s . Cette figure nous permet de mettre en évidence que

- G' > G lorsque le panneau ou la route devient éblouissant, entre 11h et 15h.
- -G' = G lorsqu'aucune partie de l'image est éblouie, le reste du temps.

Ainsi, notre méthode réhausse l'histogramme de l'image uniquement lorsqu'il y a éblouissement.

Les Figures 5-6 représentent les valeurs de niveaux de gris moyen de la route et du panneau en fonction de l'heure de la journée. Elles nous permettent de confirmer que les niveaux de gris de l'image I'_s sont supérieurs à ceux de I_s lorsqu'une partie de l'image est éblouissante. Nous constatons de plus que l'intensité en niveau de gris du panneau,



FIGURE 4: Gains G et G' calculés en fonction de l'heure de la journée

au cours de la journée, est plus stable avec notre approche. Cela pourra faciliter le travail d'un algorithme de détection de panneau, dont les paramètres peuvent varier en fonction du rapport signal sur bruit de l'objet recherché. Cet effet est bien mis en valeur dans le film [1] mis en ligne, lorsque que nous réalisons un zoom sur le panneau.



FIGURE 5: Variation des nivaux de gris moyen de la route en fonction de l'heure de la journée

4 Discussion et conclusion

Nous avons présenté dans ce papier une manière différente de calculer le gain à appliquer à une caméra embarquée dans un véhicule. Cette méthode s'appuie sur les données que nous récupérons du GPS et des données météorologiques (éclairement lumineux) pour alimenter le modèle du ciel. Le gain calculé est utilisé pour stabiliser la réponse du panneau aux effets d'éblouissement, en contrepartie l'image subit une perte de signal sur la route. Afin d'éviter cette dégradation, une matrice de gain local pour-



FIGURE 6: Variation des niveaux de gris moyen dans le blanc du panneau en fonction de l'heure de la journée

rait être calculée et appliquée sur l'image.

Notons que le calcul du gain effectué ici a été réalisé de manière très simple, pour ne pas dire simpliste. Cependant l'idée fondamentale est d'identifier les zones potentiellent éblouissantes et de les exclure lors du calcul du gain. Celleci fonctionnera tout aussi bien pour des méthodes de calcul du gain plus complexes.

En outre, notre connaissance a priori des zones éblouissantes permet la génération d'un masque pour occulter ces régions. Ce masque peut être vu comme une carte des régions saturées dans l'image et pourrait alimenter les autres ADAS s'appuyant sur la caméra. Par exemple, les algorithmes de détection de marquage n'auraient pas à rechercher de marquage dans la zone saturée puisqu'aucune information n'y est présente mais pourraient plutôt se focaliser de part et d'autre de la saturation et ensuite propager l'information.

De façon plus générale, notre objectif est d'identifier l'état de la route, c'est à dire d'identifier la BRDF de la chaussée pour reconnaître l'état réel de celle-ci (sec, humide, mouillée, verglacée...). Or nous savons déjà que la présence de zone saturée représentera une absence d'information. Nous avons présenté ici des résultats intermédiaires qui illustrent les modèles utilisés et la chaîne de calcul. S'appuyant sur cette chaîne, nous allons maintenant étudier le matériau de la route dans différentes conditions d'éclairage, avec des paramètres de BRDF différents afin de faire ressortir l'état de la chaussée. Enfin, les modèles de BRDF pourraient être utilisés pour étudier l'usure des routes. En effet, de part le passage régulier des véhicules dans le sens de circulation, une direction d'anisotropie est favorisée et se reflète sur le modèle de BRDF. Ainsi, par l'accumulation des données de luminance dans le temps, nous serons en mesure de construire la BRDF du matériau qui, dans un second temps, nous informera de l'état d'usure de la chaussée. Ainsi, l'anisotropie de la chaussée peut être un indicateur utile à l'identification des propriétés physiques

de la route.

Références

- [1] Video de I_s et I'_s . http://bitly.com/1erJWfe.
- [2] CIE. Spatial distribution of daylight-cie standard general sky. *CIE S*, 11, 2003.
- [3] Roberto Grena. An algorithm for the computation of the solar position. *Solar Energy*, 82(5) :462–470, 2008.
- [4] E.P.F. Lafortune, S.C. Foo, K.E. Torrance, and D.P. Greenberg. Non-linear approximation of reflectance functions. In *Proceedings of the 24th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 117–126. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 1997.
- [5] Rosana Montes Soldado and Carlos Ureña Almagro. An overview of brdf models. 2012.
- [6] F.E Nicodemus, J.C Richmond, and Hsia J.J. Geometrical considerations and nomenclature for reflectance, volume 160. US Department of Commerce, National Bureau of Standards Washington, D. C, 1977.
- [7] R. Perez, R. Seals, and J. Michalsky. All-weather model for sky luminance distribution-preliminary configuration and validation. *Solar Energy*, 50(3) :235 – 245, 1993.
- [8] Richard Perez, Pierre Ineichen, Robert Seals, Joseph Michalsky, and Ronald Stewart. Modeling daylight availability and irradiance components from direct and global irradiance. *Solar energy*, 44(5):271–289, 1990.
- [9] Richard Perez, Robert Seals, and Joseph Michalsky. Erratum to "all-weather model for sky luminance distribution-preliminary configuration and validation". *Solar Energy*, 51(5):423, 1993.
- [10] B.T. Phong. Illumination for computer generated pictures. *Communications of the ACM*, 18(6):311–317, 1975.
- [11] Ibrahim Reda and Afshin Andreas. Solar position algorithm for solar radiation applications. National Renewable Energy Laboratory, 2003.
- [12] TC Van Flandern and KF Pulkkinen. Low-precision formulae for planetary positions. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 41 :391–411, 1979.
- [13] J. Wright, R. Perez, and J.J. Michalsky. Luminous efficacy of direct irradiance : Variations with insolation and moisture conditions. *Solar Energy*, 42(5) :387 – 394, 1989.