



**HAL**  
open science

# Outils statistiques pour l'analyse de formes dans des bases de données longitudinales : Applications à la neuro-anatomie normale et pathologique

Stanley Durrleman

► **To cite this version:**

Stanley Durrleman. Outils statistiques pour l'analyse de formes dans des bases de données longitudinales : Applications à la neuro-anatomie normale et pathologique. Reconnaissance de Formes et Intelligence Artificielle (RFIA) 2014, Jun 2014, Rouen, France. 6 p. hal-00988878

**HAL Id: hal-00988878**

**<https://hal.science/hal-00988878>**

Submitted on 9 May 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Outils statistiques pour l'analyse de formes dans des bases de données longitudinales

## Applications à la neuro-anatomie normale et pathologique

Stanley Durrleman \*

INRIA - équipe-projet ARAMIS - Centre de Paris-Rocquencourt, Paris, France  
Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06 UM 75, Inserm U1127, CNRS UMR 7225, Paris, France  
Institut du Cerveau et de la Moëlle épinière (ICM), Hôpital de la Pitié Salpêtrière, Paris, France

stanley.durrleman@inria.fr

### Résumé

*Nous présentons une synthèse partielle des approches que nous avons développées pour l'analyse statistique de bases de données longitudinales de formes anatomiques. Nous présentons en particulier deux modèles de régression de formes pour estimer des trajectoires continues d'évolution à partir de quelques échantillons temporels. Ces méthodes sont illustrées sur des formes anatomiques variées, montrant le caractère générique des méthodes développées.*

### Mots Clef

forme, régression, recalage, image, maillage, anatomie

### Abstract

*We present a short summary of the methods that we developed for the statistical analysis of longitudinal shape data in neuroanatomy. In particular, we present two models of shape regression, which estimate continuous trajectories from few temporal samples. These methods are illustrated on various anatomical shapes, thus showing the generic aspect of the proposed approaches.*

### Keywords

shape, regression, registration, image, mesh, anatomy

## 1 Introduction

La plupart des maladies neurologiques se traduisent par une altération progressive de l'anatomie et de la fonction du cerveau. Les troubles neuro-développementaux comme l'autisme sont vraisemblablement dus à des altérations de la connectivité neuronale qui se développent de l'embryogénèse à l'âge adulte. La mort neuronale dans les maladies neurodégénératives, comme la maladie d'Alzheimer, induit notamment une atrophie corticale et de certaines structures sous-corticales qui s'accroissent avec la progression de la

maladie. Etre capable de décrire ces changements au cours du temps est un enjeu crucial pour comprendre les mécanismes biologiques sous-jacents à l'apparition de la maladie. Pouvoir détecter ces changements avant même l'apparition des premiers symptômes ouvrirait des perspectives radicalement nouvelles pour la mise en place de nouveaux traitements et la prise en charge des patients.

Parmi l'ensemble des phénomènes mis en jeu, nous nous concentrerons ici sur les changements anatomiques, et en particulier, ceux qui sont mesurables à partir des images médicales comme les images IRM. Nous supposons que nous disposons d'une base longitudinale d'images médicales, c'est-à-dire d'un ensemble de sujets pour lesquels des images ont été acquises à différents instants. Nous pourrions travailler soit directement à partir des images 3D en niveaux de gris, soit à partir de structures d'intérêt segmentées dans ces images qui prennent la forme de maillages 3D de courbes ou de surfaces.

Les questions qu'on se pose peuvent se formuler à deux niveaux. Au niveau individuel, il s'agit de suivre les changements anatomiques d'un sujet donné au cours du temps, alors qu'on ne dispose que d'un petit nombre d'observations espacées dans le temps. Toutefois, l'anatomie cérébrale étant extrêmement variable d'un individu à un autre, l'observation d'un seul individu ne donne que peu d'indications sur les caractéristiques propres au développement normal ou pathologique de l'organe. La deuxième étape consiste donc à comparer des trajectoires individuelles entre elles et utiliser des méthodes statistiques pour dégager des tendances propres à un groupe de sujets, puis à comparer des groupes de sujets entre eux, par exemple une population atteinte d'une maladie contre une population contrôle, ou le bras traité contre le bras placebo d'un essai clinique.

Notre problème se distingue des problèmes plus classiques de la reconnaissance des formes en vision par ordinateur pour plusieurs raisons. Tout d'abord, les données observées sont intrinsèquement tri-dimensionnelles. Nous n'avons pas

\* Une partie de ce travail a été menée en collaboration avec J. Fishbaugh et G. Gerig de l'université de l'Utah, A. Trounev de l'ENS de Cachan, X. Pennec et N. Ayache de l'équipe Inria Asclepios

à traiter le problème de l’occlusion propre à l’observation bi-dimensionnelle de scènes tri-dimensionnelles. Nos données n’ont pas “d’arrière-plan”. Il ne s’agit donc pas de suivre un objet en mouvement dans une scène quelconque où des objets peuvent apparaître ou disparaître. En comparaison, notre “scène”, c’est-à-dire l’ensemble des structures cérébrales, présente une organisation assez similaire entre sujets, mais la variabilité de chacune des formes qui la compose est très grande, au point qu’il est difficile de distinguer ce qui est normal de ce qui est pathologique. En particulier, nous supposons ici que les mêmes structures cérébrales sont présentes chez tous les sujets observés et que seules leurs formes varient à la fois au cours du temps et entre chaque sujet.

Nous donnons ici une synthèse concise des approches que nous avons proposées pour estimer un scénario continu d’évolution de formes anatomiques pour un sujet donné. Ces approches sont détaillées dans [3, 4, 6, 7]. Nous aborderons dans la présentation orale le problème de l’utilisation de ces outils dans un cadre statistique, telle que présentée dans [3, 4].

## 2 Modèle de déformations pour l’évolution de formes

Nous suivons l’approche initiée par Grenander [9] qui utilise des déformations tri-dimensionnelles de l’espace tout entier pour modéliser le changement d’un ensemble de formes plongées dans cet espace. La déformation des objets n’est pas modélisée en tant que telle, c’est la déformation de l’espace qui entraîne celle des objets. Un des intérêts de cette approche est que la dynamique des formes est encodée par les paramètres de la déformation indépendamment de la nature des objets déformés, qu’ils soient images, courbes ou surfaces immergées dans l’espace. Dans un premier temps, nous décrivons la construction d’un ensemble de déformations régulières de l’espace et de sa paramétrisation. Nous décrivons ensuite comment cette déformation s’applique à des objets.

### 2.1 Flots de difféomorphismes

Une idée mathématique simple issue de la mécanique des fluides consiste à générer des déformations régulières de l’espace par l’intégration d’un champ de vitesse au cours du temps. Un autre est de paramétrer ce champ de vitesse par des particules en mouvement, appelées “points de contrôles” et notées  $c_k(t)$ , auxquelles sont attachées des poids vectoriels  $\alpha_k(t)$  dépendant du temps, appelés moments. A chaque temps  $t \in [0, T]$  et en chaque point de l’espace ambiant  $x$ , le champ de vitesse s’écrit donc :

$$v_t(x) = \sum_{k=1}^{N_p} K(x, c_k(t)) \alpha_k(t) \quad (1)$$

où  $K$  est un noyau d’interpolation, typiquement une fonction gaussienne du type :  $K(x, y) = \exp(-|x - y|^2 / \sigma_V^2)$  où  $\sigma_V$  est un paramètre du modèle.

Un point  $x_0$  quelconque de l’espace suit donc une trajectoire temporelle qui est la courbe intégrale de l’équation différentielle :

$$\frac{dx(t)}{dt} = v_t(x(t)) \quad x(0) = x_0 \quad (2)$$

Cette équation s’applique notamment aux points de contrôles eux-mêmes. En concaténant leurs coordonnées en un seul vecteur  $\mathbf{c}$  ainsi que les moments  $\alpha$ , nous pouvons écrire :

$$\dot{\mathbf{c}}(t) = \mathbf{K}(\mathbf{c}(t), \mathbf{c}(t)) \alpha \quad \mathbf{c}(0) = \mathbf{c}_0 \quad (3)$$

où  $\mathbf{K}(\mathbf{c}, \mathbf{c})$  est la matrice dont l’élément  $(i, j)$  est  $K(c_i, c_j)$ . A ce stade, les trajectoires des points sont entièrement déterminées par des moments  $\alpha(t)$  dépendant du temps et de la position initiale des points de contrôles  $\mathbf{c}_0$ .

A chaque temps  $t$ , nous pouvons considérer l’application  $x_0 \rightarrow \phi_t(x_0)$  où  $\phi_t(x_0)$  est la solution au temps  $t$  de l’équation différentielle (2), c’est-à-dire la position au temps  $t$  de la particule qui était en  $x_0$  au temps  $t = 0$  ( $\phi_0 = \text{Id}_{\mathbb{R}^3}$ ). A chaque temps  $t$ , cette application est un difféomorphisme de  $\mathbb{R}^3$ . En effet, il est montré dans [10] que l’équation différentielle (2) a une solution pour tout temps  $t > 0$  si les moments  $\alpha_k(t)$  sont de carré intégrable. Il est montré de plus que ce sont des déformations régulières, inversibles et d’inverse régulier. En particulier, les points ne peuvent entrer en collision, empêchant donc le repliement des formes sur elles-mêmes. En tout point et en tout temps  $t$ , on peut trouver par intégration rétrograde une particule qui passe par ce point à cet instant : les déformations ne créent pas de trous et les formes plongées dans l’espace ne se déchirent pas.

Pour un ensemble de points de contrôle fixé  $\mathbf{c}_0$ , le choix des moments  $\alpha(t)$  permet de construire des chemins  $\phi_t$  dans un groupe de difféomorphismes qui commencent en l’identité  $\phi_0 = \text{Id}_{\mathbb{R}^3}$ . Le but de ce qui suit est d’estimer un tel chemin, de telle sorte qu’il “fasse passer” les formes au plus près d’observations localisées en des temps éparés  $t_i$ . Le problème est qu’il y a une infinité de chemins possibles qui relient les mêmes points de passage. Parmi tous ces choix, il est naturel de prendre les moments qui minimisent l’énergie cinétique des particules entre deux temps donnés. Dans le cadre des espaces à noyaux reproduisants, la norme de la vitesse du système de points de contrôle au temps  $t$  s’écrit :  $\|v_t\|_V^2 = \alpha(t)^T K(\mathbf{c}(t), \mathbf{c}(t)) \alpha(t)$ , et l’énergie cinétique totale :

$$\frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \|v_t\|_V^2 dt = \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} \alpha(t)^T K(\mathbf{c}(t), \mathbf{c}(t)) \alpha(t) dt. \quad (4)$$

Les équations de Lagrange appliquées à ce système de points de contrôle fournissent les équations différentielles couplées que suivent les moments  $\alpha_k(t)$  le long des chemins d’énergie minimale. Combinées avec les équations du mouvement des points de contrôles, ces équations

s'écrivent :

$$\begin{cases} \dot{c}_k(t) = \sum_{p=1}^{N_{cp}} K(c_k(t), c_p(t)) \alpha_p(t) \\ \dot{\alpha}_k(t) = - \sum_{p=1}^{N_{cp}} \alpha_k(t)^T \alpha_p(t) \nabla_1 K(c_k(t), c_p(t)) \end{cases} \quad (5)$$

Cela veut dire que toute portion du chemin de difféomorphismes qui suit ces équations décrit un morceau de géodésique dans notre groupe de déformation démarrant en l'identité. Cette portion de chemin est alors entièrement déterminée par les positions initiales des points de contrôles et les moments initiaux, que nous notons  $\mathbf{S}_0 = \{\mathbf{c}_0, \boldsymbol{\alpha}_0\}$ . Nous notons également  $\mathbf{S}(t) = \{\mathbf{c}(t), \boldsymbol{\alpha}(t)\}$  l'état du système de points de contrôle à l'instant  $t$ . Il est solution du système d'équations différentielles (5), qui s'écrit en notation matricielle :

$$\dot{\mathbf{S}}(t) = F(\mathbf{S}(t)) \quad \mathbf{S}(t_0) = \mathbf{S}_0 \quad (6)$$

Il est alors facile de vérifier que la norme de la vitesse est constante le long des trajectoires géodésiques.

## 2.2 Action des déformations sur les objets

Une fois défini un flot de déformations  $\phi_t$ , il s'agit de savoir comment appliquer ces déformations aux objets plongés dans cet espace. Nous considérons deux types d'objets : des maillages ou des images.

Les maillages sont des ensemble de points, structurés ou non, décrivant des nuages de points, des courbes ou des surfaces. La déformation d'un maillage est définie par le déplacement de ses sommets. Chaque sommet  $x_i$  suit la trajectoire  $\phi_t(x_i)$ , notée  $x_i(t)$ , et qui satisfait l'équation différentielle  $\dot{x}_i(t) = v_t(x_i(t)) = \sum_{k=1}^{N_{cp}} K(x_i(t), c_k(t)) \alpha_k(t)$ . L'ensemble des sommets concaténés en un vecteur unique  $\mathbf{X}_0$  suit donc les trajectoires solutions d'un système d'équations du type :

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = G(\mathbf{X}(t), \mathbf{S}(t)) \quad \mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0, \quad (7)$$

avec  $\dot{\mathbf{S}}(t) = F(\mathbf{S}(t))$  et  $\mathbf{S}(t_0) = \mathbf{S}_0$ . Les trajectoires se calculent donc par l'intégration d'un système de deux équations couplées.

Le cas des images est un peu différent. Soit  $I_0$  une image définie sur un domaine  $\Omega$  de  $\mathbb{R}^3$  (vue comme une application intégrable de  $\Omega$  dans  $\mathbb{R}$ ), et  $\phi$  un difféomorphisme de l'espace  $\mathbb{R}^3$  sous-jacent, alors l'image déformée  $\phi \star I_0$  se définit comme  $I_0 \circ \phi^{-1}$ . La déformation continue de l'image  $I_0$  s'écrit donc  $I_t = I_0 \circ \phi_t^{-1}$ . Pour la calculer, il faut déterminer  $\phi_t^{-1}$ , que nous notons par simplicité  $X_t(x) = \phi_t^{-1}(x)$ . Une simple dérivation montre que les applications  $X_t(\cdot)$  sont solutions de l'équation différentielle  $\dot{X}_t(\cdot) = -d.X_t v_t(\cdot)$  où  $d.X_t$  est la différentielle de  $X_t$  au point courant. En pratique, on discrétise le domaine  $\Omega$  par une grille régulière de points et  $\mathbf{X}_0$  devient le vecteur des coordonnées de ces points qui évolue selon une

équation différentielle du type  $\dot{\mathbf{X}}(t) = G(\mathbf{X}(t), \mathbf{S}(t))$  avec  $\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0$ .  $G$  nécessite ici le calcul d'une différentielle qui peut se faire par différence finie grâce aux positions des points voisins dans la grille. Une fois cette équation intégrée, l'image  $I_t$  est reconstruite en interpolant les niveaux de gris de  $I_0$  aux points voisins des positions  $\mathbf{X}(t)$  dans la grille.

Dans les deux cas, nous voyons que l'objet déformé ne dépend que d'une variable  $\mathbf{X}(t)$  qui se calcule en intégrant une équation différentielle de la même forme. Si l'espace ambiant contient un ensemble de plusieurs maillages et des images, nous pouvons concatener dans un seul vecteur  $\mathbf{X}_0$  à la fois les sommets de chaque maillage et une discrétisation du domaine  $\Omega$ , de telle sorte que la déformation de tous ces objets s'écrive encore sous la forme :  $\dot{\mathbf{X}}(t) = G(\mathbf{X}(t), \mathbf{S}(t))$ ,  $\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0$ , pour une déformation dont les paramètres  $\mathbf{S}(t)$  ont été obtenus par intégration des moments initiaux aux points de contrôle initiaux :  $\mathbf{S}(t) = F(\mathbf{S}(t))$ ,  $\mathbf{S}(t_0) = \mathbf{S}_0$ .

## 2.3 Distance entre objets

Les déformations entre objets vont être calculées en minimisant un critère de similarité entre ces objets. Il convient donc de définir des distances entre images et entre maillages. Pour les images, une distance naturelle est la somme des intensités au carré. La distance entre deux images, vues comme des applications de carré intégrable, s'exprime :  $D(I_1, I_2)^2 = \int_{\Omega} (I_1(x) - I_2(x))^2 dx$ , ce qui donne la somme des intensités au carré après échantillonnage.

Si deux maillages  $M_1$  et  $M_2$  ont des sommets qui se correspondent deux à deux, alors on peut définir simplement leur distance comme la somme du carré des distances entre sommets :  $D(M_1, M_2)^2 = \sum_k \|m_{1,k} - m_{2,k}\|^2$ . Ceci dit, trouver des correspondances de points entre maillages issus de la segmentation d'images est une tâche difficile, et qui se résoud souvent en calculant un recalage entre maillages ou avec un modèle de référence : autrement dit, il faut supposer connue la solution du problème que l'on cherche à résoudre ! On utilisera donc des distances entre maillages qui ne se définissent pas à partir de correspondance de points. Parmi celles-ci, les distances entre courants [11, 2] ou entre varifolds [1] sont particulièrement bien adaptées car elles permettent de plonger les maillages dans un espace de Hilbert dans lequel les opérations algébriques sont définies. Pour les courants, l'addition est l'union de maillages et le signe représente son orientation. La distance entre deux maillages dont les faces ont pour centre de gravité  $\{c_{1,p}\}$  et  $\{c_{2,q}\}$  (qui peuvent être en nombre différent) s'écrit :

$$D(M_1, M_2)^2 = \sum_p \sum_q K_W(c_{1,p}, c_{2,q}) n_{1,p}^T n_{2,q} \quad (8)$$

où  $K_W$  est un noyau, typiquement une fonction gaussienne de paramètre  $\sigma_W^2$ . Pour un maillage surfacique,  $n$  représente la normale à la face et dont la norme est égale à l'aire de la face. Pour un maillage linéique,  $n$  représente

le segment reliant les deux sommets de la face. Pour un ensemble de points non structurés,  $n$  est un scalaire qui représente son poids dans une distribution de masses de Dirac. La distance est robuste au bruit et aux petites erreurs de segmentation, car le noyau lisse les variations de formes à une échelle plus petite que le paramètre  $\sigma_W$ . Cette distance rend l'appariement entre formes robuste aux imperfections de maillages, et notamment des maillages irréguliers, contenant des petits trous, ou composés de plusieurs nappes. Les courants exigent que les faces soient orientées de manière cohérente au sein des maillages et entre les maillages à comparer. Cette contrainte est levée par une extension des courants appelée varifolds [1]. Contrairement à la distance de Hausdorff par exemple, il est facile de calculer le gradient de ces distances par rapport à la position des sommets du maillage, ce qui est utile pour l'optimisation d'un critère de similarité.

Une configuration anatomique d'un sujet donné peut être composée d'une multitude d'objet : maillages surfaciques, linéiques, ensemble de points et images. Dans ce cas, on regroupe les objets segmentés en des entités anatomiques qui sont présentes chez chaque sujet, dites structures homologues. Par exemple, on regroupe toutes les fibres d'un même faisceau anatomique, alors que les fibres individuelles ne se correspondent pas entre sujets. Chaque sujet est décrit par un ensemble de  $K$  structures :  $\mathcal{O}_i = \{S_{i,1}, \dots, S_{i,K}\}$ ,  $i$  représentant l'index du sujet. Chaque structure  $S_{i,j}$  représente soit un ensemble de maillages (dont le nombre et la topologie peuvent varier selon les sujets) soit une image. On peut alors définir une distance entre configuration anatomique comme la somme pondérée de la distance (entre images ou entre maillages) de chaque structure :  $D(\mathcal{O}_1, \mathcal{O}_2)^2 = \sum_k w_k D(S_{1,k}, S_{2,k})^2$  dont les poids sont à définir par l'utilisateur.

### 3 Regression de formes

Nous sommes maintenant en mesure de proposer des méthodes pour l'estimation d'un scénario continu d'évolution à partir d'une série d'observations d'un sujet donné. Etant données  $N$  configurations anatomiques  $\mathcal{O}_i$  du même sujet observées à des instants temporels  $t_i$ , pour  $i = 1, \dots, N$ , et une configuration anatomique de référence  $\mathbf{X}_0$ , nous voulons estimer un flot de déformations  $\phi_t$  tel que la distance entre chaque observation  $\mathcal{O}_i$  et la configuration anatomique de référence déformée à l'instant  $t_i$ , i.e.  $\phi_{t_i} \star \mathbf{X}_0 = \mathbf{X}(t_i)$ , soit minimale.

Nous proposons deux méthodes pour résoudre ce problème, selon qu'on paramétrise le chemin  $\phi_t$  par des moments  $\alpha(t)$  dépendant du temps, ou qu'on suppose que ce chemin suit une seule et même géodésique paramétrée par des moments initiaux  $\alpha_0$ . La première approche est illustrée sur la figure 1, la seconde sur les figures 2 et 3.

#### 3.1 Regression géodésique par morceaux

Dans le premier modèle, nous supposons que l'ensemble des points de contrôle initiaux  $c_0$  ainsi que le modèle de ré-

férence  $\mathbf{X}_0$  sont fixés par l'utilisateur. Nous pouvons choisir naturellement la configuration anatomique au premier instant comme modèle de référence. Nous cherchons des moments  $\alpha(t)$  qui minimise le critère :

$$E(\alpha(t)) = \sum_{t_i} D(\mathbf{X}(t_i), \mathcal{O}_i)^2 + \int_0^T \|v_t\|_V^2 dt \quad (9)$$

Aucune hypothèse n'est faite a priori sur les moments  $\alpha(t)$  qui peuvent être n'importe quelles fonctions de carré intégrable. Cependant, le terme d'attache aux données n'introduit de contraintes qu'aux temps  $t_i$ , c'est-à-dire que, pour des difféomorphismes  $\phi_{t_i}$  fixés, le terme d'attache aux données est constant, et le chemin  $\phi_t$  sur l'intervalle  $]t_i, t_{i+1}[$  doit être tel que l'énergie cinétique  $\int_{t_i}^{t_{i+1}} \|v_t\|_V^2 dt$  soit minimale. Entre deux instants  $t_i$ , le chemin  $\phi_t$  solution de (9) suit donc des morceaux de géodésiques et les moments  $\alpha(t)$  suivent les équations géodésiques (5). En revanche, aux points  $t_i$ , les moments solutions du problème (9), et donc le champ de vitesse, sont discontinus. Les trajectoires des points de contrôle et des points des maillages sont continus et  $\mathcal{C}^1$  par morceaux.

La géodésique étant l'équivalent de la droite en géométrie Riemannienne, ce modèle réalise donc une regression linéaire par morceaux des formes d'un sujet donné. Son intérêt est d'être très flexible et donc de pouvoir approcher d'assez près les données. En contre-partie, le modèle est déterminé par un grand nombre de paramètres : tous les moments  $\alpha$  aux instants  $t = t_i^+$ , qui dépendent des temps d'observations et rend donc difficile leur comparaison avec un autre sujet observé à des âges différents.

L'optimisation du critère (9) peut se faire par une simple descente de gradient sur les moments  $\alpha(t)$  discrétisés sur une grille temporelle. Le gradient se calcule par l'intégration d'un système d'équations différentielles linéaires, comme détaillé en [4, 3]. Une autre implémentation possible est de considérer les  $\alpha(t_i^+)$  comme uniques paramètres du modèle, les moments aux autres instants s'en déduisant par intégration des équations géodésiques. Cette optimisation peut s'effectuer en utilisant les équations du second modèle.

#### 3.2 Regression géodésique

Dans le second modèle, nous cherchons un chemin géodésique  $\phi_t$  qui permette d'approcher au mieux les données. Le fait que le flot de déformations doit être géodésique sur tout l'intervalle  $[0, T]$  rend le modèle beaucoup plus contraint. En revanche, il est probable qu'il soit moins sensible à l'ajout ou au retrait d'une donnée. De plus, nous pouvons très facilement estimer aussi le modèle de référence et la position optimale des points de contrôle initiaux dans ce cadre. Ce modèle est l'équivalent d'un modèle de regression linéaire. Le modèle de référence avec ses points de contrôle jouent le rôle de l'ordonnée à l'origine et les moments initiaux le rôle de la pente.

Plus précisément, le critère à minimiser dépend maintenant de l'état initial du système  $\mathbf{S}_0$  et du modèle de référence  $\mathbf{X}_0$

et s'écrit :

$$E(\mathbf{S}_0, \mathbf{X}_0) = \sum_{t_i} D(\mathbf{X}(t_i), \mathcal{O}_i)^2 + \|v_0\|_V^2 \quad (10)$$

sachant que :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{S}}(t) = F(\mathbf{S}(t)) & \mathbf{S}(0) = \mathbf{S}_0 \\ \dot{\mathbf{X}}(t) = G(\mathbf{X}(t), \mathbf{S}(t)) & \mathbf{X}(0) = \mathbf{X}_0 \end{cases} \quad (11)$$

Nous avons remplacé l'intégrale de l'énergie cinétique par la norme du champ de vitesse initial, puisque cette norme est constante le long des géodésiques. Nous voyons que les paramètres à optimiser sont les conditions initiales d'un système d'équations différentielles couplées, dont l'état aux temps ultérieurs  $t_i$  détermine la valeur du critère. Le gradient de ce type de critère se calcule facilement en intégrant un système d'équations différentielles linéaires, appelées système adjoint. En une seule intégration, nous obtenons le gradient par rapport aux positions initiales des points de contrôle, aux moments initiaux et à la position des points du maillage de référence. Dans le cas des images, le gradient par rapport à l'image de référence se calcule directement. Ces algorithmes sont détaillés dans [7, 6, 8]. Dans ce modèle, les trajectoires des points sont infiniment différentiables.

## 4 Conclusion

Nous avons présenté deux algorithmes pour calculer la regression de configurations anatomiques dans un espace de formes. Ces configurations peuvent être composées d'un ensemble d'images et de maillages segmentés de ces images, avec très peu d'hypothèses quant à la régularité et la topologie de ces maillages. La déformation de ces objets est définie à travers la déformation de l'espace 3D sous-jacent. Certaines approches de "modèles déformables" sont basées sur des hypothèses mécaniques et physiologiques de déformations des tissus biologiques. En comparaison, notre approche est purement géométrique, et les paramètres des déformations sont plus difficilement interprétable d'un point de vue biologique. En revanche, notre approche fournit un cadre théorique et algorithmique pour calculer des distances entre formes, de moyenniser des configurations anatomiques, de calculer des regressions par rapport à des variables comme l'âge ou la sévérité de symptômes.

Les paramètres des déformations sont bien adaptés au traitement statistique, comme nous l'avons montré pour les études transversales [5]. Pour l'analyse de données longitudinales, il s'agit de pouvoir comparer les configurations de référence et les pentes de la regression entre tous les sujets, en étendant les modèles linéaires à effets mixtes dans un cadre Riemannien. Définir de telles extensions n'est pas trivial et est un sujet de recherche actif actuellement. Nous présenterons à l'oral les outils développés dans [3].

## Références

- [1] Charon, N., Trouvé, A. : The varifold representation of non-oriented shapes for diffeomorphic registration. *SIAM J. Imaging Sci.* 6(4), 2547–2580 (2013)
- [2] Durrleman, S., Pennec, X., Trouvé, A., Ayache, N. : Statistical models of sets of curves and surfaces based on currents. *Med Image Anal* 13(5), 793–808 (2009)
- [3] Durrleman, S., Pennec, X., Trouvé, A., Braga, J., Gerig, G., Ayache, N. : Toward a comprehensive framework for the spatiotemporal statistical analysis of longitudinal shape data. *Int J Comput Vision* 103, 22–59 (2013)
- [4] Durrleman, S., Pennec, X., Trouvé, A., Gerig, G., Ayache, N. : Spatiotemporal atlas estimation for developmental delay detection in longitudinal datasets. In : *Proc. Med Image Comput Comput Assist Interv. LNCS*, vol. 5761, pp. 297–304. Springer (2009)
- [5] Durrleman, S., Prastawa, M., Korenberg, J.R., Joshi, S., Trouvé, A., Gerig, G. : Topology preserving atlas construction from shape data without correspondence using sparse parameters. In : *Med Image Comput Comput Assist Interv. vol. LNCS 7512*, pp. 223–230. Springer (2012)
- [6] Fishbaugh, J., Prastawa, M., Gerig, G., Durrleman, S. : Geodesic image regression with a sparse parameterization of diffeomorphisms. In : *Geometric Science of Information. vol. LNCS 8085*, pp. 95–102. Springer (2013)
- [7] Fishbaugh, J., Prastawa, M., Gerig, G., Durrleman, S. : Geodesic shape regression in the framework of currents. In : *Inf Process Med Imaging. vol. LNCS 7917*, pp. 718–729. Springer (2013)
- [8] Fishbaugh, J., Prastawa, M., Gerig, G., Durrleman, S. : Geodesic image regression of image and shape data for improved modeling of 4d trajectories. In : *Proc. IEEE Int Symp Biomed Imaging (2014 (to appear))*
- [9] Grenander, U. : *General Pattern Theory : a Mathematical Theory of Regular Structures*. Oxford University Press (1994)
- [10] Miller, M, I., Trouvé, A., Younes, L. : On the metrics and euler-lagrange equations of computational anatomy. *Annual Review of Biomedical Engineering* 4, 375–405 (2002)
- [11] Vaillant, M., Glaunès, J. : Surface matching via currents. *Proc. Inf Process Med Imaging, vol. LNCS 3565*, pp. 381–392. Springer (2005)

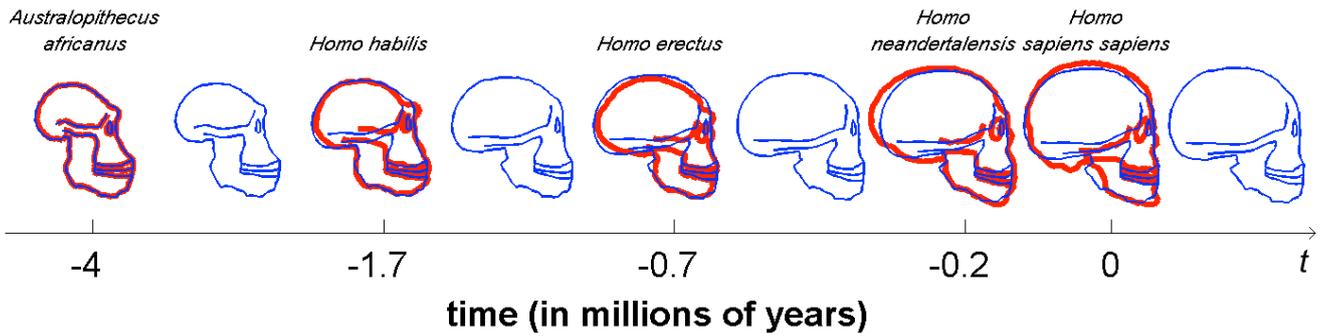


FIGURE 1 – Régression géométrique par morceaux de profils de crânes d’hominidés. La trajectoire en bleu représente la déformation continue de la première forme qui est estimée à partir des données d’entrée en rouge.

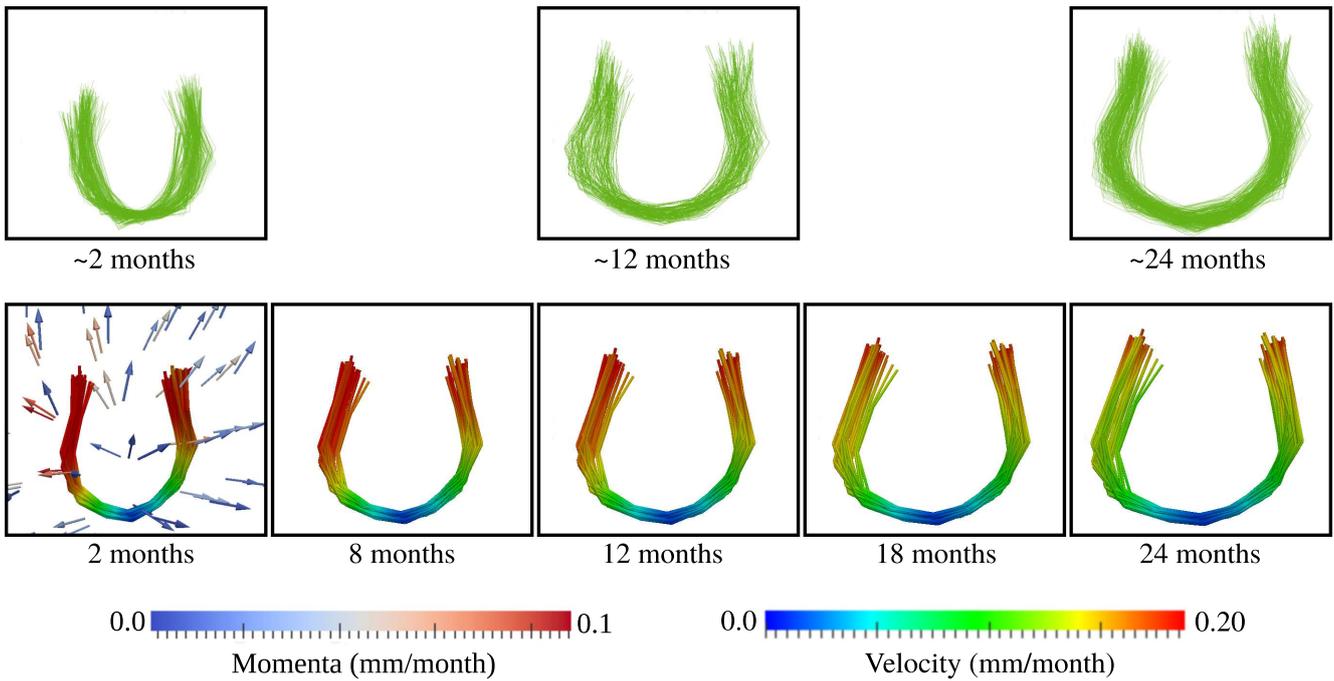


FIGURE 2 – Régression géométrique d’un faisceau de fibre de la matière blanche observé chez un enfant à 2, 12 et 24 mois. L’image en bas à gauche présente le résultat de l’optimisation : la configuration de référence avec les moments attachés aux points de contrôle. Les images suivantes montrent la trajectoire suivie par le faisceau de référence au cours de la déformation échantillonnée tous les six mois.

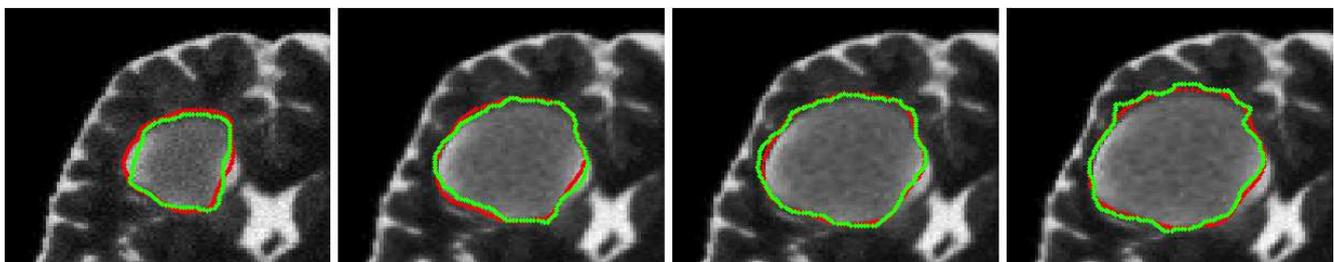


FIGURE 3 – Régression géométrique d’un ensemble composé d’une image et d’un maillage surfacique entourant une tumeur (seule une coupe 2D est montrée). Le contour en rouge indique la position du maillage de référence déformé, le contour vert le maillage d’entrée superposé à l’image. La déformation de l’image de référence n’est pas montrée.