



# Modèles déformables contraints en reconstruction tomographique non linéaire

Gil Gaullier, Pierre Charbonnier, Fabrice Heitz, Philippe Côte

## ► To cite this version:

Gil Gaullier, Pierre Charbonnier, Fabrice Heitz, Philippe Côte. Modèles déformables contraints en reconstruction tomographique non linéaire. Reconnaissance de Formes et Intelligence Artificielle (RFIA) 2014, Jun 2014, Rouen, France. hal-00988737

**HAL Id: hal-00988737**

**<https://hal.science/hal-00988737>**

Submitted on 9 May 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modèles déformables contraints en reconstruction tomographique non linéaire

G. Gaullier<sup>1</sup>

P. Charbonnier<sup>1</sup>

F. Heitz<sup>2</sup>

P. Côte<sup>3</sup>

<sup>1</sup> CEREMA/DTerEst/LRS, ERA 27 IFSTTAR, 11 Rue Jean Mentelin, B.P. 9, 67035 Strasbourg

<sup>2</sup> iCube, UMR 7357, Université de Strasbourg, CNRS, Bd Sébastien Brant, CS 10413, 67412 Illkirch

<sup>3</sup> Dept. GERS, IFSTTAR, Centre de Nantes, Route de Bouaye, CS 4, 44344 Bouguenais

gil.gaullier@gmail.com, pierre.charbonnier@cerema.fr, fabrice.heitz@unistra.fr, philippe.cote@ifsttar.fr

## Résumé

*La reconstruction tomographique par temps de première arrivée est rendue difficile par son caractère mal posé et par la non linéarité du problème direct associé. On se propose ici d'employer un modèle déformable, permettant d'introduire un a priori de haut niveau sur la forme des objets à reconstruire, pour obtenir des solutions plus stables et de meilleure qualité. La méthode développée approche le problème direct par une suite de problèmes linéaires, conduisant à un algorithme par minimisations successives simples, au cours desquelles l'a priori de forme est introduit. L'efficacité de la méthode est démontrée à partir de données réelles, acquises sur un banc dédié au contrôle non destructif de structures de génie civil, y compris pour un faible nombre de données.*

## Mots Clef

Problèmes inverses, Tomographie, Modèles déformables, Contraintes de forme, Inversion géo-acoustique.

## Abstract

*Traveltime tomography is a difficult, ill-posed reconstruction problem due to the non-linearity of the forward model. To perform the reconstruction, we here propose to use a deformable model, which enables the introduction of high-level prior information about the shape of the reconstructed objects, resulting in more stable solutions, with better quality. The proposed method approaches the forward model by a series of linear problems, leading to a sequence of simple minimizations during which the shape prior is introduced. The efficiency of the method is demonstrated on real data, collected on a specific bench dedicated to non-destructive testing of civil engineering structures, in particular for a limited number of data.*

## Keywords

Inverse problems, Tomography, Deformable models, Active contours, Shape constraints, Geoacoustic inversion.

## 1 Introduction

De nombreux problèmes de reconstruction d'image, tels que la tomographie, sont mal posés et nécessitent une régularisation. Les techniques régularisées les plus classiques sont *pixelliques*, au sens où elles agissent directement au niveau du pixel. Les limitations de la régularisation de Tikhonov, qui impose un lissage global de la solution, sont bien connues. Afin de les dépasser, des techniques préservant les contours (voir, par exemple, [5]) ont tout d'abord été proposées. Elles introduisent une variable auxiliaire, appelée processus de ligne, pour désactiver la contrainte de lissage au niveau des discontinuités. Ceci permet d'améliorer la qualité de reconstruction aux frontières des objets, mais le modèle de discontinuité demeure local et peut être mis en défaut, notamment pour de forts niveaux de bruit ou pour un nombre limité de mesures tomographiques.

Nous adoptons ici une approche alternative, dite *orientée objet*, dans laquelle les frontières des structures d'intérêt sont modélisées explicitement. Historiquement, cette idée a d'abord été appliquée en utilisant des représentations par des formes géométriques simples telles que des cercles ou des ellipsoïdes [17], des polygones [6] ou encore des cylindres [3]. L'essor des modèles déformables paramétriques en segmentation s'est accompagné de leur application en reconstruction tomographique (voir par exemple [14, 20]). Avec l'apparition de l'algorithme des ensembles de niveaux (ou *Level Sets*) [15], permettant de gérer facilement les changements de topologie, les approches par évolutions de courbes continues se sont développées, à la suite de [18]. On trouvera dans [7] une synthèse des méthodes par évolution de courbe employées en tomographie électromagnétique, et dans la thèse de Feng [8] un état de l'art concernant leur application à la tomographie médicale. Dans cette approche, que nous avons choisie pour sa capacité à représenter dans un même formalisme une grande variété de géométries et de topologies, la reconstruction s'effectue par optimisation d'un critère énergétique, qui débouche sur une équation d'évolution portant sur le bord des objets à reconstruire. Par ailleurs, ce cadre se prête à l'introduction d'informations *a priori* de haut niveau, portant non seulement sur la distribution d'intensité

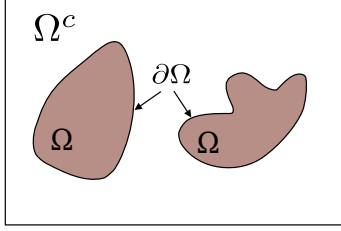


FIGURE 1 – Approche objet : partition du champ de lenteur en une région  $\Omega$ , correspondant à l’objet d’intérêt, et son complémentaire, le fond,  $\Omega^c$ . La forme  $\Omega$  est ici formée de 2 composantes connexes.

des objets et du fond, mais également sur la forme des objets. Ceci procure un avantage décisif dans les applications où les formes à reconstruire sont connues a priori, dans la limite de certaines variations, qui peuvent être de nature géométrique ou statistique. Dans ce cas, un ensemble de *formes de références* peut être constitué. Il a été ainsi montré [8, 11] que l’introduction en reconstruction tomographique de telles contraintes de forme, initialement proposées en segmentation d’image [9, 10], permettait d’améliorer nettement la qualité des reconstructions dans des configurations expérimentales difficiles.

Dans cet article, nous considérons un problème de reconstruction tomographique non linéaire. Plus précisément, nous nous plaçons dans le cadre de la tomographie par temps de première arrivée. Il s’agit de reconstruire la distribution de vitesse de propagation d’ondes dans le milieu imagé, à partir de la mesure de leur temps de première arrivée (pour une vue d’ensemble de la littérature sur ce sujet, on pourra se référer à [16], par exemple). Ce problème est non linéaire car les rais de propagation qui définissent le problème direct dépendent de la distribution inconnue des vitesses. Dans une approche pixelique, il est classique de linéariser le critère au premier ordre et d’appliquer des techniques telles que ART ou SIRT pour effectuer l’optimisation [1]. Malheureusement, le caractère discontinu du modèle d’intensité empêche d’utiliser directement cette forme d’approximation dans l’approche orientée objet (Fig. 1). Toutefois, nous montrons ici qu’une méthode par évolution de forme peut être définie dans ce contexte plus difficile. Pour cela, nous proposons une ré-écriture du critère, dont l’optimisation conduit à la minimisation d’une suite de fonctionnelles linéaires. Nous introduisons alors, comme dans [11], une contrainte de haut niveau à partir d’un ensemble de formes de références. Celle-ci est fondée sur une représentation hiérarchique des formes, indépendante de la topologie des objets et invariante à certaines transformations géométriques (rotation et mise à l’échelle). Nous montrons l’efficacité de la méthode à partir de données réelles, acquises sur un banc de mesures ultrasonores dédié au contrôle non destructif de structures de génie civil et ce, même pour un nombre fortement réduit de mesures. Des approches orientées objet pour la tomographie par

temps de première arrivée ont été proposées indépendamment, dans deux articles récents. Dans [12] une méthode de reconstruction par ensembles de niveaux est proposée. Elle suppose la connaissance de la distribution d’intensité à l’extérieur de l’objet et n’incorpore pas de contrainte de forme. Dans [13], une méthode stochastique optimisant une population d’ellipses est développée. On notera qu’elle est fondée sur une hypothèse de fort contraste, relativement limitative.

La suite de l’article est organisée de la façon suivante. Dans la Section 2, nous décrivons le problème direct de tomographie par temps de première arrivée et rappelons les bases de la reconstruction orientée objet. La méthode de reconstruction orientée objet sous contrainte de forme que nous proposons est décrite en Section 3. Les résultats de reconstruction obtenus sur données réelles acquises en situation contrôlée sont présentés en Section 4.

## 2 Position du problème

La tomographie par temps de première arrivée considère comme données d’entrées des mesures, bruitées, constituées par les temps de parcours d’ondes acoustiques propagées depuis un certain nombre de sources jusqu’à un ensemble de capteurs. Elle a pour but de reconstruire en chaque localisation spatiale,  $x$ , la vitesse de propagation des ondes (ou son inverse, appelée lenteur, et notée  $s$ ). Cette cartographie peut ensuite être reliée aux propriétés physiques du domaine imagé afin, par exemple, de détecter des objets d’intérêt, tels que des cavités ou des fondations. Nous noterons  $\alpha$  une position de source et  $\beta$  une position de capteur. Le temps de parcours de l’onde entre  $\alpha$  et  $\beta$ , associé au champ de lenteur  $s(x)$  sera noté  $t_{\alpha\beta}(s)$ .

### 2.1 Problème direct et principe de Fermat

Le problème direct consiste à calculer les temps de parcours entre sources et capteurs, étant donné un champ de lenteur. Dans le cadre classique de l’approximation haute-fréquence, où nous nous plaçons, on peut utiliser la théorie des rais pour décrire la propagation des fronts d’onde [21]. D’après le principe de Fermat, le rai de parcours de l’onde propagée minimise le temps de trajet entre la source et le capteur, soit :

$$t_{\alpha\beta}(s) = \inf_{\psi \in \Gamma_{\alpha\beta}} \int_{\psi} s, \quad (1)$$

où  $\Gamma_{\alpha\beta}$  désigne l’ensemble des chemins reliant  $\alpha$  et  $\beta$ . En conséquence, contrairement au cas de la tomographie classique, où les chemins d’intégration sont fixes (et droits), la forme des rais dépend ici du champ de lenteur, ce qui rend le problème direct non linéaire. Pour la suite, nous introduisons une fonction  $\theta$ , dépendant de deux champs,  $s_1$  et  $s_2$ , et définie par :

$$\theta_{\alpha\beta}(s_1, s_2) = \int_{\gamma} s_2 \quad \text{avec} \quad \gamma = \arg \inf_{\psi \in \Gamma_{\alpha\beta}} \int_{\psi} s_1. \quad (2)$$

En d’autres termes,  $\theta_{\alpha\beta}$  est l’opérateur d’intégration de  $s_2$  selon la courbe  $\gamma$  qui réalise le minimum des intégrales

curvilignes de  $s_1$  sur l'ensemble  $\Gamma_{\alpha\beta}$  des chemins entre  $\alpha$  et  $\beta$ . Le temps de parcours minimal est alors donné par :

$$t_{\alpha\beta}(s) = \theta_{\alpha\beta}(s, s). \quad (3)$$

## 2.2 Reconstruction orientée objet

En reconstruction orientée objet (Fig. 1), le champ de lenteur à reconstruire est modélisé par une fonction définie à partir d'une forme,  $\Omega$  :

$$s(x, \Omega) = s_{\Omega}(x)\mathbb{1}_{\Omega}(x) + s_{\Omega^c}(x)\mathbb{1}_{\Omega^c}(x), \quad (4)$$

où  $\mathbb{1}_{\Omega}$  désigne la fonction indicatrice de  $\Omega$ . Les fonctions  $s_{\Omega}(x)$  et  $s_{\Omega^c}(x)$  représentent les distributions de lenteur associées, respectivement, à la forme à reconstruire et au fond. La localisation des frontières de l'objet ainsi que les distributions  $s_{\Omega}$  et  $s_{\Omega^c}$  sont alors obtenues par minimisation d'une fonctionnelle d'énergie. Nous considérons ici le cas où  $s_{\Omega}(x)$  et  $s_{\Omega^c}(x)$  sont des constantes, mais la méthode développée s'étend directement à des modèles d'intensité d'ordres supérieurs, comme cela a été proposé dans [8], dans le cas linéaire.

Dans le cadre orienté objet, le temps de trajet optimal associé à tout couple  $y = (\alpha, \beta)$  de positions de source et de capteur, est noté  $\mathcal{T}(y, \Omega) = t_{\alpha\beta}(s(\cdot, \Omega))$ . En introduisant une version orientée objet de la fonction  $\theta_{\alpha\beta}$  ( $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  étant deux formes arbitraires) :

$$\Theta(y, \Omega_1, \Omega_2) = \theta_{\alpha\beta}(s(\cdot, \Omega_1), s(\cdot, \Omega_2)), \quad (5)$$

on a :  $\mathcal{T}(y, \Omega) = \Theta(y, \Omega, \Omega)$ .

## 3 Une méthode de reconstruction sous contrainte de forme

Les méthodes basées pixel procèdent généralement par linéarisation du problème direct, ce qui impose une contrainte de régularité  $\mathcal{C}^1$  [4] à la fonction intégrée. Évidemment, une telle hypothèse ne tient pas dans le cadre de la reconstruction de forme, en raison de la discontinuité de lenteur aux frontières  $\partial\Omega$  de  $\Omega$  (Fig. 1). Afin de contourner cette difficulté, nous proposons une approche alternative, fondée sur l'utilisation d'un critère modifié, dans le cadre de l'optimisation de forme.

### 3.1 Optimisation de forme

Le problème de reconstruction consiste à minimiser la norme de la différence entre les mesures de temps d'arrivée, regroupées dans un vecteur  $T$ , et les temps prédits à partir du modèle, soit :

$$\mathcal{J}(\Omega) = \|\mathcal{T}(\cdot, \Omega) - T\|^2. \quad (6)$$

Afin d'optimiser le critère (6), nous proposons le schéma itératif suivant, qui s'apparente à une recherche de point fixe. A partir de la forme  $\Omega_k$  estimée à l'itération  $k$ , on estime les chemins optimaux au sens du principe de Fermat

selon l'équation (2). Puis, les chemins étant fixés, on estime la nouvelle forme à l'itération  $k + 1$  par :

$$\Omega_{k+1} = \arg \inf_{\Omega} \|\Theta(\cdot, \Omega_k, \Omega) - T\|^2, \quad (7)$$

et on réitère le processus jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt, portant sur la décroissance relative de la fonctionnelle d'énergie, soit satisfait. Du fait de la non-linéarité de (6) et du caractère discontinu du modèle objet, l'étude théorique de la convergence de l'algorithme proposé, et en particulier la caractérisation de la solution obtenue, est un problème non trivial. Cependant, en pratique, la convergence a toujours été observée expérimentalement.

L'intérêt principal de (7) est qu'elle conduit à une suite d'optimisations de fonctionnelles  $\|\Theta(\cdot, \Omega_k, \Omega) - T\|^2$  linéaires. L'opérateur  $\Theta(\cdot, \Omega_k, \Omega)$  étant linéaire par rapport à  $s(\cdot, \Omega)$ , le problème direct peut s'écrire comme :

$$\Theta(\cdot, \Omega_k, \Omega) = \mathcal{R}_k.s(\cdot, \Omega), \quad (8)$$

où  $\mathcal{R}_k$  est la matrice des longueurs de rais [16, p. 113] contenant les distances (éventuellement nulles) parcourues par chaque rai dans chaque pixel de l'image.

### 3.2 Introduction de la contrainte de forme

L'a priori de forme que nous utilisons pour contraindre l'évolution de  $\Omega$  a été préalablement introduit dans [10], dans le contexte de la segmentation et utilisé dans [11] en tomographie linéaire. Il utilise comme *descripteur* d'une forme les moments de Legendre de sa fonction indicatrice, jusqu'à un certain ordre,  $N$  :  $\lambda = \{\lambda_{p,q}, p + q \leq N\}$ . Une telle représentation est compacte, hiérarchique et indépendante de la topologie des formes. De plus, on peut la rendre intrinsèquement invariante à des transformations géométriques affines, en exploitant les relations linéaires existant entre les moments de Legendre et les moments géométriques. Sans perte de généralité, nous considérons ici des moments de Legendre invariants aux translations et mises à l'échelle, définis à partir de moments géométriques centrés et normés :

$$\eta_{u,v}(\Omega) = \int_{\Omega} H_{uv} \text{ avec } H_{uv} = \frac{(x - \bar{x})^u (y - \bar{y})^v}{(\beta_n |\Omega|)^{\frac{u+v+2}{2}}}, \quad (9)$$

où  $(\bar{x}, \bar{y})$  est le centre de gravité de  $\Omega$ ,  $|\Omega|$  désigne son aire et  $\beta_n$  est une constante de normalisation. Le lecteur pourra se référer à [10] pour plus de détails.

On suppose que l'on dispose d'un ensemble de  $N_{ref}$  formes de référence, connues a priori (voir par exemple Fig. 4). On note  $\lambda_j^{ref}$  le descripteur invariant de Legendre de la forme de référence  $\Omega_j^{ref}$ . L'a priori de forme est défini à partir d'un mélange de lois gaussiennes isotropes, de variance  $\sigma^2$  (estimée par optimisation d'un critère de classification, cf. [10]), centrées sur chaque forme de référence. En termes de fonctionnelle d'énergie, on définit :

$$J_{prior}^{multi}(\Omega) = -\log \left( \sum_{j=1}^{N_{ref}} e^{\left( -\frac{\|\lambda(\Omega) - \lambda_j^{ref}\|^2}{2\sigma^2} \right)} \right). \quad (10)$$

Dans le processus d'optimisation (7), le terme d'attache aux données est défini à chaque étape par :  $J_k^{data}(\Omega) = \|\Theta(\cdot, \Omega_k, \Omega) - T\|^2 = \|\mathcal{R}_k \cdot s(\cdot, \Omega) - T\|^2$ . Nous incorporons la contrainte de forme à chaque étape  $k$  de la reconstruction en considérant :

$$J_k(\Omega) = (1 - \alpha_p)J_k^{data}(\Omega) + \alpha_p J_{prior}^{multi}(\Omega). \quad (11)$$

### 3.3 Algorithme de reconstruction sous contrainte de forme

En partant d'une forme initiale donnée,  $\Omega_0$ , l'algorithme proposé répète les deux étapes ci-dessous jusqu'à convergence :

1. Calculer l'ensemble de rais de parcours optimaux (i.e. satisfaisant le principe de Fermat) pour le champ de lenteur courant,  $s(\cdot, \Omega_k)$ ,
2. Minimiser (11) par descente de gradient pour obtenir  $\Omega_{k+1}$ , en remettant à jour périodiquement les valeurs de  $s_\Omega$  et  $s_\Omega^c$ .

À l'étape 1, parmi toutes les méthodes envisageables pour calculer les chemins optimaux (voir la revue de littérature [16]), nous employons ici une variante rapide de technique de *bending*, qui approche les rais par des arcs de cercle [1]. Plus précisément,  $s(\cdot, \Omega_k)$  étant fixée, une recherche exhaustive portant sur la valeur du paramètre de flèche des arcs joignant  $\alpha$  et  $\beta$  est effectuée afin de sélectionner la valeur qui conduit au temps de parcours minimal (i.e. celle qui définit le parcours répondant au principe de Fermat). En répétant cette procédure simple pour l'ensemble des couples de positions source-capteur, les approximations de  $\mathcal{R}_k$  et  $\mathcal{R}_k^*$  associées au champ de lenteur  $s(\cdot, \Omega_k)$  sont calculées très rapidement.

L'étape 2 implique le calcul de  $\nabla_\Omega J_k$ , ce qui peut se faire de manière rigoureuse dans le cadre de la dérivation de forme ou dérivation eulérienne [19, 2]. La minimisation de  $J_{prior}^{multi}$  conduit (voir [10]) à :

$$\nabla_\Omega J_{prior}^{multi} = - \sum_{0 \leq u+v \leq N} A_{uv}^{multi} (H_{uv} + G_{uv}) \mathcal{N} \quad (12)$$

où  $\mathcal{N}$  est la normale à  $\partial\Omega$  orientée vers l'extérieur,  $H_{uv}$  est définie comme dans (9) et :

$$G_{uv} = -\frac{u+v+2}{2|\Omega|} \eta_{u,v} - \frac{u(x-\bar{x})}{\beta_n^{\frac{1}{2}} |\Omega|^{\frac{3}{2}}} \eta_{u-1,v} - \frac{v(y-\bar{y})}{\beta_n^{\frac{1}{2}} |\Omega|^{\frac{3}{2}}} \eta_{u,v-1} \quad (13)$$

Le facteur  $A_{uv}^{multi}$  est défini comme une moyenne pondérée de facteurs individuels  $A_{(j)uv}$  :

$$A_{uv}^{multi} = \left( \sum_{j=1}^{N_{ref}} A_{(j)uv} w_{(j)} \right) / 2\sigma^2 \sum_{j=1}^{N_{ref}} w_{(j)} \quad (14)$$

Ces facteurs (dont l'expression est donnée dans [10]) sont calculés à partir des différences, en termes de moments de

Legendre, entre la forme en évolution  $\Omega$  et la forme de référence  $\Omega_j$ . Les poids,  $w_{(j)}$  décroissent de manière exponentielle par rapport à cette même distance :

$$w_{(j)} = e^{\frac{-\|\lambda(\Omega) - \lambda_{(j)}^{ref}\|^2}{2\sigma^2}}. \quad (15)$$

Ainsi, la force induite par la minimisation de  $J_{prior}^{multi}$  est la moyenne pondérée des forces de rappel qui attireraient la forme en évolution vers chacune des formes de référence prise individuellement. L'examen des valeurs des pondérations permet donc la *reconnaissance de la forme* en même temps que sa reconstruction.

La dérivée de forme de  $J_k^{data}$ , qui est linéaire, est calculée comme dans [11] et s'écrit :

$$\nabla_\Omega J_k^{data} = (s_\Omega - s_{\Omega^c}) \mathcal{R}_k^* [T - \mathcal{R}_k \cdot s(\cdot, \Omega)] \mathcal{N} \quad (16)$$

où  $\mathcal{R}_k$  est l'opérateur direct défini par (8).

En pratique, l'évolution de la forme est implantée grâce à l'algorithme des ensembles de niveaux [15]. Les valeurs des constantes  $s_\Omega$  et  $s_{\Omega^c}$  sont optimisées à chaque ré-initialisation de la bande étroite employée en résolvant un système linéaire, défini dans [8].

## 4 Résultats sur données réelles

### 4.1 Mesure des temps de parcours

De façon à évaluer notre méthode, nous considérons un objet 3D composé d'un demi-cylindre en aluminium contenu dans un bloc de résine. La vitesse dans l'aluminium est d'environ  $6000 \text{ m.s}^{-1}$  et dans la résine, de  $3000 \text{ m.s}^{-1}$ . Les mesures de temps de parcours sont effectuées sur un banc de mesures développé par l'IFSTAR. Une source piézo-électrique ultrasonore est placée successivement en 35 positions sur une coupe de la structure. Pour chacune de ces positions, un capteur interférométrique laser est placé en 26 positions successives. Le capteur est placé sur une des faces de la coupe, et la source parcourt les trois autres. Le capteur enregistre les déplacements de la surface induits par l'onde, dont la première arrivée est pointée manuellement par un opérateur. La figure 4.1 montre le dispositif expérimental et une représentation matricielle des temps de parcours, en fausses couleurs.

### 4.2 Résultats de reconstruction de forme

Nous comparons notre méthode avec un algorithme de type SIRT pixelique [1] qui emploie le même modèle de rais et les mêmes routines de calcul de  $\mathcal{R}_k$  et  $\mathcal{R}_k^*$  que l'algorithme proposé. La figure 3 (ligne du haut) montre une reconstruction du champ de vitesse par cet algorithme. On constate que les frontières de l'objet n'apparaissent pas clairement dans les résultats de cette méthode pixelique. Le rapport signal-sur-bruit (RSB) de cette reconstruction vis-à-vis d'une maquette numérique du corps d'essai, respectant la géométrie et les valeurs de vitesses spécifiées à la fabrication, est de 12,4 dB.

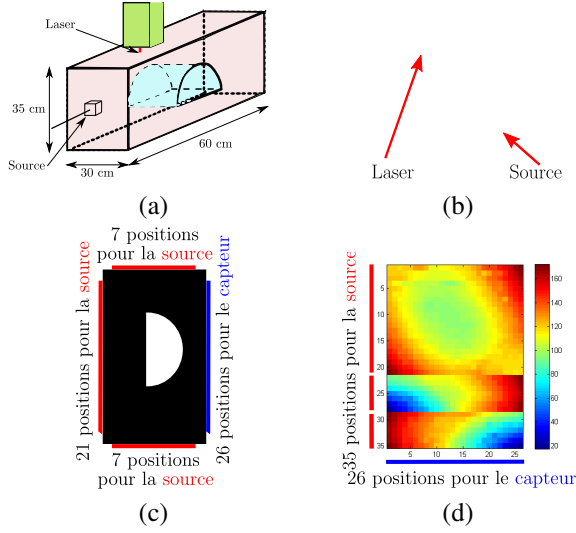


FIGURE 2 – Dispositif expérimental : (a,b) l’objet réel 3D au banc de test, (c) positions des sources et des capteurs, (d) temps de parcours mesurés (en  $\mu s$ ) pour chaque position de source (en abscisses) et de capteur (en ordonnées).

Sur la figure 4 (gauche), nous présentons les résultats de notre méthode par évolution de forme contrainte. Nous prenons comme forme initiale  $\Omega_0$  un disque et calculons les valeurs initiales de  $s_\Omega$  et  $s_{\Omega^c}$  en utilisant la rétro-projection des données, ce qui fournit une image initiale peu contrastée.

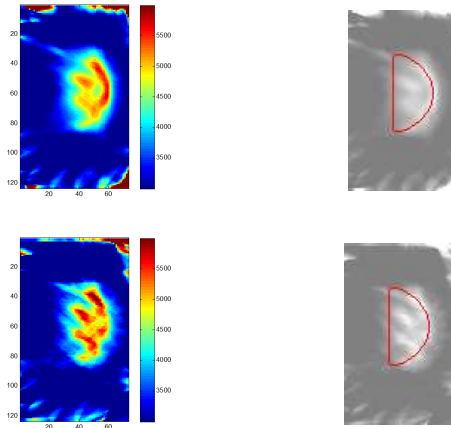


FIGURE 3 – Reconstruction du champ de vitesse (en  $m.s^{-1}$ ) à l’aide d’un algorithme SIRT pixelisé (à gauche) et superposition des frontières de l’objet idéal sur la reconstruction en niveau de gris (à droite), pour deux configurations : (en haut) 35 positions de la source et 26 positions du capteur ; (en bas) 18 positions de la source et 13 positions du capteur.

Nous réalisons tout d’abord une optimisation sans contrainte de forme. Le résultat est la configuration obtenue pour  $\alpha_p = 0$  sur la figure 4 (gauche). Ensuite, partant

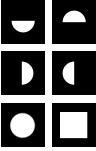
de cette solution, nous exploitons le caractère hiérarchique de la représentation pour introduire de façon progressive la contrainte de forme. L’ensemble des formes de référence utilisé ici est présenté en haut à gauche de la figure 4. Il comprend des variations géométriques de la forme idéale et deux intrus. Nous considérons tout d’abord les moments de Legendre jusqu’à l’ordre  $N = 13$ . Le paramètre  $\alpha_p$  est ajusté manuellement. Le résultat pour  $N = 13$  est présenté sur la quatrième colonne de la figure. Le résultat final, obtenu à l’ordre  $N = 27$  apparaît en dernière colonne. Comme on peut le constater, la méthode donne de très bons résultats, que ce soit en termes de forme ou en termes de valeurs de vitesse. Le RSB obtenu est de 20,4 dB.

La figure 5 montre les courbes d’énergie correspondant aux différentes itérations de l’algorithme de reconstruction contrainte. Les courbes en bleu correspondent à l’évolution de la forme par descente de gradient (étape 2 de l’algorithme). Nous plaçons des cercles rouges pour identifier les valeurs  $J_k(\Omega_k)$  obtenues après remise à jour de l’opérateur  $\mathcal{R}_k$  (étape 1). Même si cette opération a tendance à provoquer des remontées d’énergie, celles-ci deviennent de plus en plus faibles au fur et à mesure des itérations et on constate que la suite des énergies  $(J_k(\Omega_k))_{k \geq 0}$  est effectivement convergente.

Dans un second temps, nous nous plaçons dans une situation dégradée, où deux fois moins de sources et de capteurs sont utilisés. Les résultats obtenus, à l’aide du même jeu de paramètres que dans le cas précédent, sont présentés sur la figure 4 (droite). Bien que les résultats se dégradent par rapport au cas des données complètes, ils demeurent très bons (RSB : 17,1 dB). Ceci démontre l’efficacité de la contrainte de forme, dont l’application conduit à des résultats très supérieurs à ceux obtenus par la méthode pixelique dans la même configuration (figure 3, ligne du bas, RSB : 13,2 dB).

## 5 Conclusion

Dans cet article, nous avons abordé le problème de reconstruction tomographique non linéaire, par temps de première arrivée, à l’aide d’une approche orientée objet avec contrainte de forme. Nous avons proposé un algorithme original, s’apparentant à une recherche de point fixe par évolution de forme, et incorporant une contrainte de haut niveau sur la géométrie et la topologie de l’objet recherché, supposé appartenir à un dictionnaire de formes de référence. La méthode proposée réalise de manière simultanée la reconstruction de l’objet et son identification. Elle conduit à des résultats très prometteurs sur des données réelles, acquises en conditions contrôlées à l’aide d’un banc de mesures ultrasonores, y compris lorsque le nombre de données disponibles est réduit. On peut donc envisager l’application de ce type de méthodes sur des données acquises sur le terrain. Cela pose toutefois le problème de la modélisation simultanée de plusieurs objets indépendants, ainsi que celui de la prise en compte d’un fond non uniforme, dont l’étude constitue une perspective de ce travail.

| Formes de référence<br> | Initiali-<br>sation                                                               | $N = 0$<br>$\alpha_p = 0$                                                         | $N = 13$<br>$\alpha_p = 0,7$                                                      | $N = 27$<br>$\alpha_p = 0,8$                                                      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| Nombre d'étapes                                                                                          | 0                                                                                 | 3                                                                                 | 2                                                                                 | 2                                                                                 |
| Contour en évolution (rouge) sur objet idéal                                                             |  |  |  |  |
| Champ de vitesse reconstitué                                                                             |  |  |  |  |
| Vitesse Aluminium<br>Résine<br>( $m.s^{-1}$ )                                                            | 3522<br>3330                                                                      | 5081<br>3039                                                                      | 5390<br>3025                                                                      | 5500<br>3024                                                                      |

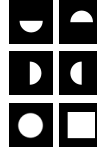
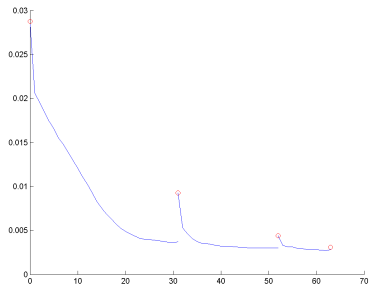
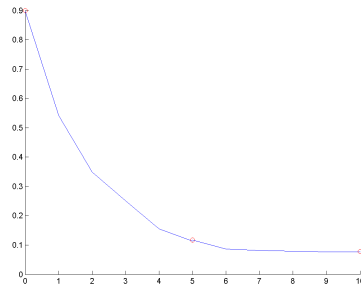
| Formes de référence<br> | Initiali-<br>sation                                                                | $N = 0$<br>$\alpha_p = 0$                                                           | $N = 13$<br>$\alpha_p = 0,7$                                                        | $N = 27$<br>$\alpha_p = 0,8$                                                        |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
| Nombre d'étapes                                                                                          | 0                                                                                  | 3                                                                                   | 3                                                                                   | 2                                                                                   |
| Contour en évolution (rouge) sur objet idéal                                                             |  |  |  |  |
| Champ de vitesse reconstitué                                                                             |  |  |  |  |
| Vitesse Aluminium<br>Résine<br>( $m.s^{-1}$ )                                                            | 3526<br>3311                                                                       | 4818<br>3028                                                                        | 5237<br>2992                                                                        | 5238<br>2993                                                                        |

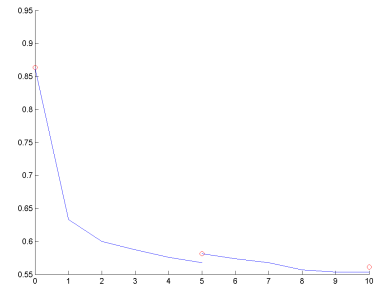
FIGURE 4 – Reconstructions objet avec contrainte de forme sur les données réelles, pour les deux configurations traitées : (à gauche) 35 positions de la source et 26 positions du capteur ; (à droite) 18 positions de la source et 13 positions du capteur.



$N = 0, \alpha_p = 0$



$N = 13, \alpha_p = 0,7$



$N = 27, \alpha_p = 0,8$

FIGURE 5 – Courbes d'énergie associées à la reconstruction orientée objet contrainte sur données réelles pour 35 sources et 26 récepteurs (Fig. 4 gauche). Les traits bleus correspondent à la descente de gradient (étape 2 de l'algorithme) à l'itération  $k$ . Les cercles rouges marquent les valeurs de  $J_k(\Omega_k)$  obtenues après ré-estimation de  $\mathcal{R}_k$  (étape 1).

## Références

- [1] O. ABRAHAM, K. Ben SLIMANE et P. CÔTE : Factoring anisotropy into iterative geometric reconstruction algorithms for seismic tomography. *Int. Jour. Rock Mech. Min. Sci.*, 35(N 1):31–41, 1988.
- [2] G. AUBERT, M. BARLAUD, O. FAUGERAS et S. JEHAN-BESSON : Image segmentation using active contours : calculus of variations or shape gradients ? *SIAM, Journal on Applied Mathematics*, 63(6):2128–2154, septembre 2003. Egalement RR-INRIA 4483, juin 2002.
- [3] Y. BRESLER et A. MACOVSKI : Three-dimensional reconstruction from projections with incomplete and noisy data by object estimation. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, ASSP-35(8):1139–1152, 1987.
- [4] H. CARTAN : *Formes différentielles, éléments de calcul des variations*. Collection Méthodes. Hermann, 1967.
- [5] P. CHARBONNIER, L. BLANC-FÉRAUD, G. AUBERT et M. BARLAUD : Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging. *IEEE Transactions on Image Processing*, 6(2):298–311, février 1997.
- [6] P. CHIAO, W. ROGERS, N. CLINTHORNE, J. FESSLER et A. HERO : Model-based estimation for dynamic cardiac studies using ECT. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 13(2):217–226, 1994.
- [7] O. DORN et D. LESSELIER : Level set methods for inverse scattering. *Inverse Problems*, 22(4): R67–R131, 2006.
- [8] H. FENG : *Curve evolution object-based techniques for image reconstruction and segmentation*. Phd dissertation, Boston University, 2002.
- [9] A. FOULONNEAU, P. CHARBONNIER et F. HEITZ : Affine-invariant geometric shape priors for region-based active contours. *IEEE Transactions On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 28(8):1352–1357, août 2006.
- [10] A. FOULONNEAU, P. CHARBONNIER et F. HEITZ : Multi-reference shape priors for active contours. *International Journal on Computer Vision*, 81(1):68–81, janvier 2009.
- [11] G. GAULLIER, P. CHARBONNIER et F. HEITZ : Introducing shape priors in object-based tomographic reconstruction. *In ICIP 2009, 16th International Conference on Image Processing*, pages 1077–1080. IEEE, 2009.
- [12] W. LI et S. LEUNG : A fast local level set adjoint state method for first arrival transmission traveltime tomography with discontinuous slowness. *Geophysical Journal International*, 195(1):582–596, octobre 2013.
- [13] Y. LIN et A. ORTEGA : Object-based high contrast travel time tomography. *Submitted to SEG Geophysics, arXiv :1303.3052 [physics.data-an]*, 2013.
- [14] A. MOHAMMAD-DJAFARI : Image reconstruction of a compact object from a few number of projections. *In IASTED, International Conference on Signal and Image Processing (SIP'96)*, pages 325–329, 1996.
- [15] S. OSHER et J.A. SETHIAN : Fronts propagating with curvature-dependant speed : algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. *Journal of Computational Physics*, 79(1):12–49, novembre 1988.
- [16] N. RAWLINSON et M. SAMBRIDGE : Seismic traveltimes tomography of the crust and lithosphere. *Advances in Geophysics*, 46:81–198, 2003.
- [17] D. ROSSI et A. WILLSKY : Reconstruction from projections based on detection and estimation of objects-parts I and II : Performance analysis and robustness analysis. *IEEE Transactions on Acoustic, Speech, and Signal Processing*, ASSP-32(4):886–906, 1984.
- [18] F. SANTOSA : A level-set approach for inverse problems involving obstacles. *The European Series in Applied and Industrial Mathematics : Control, Optimization and Calculus of Variations*, 1:17–33, 1996.
- [19] J. SOKOLOWSKI et J.P. ZOLESIO : *Introduction to shape optimization : shape sensitivity analysis*, volume 16 de *Springer Series in Computational Mathematics*. Springer, 1992.
- [20] C. SOUSSEN et A. MOHAMMAD-DJAFARI : Polygonal and polyhedral contour reconstruction in computed tomography. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13(11):1507–1523, novembre 2004.
- [21] V. ČERVENÝ : *Seismic Ray Theory*. Cambridge University Press, Cambridge, 2001.

## Remerciements

Ce travail a été en partie financé sous forme de contrat doctoral par l'IFSTTAR (anciennement LCPC) et la Région Alsace.