



HAL
open science

Etablissement des équations de la MNA : Modified Nodal Analysis

Olivier Maurice

► **To cite this version:**

| Olivier Maurice. Etablissement des équations de la MNA : Modified Nodal Analysis. 2014. <hal-00981328>

HAL Id: hal-00981328

<https://hal.science/hal-00981328v1>

Preprint submitted on 22 Apr 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Etablissement des équations de la MNA : Modified Nodal Analysis

Olivier MAURICE

22 Avril 2014

Résumé

Le schéma de la représentation “MNA” élaborée pour la résolution numérique des circuits électriques est un schéma inhomogène. Impliquant des objets mathématiques appartenant aux deux espaces des noeuds et des mailles, il a pour but de simplifier l’insertion de fonctions dépendantes. Cette simplification est relative car Peikari¹ avait montré comment résoudre ce problème en restant dans des formulations nodales classiques. On présente ici une voie de démonstration d’une MNA (car plusieurs structures sont possibles).

1 Représentation Nodale

On part de l’équation de Millmann qui établit le bilan des courants aux noeuds en fonction de la tension aux bornes d’une paire de noeuds :

$$e_i y^{ij} + J^j = -y^{jb} V_b \quad (1)$$

les sources de fém sont notées e_i celles de courant J^j . On dispose par ailleurs de l’incidence entre les ddp et les potentiels aux noeuds : $V_b = A_b^k \psi_k$. Donc :

$$e_i y^{ij} + J^j = -y^{jb} A_b^k \psi_k \quad (2)$$

En multipliant à gauche, comme on le fait classiquement dans ces développements, par l’incidence inverse on trouve :

$$A_j^\omega y^{ji} e_i + A_j^\omega J^j = -A_j^\omega y^{jb} A_b^k \psi_k \quad (3)$$

Qui est l’équation de base de la représentation nodale. En notant que : $A_j^\omega y^{jb} A_b^k = Q^{\omega k}$ l’admittance dans l’espace des noeuds, on trouve :

$$\psi_k = (Q^{\omega k})^{-1} A_j^\omega y^{ji} e_i + (Q^{\omega k})^{-1} s^\omega \quad (4)$$

1. PEIKARI, Behrouz. Fundamentals of network analysis and synthesis. Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall, 1974.

s sont les sources de courant dans l'espace des noeuds. y est l'admittance dans l'espace des branches et e les fém. On est ici homogène en espace car même si des éléments apparaissent provenant encore des branches, ils sont connectés et transformés dans l'espace des noeuds par A . Cette équation est l'équation de résolution en représentation nodale.

2 Formulation MNA

On va exprimer les fém en fonction des courants par le biais des inductances et mutuelles inductances, puis relier ces tensions aux différences de potentiels aux noeuds à leurs bornes par l'incidence. En séparant les variables on obtient un système de deux équations calculant d'une part les conductances et susceptances et d'autres part les inductances.

Détaillons l'admittance :

$$\left(G^{\omega k} + pC^{\omega k} + \frac{1}{pL_{k\omega}} \right) \psi_k = s^\omega + A_j^\omega y^{ji} e_i \quad (5)$$

On reconnaît les éléments de Q : conductance G , condensateurs C et inductances L . Supposons que les fém proviennent de mutuelles inductances et que l'on fasse apparaître des sources issues de fonctions du courant. On remplace e_i par une forme $A_j^\omega y^{ji} e_i + A_j^\omega y^{ji} N_{ib} I^b$. Comme : $A_j^\omega y^{ji} N_{ib} I^b = A_b^\omega I^b$, on obtient :

$$\left(G^{\omega k} + pC^{\omega k} + \frac{1}{pL_{k\omega}} \right) \psi_k = s^\omega + A_j^\omega y^{ji} e_i + A_b^\omega I^b \quad (6)$$

Le terme inductif de gauche étant lié au terme inductif de droite (fém), on sépare les variables en exprimant les fém en fonction des inductances :

$$\begin{cases} (G^{\omega k} + pC^{\omega k}) \psi_k - A_b^\omega I^b = s^\omega \\ \psi_k = pL_{k\omega} A_b^\omega I^b \end{cases} \quad (7)$$

Dans la deuxième équation on multiplie à gauche par A_n^k : $A_n^k \psi_k = pA_n^k L_{k\omega} A_b^\omega I^b$ pour écrire : $A_n^k \psi_k - pX_{nb} I^b = 0$ où X est l'inductance dans l'espace des branches. On obtient finalement le système d'équations suivant qui est un modèle MNA :

$$\begin{bmatrix} (G + pC) & -A \\ A^T & -pX \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Notons que le deuxième terme source peut être non nul pour des sources de courant contrôlées en tension.