HAL
open science

Analyse d'un système de mesure à paramètres incertains

Hicham Janati-Idrissi, Olivier Adrot, Didier Maquin, José Ragot

To cite this version:

Hicham Janati-Idrissi, Olivier Adrot, Didier Maquin, José Ragot. Analyse d'un système de mesure à paramètres incertains. 18ème Colloque sur le Traitement du Signal et des Images, GRETSI 2001, Sep 2001, Toulouse, France. pp.CDROM. hal-00980987

HAL Id: hal-00980987

https://hal.science/hal-00980987v1

Submitted on 21 Apr 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Analyse d'un système de mesure à paramètres incertains

Hicham JANATI IDRISSI, Olivier ADROT, Didier MAQUIN, José RAGOT

Centre de Recherche en Automatique de Nancy - UPRESA CNRS 7039
Institut National Polytechnique de Lorraine
2, Avenue de la Forêt de Haye, F - 54 516 Vandœuvre les Nancy
{hjanati,oadrot,dmaquin,jragot}@ensem.inpl-nancy.fr

Résumé – Pour analyser le bon fonctionnement d'un système de mesure, l'une des techniques couramment utilisées consiste à tester la nullité d'équations de redondance entre différentes grandeurs connues caractérisant ce système. Dans ce qui suit, on insiste sur la conception du vecteur parité qui est à la base de nombreuses analyses de diagnostic utilisant un modèle. Lorsque le modèle est connu avec une certaine imprécision, le vecteur parité est lui aussi sensible à cette imprécision ; il semble utile d'en étudier l'influence. On examine donc le cas de systèmes de mesures dont les paramètres sont incertains mais bornés. L'objectif est de construire l'enveloppe du vecteur parité prenant en compte les incertitudes paramétriques.

Abstract – *For diagnosing a measurement system, a current technique consists in testing the nullity of redundancy equations linking different known variables of a system. This paper is focused on the design of the parity vector upon which many model-based approaches rely. When the considered system is uncertain, the corresponding parity vector is also uncertain and it is necessary to study this uncertainty. Therefore, measurement systems described by uncertain but bounded parameters are examined. The main goal is to build parity vector enclosures taking into account parametric uncertainties.*

1. Introduction

Habituellement, lorsqu'on procède à la critique et à la validation des mesures collectées sur un système physique [3], on teste l'adéquation de ces mesures brutes vis-à-vis du modèle du système (phase de détection des incohérences) puis on ajuste ces mesures au moyen de termes correctifs de façon à vérifier le modèle (phase d'estimation de l'état du système). Une autre façon de procéder consiste à générer directement des indicateurs de cohérence de mesure : le vecteur parité est l'un de ces indicateurs et il est obtenu de façon générale en éliminant, des équations du système, toutes les grandeurs inconnues [10].

Les deux méthodes que nous venons d'évoquer supposent que le modèle du système est disponible et que ses paramètres sont parfaitement connus. Bien souvent, une difficulté est avancée par les utilisateurs potentiels de ce type de méthode : les systèmes ne sont pas toujours parfaitement décrits (le modèle est une image approximative du système réel), la précision des paramètres du modèle n'est pas quantifiable de façon précise. Cependant, le praticien dispose souvent d'une connaissance expérimentale du fonctionnement du système traduite par un certain nombre d'informations qualitatives et caractérisant le degré de pertinence des paramètres du modèle. Ces connaissances, mêmes entachées d'imprécision, peuvent néanmoins être utilisées pour analyser les données en les introduisant sous forme de contraintes inégalité ou d'intervalles. L'objectif de cette présentation est de fournir les éléments nécessaires à la mise en œuvre d'une procédure utilisant ce type de formalisation par intervalles en considérant le cas simple d'un système à un seul paramètre incertain.

Dans la section suivante, on rappelle brièvement la définition du vecteur parité d'un système certain ; cela permet ensuite de considérer le cas des systèmes incertains statiques (section 3). La section 4 est ensuite consacrée aux tests de cohérence. Le cas dynamique est abordé dans la section 5, puis un exemple de faible dimension illustre la mise en œuvre et l'interprétation des résultats (section 6).

2. Vecteur parité d'un système certain

Considérons le cas de l'équation de mesure à l'instant k :

$$y_k = Cx_k + e_k + Fd_k \tag{1}$$
$$x \in \Re^n,\ y \in \Re^m,\ d \in \Re^p,\ e \in \Re^m$$
$$C \in \Re^{m.n},\ F \in \Re^{m.p},\ m > n$$

où y_k est le vecteur de mesure, x_k le vecteur des variables à mesurer, d_k le vecteur des défaillances pouvant affecter certains capteurs, e_k le vecteur des bruits de mesure, C et F deux matrices connues. On définit le vecteur parité p_k, projection du vecteur des mesures, sous sa forme "calcul" et sous sa forme "explication" des erreurs et défaillances :

$$p_k = Wy_k \tag{2a}$$
$$p_k = We_k + WFd_k \tag{2b}$$

où W est une matrice de projection ou matrice de parité [9] orthogonale à C. Si l'on fait l'hypothèse, assez peu restrictive, que C est de plein rang colonne, alors

$$W \in \Re^{(m-n).m},\ p_k \in \Re^{m-n}$$

La dimension du vecteur parité, qui traduit également le nombre de redondances du système, conditionne largement les propriétés d'isolabilité des défauts [5].

En l'absence d'erreur de mesure e_k et de défaillance d_k, le vecteur parité est nul [11]. Par conséquent, l'équation (2a) traduit l'ensemble des redondances qui lient les mesures y_k. L'expression (2b) fournit un moyen de détecter les défaillances d_k. Eventuellement, des hypothèses statistiques sur la distribution des erreurs de mesures e_k permettent d'exhiber les propriétés statistiques de p_k.

3. Vecteur parité d'un système à paramètres incertains

On considère maintenant le cas de systèmes caractérisés par un paramètre inconnu θ_k variant dans un domaine borné. L'enveloppe du vecteur parité est alors recherchée selon le principe précédent. Pour cela, l'équation (1) est considérée dans le cas où C est une fonction affine du paramètre θ_k :

$$y_k = C(\theta_k)x_k + e_k + Fd_k \tag{3a}$$

$$C(\theta_k) = C_0 + C_1\theta_k \tag{3b}$$

$$|\theta_k| \leq 1 \tag{3c}$$

Comme précédemment, on recherche $\Omega(\theta_k)$ tel que :

$$\Omega(\theta_k)C(\theta_k) = 0 \tag{4}$$

Le vecteur parité est alors défini par $p_k = \Omega(\theta_k)y_k$

Différentes techniques peuvent être utilisées pour résoudre (4). Dans [7], l'approche utilisée repose sur un développement en série de $\Omega(\theta_k)$ complétée par une troncature du vecteur parité (conduisant à une surestimation de l'enveloppe). Ici, on propose une recherche de la solution exacte en résolvant l'équation (4), la solution prenant la forme matricielle polynomiale suivante :

$$\Omega(\theta_k) = \Omega_0 + \theta_k\Omega_1 + \ldots + \theta_k^q\Omega_q \tag{5}$$

Ainsi, pour $q = 2$, on doit résoudre le système

$$\begin{pmatrix}\Omega_0 & \Omega_1 & \Omega_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix} C_0 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & C_0 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_0 & C_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix} \tag{6}$$

L'existence de la solution de (6) est liée à la valeur de q [4]. Plus précisément, la matrice constituée des blocs C_0 et C_1 ne doit pas être de plein rang ligne pour que le vecteur Ω existe. La condition suffisante est $q > (2n-m)/(m-n)$. La résolution du système linéaire (6) ne pose pas de problème particulier ; on peut aussi directement résoudre (4) par une technique de calcul formel [2]. A chaque instant, le vecteur parité s'explicite sous la forme :

$$p_k = \Omega_0 y_k + \theta_k\Omega_1 y_k + \ldots + \theta_k^q\Omega_p y_k \tag{7}$$

On peut alors chercher son enveloppe compte tenu du domaine de variation du paramètre θ_k (3c) :

$$\begin{cases} p_\inf_k = \inf\limits_{\theta_k}\left(\Omega_0 y_k + \theta_k\Omega_1 y_k + \ldots + \theta_k^q\Omega_q y_k\right) \\ p_\sup_k = \sup\limits_{\theta_k}\left(\Omega_0 y_k + \theta_k\Omega_1 y_k + \ldots + \theta_k^q\Omega_q y_k\right) \end{cases} \tag{8}$$

La recherche des bornes "inf" et "sup" par rapport à θ_k est simple lorsque $q < 3$. Au delà de cette dimension, une procédure numérique peut être appliquée. On notera cependant une difficulté d'évaluation de ces bornes liée à l'occurrence multiple de θ_k dans l'équation (7) [1].

4. Analyse du vecteur parité

Pour un système à paramètres certains, le vecteur parité doit être nul en l'absence de défaut. Pour un système incertain, l'absence de défaut se traduit par l'appartenance de la valeur "0" (vecteur de même dimension que p) au domaine défini par l'enveloppe du vecteur parité.

$$\boldsymbol{A_k}(p) = \left\{p \,/\, p_\inf_k \leq p \leq p_\sup_k\right\} \tag{9a}$$

Ce domaine représente l'ensemble des valeurs admissibles du vecteur résidu lorsque les mesures sont cohérentes vis-à-vis du modèle. En bon fonctionnement, le résidu est nul pour une valeur particulière du paramètre $\theta_k \in [-1, 1]$; le test de cohérence des mesures se limite donc à vérifier si l'origine $0 \in \Re^{m-n}$ appartient à $\boldsymbol{A_k}(p)$:

$$p_\inf_k \leq 0 \leq p_\sup_k \tag{9b}$$

Dans le cas où l'une des composantes du vecteur 0 ne vérifie pas cette condition, il faut conclure à l'incohérence des mesures. Si la dimension du vecteur parité le permet, une étude précise de ses composantes peut conduire à la localisation de la ou des mesures en défaut [2].

Un indicateur de présence de défaut I_k peut alors être construit à partir des distances de l'origine à l'enveloppe définie en (8). Le signe du produit de ces distances peut être un bon indicateur de la position de l'origine :

$$I_k = \mathrm{sgn}\left(\left(p_\inf_k - 0\right)\left(p_\sup_k - 0\right)\right) \tag{10}$$

la règle de décision étant la suivante :

$I_k = +1$ alors incohérence

$I_k = -1$ alors cohérence

Dans la pratique, le test (10) peut se révéler trop pauvre car il délivre un résultat binaire. Prendre en compte à chaque instant

la forme du domaine, sa dimension et la position de l'origine peut apporter un diagnostic complémentaire. La figure 1 schématise, à un instant donné, l'orthotope $\boldsymbol{A_k}(p)$ défini en (9a), son centre C, l'origine O. Un indicateur prenant en compte la forme du domaine est défini en (11) où $OJ*$ est la distance de l'origine à la facette la plus proche de O et CQ la distance du centre C à cette même facette.

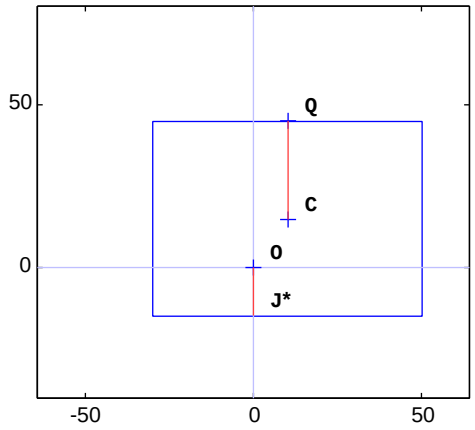

FIG. 1. Définition des distances

$$d_k = \varepsilon \frac{OJ^*}{CQ} \qquad \begin{cases} \varepsilon = -1 \text{ si } 0 \in \boldsymbol{A_k}(p) \\ \varepsilon = +1 \text{ si } 0 \notin \boldsymbol{A_k}(p) \end{cases} \tag{11}$$

qui s'explicite aussi :

$$d_k = 2\frac{\min\left(\left|p_\inf_{k^*}\right|, \left|p_\sup_{k^*}\right|\right)}{p_\inf_{k^*} + p_\sup_{k^*}} \operatorname{sgn}\left(p_\inf_{k^*}\, p_\sup_{k^*}\right)$$

où $k^* = \arg\min_k\left(\left|p_\inf_k\right|, \left|p_\sup_k\right|\right)$.

Par des techniques d'agrégation, il est également possible de construire des indicateurs d'incohérence prenant en compte divers paramètres de forme traduisant l'expression du vecteur parité.

5. Vecteur parité pour les systèmes dynamiques incertains

Considérons le cas plus général des systèmes dynamiques modélisés sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A(\theta_k)x_k + B(\theta_k)u_k \\ y_k &= C(\theta_k)x_k + e_k \end{aligned} \tag{12}$$

Les défauts n'ont pas été explicités dans ce modèle car ils peuvent intervenir sous forme additive sur les différentes équations ou directement sur les paramètres. Le système est observé sur un horizon $[k,\ k+H]$. On sait alors regrouper l'ensemble des états et des commandes sur cet horizon par la relation linéaire :

$$\begin{aligned} Y &= P(\theta)X \\ M(\theta)X &= N(\theta)U \end{aligned} \tag{13}$$

$$X = \begin{pmatrix} x_k \\ \vdots \\ x_{k+H} \end{pmatrix},\ U = \begin{pmatrix} u_k \\ \vdots \\ u_{k+H-1} \end{pmatrix},\ Y = \begin{pmatrix} y_k \\ \vdots \\ y_{k+H} \end{pmatrix},\ \theta = \begin{pmatrix} \theta_k \\ \vdots \\ \theta_{k+H} \end{pmatrix}$$

où P, M et N dépendent linéairement de θ. Les équations peuvent aussi se regrouper sous la forme :

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix} 0 & I \\ N(\theta) & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} U \\ Y \end{pmatrix} = C(\theta)X \\ &C(\theta) = \begin{pmatrix} P(\theta) \\ M(\theta) \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{14}$$

On retrouve ainsi une équation dont la structure (en l'absence de bruits et de défauts) est semblable à (3). On peut donc générer les équations de parité selon le même principe en cherchant au préalable une matrice $\Omega(\theta)$ orthogonale à $C(\theta)$. Néanmoins le calcul est plus délicat car Ω est fonction du vecteur θ de dimension $H+1$. Dans [6], la résolution de ce problème est présentée plus en détails.

6. Exemple

On considère un système de mesure à trois capteurs caractérisé par un paramètre incertain θ et présentant deux défauts :

$$\begin{pmatrix} y_{1,k} \\ y_{2,k} \\ y_{3,k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \theta_k \\ \theta_k & 1 \\ 1+\theta_k & 1-\theta_k \end{pmatrix} x_k + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} d_{1,k} \\ d_{2,k} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_{1,k} \\ e_{2,k} \\ e_{3,k} \end{pmatrix} \tag{15}$$

Le paramètre θ varie entre –0.25 et 0.25 (ce qui représente une situation difficile, les variations du paramètre étant importantes par rapport aux coefficients fixes). Avec les valeurs de C_0 et de C_1 issues de (3b), on obtient $q = 2$ et :

$$\Omega_0 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \Omega_1 = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \quad \Omega_2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

On en déduit la forme "calcul" du vecteur parité (ici scalaire) :

$$\begin{aligned} p_k &= y_{1k} + y_{2k} - y_{3k} \\ &\quad - 2\theta_k y_{2k} + \theta_k^2\left(y_{1k} - y_{2k} + y_{3k}\right) \end{aligned} \tag{16}$$

dont il est simple d'évaluer les bornes. La figure 2a indique l'évolution au cours du temps des trois mesures (avec bruit important) ; deux défauts affectent le premier capteur des instants 30 à 50 et le deuxième des instants 90 à 125. La figure 2b indique l'évolution du paramètre θ. La figure 2c indique l'évolution de l'enveloppe du vecteur parité.

L'indicateur de détection (fig. 2d) utilise une fonction de I_k (10) prenant respectivement les valeurs 0 et 1 en cas de cohérence et d'incohérence :

$$J_k = \frac{1 + I_k}{2}$$

Les traits en pointillés rappellent les instants de présence des défauts ; l'indicateur reflète donc très correctement cette situation, mais de nombreuses fausses alarmes, dues à la présence des bruits e_k, polluent les résultats. Elles peuvent facilement être supprimées en introduisant un filtrage et une condition de persistance de la détection [8]. Le filtre utilisé est un filtre "ébarbeur" remplaçant les valeurs les plus éloignées de la médiane d'une série de 6 (ce nombre étant à adapter) valeurs d'une fenêtre glissante par les valeurs les plus proches (fig. 2e). La persistance consiste à ne considérer comme valide un changement d'état de la cohérence des mesures que si le nouvel état perdure sur un horizon temporel d'au moins 6 pas d'échantillonnage (cette valeur étant à adapter). Les figures 2f et 2g visualisent l'effet de la condition de persistance à la valeur 1 puis à la valeur 0. La procédure de "robustification" donne alors satisfaction à un léger décalage temporel près de la détection d'incohérence.

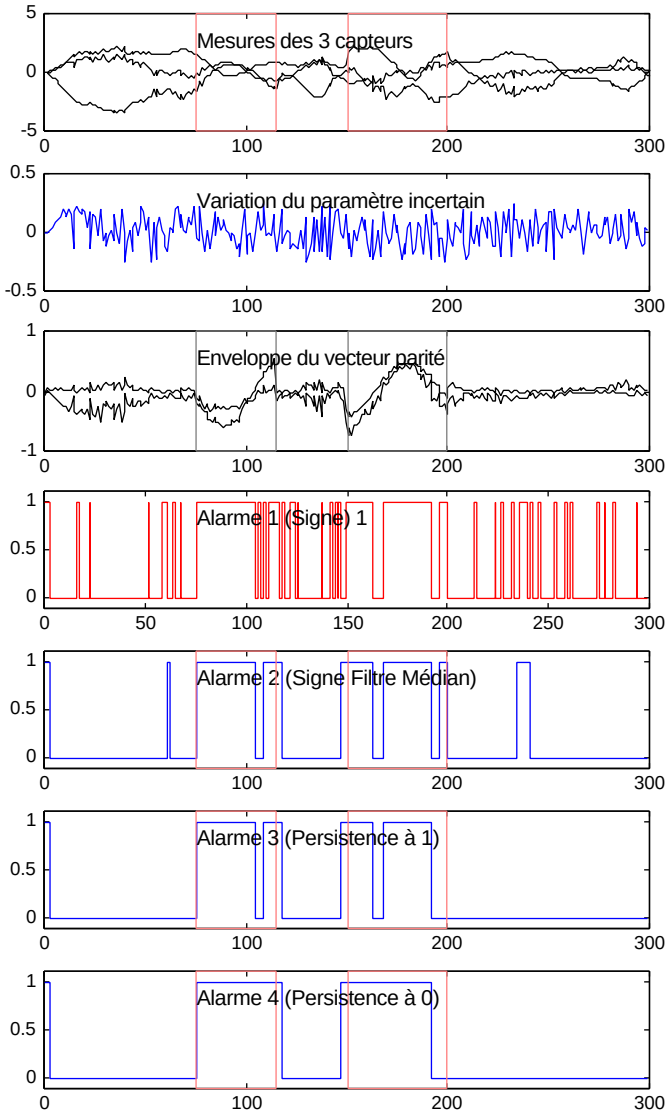

FIG. 2 (a, b, c, d, e, f, g) : résultats de simulation

7. Conclusion

La technique présentée constitue une alternative intéressante à la technique classique de validation de données utilisant le principe de la minimisation de la fonction de vraisemblance associée à la distribution des erreurs de mesure. Elle nécessite très peu d'hypothèses théoriques quant à sa mise en œuvre et se base essentiellement sur des connaissances semi-empiriques relatives aux intervalles définissant les paramètres du système.

D'un point de vue théorique, il reste sans doute quelques compléments à apporter à cette présentation et en particulier sur l'évaluation complète des performances de la méthode.

Au titre des extensions, il est envisageable de prendre en compte plusieurs incertitudes paramétriques.

Références

[1] O. Adrot. Diagnostic à base de modèles incertains utilisant l'analyse par intervalles : l'approche bornante. Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, 2000.

[2] O. Adrot, D. Maquin, J. Ragot. Diagnosis of an uncertain static system. 39th IEEE Conference on Decision and Control, Darling Harbour, Australia, December 12-15, 2000.

[3] C.M. Crowe. Data reconciliation-progress and challenges. Journal of Process Control, 6 (2,3), p. 89-98, 1996.

[4] F.R. Gantmacher. *The theory of matrices*. Chelsea, New-York, 1977.

[5] J.J. Gertler. Analytical redundancy methods in fault detection and isolation. IFAC Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Process, Baden-Baden, Germany, September 10-13, 1991.

[6] H. Janati-Idrissi. Residual generation for uncertain models. 40th IEEE Conference on Decision and Control, Orlando, Florida, USA, December 4-7, 2001 (en soumission).

[7] H. Janati-Idrissi, O. Adrot, D. Maquin. Recherche du vecteur parité pour un système statique incertain. Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA'2000, Lille, France, 5-8 juillet 2000.

[8] D. Maquin, J. Ragot. *Diagnostic des systèmes linéaires*. Collection pédagogique d'automatique, Hermès Science Publications, 2000.

[9] J.E. Potter, M.C. Suman. Thresholdless redundancy management with arrays of skewed instruments. Electronic flight control systems, Agardograph 224, p. 2115-2121, 1977.

[10] J. Ragot, D. Maquin. Génération d'indicateurs de défauts à base d'observateurs. In *Automatique et statistiques pour le diagnostic*, coordinateur : Bernard Dubuisson, chapitre 2, 35 p. Traité Information, Commande, Communication, IC2, Hermès, Paris, 2001.

[11] M. Staroswiecki, M. Hamad. Validation of measurements and detection of sensors failures in control systems. Signal processing III : theory and applications. I.T. Young editor, Elsevier, 1986.