



HAL
open science

Minimisation des retards dans le séquençage des véhicules sur une ligne d'assemblage multi modèles

Karim Aroui, Gülgün Alpan, Yannick Frein

► **To cite this version:**

Karim Aroui, Gülgün Alpan, Yannick Frein. Minimisation des retards dans le séquençage des véhicules sur une ligne d'assemblage multi modèles. *Journal Européen des Systèmes Automatisés (JESA)*, 2013, 47 (4-8/2013), pp.635-656. hal-00975016

HAL Id: hal-00975016

<https://hal.science/hal-00975016>

Submitted on 9 Apr 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Minimisation des retards dans le séquençement des véhicules sur une ligne d'assemblage multi modèles

K. Aroui¹, G. Alpan¹, Y. Frein¹

1. CNRS, G-SCOP UMR5272, Grenoble INP/ UJF-Grenoble 1
46, Avenue Félix Viallet, 38031 Grenoble Cedex 1

RESUME. Dans cet article, nous considérons le problème du séquençement sur une ligne d'assemblage à transport continu de véhicules industriels. Pour équilibrer au mieux la charge dynamique, nous proposons de minimiser les retards. Nous proposons une formalisation par un modèle de type programmation linéaire. Un modèle monoposte est présenté puis une généralisation sur le cas multipostes est proposée. Le modèle est testé sur des instances du cas d'étude de l'usine de montage de Renault Trucks à Bourg en Bresse et une étude expérimentale des facteurs de complexité est développée.

ABSTRACT. In this study, we present a formulation for the Mixed model sequencing problem with workload minimization for production lines with serial workstations. The objective is to minimize the sum of the delays accumulated at the end of a production day. Two models which are based on integer linear programming are proposed: the first one considers a single workstation while the second model extends the first one to multi-workstation case. The models are tested on industrial data from the Renault Trucks assembly plant in Bourg en Bresse. Finally, an experimental study on the complexity factors is presented, together with some characteristics of the optimal solution observed during the numerical experiments.

MOTS-CLES : Séquençement ; Ligne d'assemblage multi modèles ; Surcharge de travail ; Programmation linéaire.

KEYWORDS: Sequencing; Mixed-Model Assembly Line; Work overload; Linear programming.

1. Introduction

Les exigences des systèmes de production ont changé de façon spectaculaire notamment en raison de la nécessité de fabriquer une très grande variété de produits. À l'origine, en utilisant les lignes d'assemblage à modèle unique, les entreprises manufacturières ont pu produire efficacement de grandes quantités d'un même produit. De nos jours, la diversification de la demande des clients a nécessité l'invention de plus en plus de méthodes modernes de fabrication. La ligne d'assemblage multi modèles (Mixed-Model Assembly Line : MMAL) est connue pour être un cas particulier de lignes de production où différentes variétés de produits à base commune sont inter-mélangées pour être assemblées sur une même ligne (Monden, 1983). La notion de MMAL est largement utilisée, de la fabrication des produits électroniques à l'industrie automobile, pour faire correspondre la production à l'évolution des exigences des clients tout en gardant de petites tailles de stock. Sur une telle ligne le plus souvent les produits sont transportés sur un convoyeur et les opérateurs se déplacent le long de la chaîne tout en travaillant sur un produit.

De nombreux travaux de recherche se sont focalisés sur le problème du séquençement des produits dans des environnements MMAL où l'équilibrage statique des charges a déjà été réalisé. L'équilibrage statique de la ligne se formule principalement comme un problème d'affectation de tâches à des postes dans lequel on cherche soit à minimiser le nombre de postes sous contrainte du respect du temps de cycle requis par la charge de chaque poste, soit à minimiser le temps de cycle pour un nombre de postes donné. Le séquençement, quant à lui, est le problème de la détermination de l'ordre dans lequel les modèles doivent être introduits dans la chaîne de montage tout en respectant les contraintes engendrées par l'équilibrage de la ligne (Boysen *et al.*, 2009). Le problème qui nous concerne dans ce travail est celui du séquençement. Dans la littérature deux principaux objectifs ont été examinés: le lissage de la consommation des pièces (Monden, 1983 ; Miltenburg, 1989 ; Bautista *et al.*, 1996 ; Boysen *et al.*, 2009), et la minimisation de la surcharge de travail (Yano et Bolat, 1989 ; Xiabo et Ohno, 1997 ; Bautista et Cano, 2008). Quelques auteurs ont considéré les deux critères simultanément (Aigbedo et Monden, 1997 ; Kotani *et al.*, 2004). Mosadegh *et al.* (2012) résolvent à la fois l'équilibrage des charges et le séquençement avec des temps opératoires dépendants des postes.

Ces objectifs ont été repris dans trois approches du séquençement données dans Boysen *et al.* (2009) :

1. Lissage de la charge de travail : le but est de minimiser la surcharge de travail basé sur un ordonnancement détaillé (temps opératoires) ;

2. Car sequencing : ces problèmes tentent de minimiser la surcharge de travail de manière implicite. Ceci passe par la minimisation du nombre de violations d'un ensemble de règles de séquençement : contraintes d'espacement et de succession (Boysen et Fliedner, 2006 ; Golle *et al.*, 2010) ;

3. Lissage de la consommation des composants : ces problèmes se concentrent sur le lissage de la production et de la consommation des composants.

La plupart des travaux, notamment ceux développés dans le contexte automobile, considère l'approche dite car sequencing. Malgré de sa popularité, cette approche

présente certains inconvénients: tout d'abord les règles de séquençement sont pas trivial à définir. Et d'autre part le respect de ces règles peut entraîner une surcharge de travail inattendu sur la ligne d'assemblage, parce qu'elles ne parviennent pas à saisir la vraie surcharge de travail à minimiser (Lesert et al., 2011). Dans ce travail, notre étude relève de la première approche et se concentre sur le problème du séquençement sur une ligne d'assemblage multi modèles avec minimisation de la surcharge de travail (MMSP-W). Cette approche a été peu développée ; on trouve néanmoins quelques travaux dans Bolat (1997), Bolat et Yano (1992a, 1992b), Yano et Rachamadugu (1991), Bautista et Cano (2008, 2011), Scholl et al. (1998) et Bautista et al. (2012), entre autres.

Yano et Rachamadugu (1991) ont considéré un cas avec un seul poste et deux types de produits et ont proposé une procédure qui permet d'obtenir une solution optimale lorsque certaines conditions sont remplies. Ensuite, ils ont étendu la procédure pour k postes et deux types de produits.

Toujours dans le cas d'un seul poste et deux types de produits, Bolat et Yano (1992b) donnent quatre procédures pour minimiser la surcharge de travail. Deux d'entre elles sont basées sur les règles d'espacement. Les deux autres procédures sont coûteuses en termes de temps de calculs. Des solutions optimales peuvent être obtenues avec ces procédures en fonction de la charge des postes et certaines conditions sur les valeurs des paramètres.

Des méthodes exactes, comme le Branch and Bound, ont été utilisées pour résoudre le problème non seulement avec les critères d'optimisation de charge (Xiaobo et Ohno, 1997), mais aussi avec des critères de lissage de la consommation de pièces (Korkmaz et Meral, 2001). Néanmoins, les temps de calcul ne sont acceptables que pour les petites instances.

Dans Bautista et Cano (2011), les auteurs ont pris en compte les liens entre les postes pour la minimisation des retards (les tâches sur un poste ne peuvent commencer que si le poste antérieur a fini ces tâches). Le problème est résolu grâce à une heuristique basée sur le Bounded Dynamic Programming qui combine des caractéristiques de la programmation dynamique (déterminer le plus court chemin dans un graphe) avec des fonctions de Branch and Bound (la recherche d'une borne de la solution optimale du problème).

Dans plusieurs articles, comme dans Bautista et Cano (2008 ; 2011), le retard est calculé par rapport à la limite du poste de travail et non pas par rapport au temps de cycle sachant que la zone attribuée au poste est plus grande que le temps de cycle. Dans ce cas, des produits dont le temps opératoire est plus grand que le temps de cycle n'engendrent pas forcément des retards. Dans Bautista *et al.* (2012), si un produit atteint la limite du poste, ces tâches sont considérées comme inachevées et seront finies dans d'autres postes.

Notre recherche se concentre sur une étude de cas du centre de montage de camion Renault Trucks à Bourg-en-Bresse. Une des spécificités de l'industrie du camion est que tous les types de camions sont assemblés sur la même ligne. Les camions qui passent sur la même ligne peuvent donc être très différents. Ils peuvent nécessiter des ressources et composants différents et peuvent donc nécessiter des temps opératoires différents. La séquence des produits est par conséquent importante dans l'industrie du camion et doit être prise en considération.

Ce travail est motivé par l'étude de cas qui nécessite l'adaptation des approches et modèles parus dans la littérature pour prendre en compte notamment la grande

diversité des camions (les modèles supposant 2 types de produits sont par exemple totalement inopérants dans notre cas). De plus dans notre terrain d'étude les postes de travail sont indépendants ce qui n'est pas pris en compte dans les travaux précédents.

Cet article s'organise comme suit : dans la section 2, on décrit le problème et on cite les hypothèses prises en compte. Dans la section 3, la formulation en programmation linéaire du problème à un seul poste de travail est proposée. Les résultats des tests liés à cette formulation sont abordés dans la section 4. L'extension de la formulation à plusieurs postes est décrite dans la section 5 et ses résultats sont présentés dans la section 6.

2. Description du problème

Les caractéristiques de la ligne d'assemblage et les hypothèses prises en compte dans la résolution du problème sont :

- l'équilibrage statique de la ligne de montage a déjà été fait. Toutes les tâches sont affectées aux différents postes de travail de la ligne ;
- les produits se déplacent sur la chaîne à une vitesse constante. Il n'y a pas de stocks tampons entre les postes de travail ;
- les produits nécessitent une quantité spécifique de travail (tâches ayant des temps opératoires) à chaque poste. Les temps opératoires sont déterministes. Le temps de réglage et le temps requis par les opérateurs pour revenir au début du poste après la fin d'une tâche sur un produit sont inclus dans le temps opératoires.

À chaque poste, l'opérateur réalise ses opérations sur les produits lors de leur passage sur la chaîne (dans certains postes, il peut y avoir plusieurs opérateurs qui travaillent en parallèle et peuvent donc être considérés comme indépendants). Lorsqu'il finit ses opérations sur un produit, il peut commencer les opérations sur le produit suivant s'il est déjà entré dans son poste sinon il attend jusqu'à ce que le produit soit disponible. La longueur de chaque poste de travail correspond au temps de cycle (intervalle de temps entre le lancement de deux produits consécutifs sur la chaîne de montage).

Comme la ligne d'assemblage est une ligne tractée, un arrêt de ligne (notamment à cause d'une surcharge de travail sur un seul poste de travail) arrêtera tous les postes de la ligne d'assemblage ce qui engendre un coût important. A titre d'exemple, avec la cadence actuelle, une minute d'arrêt de ligne coûte 476 euros.

Le but du séquençement chez Renault Trucks est de diminuer les risques d'arrêt de ligne, mais aussi les risques de non-qualité et les risques liés à l'ergonomie.

En effet, quand l'opérateur a un produit dont le temps de fabrication dépasse le temps de cycle, il va devoir se précipiter pour le finir avant la fin de son poste. Dans le cas où plusieurs produits de ce type se succèdent, l'opérateur sera dans une situation difficile : stress, fatigue, mauvaises postures vu le manque de temps, erreurs dans le montage (défaut qualité). Enfin, quand cette situation devient récurrente, l'opérateur demandera l'aide d'un opérateur polyvalent. Le but est d'en utiliser le moins possible.

On ne modélisera pas l'aide de l'opérateur polyvalent ni l'accélération de l'opérateur, mais notre modélisation représente les retards qu'aurait l'opérateur sans accélération de sa part ou d'aide d'un polyvalent, sachant que l'objectif est de les minimiser.

Les différents postes de travail de la ligne de montage n'ont pas les mêmes moyens techniques donc quand un opérateur subit un retard sur un produit, il ne peut pas finir ces opérations dans le poste suivant. Donc à nouveau le retard calculé n'est pas un retard réel mais la modélisation des situations à éviter.

L'exemple suivant illustre ces hypothèses à l'aide du séquençement de cinq produits sur un poste de travail. Les temps opératoires de chaque produit sont donnés dans le tableau 1, le temps de cycle étant de 5 unités de temps.

Tableau 1. Temps opératoires de l'exemple

Produits	m1	m2	m3	m4	m5
Temps	5	6	4	3	3

La figure 1 montre le diagramme de Gantt de la production des produits dans l'ordre $m4$, $m2$, $m1$, $m5$ puis $m3$. Nous pouvons remarquer que le retard provoqué par $m2$ n'est pas considéré comme une opération inachevée, mais répercuté sur le début des opérations pour le produit $m1$ qui finit donc aussi en retard. Pour commencer les opérations sur le produit $m3$, l'opérateur ne peut pas aller au-delà de la limite de début de poste et doit attendre que le produit soit disponible dans sa zone : un temps d'inactivité (repos) se produit.

Le critère d'optimisation considéré dans notre modélisation est la minimisation du total des retards (carreaux grisés dans la figure 1).

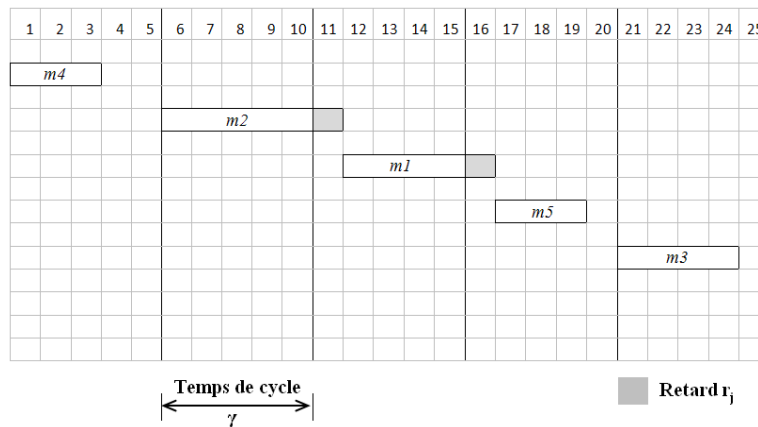


Figure 1. Diagramme de Gantt de l'exemple

3. Formulation du problème à un poste

Dans cette section, nous présentons la modélisation sur un seul poste de travail.

Données:

- n nombre des produits à séquencer
- γ temps de cycle
- i indice sur les produits
- j indice sur les positions
- t_i temps opératoire du produit i
- d_i retard ou repos pour le produit $i : d_i = t_i - \gamma$

Variables:

- x_{ij} 1 si le produit i est affecté à la position j , 0 sinon
- c_j retard ou repos cumulé à la position j
- r_j retard cumulé à la position $j : r_j = \max(0, c_j)$ et $r_0 = 0$

$$\text{Min} \sum_{j=1}^n r_j$$

Sous contraintes :

$$c_j = r_{j-1} + \sum_{i=1}^n d_i x_{ij} \quad \forall j \quad (1)$$

$$r_j \geq 0 \quad \forall j \quad (2)$$

$$r_j \geq c_j \quad \forall j \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j \quad (5)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \forall j \quad (6)$$

$$c_j, r_j \in \mathbb{R} \quad \forall j \quad (7)$$

La fonction objectif minimise la somme des retards sur le poste de travail. Les contraintes (1) calculent le retard ou le repos sur le poste de travail pour les produits pour toute position j . Les contraintes (2) et (3) calculent les variables r_j . Les contraintes (4) et (5) assurent respectivement que chaque produit a été affecté à une seule position et qu'un seul produit a été attribué à chaque position.

Tableau 2. Valeurs des variables de l'exemple

Variables Séquencement	$\sum_{i=1}^n d_i x_{ij}$	c_j	r_j
<i>m4</i>	-2	-2	0
<i>m2</i>	1	1	1
<i>m1</i>	0	1	1
<i>m5</i>	-2	-1	0
<i>m3</i>	-1	-1	0

Le tableau 2 permet d'illustrer la signification des variables c_j et r_j . Il présente les valeurs de ces deux variables pour l'exemple cité dans la section 2.

4. Résultats et observations pour le modèle à un poste

Nous avons réalisé deux groupes de tests. L'objectif du premier groupe de tests est de valider le modèle monoposte. A cette fin, nous avons utilisé des données industrielles. Les tests et les observations sont discutés dans la section 4.1. Le deuxième groupe de tests a pour objectif d'identifier les facteurs de complexité sous-jacents au problème étudié. La section 4.2 présente ces tests. Enfin, ces tests nous ont permis de donner quelques caractéristiques de la solution optimale qui seront discutées dans la section 4.3.

Les tests ont été faits sur IBM ILOG CPLEX Optimization Studio V12.5 tournant sur un PC Dell avec Intel Core i5 avec 2.50 GHz et 4 GB de RAM, Windows 7 étant le système d'exploitation.

4.1. Tests sur des données industrielles

Le premier groupe de tests utilise des données réelles issues du centre de montage de camions de Renault Trucks à Bourg en Bresse. Six postes de travail avec différents taux de charges ont été testés pour une journée de production donnée. Ces postes de travail appartiennent à une ligne d'assemblage qui fabrique 43 camions par équipe (cadence de la journée testée), le temps de cycle étant de 10 minutes.

Tableau 3. Tests sur les données industrielles

Instances	taux de charge	nombre de produits	Temps de calcul (sec)
1	82.3%	43	228
2	79%	43	1.29
3	91.6%	43	0.5
4	90.3%	43	3
5	97.7%	43	0.9
6	69.1%	43	19

La procédure utilisée actuellement (respect de contraintes d'espace et de succession) prend en compte des contraintes liées à plusieurs postes de travail de la ligne d'assemblage. On ne peut pas donc faire une comparaison avec les résultats de la procédure actuelle. Néanmoins, ces tests nous permettent de valider le modèle monoposte.

4.2. Analyse de la complexité et observations

Le problème de séquençement des véhicules est NP-difficile (Yano et Rachamadugu, 1991 ; Tsai, 1995 ; Scholl et al., 1998 ; Kotani et al., 2004). L'observation des résultats des tests (cf. tableau 3) montre que la complexité du modèle proposé est probablement liée à plusieurs facteurs. Dans cette section, nous étudions l'impact du nombre de produits à séquencer et du nombre de modèles (un modèle regroupe les produits qui ont les mêmes temps opératoires).

Nous avons généré aléatoirement des données pour trois nombres de produits différents (43, 30 et 20 produits) et pour chacun des nombres de modèles suivant : 31, 16, 11 et 6 modèles. Pour chaque configuration (nombre de modèles / nombre de produits), nous avons généré 20 tests. Nous arrêtons le calcul au bout de 10 minutes et nous notons le nombre de tests qui convergent pendant cette limite de temps. Les résultats sont donnés dans le tableau 4.

Tableau 4. Résultats des tests de complexité du modèle mono poste

nombre de modèles / nombre de produits	31 modèles	16 modèles	11 modèles	6 modèles
43 produits	0/20	0/20	4/20	8/20
30 produits	2/20	2/20	8/20	18/20
20 produits	17/20	19/20	20/20	20/20

Nous constatons que le nombre de tests qui convergent en moins de 10 minutes augmente en diminuant le nombre de produits et le nombre de modèles.

Le nombre de modèles et le nombre de produits sont des facteurs de complexité pour le modèle monoposte.

4.3. Caractérisation de la solution optimale

L'observation des résultats nous a permis de trouver quelques caractéristiques de la solution optimale.

La solution optimale est bien sûr une succession de sous-séquences de produits dont les temps opératoires sont inférieurs au temps de cycle et de sous-séquences de produits dont les temps opératoires sont supérieurs au temps de cycle. Nous allons donner ci-après trois propriétés que nous avons observées dans la solution optimale :

- Dans une sous-séquence de produits ayant des temps opératoires supérieurs au temps de cycle, ces produits sont classés dans l'ordre croissant de leurs temps opératoires (voir démonstration dans l'annexe).

- Dans une sous-séquence de produits ayant des temps opératoires inférieurs au temps de cycle, ces produits sont classés dans l'ordre croissant de leurs temps opératoires (voir démonstration dans l'annexe).

- Pour les produits ayant des temps opératoires identiques, leurs ordres entre eux ne changent pas la valeur de la fonction objective. Par conséquent, ces produits sont interchangeables dans la séquence

Ces propriétés pourront être utilisées dans une approche de type programmation dynamique.

5. Formulation du problème à plusieurs postes

Dans cette section, nous présentons la modélisation sur plusieurs postes du problème du séquençage sur une ligne d'assemblage multi modèles pour la minimisation des retards. Comme la ligne est tractée, l'ordre de passages des produits sera le même pour tous les postes.

En plus des notations données dans la formulation du problème à un seul poste, celle du problème à plusieurs postes a les notations suivantes :

Données :

- T nombre de postes
 p indice des postes
 t_{ip} temps opératoire du produit i au poste p
 d_{ip} retard ou repos pour le produit i au poste p : $d_{ip} = t_{ip} - \gamma$

Variables :

- x_{ij} 1 si le produit i est affecté à la position j , 0 sinon
 c_{jp} retard ou repos cumulé au poste p à la position j
 r_{jp} retard cumulé au poste p à la position j

$$\text{Min} \sum_{p=1}^T \sum_{j=1}^n r_{jp}$$

Sous contraintes :

$$c_{jp} = r_{j-1,p} + \sum_{i=1}^n d_{ip} x_{ij} \quad \forall j \forall p \quad (8)$$

$$r_{jp} \geq 0 \quad \forall j \forall p \quad (9)$$

$$r_{jp} \geq c_{jp} \quad \forall j \forall p \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall j \quad (12)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \forall j \quad (13)$$

$$c_{jp}, r_{jp} \in \mathbb{R} \quad \forall j \forall p \quad (14)$$

6. Résultats et observations pour le modèle multipostes

Trois types de tests ont été effectués : des tests pour déterminer les facteurs de complexité du modèle étudié, des tests pour étudier l'évolution de la solution avec le temps de calcul et des tests pour comparer les résultats du modèle avec la procédure actuelle.

6.1. Analyse de la complexité

Dans cette partie nous allons essayer de déterminer expérimentalement les facteurs de complexité du modèle proposé. Pour ceci, nous avons considéré un cas de base issu des données réelles (Renault Trucks) avec 4 postes de travail, 20 produits et 5 modèles. Le cas de base est présenté dans le tableau 7 (retards par véhicule par poste).

Des premiers tests ont montré que les paramètres susceptibles d'être des facteurs de complexité sont le nombre de produits et le taux de charge mais aussi le nombre de modèles et bien sûr le nombre de postes. Pour tester plus précisément l'effet de chaque paramètre, nous augmentons progressivement sa valeur en fixant les autres paramètres. Les données de ces tests sont générées aléatoirement à partir du cas de base (voir la procédure de génération des données dans l'annexe 2).

Tableau 7. Données du cas de base

Véhicules	Poste 1	Poste 2	Poste 3	Poste 4	Modèles
V1 à V3	0,3	0,1	-2,2	-1,1	m1
V4 à V8	0,1	1,3	-1,6	-0,7	m2
V9 à V13	-0,5	0,3	-2,1	-1,1	m3
V14 à V17	-1,1	-2,4	-3,1	1	m4
V18 à V20	-1,1	-2,4	2	-1	m5
Intervalle	[-1.1, 0.3]	[-2.4, 1.3]	[-3.1, 2]	[-1.1, 1]	
Taux de charge	95,9%,	96,1%,	85,8%	94,9%	

Dans le tableau 8 nous testons l'effet du taux de charge sur le temps de calcul. Nous avons généré aléatoirement des données qui permettent d'augmenter le taux de charge de chaque poste de 1% à chaque test. Le taux de charge indiqué dans chaque ligne du tableau 8 correspond au taux de charge moyen des 4 postes étudiés.

On n'observe pas d'évolution claire du temps de de calcul en fonction du taux de charge.

Tableau 8. Effet du taux de charge

Taux de charge	Temps de calcul (sec)
92,5%	161
93,6%	30
94,6%	13
95,6%	144
96,6%	17

Dans le tableau 9, nous varions le nombre de postes (de 4 à 9) tout en gardant les autres paramètres constants.

Tableau 9. Effet du nombre de postes à séquencer

Nombre de postes	Temps de calcul (sec)
4	161
6	445
8	1164.5
9	279

On n'observe pas d'évolution claire du temps de de calcul en fonction du nombre de postes de travail.

Dans le tableau 10, nous augmentons le nombre de produits à séquencer et nous notons le temps de calcul pour chaque cas. On arrête Cplex au bout de deux heures de calcul. Les valeurs du temps de calcul avec une étoile (*) correspondent à cette situation.

Tableau 10. Effet du nombre de produits à séquencer

Nombre de produits	Temps de calcul (sec)
20	161
22	34
33	7200*
40	7200*

Nous remarquons une baisse du temps de calcul malgré l'augmentation du nombre de produits entre la première et la deuxième ligne. Donc il n'y a pas d'évolution claire du temps de calcul en fonction du nombre de produits.

Dans le tableau 11, nous augmentons le nombre de modèles tout en gardant les autres paramètres constants. Nous n'observons pas d'évolution claire du temps de de calcul en fonction du nombre de modèles.

Tableau 11. Effet du nombre de modèles

Nombre de modèles	Temps de calcul (sec)
5	161
6	5.9
7	25.1
8	65
10	135
12	7200*

L'étude expérimentale des facteurs de complexité montre qu'il y a d'autres paramètres qui peuvent constituer des facteurs de complexité puisque le temps de calcul n'a pas d'évolution claire en fonction des paramètres considérés.

Pour confirmer ceci, nous avons généré plusieurs jeux de données avec des valeurs identiques pour les paramètres considérés (nombre de postes, nombre de produits, taux de charge et nombre de modèle et en gardant les mêmes intervalles de temps). Ils sont présentés dans le tableau 12. Ceci montre qu'avec les mêmes paramètres fixés, nous trouvons différents temps de calcul.

Tableau 12. Différents tests avec les paramètres du cas de base

Instances	Temps de calcul (sec)
1	161
2	166
3	96.8
4	1376

La distribution des temps opératoires et la corrélation entre les postes pourraient être parmi les paramètres influant la complexité mais ils sont difficiles à cerner par une étude expérimentale. Des résultats préliminaires (instances avec deux postes de travail) de l'effet de la corrélation sur le temps de calcul sont donnés dans le tableau 13.

Tableau 13. Effet de la corrélation entre les postes

Corrélation	-0,569	-0,023	0,350	0,398
Temps de calcul (sec)	175	89	148	65.4

6.2. Evolution de la solution avec le temps de calcul

Les tests réalisés dans la section précédente montrent que pour un cas réel de production, la méthode nécessite un temps de calcul important pour trouver la séquence optimale. Dans cette partie, nous observons la valeur de la solution trouvée

par CPLEX en fonction du temps de calcul. Le tableau 14 présente les résultats des 3 tests effectués. Les tests correspondent à des cas ayant 4 postes et 20 produits, 5 modèles pour les deux premiers tests et 8 modèles pour le dernier.

Tableau 14. Evolution de la solution en fonction du temps de calcul

Instances	Temps de calcul (sec)			
	2	10	20	temps de la solution optimale
1	23.8	23.6	23.6	23.6 (1373s)
2	17	16	16	16 (136s)
3	5.6	5.5	5.5	5.5 (311s)

Le dernier temps dans le tableau correspond au temps de calcul au bout duquel la solution optimale est trouvée. Ces temps de calcul sont indiqués entre parenthèse après chaque solution optimale. On observe que la valeur de la fonction objectif converge très rapidement vers la solution optimale, et CPLEX nécessite un temps élevé pour prouver cette convergence. Cette observation nous donne l'espoir que notre modèle peut donner des résultats intéressants pour le cas industriel, même si nous ne pouvons pas garantir l'optimalité pour ces grandes instances.

6.3. Comparaison avec la solution actuelle

Nous avons testé le modèle multipostes avec des données d'entrées issue du cas d'étude (Renault Trucks). Ce test correspond à 77 postes et 61 véhicules (ce qui correspond à une journée de travail pour la cadence utilisée au moment de l'écriture de cet article). La procédure de séquençement utilisé actuellement chez Renault Trucks est celle du car sequencing (respect des contraintes d'espacement et de succession).

Le tableau 15 présente le gain apporté au fil du temps par les solutions trouvées par CPLEX en comparaison avec les solutions données par la procédure actuelle.

Tableau 15. Comparaison du modèle multipostes avec la procédure actuelle

Temps de calcul (sec)	60	200	400	2000	4000	6000	7200*
Instance 1 - Gain (%)	5.3%	21.3%	29.6%	30.4%	36.6%	36.7%	36.8%
Instance 2 - Gain (%)	7 %	23.1%	32.2%	32.2%	32.2%	38.2%	38.3%
Instance 3 - Gain (%)	12.9%	28.3%	28.6%	31.7%	35.1%	35.9%	36%
Instance 4 - Gain (%)	11%	25.1%	36.5%	36,7%	37%	40%	43.9%

Au bout de 60 secondes de calcul, la solution trouvée est meilleure que la solution donnée par la procédure actuelle (gain de 9.05% en moyenne). Le gain augmente jusqu'au 31,7% au bout de 400 secondes (environ 7 minutes). Nous avons arrêté CPLEX au bout de deux heures de calcul. Le gain moyen apporté est de 38.75%.

7. Conclusion

Dans cet article, nous avons traité le problème de séquençement de véhicules industriels sur une ligne d'assemblage multi-modèles à transport continu. Le critère d'optimisation pris en compte est la minimisation des retards.

Nous avons proposé une modélisation en programmation linéaire, d'abord à un seul poste, puis à plusieurs postes. Ces modèles prennent en compte les contraintes spécifiques du cas d'étude (centre de montage Renault Trucks de Bourg en Bresse) tel que l'indépendance entre les postes de travail. L'originalité de notre travail se présente aussi dans la prise en compte des temps opératoires pour séquencer finement les lignes d'assemblage et non pas en se basant sur les contraintes d'espacement et de succession avec lesquelles on perd beaucoup de précision.

La performance des modèles a été évaluée en utilisant des données provenant du cas d'étude et nous avons étudié les facteurs de complexité du modèle. En particulier, nous avons comparé les résultats obtenus par notre approche avec la séquence obtenue par la procédure actuelle. La comparaison montre que nous pouvons réduire le temps total de retard par 9.05% et par 31,7% grâce aux séquences trouvées au bout de 60 et de 400 secondes, respectivement.

Le problème est considéré comme NP-difficile (Yano et Rachamadugu, 1991 ; Tsai, 1995 ; Scholl *et al.* , 1998 ;Kotani *et al.* , 2004). Nous avons étudié les facteurs de complexité du modèle. Pour le cas d'un seul poste, nous avons démontré les impacts de nombre de produits et du nombre de modèle sur la complexité du modèle. Pour le cas multipostes, ces facteurs sont difficiles à cerner.

Et enfin, les observations faites sur les caractéristiques de la solution optimale peuvent laisser espérer trouver des solutions approchées efficaces. Nous avons constaté en particulier que la séquence arrive à un point de régénération (quand $r_j = 0$). Cette caractéristique peut permettre de découper le problème en plusieurs sous-problèmes indépendants. La programmation dynamique sera une piste intéressante à explorer.

Remerciements

Les auteurs ont apprécié la collaboration du centre de montage Renault Trucks de Bourg en Bresse. Ce travail a été financé par le fond interministériel dans le cadre du projet OPTIFLUX +. Nous remercions les organismes financeurs.

Références

- Aigbedo H. et Monden Y. (1997) A parametric procedure for multicriterion sequence scheduling for just-in-time mixed-model assembly lines. *International Journal of Production Research*, vol. 35, pp. 2543-2564.
- Bautista J., Cano A. et Alfaro R. (2012) Modeling and solving a variant of the mixed-model sequencing problem with work overload minimisation and regularity constraints. An application in Nissan's Barcelona Plant. *Expert systems with applications*, vol. 39, pp. 11001-11010.
- Bautista J. et Cano J. (2008) Minimizing work overload in mixed-model assembly lines. *International Journal of Production Economics*, vol. 112/1, pp. 177-191.

- Bautista J. et Cano J. (2011) Solving mixed model sequencing problem in assembly lines with serial workstations with work overload minimization and interruption rules. *European Journal of Operational Research*, vol. 210 pp 495-513.
- Bautista J., Companys R. et Corominas A. (1996) Heuristics and exact algorithms for solving the Monden problem. *European Journal of Operational Research*, vol. 88, pp. 101-113.
- Bolat A. (1997) Stochastic procedures for scheduling minimum job sets on mixed model assembly lines. *Journal of Operational Research Society*, vol. 48, pp. 490-501.
- Bolat A. et Yano C. (1992a) A surrogate objective for utility work in paced assembly lines. *Production Planning & Control*, vol. 3, pp. 406-412.
- Bolat A. et Yano C. (1992b) Scheduling algorithms to minimize utility work at a single station on a paced assembly line. *Production Planning & Control*, vol. 3, pp. 393-405.
- Boysen N. et Flidner M. (2006) Comments on “Solving real car sequencing problems with ant colony optimization. *European Journal of Operational Research*, vol. 182, pp 466-468.
- Boysen N., Flidner M. et Scholl A. (2009) Sequencing mixed-model assembly lines: Survey, classification and model critique. *European Journal of Operational Research*, vol. 192/2, pp. 349-373.
- Golle U., Boysen N. et Rothlauf F. (2010) Analysis and design of sequencing rules for car sequencing. *European Journal of Operational Research*, vol. 206, pp 579-585.
- Kim S. et Jeong B. (2007) Product sequencing problem in Mixed-Model Assembly Line to minimize unfinished works. *Computers & Industrial Engineering*, vol. 53, pp. 206-214.
- Korkmaz T. et Meral S. (2001) Bicriteria sequencing methods for the mixed-model assembly line in just-in-time production systems. *European Journal of Operational Research*, vol. 131, pp. 188-207.
- Kotani S., Ito T. et Ohno K. (2004) Sequencing problem for a mixed-model assembly line in the Toyota production system. *International Journal of Production Research* vol. 42, pp. 4955-4974.
- Lesert, A., Alpan, G., Frein, Y., Noiré, S. (2011) Definition of spacing constraints for the car sequencing problem. *International Journal of Production Research* vol. 49 (4), pp. 963 – 994.
- Miltenburg J. (1989) Level schedules for mixed-model assembly lines in just-in-time productions systems. *Management Science*, vol. 35, pp. 192-207.
- Monden Y. *Toyota Production System*. Industrial Engineering and Management Press, Institute of Industrial Engineers, Atlanta, GA, 1983.
- Mosadegh H., Zandieh M. et Fatemi Ghomi S. (2012) Simultaneous solving of balancing and sequencing problems with station-dependent assembly times for mixed-model assembly lines, *Applied Soft Computing*, vol. 12, pp. 1359-1370.
- Okamura, K. et Yamashina, H. (1979) A heuristic algorithm for the assembly line modelmix sequencing problem to minimize the risk of stopping the conveyor, *International Journal of Production Research*, vol. 17, n°3, p233-247
- Scholl A., Klein R. et Domschke W. (1998) Pattern based vocabulary building for effectively sequencing mixed-model assembly lines. *Journal of Heuristics*, vol. 4, pp. 359-381.
- Tsai L.-H. (1995) Mixed-model sequencing to minimize utility work and the risk of conveyor stoppage. *Management Science*, vol.41, pp. 485-495.
- Xiaobo Z. et Ohno K. (1997) Algorithms for sequencing mixed models on an assembly line in a sit production system. *Computers and Industrial Engineering*, vol. 32, pp. 47–56.

- Xiaobo Z. et Ohno K. (2000) Properties of a sequencing problem for a mixed model assembly line with conveyor stoppages. *European Journal of Operational Research*, vol. 124, pp 560-570.
- Yano C.A. et Bolat A. (1989) Survey, development and applications of algorithms for sequencing paced assembly lines. *Journal of Manufacturing and Operations Management* vol. 2, pp. 172-198.
- Yano C.A. et Rachamadugu R. (1991) Sequencing to minimize work overload in assembly lines with product options. *Management Science*, vol. 37, pp. 572-586.

Annexes

Annexe 1. Caractéristiques de la solution optimale

Nous allons démontrer dans cette partie les caractéristiques de la solution optimale (citées dans la section IV)

A. Séquences de produits ayant des temps opératoires supérieurs au temps de cycle

Supposons qu'on ait deux modèles a et b à séquencer tels que $t_a > \gamma$ et $t_b > \gamma$. Notons r_{j-1} le retard cumulé jusqu'à la position $j-1$.

Les retards des modèles a et b sont:

$$d_a = t_a - \gamma \quad \text{et} \quad d_b = t_b - \gamma$$

On considère le cas : $t_a \leq t_b$ et donc $d_a \leq d_b$

1. Les modèles a et b sont attribués respectivement aux positions j et $j+1$ c'est-à-dire dans l'ordre croissant des temps opératoires.

Calculons le retard cumulé à chaque position :

$$R_j = \max(0, c_j) \text{ avec } c_j = r_{j-1} + d_a$$

Comme $r_{j-1} \geq 0$ et $d_a > 0$ alors $c_j \geq 0$

$$\Rightarrow r_j = c_j = r_{j-1} + d_a$$

De même, $r_{j+1} = c_{j+1} = r_j + d_b$

$$\text{Alors } r_{j+1} = r_{j-1} + d_a + d_b$$

La somme des retards (fonction objectif) est alors :

$$R(\text{croissant}) = r_j + r_{j+1} = 2 * r_{j-1} + 2 * d_a + d_b$$

2. Les modèles a et b sont attribués respectivement aux positions $j+1$ et j c'est-à-dire dans l'ordre décroissant des temps opératoires. On aboutit par un calcul similaire à :

$$R(\text{décroissant}) = r_j + r_{j+1} = 2 * r_{j-1} + 2 * d_b + d_a$$

Puisque $d_a \leq d_b$ on a $R(\text{croissant}) \leq R(\text{décroissant})$.

Le classement dans la solution optimale est donc l'ordre croissant des temps opératoires.

B. Séquences de produits ayant des temps opératoires inférieurs au temps de cycle

Supposons qu'on ait deux modèles a et b à séquencer aux positions j et $j+1$ tels que $t_a < t_b < \gamma$. Notons r_{j-1} le retard cumulé jusqu'à la position $j-1$.

Les repos des modèles a et b sont:

$$d_a = t_a - \gamma < 0 \quad \text{et} \quad d_b = t_b - \gamma < 0$$

1. On classe les produits dans l'ordre croissant des temps opératoires c'est-à-dire le modèle a à la position j et le modèle b à la position $j+1$.

Calculons le retard cumulé à chaque position :

$$r_j(\text{crois}) = \max(0, c_j) \text{ avec } c_j = r_{j-1} + d_a$$

$$\begin{aligned} r_{j+1}(\text{crois}) &= \max(0, c_{j+1}) = \max(0, r_j(\text{crois}) + d_b) \\ &= \max(0, \max(0, r_{j-1} + d_a) + d_b) \end{aligned}$$

2. On classe les produits dans l'ordre croissant des temps opératoire c'est-à-dire le modèle b à la position j et le modèle a à la position $j+1$.

$$r_j(\text{décr}) = \max(0, c_j) \text{ avec } c_j = r_{j-1} + d_b$$

$$\begin{aligned} r_{j+1}(\text{décr}) &= \max(0, c_{j+1}) = \max(0, r_j(\text{décr}) + d_a) \\ &= \max(0, \max(0, r_{j-1} + d_b) + d_a) \end{aligned}$$

Nous allons traiter tous les cas possibles et vérifier quel classement minimise la fonction objectif :

- Si $r_{j-1} + d_a > 0$:

$$\text{Alors } r_j(\text{crois}) = r_{j-1} + d_a \text{ et } r_{j+1}(\text{crois}) = \max(0, r_{j-1} + d_a + d_b)$$

▪ Si $r_{j-1} + d_a + d_b > 0$

$$R(\text{croissant}) = r_j(\text{crois}) + r_{j+1}(\text{crois}) = 2 * r_{j-1} + 2 * d_a + d_b$$

• Si $r_{j-1} + d_b > 0$

$$\text{alors } r_j(\text{décr}) = r_{j-1} + d_b$$

$$\text{et } r_{j+1}(\text{décr}) = \max(0, r_{j-1} + d_b + d_a) = r_{j-1} + d_b + d_a$$

$$R(\text{décroissant}) = r_j(\text{décr}) + r_{j+1}(\text{décr}) = 2 * r_{j-1} + d_a + 2 * d_b$$

$$d_b > d_a \text{ alors } R(\text{décroissant}) > R(\text{croissant})$$

• Si $r_{j-1} + d_b \leq 0$

Impossible car $r_{j-1} + d_b + d_a > 0$ et $d_a \leq 0$

▪ Si $r_{j-1} + d_a + d_b \leq 0$

alors $r_{j+1}(crois)=0$ et $R(croissant) = r_{j-1} + d_a$

- Si $r_{j-1} + d_b > 0$

alors $r_j(décr) = r_{j-1} + d_b$ et $r_{j+1}(décr)=0$ et $R(décroissant)=r_{j-1} + d_b$

$d_b > d_a$ alors $R(décroissant) > R(croissant)$

- Si $r_{j-1} + d_b \leq 0$

Impossible car $r_{j-1} + d_a > 0$ et $d_b > d_a$

- Si $r_{j-1} + d_a \leq 0$:

alors $r_j(crois)=0$ et $r_{j+1}(crois) = \max(0, d_b)=0$

$R(décroissant) = R(croissant) = 0$

Dans tous les cas $\mathbf{R(décroissant)} \geq \mathbf{R(croissant)}$ alors le séquençement dans l'ordre croissant des temps opératoires minimise la fonction objectif.

Annexe 2. Procédure de génération des données

Pour l'analyse de l'effet du taux de charge, notre procédure de génération des instances est décrite ci-dessous :

Nous allons générer des instances qui ont le même nombre de modèles, le même nombre de postes et le même nombre de produit que le cas de base, mais le taux de charge moyen des postes sera différent.

Étape A.1 : à partir des données du cas de base (cf. tableau 7) on établit un tableau de synthèse avec les modèles, leurs récurrence dans la séquence et leurs temps opératoires (tab 189)

Étape A.2 :

Appelons $linf_p$ et $lsup_p$ les limites respectivement inférieures et supérieures des temps opératoires de chaque poste du cas de base, ch_p le taux de charge souhaité pour l'instance à générer et n_{mod} le nombre de modèles du cas de base.

Pour chaque poste, répéter

Générer aléatoirement n_{mod} temps opératoires avec une loi uniforme, UNIF[$linf_p$, $lsup_p$]

Répéter les modèles selon leurs récurrences et calculer le taux de charge

jusqu'à taux de charge du poste égale à ch_p .

Pour l'analyse de l'effet du nombre de postes, notre procédure de génération des instances est décrite ci-dessous :

Maintenant l'objectif est de garder le même nombre de modèles, le même taux de charge et le même nombre de produit que le cas de base et varier le nombre de postes dans les instances.

Étape B.1 : de même que l'étape A.1.

Étape B.2 :

ch_p est le taux de charge moyen des postes du cas de base.

Pour le nouveau poste à générer :

Répéter

générer aléatoirement n_{mod} temps opératoires avec une loi uniforme $UNIF[linf_p, lsup_p]$

Répéter les modèles selon leurs récurrences et calculer le taux de charge

jusqu'à avoir taux de charge du poste égale à ch_p

Pour l'analyse de l'effet du nombre de modèles, notre procédure de génération des données est décrite ci-dessous :

L'objectif est de garder le même nombre de postes, le même taux de charge et le même nombre de produit que le cas de base et varier le nombre de modèles dans les instances.

Étape C.1 : de même que l'étape A.1.

Étape C.2 : notons $linf_m$ et $lsup_m$ les limites respectivement inférieure et supérieure des récurrences des modèles dans la séquence et n_{mod} le nombre de modèles pour l'instance à générer.

Répéter

Générer aléatoirement n_{mod} entiers (nombres de récurrence) avec une loi uniforme $UNIF[linf_m, lsup_m]$

jusqu'à avoir la somme des nombres de récurrence égale au nombre de produits.

Étape C.3 :

ch_p est le taux de charge du poste p du cas de base.

Pour chaque poste, répéter

générer aléatoirement n_{mod} temps opératoires avec une loi uniforme entre $linf_p$ et $lsup_p$.

Répéter les modèles selon leurs récurrences et calculer le taux de charge.

jusqu'à avoir taux de charge du poste égale à ch_p

Pour l'analyse de l'effet du nombre de produits, notre procédure de génération des données est décrite ci-dessous :

L'objectif est de garder le même nombre de postes, le même taux de charge et le même nombre de modèles que le cas de base et varier le nombre de produits dans les instances.

Étape D.1 : de même que A.1.

Étape D.2 : notons n_{mod} le nombre de modèles du cas de base et n_{prod} le nombre de produit pour l'instance à générer.

Répéter

généraler aléatoirement n_{mod} entiers (nombres de récurrence) avec une loi uniforme entre l_{inf_m} et l_{sup_m} .

jusqu'à avoir la somme des nombres de récurrence égale au nombre de produits n_{prod} .

Étape D.3 : de même que l'étape C.3