



Le dilemme des deux états de connaissance du paradoxe des deux enveloppes

Léo Gerville-Réache

► To cite this version:

Léo Gerville-Réache. Le dilemme des deux états de connaissance du paradoxe des deux enveloppes. 2014. hal-00974031

HAL Id: hal-00974031

<https://hal.science/hal-00974031>

Preprint submitted on 4 Apr 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Le dilemme des deux états de connaissance

du paradoxe des deux enveloppes

Léo Gerville-Réache - Université de Bordeaux - UMR 5251

Le problème

Vous êtes face à deux enveloppes non-distinguables qui contiennent de l'argent. L'une contient le double de l'autre. Vous choisissez une enveloppe et avez la possibilité de partir avec la somme qu'elle contient. Mais, on vous propose maintenant d'échanger avec l'autre enveloppe. Que faites-vous?

Première conséquence

Il est clair que quelque soit l'enveloppe que j'ai en main, en changeant :

- soit je gagne et je repars avec le double du montant de l'enveloppe que j'ai en main.
- soit je perds, je repars avec la moitié de la somme que j'ai en main.

Pourtant cette conséquence ne se traduit pas de la même façon si je connais ou pas le montant de l'enveloppe que j'ai en main.

Deux états de connaissance

- Si je n'ouvre pas l'enveloppe que je possède, ce que je peux dire c'est que l'une des enveloppes contient un certain montant inconnu N et l'autre $2N$.

- Si en changeant je gagne, alors c'est que j'avais en ma possession le plus petit montant inconnu N et que l'autre contient $2N$. Je gagne donc N et je repars avec le double du montant que j'avais en main.
- Si en changeant je perds, alors c'est que j'ai en ma possession le plus gros montant inconnu $2N$ et que l'autre contient N . Je perds donc N et je repars avec la moitié du montant que j'avais en main.

N'ayant aucune raison de croire que j'ai en main le plus petit ou le plus gros montant, je n'ai aucune raison de changer d'enveloppe. En effet, si je change, la somme inconnue que je pourrais gagner est égale à la somme inconnue que je pourrais perdre. Pour autant, on doit remarquer que curieusement, cette somme inconnue (que je pourrais gagner ou perdre) n'est pas égale au montant inconnu de l'enveloppe que j'ai en main.

- Si j'ouvre l'enveloppe que je possède et que je découvre le montant X , je peux dire c'est que :

- Si en changeant je gagne, alors c'est que X , le montant connu que j'ai en ma possession, est le plus petit montant et que l'autre contient $2X$. Je gagne donc X et je repars avec le double du montant que j'avais en main.
- Si en changeant je perds, alors c'est que X , le montant connu que j'ai en ma possession, est le plus gros montant et que l'autre contient $X/2$. Je perds donc $X/2$ et je repars avec la moitié du montant que j'avais en main.

N'ayant aucune raison de croire que j'ai en main le plus petit ou le plus gros montant, j'ai une raison de changer d'enveloppe : En effet, si je change, la somme connue que je pourrais gagner est égale à la somme connue que j'ai en main et la somme connue que je pourrais perdre est égale à la moitié de cette **même somme** connue que j'ai en main.

La source du paradoxe

Il y a une différence fondamentale entre le fait de prendre connaissance ou pas du montant de l'enveloppe en main. La source du paradoxe réside dans l'amalgame de ces deux états de connaissance aux conséquences distinctes. Sans connaître le montant de l'enveloppe en main, je n'ai pas de raison de changer mais, connaissant le montant de l'enveloppe en main, quelque soit ce montant, j'ai une raison de changer.

Ce qui est particulièrement troublant, c'est que la décision qui consiste à changer sachant le montant X de l'enveloppe en main ne dépende pas de la valeur de X mais seulement de l'état de connaissance qu'il engendre. En effet, si, quelque que soit la valeur que je découvrirai, il sera rationnel de changer alors pourquoi aurais-je besoin de connaître cette valeur pour qu'il soit rationnel de changer?

Il s'agit en réalité de bien identifier la différence entre une décision prise dans un état de connaissance où cette valeur est inconnue avec une décision prise dans un état de connaissance où cette valeur est connue quelque soit cette valeur. Le premier état de connaissance ne qualifie que le rapport des sommes entre les deux enveloppes dans le grand ensemble des mondes imaginables des montants des enveloppes alors que le deuxième état de connaissance fixe précisément le montant de l'enveloppe en main et donc les deux mondes possibles pour le montant de l'autre enveloppe.

Si l'on accepte ce point de vue, alors le paradoxe des deux enveloppes pointe en réalité la subtile distinction qu'il convient de faire entre "l'une est le double de l'autre" et "sachant l'une, l'autre est soit la moitié soit le double". Ce que l'on peut dire c'est que "l'une est le double de l'autre" n'implique pas que l'autre enveloppe contient soit la moitié soit le double du **montant inconnu** que j'ai en main mais implique que l'autre enveloppe contient soit la moitié soit le double du **montant connu** que j'ai en main. La connaissance du montant de l'enveloppe en main modifie ma connaissance du jeu, fixe les possibles et me conduit à pouvoir appliquer ma stratégie.

Conclusion

Si l'on se rappelle par exemple du paradoxe du Monty-hall, après avoir choisi une porte, ne sachant pas encore quelle porte va ouvrir le présentateur, je n'ai aucune raison de changer de porte. Pourtant je sais déjà que quelque soit la porte qu'ouvrira le présentateur, alors je changerai car je pourrai alors appliquer ma stratégie. Aussi, quelque soit la porte ouverte par le présentateur, je changerai mon choix. Pour autant, je ne change pas encore, je dois attendre l'information du présentateur. Dans les deux enveloppes, je sais que je changerai d'enveloppe mais je dois attendre de connaître le montant de l'enveloppe en main car celui-ci m'est indispensable pour rendre mon action rationnelle.

On peut voir dans le paradoxe des deux enveloppes la différence entre un raisonnement dans un espace d'hypothèses et un raisonnement conditionnellement à un fait. En effet, ne connaissant pas le montant de l'enveloppe en main, je peux toujours imaginer ce que je devrais faire si le montant était 10, 15.5, 30... Mais ma stratégie devra couvrir l'espace généré par la conséquence de cet espace d'hypothèses sur l'espace des montants hypothétiques de l'autre enveloppe. Malheureusement, dans mon état de connaissance du jeu, ce dernier espace d'hypothèses est indéfinissable. Il n'est même pas probabilisable par une loi équiprobable si on tentait de le modéliser par un ensemble infini d'hypothèses. En revanche, **connaissant** le montant de l'enveloppe que j'ai en main, l'espace des hypothèses pour le montant de l'autre enveloppe est réduit à deux éléments. Cet espace est alors probabilisable par une loi équiprobable qui correspond exactement à mon nouvel état de connaissance.

La symétrie initiale du jeu, qui persiste après avoir choisi une des deux enveloppes, est rompue au moment précis où je découvre le montant de l'enveloppe que j'ai choisie. Aussi, tant que le montant de mon enveloppe m'est inconnu, je n'ai aucune raison de décider de changer même si je sais déjà qu'à l'ouverture de mon enveloppe, je regretterai ma décision. Sacré dilemme!

Bibliographie (Wikipédia)

1943

Maurice Kraitchik, Mathematical Recreations, George Allen & Unwin, London. (2nd edition, 1953, Dover publications, New York).

1953

J E Littlewood, A Mathematician's Miscellany, Methuen & Co, London.

1982

Martin Gardner, Aha! Gotcha: Paradoxes to Puzzle and Delight, W.H. Freeman and Company, New York, p 106.

1987

Carlos Rodriguez, Understanding Ignorance, Maximum Entropy and Bayesian Methods, pages 189–204. G Erickson and C R Smith (eds.), Kluwer Academic Publishers.

Thomas M Cover, Pick the largest number, Open Problems in Communication and Computation, T Cover and B Gopinath, eds., Springer Verlag, p 152.

Laurence McGilvery, 'Speaking of Paradoxes . . .' or Are We?, Journal of Recreational Mathematics 19: 15-19.

1988

Sandy Zabell, Loss and gain: the exchange paradox, J M Bernardo, M H DeGroot, D V Lindley, and A F M. Smith, editors, Bayesian statistics 3, Proceedings of the third Valencia international meeting, pages 233–236. Clarendon Press, Oxford.

Sandy Zabell, Symmetry and Its Discontents, Brian Skyrms, William Harper, editors, Causation, Chance, and Credence: Proceedings from the Irvine Conference on Probability and Causation, Volume 1, pages 155-190. Kluwer, Dordrecht.

Randall Barron, The paradox of the money pump: a resolution, Maximum Entropy and Bayesian Methods, ed J Skilling.

Barry Nalebuff, Puzzles: Cider in Your Ear, Continuing Dilemma, The Last Shall Be First, and More, The Journal of Economic Perspectives, 2, 149-156.

1989

Barry Nalebuff, Puzzles: The Other Person's Envelope is Always Greener, Journal of Economic Perspectives 3(1): 171–181

Martin Gardner, Penrose Tiles to Trapdoor Ciphers and the Return of Dr Matrix, The Mathematical Association of America, W H Freeman, New York, p 148.

1990

R Guy, Where the Grass is Greener, contributed to column Flaws, Fallacies and Flimflam, College Mathematics Journal, January, p. 35. Included in the book Mathematical Fallacies, Flaws and Flimflam by column editor Edward J. Barbeau (2000), pp. 78-81, published by Mathematical Association of America.

1991

Christensen and Utts, Bayesian Resolution of Classical Paradoxes: Two Examples, Technical Report 220, University of California, Davis, Division of Statistics.

1992

Ronald Christensen, Jessica Utts, Bayesian Resolution of the 'Exchange Paradox', The American Statistician 46(4): 274–76.

Raymond Smullyan, Satan, Cantor, and Infinity Alfred A. Knopf. Oxford: Oxford University Press.

James Cargile, On a Problem about Probability and Decision, Analysis, 52(4): 211-16.

Ruma Falk and Clifford Konold, The Psychology of Learning Probability, pp. 151-164 in F.S. and S.P. Gordon (eds), Statistics for the Twenty-First Century, The Mathematical Association of America.

Marilyn Vos Savant, column Ask Marilyn, September 20, Parade Magazine.

Deborah Hecht, contribution to column Reader reflections, Mathematics Teacher, 85, pp. 90-91.

1993

David A Binder, Comment on Christensen and Utts (1992), The American Statistician 47(2): 160.

Ronald Christensen, Jessica Utts, Reply to Binder, The American Statistician 47(2): 160.

Terry Ridgway, Comment on Christensen and Utts (1992), The American Statistician 47(4): 311.

Ronald Christensen, Jessica Utts, Reply to Ridgway, The American Statistician 47(4): 311.

Paul Anand, The Philosophy of Intransitive Preference, The Economic Journal 103(417): 337-346.

1994

Jordan Howard Sobel, Two Envelopes, Theory and Decision, 36: 69–96.

Frank Jackson, Peter Menzies, Graham Oppy, The Two Envelope 'Paradox', Analysis 54(1): 43–45.

Paul Castell, Diderik Batens, The Two Envelope Paradox: The Infinite Case, Analysis 54(1): 46–49.

Piers Rawling. A note on the two envelopes problem Theory and Decision 36(1): 97-102.

Elliot Linzer, The Two Envelope Paradox, The American Mathematical Monthly 101(5): 417-419.

Sheldon M Ross, Comment on Christensen and Utts (1992), *The American Statistician* 48(3): 267.

Ronald Christensen, Jessica Utts, Reply to Ross, *The American Statistician* 48(3): 268.

David J Chalmers, The Two-Envelope Paradox: A Complete Analysis?, published online

1995

John Broome, The Two-envelope Paradox, *Analysis* 55(1): 6–11.

Charles Chihara, The Mystery of Julius: A Paradox in Decision Theory, *Philosophical Studies* 80: 1–16.

Steven Brams, Marc Kilgour, The box problem: To switch or not to switch, *Mathematics Magazine* 68(1): 27–34.

Kyung Chae, A resolution of the 'exchange paradox', *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.* 26(4): 553–558.

1996

Nelson Blachman, Ronald Christensen and Jessica Utts, Comment on Christensen and Utts, Bayesian resolution of the 'Exchange Paradox'(1992), *The American Statistician* 50(1): 98–99.

Thomas Bruss, The Fallacy of the Two Envelopes Problem, *The Mathematical Scientist* 21(2): 112–119.

1997

Timothy McGrew, David Shier, Harry Silverstein, The Two-Envelope Paradox Resolved *Analysis* 57(1): 28–33.

Alexander Scott, Michael Scott, What's in the Two Envelope Paradox? *Analysis* 57(1): 34–41.

Frank Arntzenius, David McCarthy, The two envelope paradox and infinite expectations, *Analysis* 57(1): 42–50.

Piers Rawling, Perspectives on a pair of envelopes, *Theory and Decision* 43: 253–277.

Kent Merryfield, Ngo Viet, Saleem Watson, The Wallet Paradox *American Mathematical Monthly* 104(7): 647–649.

Raymond Smullyan, *The Riddle of Scheherazade, and Other Amazing Puzzles, Ancient and Modern* Knopf, New York.

1998

John Norton, When the sum of our expectations fails us: The exchange paradox, *Pacific Philosophical Quarterly* 79: 34–58.

Steven Brams, Marc Kilgour, The fallacy of the two envelopes problem, *Mathematical Scientist* 23: 58–59.

1999

Carl Wagner, Misadventures in conditional expectation: The two-envelope problem, *Erkenntnis* 51: 233–241.

2000

Michael Clark, Nicholas Shackel, The Two-Envelope Paradox, *Mind* 109(435): 415–442.

Wilfried Hausmann, On The Two Envelope Paradox, *Friedberger Hochschulschriften*, volume 5. Fachhochschule Giessen-Friedberg.

Terry Horgan, The Two-Envelope Paradox, Nonstandard Expected Utility, and the Intensionality of Probability, *Noûs* 34(4): 578–603.

Z Schuss, To switch or not to switch, this is the question!, unpublished.

Ian Stewart, *Mathematical Recreations: Paradox Lost* Scientific American 6: 88–89.

Christopher M. Langan, Paradox Resolved: The Kraitichik and 2-Envelopes Paradoxes, unpublished.

Niall Shanks, Robert B Gardner (ed) *Logic, Probability and Science*, pp. 49–76.

Thomas Bruss, Ludger Rüsendorf, The Switching Problem and Conditionally Specified Distributions, *Mathematical Scientist* 25: 47–53.

Piers Rawling, The Exchange Paradox, Finite Additivity, and the Principle of Dominance, *Poznan Studies in the Philosophy of the Sciences and the Humanities* 71: 49–76.

2001

Olav Gjelsvik, Can Two Envelopes Shake The Foundations of Decision Theory?, unpublished.

Terry Horgan, The Two-Envelope Paradox and the Foundations of Rational Decision Theory, unpublished.

Nelson Blachman, Marc Kilgour, Elusive optimality in the box problem, *Mathematics Magazine* 74: 171–181.

Peter Winkler, Murray Hill, Games people don't play, *Puzzlers' Tribute*, David Wolfe and Tom Rodgers (eds), A K Peters Ltd.

Yudi Pawitan, In *All Likelihood: Statistical Modeling and Inference Using the Likelihood*, Oxford University Press, Oxford.

2002

Jeff Speaks, The two-envelope paradox and inference from an unknown, unpublished.

David Chalmers, The St. Petersburg Two-Envelope Paradox, *Analysis* 62(2): 155-57.

James Chase, The Non-Probabilistic Two Envelope Paradox, *Analysis* 62(2): 157–60.

Aaron S Edlin, Forward Discount Bias, Nalebuff's Envelope Puzzle, and the Siegel Paradox in Foreign Exchange, *Topics in Theoretical Economics* 2(1).

Olav Gjelsvik, Paradox lost, but in which envelope? *Croatian Journal of Philosophy* II(6): 353–62.

Edwin F Meyer, Risk Management and the Two Envelope Paradox, *Journal of Recreational Mathematics* 31 (4) 2002-03 275-279.

Mikelis Bickis, Eric Neufeld, A Variation on the Paradox of Two Envelopes, FLAIRS Conference.

William L Vanderburgh, A Commentary on Cook's "Getting Clear on the Two-Envelope Paradox", *Southwest Philosophy Review* 18 (2): 95-99.

2003

Friedel Bolle, The Envelope Paradox, the Siegel Paradox, and the Impossibility of Random Walks in Equity and Financial Markets, unpublished.

Graham Priest, Greg Restall, Envelopes and Indifference, published online.

Casper Albers, Trying to resolve the two-envelope problem, Chapter 2 of his thesis *Distributional Inference: The Limits of Reason*, March 2003. (Has also appeared as Albers, Kooi, and Schaafsma, Trying to resolve the two-envelope problem, *Synthese* 145(1): 89–109.

Gary Malinas, Two envelope problems and the roles of ignorance, *Acta Analytica* 18(30/31): 217–225.

Christoffer Meacham, Jonathan Weisberg, Clark and Shackel on the Two-Envelope Paradox, *Mind* 112(448): 685-689.

Michael Clark, Nicholas Shackel, Decision Theory, Symmetry and Causal Structure: Reply to Meacham and Weisberg, *Mind* 112(448): 691-701.

Terry Horgan, The Two-Envelope Paradox and the Foundations of Rational Decision Theory, unpublished.

Frank Arntzenius, Adam Elga, John Hawthorne, Bayesianism, Infinite Decisions, and Binding, unpublished draft

2004

Eric Schwitzgebel, Josh Dever, *Using Variables Within the Expectation Formula*, Kluwer Academic Publishers.

Dov Samet, Iddo Samet, David Schmeidler, One Observation behind Two-Envelope Puzzles, *The American Mathematical Monthly* 111(4): 347–51.

R Jeffrey, *Subjective probability: The real thing*, Cambridge University Press.

Bruce Langtry. The Classical and Maximin Versions of the Two-Envelope Paradox, *Australasian Journal of Logic* 2: 30–43.

Robert A Agnew, On the Two-Box Paradox, *Mathematics Magazine* 77(4): 302–308.

Keith Devlin, The Two Envelopes Paradox, published online

Brian Weatherson, How Surprising is the Two Envelope Paradox, unpublished

Tom Lored, The Two-Envelope Paradox, unpublished.

2005

Jan Poland, The Two Envelopes Paradox in a Short Story, unpublished.

Casper Albers, Barteld Kooi, Willem Schaafsma, Trying to resolve the two-envelope problem, *Synthese* 145: 89–109.

Franz Dietrich, Christian List, The Two-Envelope Paradox: An Axiomatic Approach, *Mind* 114(454): 239-248.

Richard Harter, The two envelopes puzzle, unpublished

Amos Storkey, Money Trouble and Money Trouble – Solution, unpublished.

P Rawling, A note on the two envelopes problem, *Theory and Decision* 36(1): 97-102.

John Williams, Simply Avoid Being Enveloped by Paradox, Research Collection School of Social Sciences, paper 69. Singapore Management University, Cognitive Psychology.

2006

Rich Turner and Tom Quilter, The Two Envelopes Problem, published online

Adom Giffin, The Error in the Two Envelope Paradox, arXiv:physics/0608172v1

Raymond Nickerson and Ruma Falk, The exchange paradox: Probabilistic and cognitive analysis of a psychological conundrum, *Thinking & Reasoning* 12(2): 181–213.

Dennis V Lindley, *Understanding Uncertainty*, Wiley, NY, pp 217–220.

D R Cox, *Principles of Statistical Inference*, Cambridge University Press.

Randall Barron, Continuous Version of the Two Envelopes Puzzle, published online

John Kay, Don't box yourself in when making decisions, *Financial Times*, August 22.

Graham Oppy, *Philosophical Perspectives on Infinity*, Cambridge University Press, pp 185–194.

Gary Malinas, Two Envelope Problems, *The Proceedings of the Twenty-First World Congress of Philosophy*, volume 9, pp 153–158.

2007

Jeff Chen, The Puzzle of the Two-Envelope Puzzle—a Logical Approach, published online

Bernard D Katz, Doris Olin, A Tale of Two Envelopes, *Mind* 116(464): 903–926.

Igor Douven, A Three-step Solution to the Two-envelope Paradox, *Logique et Analyse* 50(200)

Aris Spanos, The Exchange (or Two Envelope) Paradox Revisited, published online.

Moshe Sniedovich, The Two-Envelope Paradox: A Primer for Dummies, unpublished draft.

Peter Olofsson, Probabilities: the little numbers that rule our lives, John Wiley & Sons, New Jersey, pages 129–132.

Eric Schwitzgebel and Josh Dever, The Two Envelope Paradox and Using Variables Within the Expectation Formula, Department of Philosophy, UC Riverside, prepublication [pdf] (see also journal published version, 2008)

John Simons, Almost always swapping can be profitable, not the final word on the box paradox, unpublished?

2008

Ruma Falk, The Unrelenting Exchange Paradox, *Teaching Statistics* 30(3): 86–88.

Susan F Butler, Raymond S Nickerson, Keep or Trade? An Experimental Study of the Exchange Paradox, *Thinking and Reasoning* 14(4): 365–394.

Eric Schwitzgebel, Josh Dever, The Two Envelope Paradox and Using Variables Within the Expectation Formula, *Sorites* 20: 135–140.

Graham Priest, Greg Restall, Envelopes and indifference, C Dégremon, L Keiff, H Rückert (eds.), *Dialogues, Logics and Other Strange Things: Essays in Honour of Shahid Rahman*, London: College Publications, 277–284.

Aris Spanos, The Two Envelope (Exchange) Paradox Revisited, Department of Economics, Virginia Tech,

2009

Mark D McDonnell, Derek Abbott, Randomized switching in the two-envelope problem, *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 465: 3309–3322.

Don Fallis, Taking the Two Envelope Paradox to the Limit, *Southwest Philosophy Review* 25(2).

Byeong-Uk Yi, The Two-envelope Paradox With No Probability, unpublished draft

Melinda Roberts, The Nonidentity Problem and the Two Envelope Problem: When is One Act Better for a Person than Another? Chapter 10 of M A Roberts, D T Wasserman (eds.), *Harming Future Persons*, International Library 201 of Ethics, Law, and the New Medicine 35.

Tad Boniecki, Two Envelope Paradox Solution, unpublished

Ruma Falk, Raymond Nickerson, An inside look at the two envelopes paradox, *Teaching Statistics* 31(2): 39–41.

Martin Peterson, *An Introduction to Decision Theory*, Cambridge University Press, Chapter 4.7: 86–90.

2010

Peter Sutton, The Epoch of Incredulity: A Response to Katz and Olin's 'A Tale of Two Envelopes' *Mind* 119(473): 159-169.

Bernard Katz, Doris Olin, Conditionals, Probabilities, and Utilities: More on Two Envelopes *Mind* 119(473): 172-183.

Federico O'Reilly, Is there a two-envelope paradox?, published online

Paul Syverson, Opening Two Envelopes, *Acta Analytica* 25:479-498.

Martin Cooke, Two Envelopes, two paradoxes, *The Reasoner* 4(5): 74 - 75

Derek Abbott, Bruce Davis, Juan Parrondo, The two-envelope problem revisited, *Fluctuation and Noise Letters* 9(1): 1-8

Jeremy Gwiazda, Repeated St Petersburg two-envelope trials and expected value, unpublished draft.

William Briggs, The Two-Envelope Problem Solution: Part I & II, published online Part I Part II

Robert Marks, Jawdropping Probability: The Two Envelope Problem & Bernoulli's Wager, published online [pdf]

2011

Mark D McDonnell, Alex J Grant, Ingmar Land, Badri N Vellambi, Derek Abbott, Ken Lever, Gain from the two-envelope problem via information asymmetry: on the suboptimality of randomized switching, *Proceedings of the Royal Society*

Richard D Gill, Anna Karenina and The Two Envelopes Problem, unpublished draft

Raam Gokhale, The Two Envelopes Problem: a 'Back of the Envelope' Solution, published online

Bruce D Burns, Adaptive uses of random criterion: The largest number problem, the two-envelope problem, and the anchoring and adjustment heuristic, in L Carlson, C Hoelscher, & T F Shipley (Eds.), *Proceedings of the 33rd Annual Conference of the Cognitive Science Society*: 978-983, Austin, TX: Cognitive Science Society

Ned Markosian, A Simple Solution to the Two Envelope Problem, *Logos & Episteme*, II, 3: 347-357

2012

Eric Bliss, A Concise Resolution to the Two Envelope Paradox, arXiv:1202.4669v3

R A Vázquez, The two envelopes probability paradox: Much ado about nothing, arXiv:1206.4805v1

2013

William Eckhardt, The Two-Envelopes Problem, Chapter 8 of his book *Paradoxes in Probability Theory*, pp 47-58, SpringerBriefs in Philosophy.

Aris Spanos, The Two Envelope Problem: a Paradox or Fallacious Reasoning?, arXiv:1301.0118.

Chunghyoung Lee, The Two-envelope Paradox: Asymmetrical Cases, *Mind*, Volume 122, Issue 485, pp 1-26.

2014

Leo Gerville-Réache, Why do we change whatever amount we found in the first envelope: the Wikipedia two envelopes problem commented, arXiv:1402.3311