



**HAL**  
open science

# Construction d'un modèle thermique nodal pour la phase de prédimensionnement d'un équipement roue et frein aéronautique : méthodologie et simplifications

Tristan Montrol, Jacques Jay, Shihe Xin, Ronnie Knikker, Marie-Laure Decrescenzo, Aurélien Moureaux

## ► To cite this version:

Tristan Montrol, Jacques Jay, Shihe Xin, Ronnie Knikker, Marie-Laure Decrescenzo, et al.. Construction d'un modèle thermique nodal pour la phase de prédimensionnement d'un équipement roue et frein aéronautique : méthodologie et simplifications. 2ème Congrès de l'Association Marocaine de Thermique - Efficacité énergétique dans l'industrie, Apr 2012, Casablanca, Maroc. hal-00966866

**HAL Id: hal-00966866**

**<https://hal.science/hal-00966866>**

Submitted on 27 Mar 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Tristan MONTROL <sup>1</sup>  
 Jacques JAY <sup>1</sup>  
 Shihe XIN <sup>1</sup>  
 Ronnie KNIKKER <sup>1</sup>  
 Marie-Laure DE-  
 CRESCENZO <sup>2</sup>  
 Aurélien MOUREAUX <sup>3</sup>

<sup>1</sup> Insa de Lyon, Cethyl UMR  
 5008, Universités de Lyon.

<sup>2</sup> Messier-Bugatti-Dowty, 78140  
 Vélizy-Villacoublay.

<sup>3</sup> Sophia Conseil, 06560, Sophia  
 Antipolis.

## CONSTRUCTION D'UN MODELE THERMIQUE NODAL POUR LA PHASE DE PRE- DIMENSIONNEMENT D'UN EQUIPEMENT ROUE ET FREIN AERONAUTIQUE : METHODOLOGIE ET SIMPLIFICATIONS.

**Résumé :** La phase de pré-dimensionnement thermique d'un équipement roue et frein aéronautique requiert le développement d'un outil de prédiction adapté (exigences thermiques et temps de calcul). L'approche nodale paraît appropriée pour répondre à cette problématique. Nous présentons dans cet article la méthode mise en place pour créer un modèle nodal à partir d'un ensemble de données géométriques et thermophysiques : la décomposition nodale, la formulation des conductances, la prise en compte du rayonnement et les simplifications adoptées. Un exemple d'application est proposé sur une portion d'un équipement. Les résultats obtenus mettent en avant la viabilité de la méthode.

**Mots clés :** pré-dimensionnement, méthode nodal, haute températures, équipement roue et frein aéronautique, transferts instationnaires, transferts multi-modaux.

### Nomenclature

$T$	Température, °C
$c_p$	Capacité thermique massique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$
$C$	Capacité thermique, $J.K^{-1}$
$t_F$	Temps de fin de refroidissement, s
$T_{Max}$	Température du rotor en fin de freinage, °C
$R, Z, \theta$	Coordonnées cylindriques
$n_R$	Nombre de nœuds en dans la direction R
$N_{R-\theta}$	Nombre de nœuds dans une tranche R- $\theta$
$h$	Coefficient d'échange, $W.m^{-2}.K^{-1}$
$T_{Amb}$	Température ambiante, (=300K)

### Lettres grecques

$\phi$	Flux de chaleur, W
$\varphi$	Densité de flux, $W.m^{-2}$
$\lambda$	Conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
$\lambda_a$	Conductivité thermique de l'air à 300K, $W.m^{-1}.K^{-1}$
$\varphi_{Max}$	Densité de flux maximale injectée en freinage au niveau d'une interface, $W.m^{-2}$
$\rho$	Masse volumique, $kg.m^{-3}$
$\varepsilon$	Emissivité

### Indices / Exposants

$i, j$	Notation indicielle générale
$l$	Indice de numérotation
$k, k_1, k_2$	Indice de bloc
*	Grandeurs adimensionnées.

## 1. Introduction

Le développement d'un équipement roue et frein aéronautique fait intervenir, au même titre que des problématiques mécaniques, des problématiques thermiques importantes [1]. Par exemple, la température de certains matériaux ou de certaines zones sensibles de l'équipement (la zone de contact entre la roue et le pneu, le circuit hydraulique de mise en pression des pistons...) ne doit pas dépasser une certaine limite, afin de préserver l'intégrité fonctionnelle des équipements. La recherche constante de réduction de masse est particulièrement pénalisante puisque l'utilisation de matériaux plus légers et la diminution des épaisseurs des pièces tendent à accroître les contraintes thermiques. Par ailleurs, les aviateurs et les compagnies aériennes ont aussi des attentes sur l'optimisation de la vitesse de refroidissement des freins puisque cette dernière joue un rôle prépondérant sur la durée d'immobilisation minimale d'un avion au sol et donc conditionne le nombre de vols quotidiens.

La phase de refroidissement fait intervenir tous les mécanismes de transferts thermiques en régime instationnaire et dans une géométrie particulièrement complexe. Celle-ci se traduit au niveau de la forme des pièces et des contacts, mais aussi au niveau de la forme des cavités d'écoulement et de la définition des configurations de convection (certaines surfaces solides sont soumises à l'environnement extérieur, alors que d'autres sont soumises à des écoulements internes). Par

ailleurs, les fortes énergies mises en jeu lors du freinage provoquent l'apparition de températures très élevées au niveau des disques de carbone. Les transferts radiatifs et les non-linéarités des propriétés matériaux auront donc une forte influence sur le comportement thermique de l'ensemble.

Dans les différentes phases de conception, les modèles numériques de type CFD<sup>1</sup> sont utilisés pour vérifier si les designs proposés respectent les objectifs thermiques. Comme dans la plupart des domaines industriels, le recours à la simulation numérique permet de limiter le nombre d'essai en laboratoire et donc, intrinsèquement, les coûts de développement. Ces modèles offrent des résultats particulièrement détaillés, en termes d'échantillonnage temporel et spatial, avec une précision amplement satisfaisante pour une qualification industrielle.

L'intégration des exigences thermiques dans la phase de pré-dimensionnement d'un nouvel équipement, ou d'optimisation d'un équipement existant, requiert la mise en place d'un outil supplémentaire, qui interviendrait en amont de l'utilisation des modèles de type CFD.

Lors de cette phase de pré-dimensionnement, de nombreuses configurations (géométrie, matériaux, énergies...) doivent pouvoir être testées en des temps relativement courts (à l'échelle d'une journée). En outre, seul l'obtention de certaines données (températures maximales sur certains points, dynamiques de refroidissement), avec une marge d'erreur de l'ordre de 15 à 20% est nécessaire.

Sur le plan pratique, une modification des données d'entrées, notamment les données géométriques, doit être rapidement prise en compte afin de permettre un grand nombre d'itérations. Par conséquent, le temps de calcul et le temps de mise en place du modèle doivent être extrêmement réduits.

Cet article donne un aperçu de la méthodologie mise au point et des simplifications adoptées pour aboutir à la création d'un modèle nodal, pour lequel une application a été développée sur une portion d'un équipement roue et frein, pour une énergie de freinage.

## 2. Développement du modèle simplifié

L'approche nodale, à l'origine mise au point dans les années 1950 pour la modélisation des réseaux électriques, puis rapidement adaptée à la modélisation thermique, a été particulièrement exploitée dans les années 1980 [2], époque où les problématiques thermiques commençaient à prendre une grande importance mais où la puissance des calculateurs limitait les possibilités de modélisation. En effet, la simplicité mathématique des équations mises en jeu réduit considérablement les temps de calcul nécessaires.

### 2.1. Principe de la modélisation nodale

Le principe général de l'approche nodale repose sur deux aspects principaux.

#### 2.1.1. Décomposition nodale

Les parties solides et fluides du système sont décomposés respectivement en un nombre  $n_s$  et  $n_f$  d'éléments volumiques de volume  $V_i$ , auxquels on attribue une capacité thermique  $C_i = \rho_i \cdot c_{p_i} \cdot V_i$ . Les éléments sont considérés isothermes, à température  $T_i$  (température moyenne de l'élément de volume). Les formes des volumes sont parfois complexes mais des simplifications géométriques peuvent être introduites (hypothèses de formes purement cylindriques ou de pièces à symétrie de révolution). Les nœuds sont définis au barycentre des volumes. Chaque élément doit présenter une uniformité du point de vue des propriétés physiques ( $\rho$ ,  $c_p$ ,  $\lambda$  et  $\varepsilon$ ). En pratique, le respect de ces contraintes peut être satisfait par une décomposition adaptée.

#### 2.1.2. Création du réseau de conductances

Il s'agit d'établir les interactions thermiques entre les nœuds précédemment définis. L'analogie établie entre les grandeurs électriques et les grandeurs thermiques permet de définir la notion de conductance thermique. Ainsi, le flux de chaleur  $\phi_{ij}$  échangé entre les nœuds  $i$  et  $j$  peut être représenté par le produit d'une conductance thermique  $G_{ij}$  et de la différence de température entre les deux nœuds :

$$\phi_{ij} = G_{ij} \cdot (T_j - T_i) \quad (1)$$

<sup>1</sup> CFD : Computational Fluid Dynamics

Par analogie avec la loi de Kirchhoff, le bilan des flux au nœud  $i$  s'écrit donc, pour  $n$  nœuds adjacents :

$$C_i \frac{dT_i}{dt} = \sum_{j=1}^n G_{ij} [T_j - T_i] + Q_i \quad (2)$$

où  $Q_i$  est une source de chaleur injectée au nœud  $i$ .

Pour l'ensemble des nœuds  $n$  du système ( $n=n_s+n_f$ ), on obtient un système de  $n$  équations différentielles. Ce système est mis sous la forme matricielle suivante :

$$C \cdot \dot{T} = A \cdot T + B \quad \text{avec} \quad A_{ij} = G_{ij} \quad \text{et} \quad A_{ii} = - \sum_{j=1}^n G_{ij} \quad (3)$$

où

**C** est la matrice diagonale des capacités thermiques.

**A** est la matrice de conductances.

**B** est un vecteur comprenant toutes les grandeurs ne pouvant être intégrées à la matrice **A**.

L'expression des conductances dépend du type d'échange mis en jeu [2,3]. Roye et al. introduisent notamment, dans [3], des modèles de conduction plus sophistiqués, basés sur l'équation de diffusion de la chaleur uni-dimensionnelle, en considérant les variations temporelles de températures indépendantes des variations en espace. Ces modèles sont donc, en quelque sorte, plus précis au sens mathématique. Cependant, ils ne sont pas utilisés dans le cadre de ces travaux.

Du fait des hautes températures présentes dans le système ( $> 500^\circ\text{C}$ ), le modèle doit prendre en compte deux types de non-linéarités :

- la dépendance des propriétés thermophysiques à la température.
- Les échanges par rayonnement.

Une méthode de résolution itérative permettra de prendre en compte la non-linéarité des propriétés thermophysiques.

Il est tout à fait possible de définir une expression de conductance radiative entre deux surfaces. Toutefois, pour des géométries complexes, les échanges ont lieu entre plusieurs surfaces, de ce fait, les multi-réflexions ne sont pas négligeables. Ainsi, un réseau de conductances important est nécessaire, ce qui complique encore la création de la matrice **A**. Par conséquent, on adoptera une méthode basée sur un couplage entre la méthode des radiosités [4] et la méthode nodale lors de la résolution.

## 2.2. Spécificités de l'équipement roue et frein

La méthode présentée ci-dessous permet la création de la matrice **A** de l'équation (2) pour le cas précis d'un équipement roue et frein.

La première étape consiste, à partir de données géométriques de pré-dimensionnement, à mettre en place le réseau nodal de la façon suivante (définition en coordonnées cylindriques) :

1. Le système est décomposé suivant les parties fluides et solides :
  - ✓ la partie fluide est décomposée en cavités de différentes sortes : cavités extérieures, cavités confinées ou en lien avec les cavités voisines...
  - ✓ la partie solide est décomposée par pièce. Cette étape permet d'assurer l'uniformité des nœuds du modèle en termes de propriétés thermophysiques.
2. Les pièces sont ensuite décomposées en blocs. Cette décomposition obéit à des critères géométriques (rapport hauteur / largeur imposant une décomposition supplémentaire par exemple) associés à des critères thermiques (prise en compte des changements de conditions limites).

Chaque bloc est caractérisé par :

- un numéro d'identification.
- des propriétés géométriques:  $R_{min/max}$ ,  $Z_{min/max}$  et  $\theta_{min/max}$
- des propriétés thermophysiques.

Chaque bloc est repéré dans l'espace par la position du coin inférieur. L'ensemble des blocs constituent la structure sur laquelle viendront s'implanter les nœuds et les conductances.

- Les nœuds sont créés par discrétisation des blocs dans les trois directions. Pour cela, l'utilisateur spécifie le nombre de nœuds qu'il souhaite dans chaque bloc. Ainsi, suivant leurs dimensions, les pas d'espace,  $dR$ ,  $d\theta$ ,  $dZ$ , peuvent être différents d'un bloc à l'autre. Pour conserver la conformité des maillages, des contraintes sont fixés sur le nombre de nœuds entre deux blocs juxtaposés. A chaque nœud est associée une capacité thermique.

Une fois la décomposition nodale effectuée, la deuxième étape consiste à créer le réseau de conductances à partir des différentes caractéristiques des blocs.

- Les connexions au sein des blocs. Pour un bloc  $k$ , on définit les résistances thermiques suivantes :

$$R_{l \rightarrow l+1}^R = \frac{\ln\left(\frac{R_{l+1}}{R_l}\right)}{\lambda_R(k) \cdot d\theta(k) \cdot dZ(k)} \quad R_{l \rightarrow l+n_R(k)}^\theta = \frac{R_l \cdot d\theta(k)}{\lambda_\theta(k) \cdot dR(k) \cdot dZ(k)} \quad R^Z = \frac{dZ(k)}{\lambda_Z(k) \cdot R_l \cdot d\theta(k) \cdot dR(k)} \quad (5)$$

- Les connexions à l'interface des blocs, assurées par l'association en série de deux résistances définies à partir des propriétés de chacun des blocs. Des résistances thermiques de contacts peuvent être intégrées en série dans le calcul.
- Pour les échanges convectifs, deux cas peuvent se présenter :
  - Dans le cas d'une cavité fluide, séparant deux blocs,  $k_1$  et  $k_2$ , de faible épaisseur et où la vitesse de l'air est faible, l'échange peut être alors considéré purement conductif, et modéliser par la résistance suivante (dans la direction  $R$ ) :

$$R_{k1 \rightarrow k2}^R = \frac{\ln\left(\frac{R_{\min k2}}{R_{\max k1}}\right)}{\lambda_a \cdot d\theta(k_1) \cdot dZ(k_1)} \quad (6)$$

- Dans les autres cas, un nœud supplémentaire est placé au barycentre de la cavité. Des conductances sont ajoutées pour modéliser les transferts au sein du fluide, d'une part, et entre le fluide et le solide, d'autre part.
- Pour les échanges radiatifs entre les surfaces délimitant une cavité fluide, les flux, calculés par la méthode des radiosités, sont directement intégrés au vecteur  $\mathbf{B}$  et réactualisés à chaque pas de temps, à partir des températures moyennes des surfaces des blocs.

### 3. Application

Nous allons mettre en application la méthode de création du modèle sur une zone particulière d'un équipement.

#### 3.1. Description de la configuration adoptée

##### 3.1.1. Définition géométrique

La zone comporte les éléments suivants (cf. figure 1) :

- Un rotor en carbone.
- Une barrette en Inconel. Cette pièce assure la transmission de la rotation entre le rotor et la roue. L'équipement choisi comporte 11 barrettes.
- Un écran thermique composé de 3 feuilles d'acier inoxydable de 0,3 mm d'épaisseur séparées par des lames d'air de 1 mm.

Cette zone a été volontairement choisie pour son importance dans la transmission des flux de chaleurs au cours des premiers instants du refroidissement. Nous ne modélisons qu'une portion angulaire de 32°. Cet angle est choisi pour assurer la périodicité angulaire du modèle vis-à-vis des barrettes.

Par ailleurs, nous introduisons une approximation géométrique sur la forme de la barrette. La section trapézoïdale est assimilée à une section adaptée à la géométrie cylindrique du rotor afin de faciliter le calcul des conductances à l'interface.

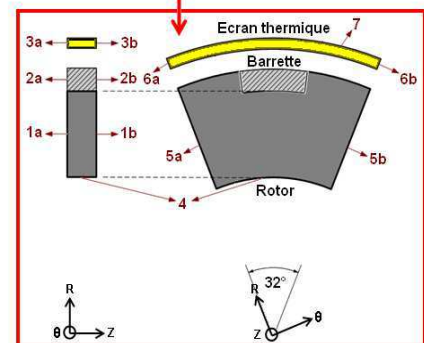
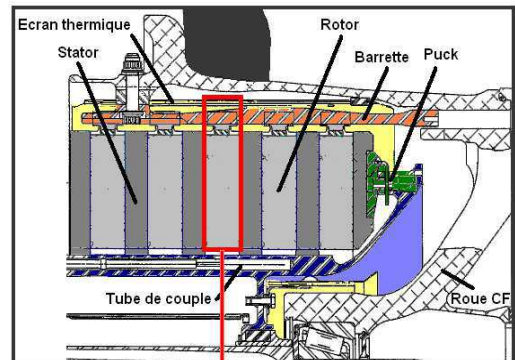


Figure 1: Coupe de l'équipement choisi et représentation schématique de la zone modélisée.

La décomposition des pièces en blocs, dans le plan  $R-\theta$  est illustrée sur la figure 2.

La forme du contact barrette / rotor impose la décomposition du rotor. En effet, le rotor échange par conduction avec la barrette :

- dans la direction  $\theta$  par l'intermédiaire des contacts bloc 2 / bloc 5 et bloc 5 / bloc 8.
- dans la direction  $R$  par l'intermédiaire du contact bloc 4 / bloc 5.

La méthode ne justifie aucun découpage supplémentaire en bloc dans le plan  $R-Z$ .

L'échange dans les cavités séparant les blocs (2, 5, 8) et (3, 6, 9) est considéré purement conductif.

### 3.1.2. Conditions limites

Sur les surfaces extérieures de la zone, référencées sur la figure 1, différents types de conditions limites sont adoptées. Tout d'abord, sur les faces 1a, 1b, 2a, 2b et 4, nous appliquons des densités de flux issues du post-traitement d'une simulation CFD (cf. figure 3). Ceci afin d'assurer une certaine cohérence physique du modèle développé. Ces densités de flux, interpolés à chaque pas de temps, sont intégrées au vecteur  $\mathbf{B}$ . Elles sont normalisées par rapport à  $\phi_{Max}$ , la densité de flux maximale produite au niveau d'une interface rotor/stator au cours du freinage.

Les faces 6a, 6b, 5a, 5b, 3a, 3b sont considérées adiabatiques.

Sur la face 7, nous appliquons flux de convection en utilisant la loi de Newton,  $\phi = h \cdot (T - T_{Amb})$ , avec  $h = 5 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ .

### 3.1.3. Conditions initiales

Nous ne nous intéressons qu'à la phase de refroidissement du frein. Le calcul débute donc lorsque le freinage est terminé (une vingtaine de secondes). Pour l'énergie choisie, la température des disques centraux en fin de freinage atteint approximativement 1000°C. Tous les autres éléments sont à température ambiante  $T_{Amb}$ .

## 3.2. Présentation des premiers résultats

Nous avons, tout d'abord, étudié l'influence des discrétisations spatiales et temporelles sur la précision des résultats.

Nous avons fait varier, uniformément dans les trois directions, le nombre de nœuds par bloc de 1 à 8 nœuds par direction (soit un total de 3648 nœuds). Ce dernier cas est choisi comme référence pour estimer l'erreur relative liée à la diminution de la discrétisation spatiale. Pour un modèle comprenant  $n$  nœuds, cette erreur est calculée à partir de la température moyenne de chaque pièce  $\tilde{T}$  :

$$E_n(t) = \frac{[\tilde{T}_n(t) - \tilde{T}_{3648}(t)]}{\tilde{T}_{3648}(t)} * 100 \quad (7)$$

Tableau 1 : Comparaison de  $E_n$  pour différentes discrétisation spatiales pas de temps de calcul de 1 seconde.

	$n$	15 (1x1x1)	84 (2x2x2)	243 (3x3x3)	528 (4x4x4)	975 (5x5x5)	1620 (6x6x6)	2499 (7x7x7)
E(%) à $T = T_{Max}$	Barrette	9.7%	3.6%	1.8%	1.0%	0.6%	0.3%	0.1%
	Ecran	4.9%	1.7%	0.9%	0.5%	0.3%	0.1%	0.1%
E(%) à $T = T(t_F)$	Barrette	7.6%	3.1%	1.7%	1.1%	0.6%	0.3%	0.1%
	Ecran	5.9%	2.5%	1.4%	0.8%	0.5%	0.3%	0.1%
	Rotor	5.6%	2.4%	1.3%	0.8%	0.5%	0.3%	0.1%

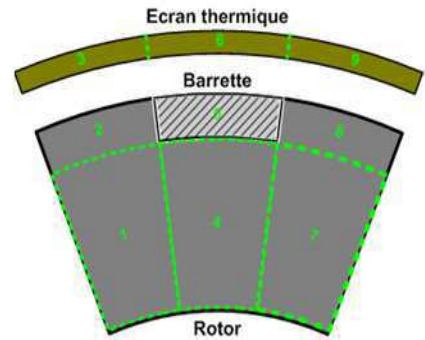


Figure 2 : Découpage en blocs dans le plan  $R-\theta$  pour la zone choisie.

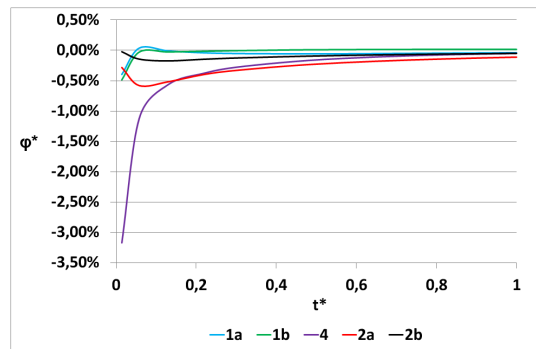


Figure 3 : Evolution des densités de flux normalisées imposées sur les faces dénommées 1a, 1b, 2a, 2b et 4, sur la figure 1. Le temps est normalisé par rapport au temps de fin de refroidissement,  $t_F$ .

On peut noter que l'erreur se stabilise à partir de  $n \geq 528$ .

Pour la discrétisation temporelle, nous avons fait varier linéairement le pas de temps de 1 seconde à 32 secondes. L'erreur est calculée de la même manière que précédemment (7). Le calcul servant de référence est effectué avec un pas de temps de 1 seconde.

Tableau 2 : Comparaison de  $E_n$  pour différentes discrétisations temporelles (modèle à 528 nœuds).

		2 sec.	4 sec.	8 sec.	16 sec.	32 sec.
E(%) à $T = T_{Max}$	Barrette	0.0%	0.2%	0.4%	0.8%	1.8%
	Ecran	0.0%	0.2%	0.37%	0.8%	1.6%
E(%) à $T = T(t_F)$	Barrette	0.1%	0.3%	0.64%	2.0%	4.0%
	Ecran	0.1%	0.3%	0.50%	1.8%	3.5%
	Rotor	0.1%	0.3%	0.60%	2.0%	3.9%

On peut noter qu'un échantillonnage temporel de 8 secondes suffit à conserver une précision satisfaisante.

Dans la configuration adoptée de 528 nœuds avec un pas de temps de 8 secondes, le temps de calcul sur une station de travail (processeur Xeon W3520 à 2.67GHz et 3.5Go de RAM) est alors de 5 secondes.

Les cinétiques de températures, ainsi que les valeurs maximales et finales obtenues (cf. figure 4), sont globalement en accord avec les valeurs attendues pour ce type d'équipement et ce niveau d'énergie de freinage. Les températures sont normalisées par rapport à  $T_{Max}$ , température du rotor à la fin du freinage.

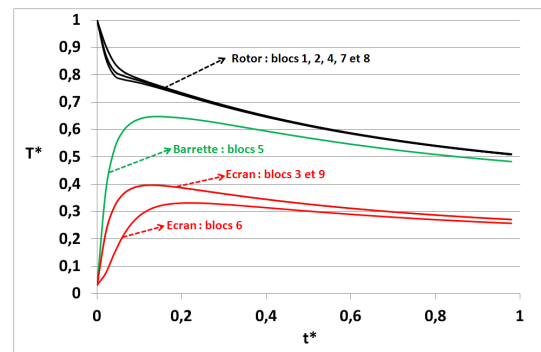


Figure 4 : Evolution des températures moyennes normalisées de chaque bloc.

#### 4. Conclusion et perspectives

Cet article présente une méthode de construction d'un modèle thermique simplifié, basé sur une approche nodale, pour une utilisation en phase de pré-dimensionnement d'un équipement roue et frein aéronautique. Une mise en application est proposée sur une zone d'un équipement et les premiers résultats présentés mettent en avant l'intérêt de la méthode sur le respect compromis temps de calcul/précision des résultats.

Le couplage entre la méthode des radiosités et notre modèle reste à valider.

Par la suite, le modèle sera étendu à l'ensemble de l'équipement. Pour cela, une automatisation partielle de la méthode de création du modèle est nécessaire pour maintenir un faible temps d'implémentation.

La connaissance, des zones privilégiées de passage des flux, de la nature précise des échanges et des propriétés matériaux, permet de garantir une précision suffisante des résultats avec un modèle simple.

Une approche complémentaire pourrait être envisagée par la suite ; l'utilisation d'une méthode de réduction de modèles nodaux, inspirée de la théorie des réseaux de Kirchhoff [5, 6].

#### Références

- [1] J. GUICHARD, Freinage à très haute performance, *Technique de l'ingénieur*, N° 152, Aout 1996.
- [2] J.-B. SAULNIER, A. ALEXANDRE, La modélisation thermique par la méthode nodale, *Revue Générale de Thermique*, N° 280, pp. 363-371, 1985.
- [3] D. ROYE, R. PERRET, Définitions des règles de modélisation thermique des machines électriques tournantes, *Revue de Physique Appliquée*, Vol. 20, pp. 191-202, 1985.
- [4] F.P. INCROPERA, D.P. DE WITT, Fundamentals of heat and mass transfer, Third Edition, Wiley, 1990.
- [5] M. BROUSSELY, Y. BERTIN et P. LAGONOTTE, Reduction and optimization of thermal models using Kirchhoff network theory, *International Journal of Thermal Sciences*, N°42, pp. 795-804, 2003
- [6] P. LAGONOTTE, M. BROUSSELY, Y. BERTIN et J.-B. SAULNIER, Improvement of thermal nodal models with negative compensation capacitors, *European Physics Journal of Applied Sciences*, N°13, pp. 177-194, 2001.