



**HAL**  
open science

## Détection et localisation d'erreurs de mesures par la technique de l'espace de parité

Abdel Aïtouche, Frédéric Kratz, Didier Maquin, José Ragot

► **To cite this version:**

Abdel Aïtouche, Frédéric Kratz, Didier Maquin, José Ragot. Détection et localisation d'erreurs de mesures par la technique de l'espace de parité. Capteurs 89, Jun 1989, Paris, France. hal-00959703

**HAL Id: hal-00959703**

**<https://hal.science/hal-00959703>**

Submitted on 17 Mar 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**DETECTION ET LOCALISATION D'ERREURS DE MESURES  
PAR LA TECHNIQUE DE L'ESPACE DE PARITE**

**A. AITOUCHE, F. KRATZ, D. MAQUIN, J. RAGOT**  
Laboratoire d'Automatique et de Recherche Appliquée  
CRAN - URA DO 349 et CRVM UA 235  
rue du doyen Marcel Roubault - B.P. 40  
54501 Vandoeuvre Cedex - FRANCE

**RESUME :**

Avant d'améliorer la conduite d'un procédé, il faut s'assurer de la validation des informations issues des chaînes de mesure ou des capteurs. En effet, ces informations peuvent être entâchées d'erreurs et ainsi dévier de leur plage de fonctionnement optimum. Les opérateurs peuvent être donc amenés à se placer en dehors de cette plage.

Plusieurs méthodes de détection et de localisation des erreurs systématiques ont été élaborées ces dernières années, parmi lesquelles la méthode de l'espace de parité, la méthode des termes correctifs normalisés et la méthode des écarts de fermeture des équations de bilan.

Dans cette communication, ces méthodes seront appliquées aux redondances matérielles et analytiques; les performances de la méthode de l'espace de parité sont comparées aux deux autres approches ci-dessus. Notre étude sera restreinte au cas d'une et deux mesures biaisées; de plus on ne considère que des systèmes globalement redondants.

Lorsque la localisation a été effectuée, les voies contenant des biais sont supprimées, puis la réconciliation des données restantes est réalisée au sens du maximum de vraisemblance.

**ABSTRACT :**

Before interpreting the monitoring of plant measurements, we must make sure of information coherence issued from instrument lines or sensors. In fact, these informations can be corrupted by errors and also to deviate from the optimum functioning range. The industrial operator must make precaution doesn't be outside off this range.

Various methods for detection and location of gross errors in process data have been proposed in recent years including the parity space approach, the standardized least square residuals approach and the standardized imbalance residuals approach.

In this communication these methods are applied to instrument and analytic redundancies; the performances of parity space approach are compared to the two approaches above by varying different parameters. We restrict our study to the presence of one and two gross errors and we consider all streams are redundant.

Once the location have been made and the measurements containing gross errors have been deleted we proceed with data reconciliation.

## I - METHODE DE L'ESPACE DE PARITE

Les m mesures X sont liées aux v grandeurs physiques X\* à mesurer par le modèle :

$$X = HX^* + \epsilon \quad (1.1)$$

où :

H est la matrice des gains de mesure de dimension v.m,  
 $\epsilon$  est le vecteur de bruit de mesure de dimension v.

L'espace de parité est l'espace de dimension (v-m) orthogonal à celui engendré par les colonnes de la matrice H. Le vecteur de parité P est lié au vecteur des mesures X par la relation :

$$P = WX \quad (1.2)$$

La matrice de projection W de dimension (v - m).v doit satisfaire les conditions de POTTER et SUMAN [1].

Une des conditions aura pour effet de rendre le vecteur de parité indépendant du vecteur de mesure :

$$P = W\epsilon \quad (1.3)$$

Les deux autres conditions consistent à relier l'amplitude du vecteur de parité P aux estimations des erreurs de mesure. Si E est le vecteur des estimations des erreurs de mesure au sens des moindres carrés, on obtient :

$$E^T E = P^T P \quad (1.4)$$

Ces trois conditions sont insuffisantes pour déterminer W de manière unique. Les auteurs de cette méthode ont imposé deux conditions supplémentaires sur W qui doit être définie positive et triangulaire.

Dans le cas où le modèle du système est représenté par :

$$MX^* = 0 \quad (1.5)$$

où M représente la matrice d'incidence d'un réseau à n nœuds et v voies, on montre qu'on peut remplacer M par sa matrice orthogonale vérifiant les conditions de Potter et Suman [2].

En fonctionnement normal, l'amplitude du vecteur de parité est faible (présence de bruit de mesure). Si un défaut apparaît sur l'un des capteurs, elle prend une direction fixe caractérisant la défaillance du capteur. Le test de détection est donc relatif à l'amplitude du vecteur de parité pondérée par sa matrice de variance-covariance  $V_p$  définie par :

$$V_p = W V W^T \quad (V \text{ représente la matrice de variance des erreurs de mesure de dimension } v) \quad (1.6)$$

Comme les composantes du vecteur de parité dépendent linéairement des erreurs de mesure, elles suivent aussi une loi normale. De plus la variable  $\chi^2 = P^T V_p^{-1} P$ , somme des carrés de (v-m) variables aléatoires normalement distribuées, suit une loi du Khi 2 à (v-m) degrés de libertés.

$$\text{Prob} \left( \chi^2 \leq \chi_p^2 \right) = 1 - \alpha \quad (1.7)$$

où  $\alpha$  définit le niveau de confiance et  $\chi_p^2$  est lue sur une table de distribution du Khi 2.

La projection du vecteur de parité sur les axes s'écrit :

$$Pr = (W^T W)^{-1/2} W^T P \quad (1.8)$$

Si le capteur  $k$  est défaillant, alors le vecteur  $P$  prend la direction de la  $k$ ème colonne de  $W$  ce qui correspond à la plus grande projection de  $P$  sur les axes. Pratiquement, après avoir détecté un ou plusieurs capteurs défaillants, on localise celui qui a la plus grande projection ; puis, on supprime le capteur suspect pour obtenir un système de plus faible dimension. On arrête la procédure lorsque l'amplitude du vecteur  $P$  des capteurs restants ne vérifie plus le test de détection.

## II - METHODE DES TERMES CORRECTIFS NORMALISES

### II.1 - Principe de la méthode

En l'absence de biais, le modèle de mesure s'écrit :

$$X = X^* + \varepsilon \quad (2.1)$$

Au sens des Moindres Carrés le meilleur estimateur  $\hat{X}$  de  $X^*$  est celui qui minimise :

$$\phi = \frac{1}{2} \| \hat{X} - X \|^2_{V^{-1}} \quad (2.2)$$

$$\text{sous la contrainte : } M\hat{X} = 0 \quad (2.3)$$

La solution s'explique :

$$\hat{X} = (I_v - VM^T (MVM^T)^{-1}M) X \quad (2.4)$$

Le vecteur  $E_C$ , de dimension  $v$ , des termes correctifs est :

$$E_C = X - \hat{X} = VM^T (MVM^T)^{-1} MX \quad (2.5)$$

Son espérance mathématique est nulle et sa matrice de variance-covariance  $\mu$ , de dimension  $v.v$  s'exprime :

$$\mu = VM^T (MVM^T)^{-1} MV \quad (2.6)$$

Pour pouvoir comparer les différentes composantes de  $E_C$  entre elles, on définit le vecteur  $E_N$  des termes correctifs normalisés qui suit une loi normale centrée réduite :

$$E_N = \mu^{-1/2} E_C \quad (2.7)$$

Le test de détection va porter sur les composantes du vecteur  $E_N$  et qui sont comparées à un seuil de probabilité d'erreur de type I. Ainsi, si  $|E_N(j)| > Z_{\alpha/2}$  nous concluons qu'il y a un biais sur la voie  $j$ .

Pour prendre en compte l'effet d'exécution de multiples tests ( $j = 1, v$ ), R.S.H. MAH et A.C TAMHANE [3] ont recommandé la valeur critique  $Z_C = Z_{\beta/2}$  avec :

$$\beta = 1 - (1-\alpha)^{1/v} \quad (\text{pour } v > 1, \beta < \alpha \quad Z_{\beta/2} > Z_{\alpha/2}) \quad (2.8)$$

Pour localiser le capteur défectueux, on montre qu'il correspond au terme correctif normalisé le plus grand [2].

### II.2 - Analogie entre projection du vecteur de parité et terme correctif normalisé

Plaçons nous dans le contexte de l'équilibrage de bilan.

Avec le changement de variable  $Y = V^{-1/2} X$ , le problème défini en (2.2) et (2.3) devient :

$$\min \phi = \frac{1}{2} \| Y - \hat{Y} \|^2 \quad (2.9)$$

sous la contrainte :  $AY^* = 0$  ( A est la matrice orthogonale de M). (2.10)

La solution est donnée par :

$$\hat{Y} = (I - A^T A) Y \quad (2.11)$$

$$\text{d'où : } E_C = X - \hat{X} = Y^{1/2} A^T A Y \quad (2.12)$$

On en déduit l'expression des termes correctifs normalisés :

$$E_N = (A^T A)^{-1/2} A^T A Y \quad (2.13)$$

$$\text{Posons : } AY = R \quad (2.14)$$

$$\text{d'où : } E_N = (A^T A)^{-1/2} A^T R \quad (2.15)$$

La comparaison des équations (1.8) et (2.15) montre bien l'analogie des deux méthodes pour la localisation des capteurs défaillants.

### III - METHODES DES ECARTS DE FERMETURE DES EQUATIONS DE BILAN

Pour un réseau globalement redondant , le vecteur des mesures X ne vérifie pas en général les équations de bilan (2.3). Le vecteur R des résidus, ou vecteur de fermeture :

$$R = MX \text{ (formule analogue à celle de l'espace de parité)} \quad (3.1)$$

caractérise les erreurs de mesure. On montre [2] qu'en supposant les erreurs de mesures distribuées selon une loi normale centrée de variance connue V, que le vecteur  $R_N (= R / [\text{diag}(V)]^{1/2})$ , vecteur des résidus normalisés, suit une loi normale centrée et réduite.

Dans un réseau complexe, les résidus normalisés suivent donc tous la même loi ; ils peuvent donc être comparés et "seuillés" par la même grandeur (définie par une probabilité  $\alpha$  d'erreur de type I). Par exemple pour  $\alpha = 0,05$  si  $R_N(j) \in [-1,96 ; 1,96]$ , le bilan boucle avec une probabilité de 95 %.

Le but de cette méthode est de déterminer les nœuds en défaut à partir des écarts de bouclage pour lesquels  $R_N(j)$  n'est pas inclus dans l'intervalle prédéfini (le noeud j est donc suspecté de contenir des mesures aberrantes) ; ainsi par élimination et recoupement, on localise les voies en défauts (cette démarche nécessite une agrégation des nœuds en défauts, démarche formalisée par R.S.H. MAH [4]).

### IV - ETUDE DE LA ROBUSTESSE

#### IV.1 - Démarches concernant les essais

A partir d'un vecteur de grandeurs vraies  $X^*$  vérifiant les équations de bilan, nous avons simulé un vecteur de mesure X tel que :

$$X = X^* + \varepsilon + \delta \quad (4.1)$$

où  $\varepsilon$  vecteur des bruits de mesures obtenu par un générateur de nombres pseudo-aléatoires et  $\delta$  le vecteur biais. Pour chaque voie, nous avons exprimé la précision des mesures sous forme d'un écart-type, dans le cas des redondances analytiques cette précision est égale à 2,5 % de la mesure.

La probabilité de détection correspondant au seuil a été fixée à 95% sauf dans le cas des redondances matérielles où nous avons étudié son influence sur les tests de détection-localisation.

Ensuite, nous avons fait varier les paramètres : nombre de biais, amplitude de biais, nombre de mesures, amplitude des bruits.

Dans le cas de la redondance matérielle, nous avons pris jusqu'à 7 capteurs redondants. Nous les avons représentés par un réseau de 6 nœuds et 7 voies. (Fig. 1).

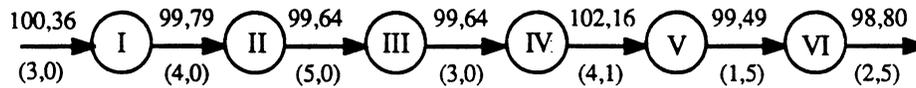


Figure 1 : Réseau de redondance matérielle d'ordre 7 avec ses mesures (et leur précision)

Dans l'autre type de redondance, nous avons pris un réseau (Fig.2) comportant 9 nœuds et 15 voies [2].

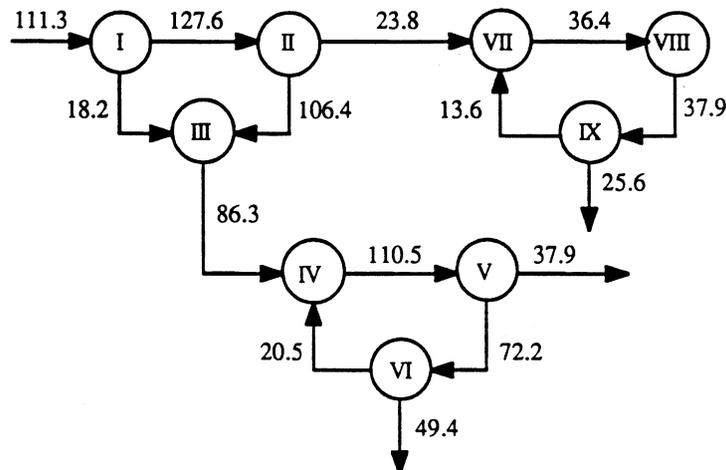


Figure 2 : Représentation du réseau n°2 avec ses mesures

#### IV.2 - Analyse des résultats des simulations

**Redondance matérielle :** dans le cas d'un défaut, on constate que les trois tests sont équivalents puisque la détection-localisation se fait pratiquement à 100%. Le test PAR a été mis en échec dans un seul cas où il n'est pas arrivé à détecter la voie 3 biaisée à  $\pm 20\%$  pour une probabilité de détection de 99%. L'influence du seuil influe très peu sur les tests dans le cas des redondances matérielles. Donc ces tests sont performants pour détecter et localiser un seul biais.

Dans le cas de deux défauts, on remarque que les tests PAR et TCN donne des résultats sensiblement équivalents. Par contre le test EFB détecte d'autant mieux que le nombre de voies est élevé puisque la détection se fait sur les noeuds.

**Redondance analytique :** dans le cas d'un seul défaut (tableau 1), on constate que la méthode PAR n'est pas ou peu sensible à la modification du bruit, et donne de meilleurs résultats que les 2 autres tests. De plus, on remarque que pour les tests PAR et TCN la modification du bruit entraîne une surdétection au détriment de la non-détection.

Le tableau 2 (13 % des voies du réseau en défaut) montrent que plus le nombre de défauts est important moins bonne est la détection. Les résultats des tests PAR et TCN restent comparables, tandis que l'on note une dégradation dans les résultats du test EFB.

#### V - RECONCILIATION DES DONNEES

Après localisation des voies en défaut, il reste à identifier les amplitudes des défauts.

$$X = X^* + \varepsilon + Bd \tag{5.1}$$

avec :  $B$  = matrice de localisation des arcs en défaut de dimension  $n.v$   
 $nvd$  = nombre de voies en défauts  
 $d$  = vecteur des défauts de dimension  $v$

Au sens des moindres carrés et en appliquant les techniques des multiplicateurs de LAGRANGE nous obtenons (pour un système observable) :

$$d = [B^T M^T (MVM^T)^{-1} MB]^{-1} B^T M^T (MVM^T)^{-1} MX \quad (5.2)$$

et :  $\hat{X} = [I_v - VM^T (MVM^T)^{-1} M] (X - Bd)$  (5.3)

Nous avons appliqué cette méthode sur le réseau initial (fig.2). On retrouve le plus fort taux de correction pour les voies en défauts, et une bonne cohérence entre les valeurs estimées.

## VI. CONCLUSION

Jusqu'à présent la méthode de l'espace de parité a été appliquée à la redondance matérielle. Nous présentons une extension de cette méthode appliquée à la redondance analytique. Ses performances sont comparées aux deux autres méthodes que nous avons exposées. A travers quelques résultats, nous avons constaté que ses performances pour la détection sont en général meilleur que les résultats des deux autres approches. Le test EFB trouve son plein emploi lorsqu'il est utilisé comme complément au test PAR.

	Tests	Bonne localisation %	Aucune détection %	Fausse détection %	Surdétection %
Sans modification de bruit	PAR	91,7	7,5	0,8	0,0
	TCN	93,3	6,7	0,0	0,0
	EFB	84,2	15,8	0,0	0,0
Avec modification de bruit	PAR	91,7	5,8	0,8	1,7
	TCN	85,8	5,8	1,7	6,7
	EFB	79,2	20,0	0,8	0,0

Tableau 1 : Résultats des tests dans le cas d'un défaut

Tests	Bonne localisation %	Aucune détection %	Fausse détections %	1 détectée 2 localisées %	2 détectées 1 localisée %	Autres situations %
PAR	85,0	0,0	1,2	8,6	4,3	0,0
TCN	84,0	0,2	2,1	8,6	4,2	0,9
EFB	58,6	8,1	1,4	18,1	1,7	12,1

Tableau 2 : Résultats des tests dans le cas de deux défauts

## References

1. J.E POTTER and M.C. SUMAN, "Thresholdless redundancy management with arrays of skewed instruments", Integrity in Electronic Flight Control systems, AGARDOGRAPH 224, pp-2115-21 (1987).
2. J. FAYOLLE, "Validation de données et diagnostic des procédés industriels", Thèse de l'université de NANCY I (1987).
3. R.S.H MAH and A.C TAMHANE, "Detection of gross errors in process data", AICHE J., 28, 828, (1982).
4. R.S.H MAH, G.M STANLEY and D. DOWNING, "Reconciliation and rectification of process flow and inventory data", IEC Pro.Des.Dev, Vol 15 n°1 (1976).
5. J.RAGOT, M. AUBRUN, M. DAROUACH, "Application de la redondance des équations de bilan à la validation des mesures et à la détection de pannes de capteurs", Proceeding of the first IASTED symposium on applied informatics, vol. 3, p. 159 - 163, Lille, 15 - 17 mars 1983.