



HAL
open science

Peut-on connaitre le climat sans connaitre la météo?

Corentin Herbert

► **To cite this version:**

| Corentin Herbert. Peut-on connaitre le climat sans connaitre la météo?. 2014. hal-00957688

HAL Id: hal-00957688

<https://hal.science/hal-00957688>

Preprint submitted on 10 Mar 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Peut-on connaître le climat sans connaître la météo ?

Corentin Herbert^{1,*}

¹National Center for Atmospheric Research, P.O. Box 3000, Boulder, CO, 80307, USA

On conçoit intuitivement le climat comme la moyenne (ou plus généralement la statistique) spatiale et temporelle des variables météorologiques. En pratique, pour « calculer » le climat, la plupart des modèles intègrent numériquement un système d'équations, relativement proches de celles de la météo, avant d'éventuellement étudier la statistique de ce signal temporel. Il pourrait être intéressant, numériquement et conceptuellement, de disposer d'outils permettant d'avoir accès directement aux grandeurs statistiques, sans passer par la résolution des équations de la dynamique. On présente ici deux tentatives dans ce sens.

PACS numbers: 05.20.-y, 05.70.Ln, 47.10.-g, 92.70.Np, 92.60.Bh

I. INTRODUCTION

Le climat et la météorologie traitent en grande partie des mêmes grandeurs physiques : champs de température, de vitesse, etc. L'évolution de ces variables est déterminée par les différentes composantes du système Terre : l'atmosphère et l'océan, mais aussi la cryosphère, la biosphère, etc (voir Fig. 1). Ces différentes composantes interagissent de manière complexe, sur des échelles de temps et d'espace variées (Choisnel, 1996). Ainsi, le temps de réponse de l'atmosphère à une perturbation extérieure est plus court que celui de l'océan de surface, lui-même plus rapide que l'océan profond ou les calottes polaires. Une façon assez naturelle de distinguer la météorologie du climat est de voir la première comme l'évolution d'un certain ensemble de variables physiques en un endroit précis (« ici ») et à une échelle de temps courte (« tout à l'heure », « demain » ou « dans quelques jours »), tandis que le second concerne les mêmes variables, moyennées sur des zones « assez

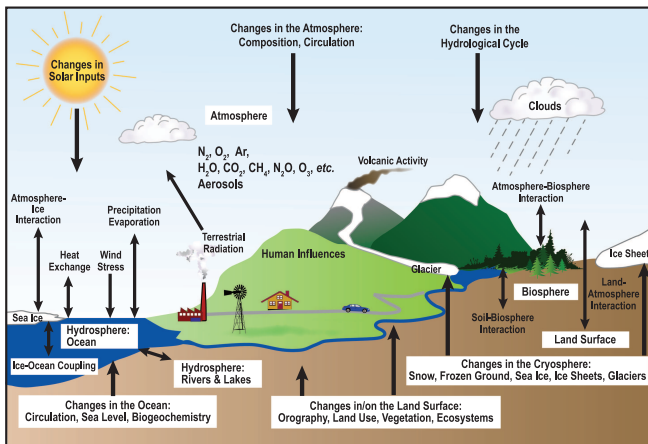


FIGURE 1 Les différentes composantes du système climatique et leurs interactions, d'après Le Treut et al. (2007).

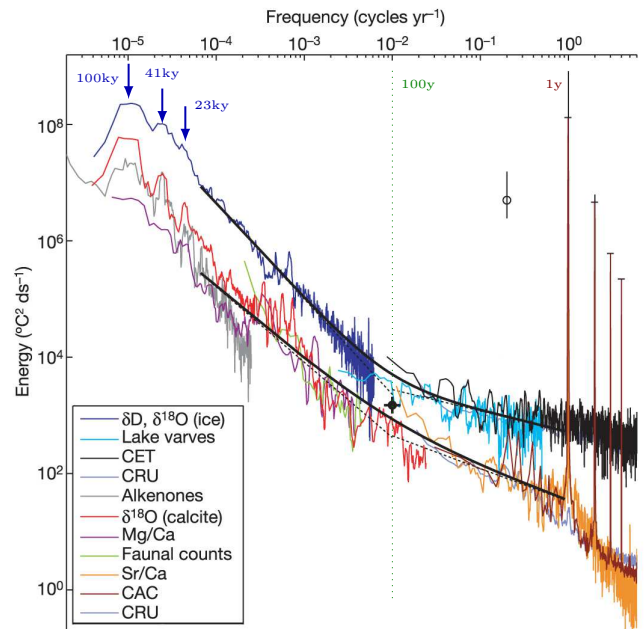


FIGURE 2 Spectre temporel de différents indicateurs du climat (voir légende), pour les hautes latitudes (courbes du haut) et pour les basses latitudes (courbes du bas). Figure adaptée de l'article de Huybers et Curry (2006).

grandes » et sur des temps « assez longs ». Il n'est toutefois pas évident de savoir *a priori* comment choisir sur quelles échelles spatiales et temporelles calculer ces moyennes ; ni trop petites, pour que la statistique garde un sens, ni trop grandes, sans quoi on ne peut plus discuter de *variations* du climat dans l'espace et dans le temps (voir Paillard (2009)). La figure 2 montre une reconstruction du spectre temporel du système Terre basée sur différents « proxys ». A droite du spectre, les pics associés au forçage solaire, avec une périodicité d'un an, et ses harmoniques, sont une caractéristique évidente de ce spectre. A gauche de la figure, on observe également la trace des cycles de Milankovitch, avec des périodicités d'environ 100 000, 41 000 et 23 000 ans. Entre ces deux gammes de fréquences, le spectre est continu : il y a de la

*Electronic address: cherbert@ucar.edu

variabilité à toutes les fréquences. Néanmoins, la pente du spectre change aux alentours de l'échelle du siècle : cela donne un début de justification physique à la définition habituelle et anthropocentrique du climat comme une moyenne sur une trentaine d'année, soit grosso modo une génération humaine. Mais en pratique, il n'est pas évident de séparer quelles composantes du système relèvent de la météorologie et quelles composantes relèvent du climat. Bien sûr, pour prédire la météorologie, on peut se concentrer sur l'atmosphère et l'océan de surface, en considérant que les autres composantes du système n'ont pas le temps de varier sur les échelles de temps considérées, et donc que les variables correspondantes (e.g. la composition de l'atmosphère) sont fixées et constantes dans le temps. Pour des questions de changements climatiques, au contraire, il conviendra de tenir compte de l'évolution de ces grandeurs, mais les composantes plus rapides sont aussi susceptibles de jouer un rôle. Les frontières du système étudié vont dépendre des échelles de temps considérées : plus celles-ci sont longues et plus il y aura de variables dynamiques.

Une fois les contours du système d'étude (i.e. les variables physiques étudiées) définis, il convient d'écrire un ensemble d'équations décrivant leur évolution. Ce n'est pas une tâche facile : certaines composantes du système Terre nécessitent d'être modélisées, ce qui implique nécessairement un certain degré d'arbitraire. Même pour les composantes les plus proches des lois fondamentales de la physique, comme par exemple l'atmosphère et l'océan, bien que les équations régissant le système soient connues, elles sont si complexes que toute prédiction quantitative ne peut reposer que sur une approche numérique. Une hiérarchie de modèles numériques de complexité variable a donc été développée au cours du temps, allant de modèles qui intègrent des équations décrivant le plus fidèlement possible le système réel avec une résolution spatiale aussi fine que possible et un pas de temps aussi petit que possible, comme les *modèles de circulation générale*, jusqu'aux modèles conceptuels, qui ne représentent explicitement qu'un petit nombre de variables et utilisent des *paramétrisations empiriques* pour les phénomènes non-résolus. Même dans le cas des modèles de circulation générale, on ne peut résoudre toutes les échelles spatiales explicitement, et il est nécessaire d'avoir recours à des paramétrisations sous-maille ; ces modèles restent donc au mieux une approximation du système réel.

On peut résumer les difficultés mentionnées plus haut dans un cadre abstrait. Représentons les variables d'intérêt par un seul symbole, disons X , qui décrit l'état du système entier. L'ensemble des « valeurs » possibles pour X forme un espace que l'on appelle *espace des phases*, représenté par un plan bleu sur la figure 3. Les lois (réelles ou modélisées) qui régissent l'évolution de ces variables s'écrivent symboliquement $\dot{X} = F(X, t)$. Connaissant l'état initial du système X_0 , c'est-à-dire sa position dans l'espace des phases à l'instant $t = 0$, on peut en principe calculer sa position à un instant $t = T$ futur

quelconque en *intégrant* les équations du mouvement ; c'est l'idée fondamentale du calcul différentiel fondé par Newton et Leibniz, à la base de la mécanique classique. En pratique, dans le cas qui nous intéresse ici, cette tâche

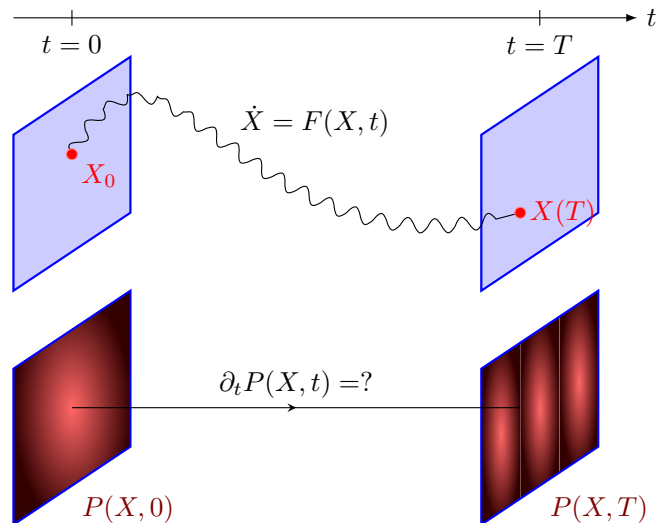


FIGURE 3 Haut : Représentation schématique du calcul d'une trajectoire dans l'espace des phases, représenté par un plan bleu. Etant donnée une condition initiale X_0 , on cherche à calculer la trajectoire microscopique du système, pour prédire son état $X(T)$ à un instant futur arbitraire. Bas : A la place d'une description déterministe microscopique, on introduit une description macroscopique probabiliste : comment évolue dans le temps une distribution de probabilité sur l'espace des phases (en rouge sur le schéma : plus la région est claire plus la probabilité que le système s'y trouve est grande) ?

est extrêmement difficile à accomplir (et très couteuse en temps de calcul), pour plusieurs raisons. D'une part, on ne connaît jamais parfaitement l'état initial du système X_0 , qui correspond en fait à un très grand nombre de variables — l'*espace des phases* est de très grande dimension. De même, on ne dispose en pratique que d'une approximation des lois d'évolution (i.e. de F). Enfin, qu'il s'agisse du système réel ou d'un modèle, les lois d'évolution sont *chaotiques*. Cela signifie en particulier qu'une erreur infinitésimale sur la condition initiale X_0 va croître exponentiellement dans le temps, limitant dramatiquement notre capacité à prédire l'état futur du système : c'est la fameuse image du *battement d'ailes de papillon*¹. Pour ces raisons, le calcul d'une trajectoire

1. Bien que le chaos ait été étudié mathématiquement par exemple par Hadamard ou Poincaré, le premier à avoir perçu que la nature chaotique de l'atmosphère et de l'océan se traduisait directement en terme de prédictibilité, même pour des modèles très simples, est sans doute Edward Lorenz (1963). Pour en savoir plus sur ce sujet, on pourra lire l'article d'Etienne Ghys (2010) ou regarder l'excellent film *Chaos*, réalisé par Jos Leys, Etienne Ghys et Aurélien Alvarez : <http://www.chaos-math.org>.

dans l'espace des phases est très difficile pour les systèmes qui nous intéressent ; pourtant si l'on souhaite prédire avec précision le temps qu'il fera dans quelques heures, dans quelques jours ou même dans quelques semaines, ce calcul semble inévitable. C'est à peu près l'objet de la météorologie. La discipline a fait de grands progrès à partir du moment où il a été possible de mieux contraindre la connaissance de l'état initial du système — X_0 — grâce à des observations recueillies par des satellites et par un meilleur réseau de stations aux sol. De plus, la difficulté à suivre une trajectoire dans l'espace des phases a été partiellement atténuée grâce aux techniques d'*assimilation de données*, qui s'appuient encore une fois sur des observations, et qui permettent de « guider » la trajectoire calculée en la corrigeant dès lors qu'elle s'écarte trop de la trajectoire observée.

Dès lors que l'on se pose des questions impliquant des échelles plus longues, comme par exemple des problèmes de paléoclimat, on ne dispose plus d'autant d'observations, ce qui rend les méthodes décrites plus hautes caduques. On peut se demander si le problème n'est pas plus profond qu'une question technique de calcul de trajectoire. En effet, même si l'on était capable de calculer facilement les trajectoires microscopiques, ces trajectoires sont complexes (par exemple elles varient à toutes les échelles de temps, voir ci-dessus). Peut-être que pour décrire le comportement des mêmes variables mais d'un point de vue plus orienté *climat* (par exemple en moyennant les variables dans le temps et dans l'espace), il convient de changer fondamentalement de description du système ; au lieu de chercher à connaître l'état *microscopique* du système, i.e. la position exacte d'un point dans un espace des phases très grand, il pourrait être pertinent de chercher à décrire directement le système en termes *macroscopiques*, en adoptant une description *probabiliste*. Au lieu de calculer une trajectoire pour une condition initiale donnée, on pourrait s'intéresser à l'évolution d'une distribution de probabilité dans l'espace des phases (voir Fig. 3 bas). A partir d'une telle distribution de probabilité, on peut obtenir des informations statistiques sur n'importe quelle observable, i.e. n'importe quelle fonction des variables microscopiques. Pour un système avec un aussi grand nombre de degrés de liberté, les grandeurs macroscopiques ne semblent pas souffrir du problème de prédictibilité (*l'effet papillon*) qui affecte les grandeurs microscopiques (Robert, 2001).

Certaines approches existantes s'inscrivent plus ou moins dans cette démarche ; par exemple, puisque la condition initiale est mal connue, on peut calculer plusieurs trajectoires microscopiques correspondant à des conditions initiales différentes, et faire la moyenne des résultats : ce sont les *méthodes d'ensemble* (Palmer et al., 2002). De manière similaire, on peut calculer plusieurs trajectoires avec plusieurs modèles différents (i.e. plusieurs F) et faire la moyenne des résultats : ce sont les méthodes *multi-modèles*. Néanmoins, il n'est pas évident *a priori* de savoir comment choisir ces différentes trajectoires et comment pondérer leurs différentes contri-

butions (voir par exemple l'article de Rivière (2004)). D'autre part, cela implique de réaliser plusieurs fois le calcul difficile et coûteux de la trajectoire microscopique. Il serait donc intéressant de développer des outils permettant de travailler directement sur des grandeurs d'ordre statistique, qui caractérisent le niveau macroscopique du système, et qui sont peut-être plus pertinentes pour l'étude du climat.

Pour illustrer cette idée, on peut considérer un exemple très simple. Construisons une série temporelle en tirant aléatoirement 100 nombres, répartis uniformément entre 0 et 1, puis 100 nombres, répartis uniformément entre 0.2 et 1.2. Un tel tirage est représenté sur la figure 4 (courbe bleue). La courbe ainsi obtenue pourrait corres-

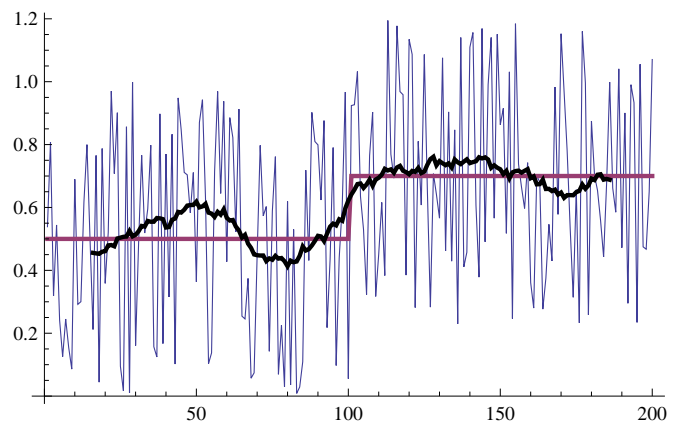


FIGURE 4 Trajectoire microscopique et information macroscopique. On construit une série temporelle en réalisant un tirage aléatoire de 100 nombres distribués uniformément entre 0 et 1, puis 100 nombres distribués uniformément entre 0.2 et 1.2 (courbe bleue). La courbe noire représente la moyenne glissante sur 30 échantillons de ce signal, et la courbe rouge l'espérance mathématique de la loi de probabilité sous-jacente.

pondre à une trajectoire microscopique pour une seule variable du système. On peut éliminer la variabilité rapide en calculant une moyenne glissante sur un nombre fixe d'échantillons, par exemple 30 (courbe noire). Si l'on interprète la courbe bleue comme la météorologie, cela constitue une définition possible du climat. Une définition alternative est de considérer l'espérance mathématique de la distribution de probabilité sous-jacente au tirage aléatoire (courbe rouge). Peut-on étudier cette courbe rouge, dans le cas de modèles de climat, plutôt que d'étudier la courbe noire, qui nécessite le calcul de la courbe bleue ? C'est en substance la question à laquelle je me suis attaché au cours de ma thèse.

II. LE MAXIMUM DE PRODUCTION D'ENTROPIE (MEP)

A. Importance du transport d'énergie par l'atmosphère et l'océan

Une façon très pragmatique de considérer le problème décrit dans le paragraphe précédent est la suivante. Imaginons un modèle très simple de climat, où l'on s'intéresse seulement à une distribution de température de surface. Cette distribution de température évolue, selon les lois de la thermodynamique, lorsque de l'énergie interne est échangée entre la parcelle de fluide considérée et l'environnement. Ces échanges peuvent se faire sous plusieurs formes : travail de la force de pression, ou chauffage diabatique, par exemple dû au rayonnement ou aux changements de phase de l'eau. Enfin, les parcelles de fluide sont advectées par le champ de vitesse : l'atmosphère et l'océan transportent de l'énergie. L'équation qui résume ces effets, appelée *équation thermodynamique*, fait intervenir de nombreuses variables autres que la température elle-même. Essayons de la simplifier. Pour commencer, on peut supposer que la seule source d'échange d'énergie sans transport de matière est le rayonnement. Supposons de plus que l'on peut connaître la quantité d'énergie échangée par unité de temps et de surface par le rayonnement, en fonction seulement du profil de température et de paramètres extérieurs, comme la constante solaire, l'albedo de surface, la composition de l'atmosphère. Faisons l'hypothèse supplémentaire que ces paramètres extérieurs sont constants dans le temps, de façon à ce que le système puisse atteindre un état stationnaire dont on présumera qu'il peut correspondre à une sorte de moyenne. Un état stationnaire de l'équation thermodynamique ne prenant en compte que les effets radiatifs s'appelle un *équilibre radiatif*. Etant donné un modèle de rayonnement, on peut calculer assez facilement les états d'équilibre radiatif, et comparer leurs variations spatiales avec les observations. La distribution de température observée n'est proche de l'équilibre radiatif ni sur la verticale, ni sur l'horizontale : la raison en est simplement que les mouvements de l'atmosphère et de l'océan contribuent de façon significative aux échanges d'énergie. Malheureusement, incorporer leurs effets nécessite en principe de résoudre simultanément l'équation qui décrit l'évolution du champ de vitesse, ce qui est une tâche difficile comme expliqué en introduction. Peut-on connaître le transport d'énergie horizontal et vertical dû à l'atmosphère et l'océan sans résoudre explicitement leur dynamique ?

Une façon de traiter ce problème est de « paramétriser » le transport d'énergie ; cela signifie remplacer le terme d'advection dans l'équation thermodynamique par une fonction donnée du champ de température. Par exemple, un choix classique dans les modèles de bilan d'énergie revient à remplacer le terme d'advection par un terme de diffusion du champ de température, avec un coefficient de diffusion choisi empiriquement. Une alternative à cette approche empirique a été proposée au milieu

des années 1970 par Garth Paltridge : une façon de fermer un modèle de bilan d'énergie est de calculer des flux de transport d'énergie à partir d'un principe variationnel. Plus précisément, on fait l'hypothèse que ces flux (et donc le champ de température) s'ajustent de façon à maximiser une fonction thermodynamique globale, qui correspond à l'*entropie* créée par le système par unité de temps.

B. Modèle de Paltridge et climat pré-industriel

Paltridge a mis en oeuvre ce principe dans un modèle très simple, et en a déduit une distribution latitudinale de température, de couverture nuageuse et de flux méridional d'énergie remarquablement proches des observations (Paltridge, 1975). Néanmoins, on peut émettre l'objection que la partie radiative du modèle est formulée de façon *ad hoc* et contient de nombreux paramètres ajustables, alors même que l'on cherche à éviter de paramétriser le transport d'énergie. De plus, il n'est pas évident qu'il ne s'agisse pas d'une simple coïncidence ; l'accord subsiste-t-il pour des climats différents par exemple ? Pour répondre à ces objections, on peut reformuler la partie radiative du modèle (Herbert et al., 2011b), de façon à ce que seuls des coefficients avec un sens physique bien identifié apparaissent, comme par exemple la composition de l'atmosphère ou l'albedo de surface. Pour évaluer les performances de ce modèle MEP, on peut comparer ses résultats à ceux obtenus par un modèle de circulation générale, beaucoup plus complexe et qui résout explicitement la dynamique de l'atmosphère et de l'océan, comme par exemple le modèle de l'IPSL (décrit par exemple par Dufresne et al. (2006)). Sans entrer dans les détails de la comparaison (voir Herbert et al. (2011b)), on constate que si l'on s'en tient à une version sans paramètres ajustables du modèle (en particulier, l'effet radiatif des nuages n'est pas représenté), l'accord entre les deux modèles n'est pas aussi bon que ce que pouvaient faire penser les résultats de Paltridge : en moyenne globale, la température de surface calculée par les deux modèles diffère d'environ 7 degrés. Si l'on introduit une représentation très simpliste des nuages et des effets de topographie, l'écart se réduit à environ 1 degré, c'est-à-dire de l'ordre de la marge d'erreur liée à la vapeur d'eau. La distribution spatiale de la différence entre les deux modèles est représentée sur la figure 5 (gauche). On peut également représenter le transport méridional d'énergie (intégré zonalement) pour les deux modèles (voir figure 5, droite) ; l'accord est assez bon dans l'hémisphère Nord, tandis que le transport dans l'hémisphère Sud est légèrement sous-estimé par le modèle MEP. Compte tenu de la simplicité du modèle MEP, ces résultats sont relativement satisfaisants, et semblent indiquer que le principe variationnel MEP fournit une approximation raisonnable des flux d'énergie dans l'atmosphère et l'océan, du moins sur l'horizontale.

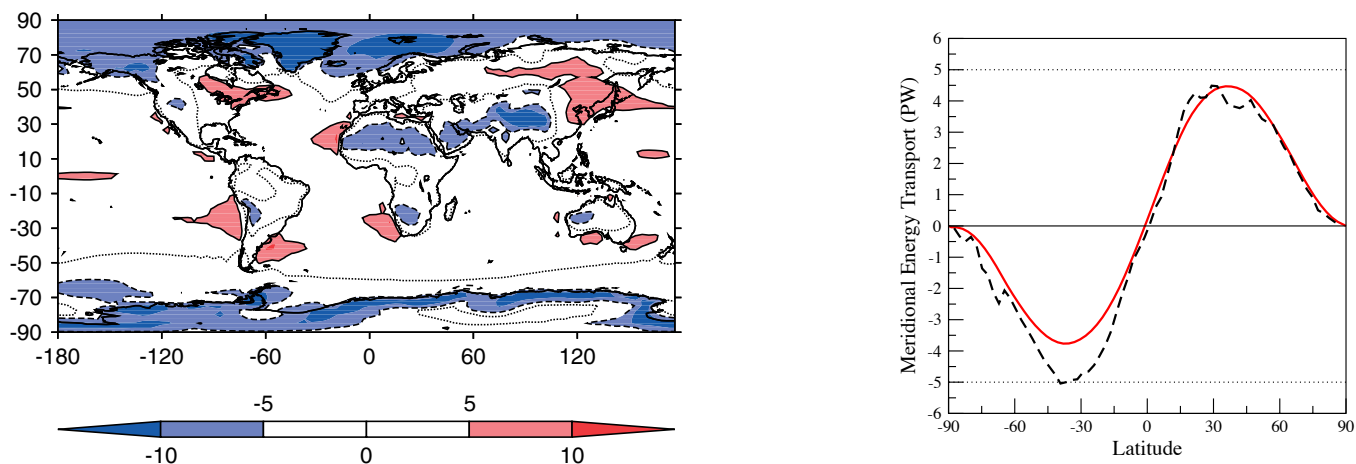


FIGURE 5 Gauche : Différence de température de surface pour le climat pré-industriel entre le modèle MEP et le modèle de l'IPSL. Droite : Transport méridional d'énergie, obtenu par le modèle MEP (courbe rouge) et par le modèle de l'IPSL (courbe noire pointillée) pour le climat pré-industriel.

C. Le Dernier Maximum Glaciaire

Toutefois, on peut toujours se demander comment ces résultats évoluent lorsque les paramètres varient, ou, en d'autres termes, pour des climats différents. En effet, l'intérêt majeur de disposer d'un modèle tel que celui décrit ci-dessus est d'une part qu'il ne nécessite pas de calibration de paramètres empiriques à partir de données et d'autre part, qu'il est extrêmement rapide. De tels atouts semblent particulièrement attrayants pour l'étude de paléoclimats. Je me suis donc intéressé à un exemple bien documenté : le *Dernier Maximum Glaciaire* (DMG). Au cours du Pleistocène, la Terre a subi des périodes de glaciation et de déglaciation à peu près périodiques (tous les 100 000 ans environ). Le *Dernier Maximum Glaciaire* désigne la période où le volume de glace dans les calottes polaires était maximal, pour la dernière glaciation. On estime qu'il a eu lieu il y a environ 20 000 ans. Des reconstructions basées sur le rebond isostatique des continents (i.e. comment le continent s'enfonce sous le poids de la calotte) permettent de disposer d'estimations de l'étendue et du volume des calottes : une de ces reconstructions est représentée sur la figure 6. Dans le modèle MEP, le seul paramètre qui est influencé par la présence de ces calottes est l'albedo de surface (en réalité la topographie est également différente, ainsi que les interactions sol-atmosphère, etc). Pour que la comparaison avec le modèle de circulation générale ait un sens, il convient de réaliser avec ce dernier une simulation qui ne prend en compte que l'effet d'albedo dû à la présence des calottes. Les résultats de cette comparaison sont représentés sur la figure 7. En moyenne globale, le modèle MEP prédit un DMG plus froid que le pré-industriel d'environ 2 degrés, alors que le modèle de l'IPSL donne une différence de 2.5 degrés. L'accord est raisonnable, toutefois des limites apparaissent quand on regarde la distribution spatiale de l'anomalie de température : pour le modèle MEP, elle est concentrée au dessus des calottes (donc là où l'albedo de

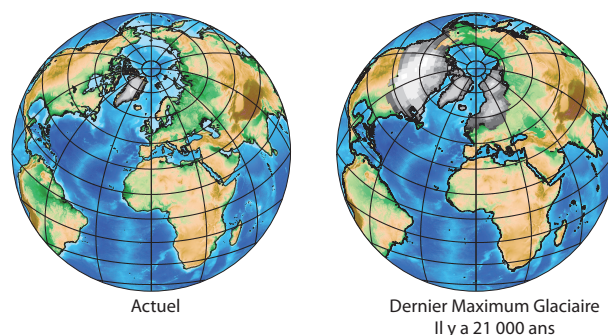


FIGURE 6 Au *Dernier Maximum Glaciaire*, d'imposantes calottes de glace recouvraient l'essentiel de l'Amérique du Nord et de l'Europe du Nord, alors que ces zones sont aujourd'hui libres de glace.

surface a changé), alors que pour le modèle de l'IPSL, elle est beaucoup plus étalée zonalement. Cela met en évidence le manque de représentation de la dynamique dans le modèle MEP.

D. Profils verticaux et CO₂

Les résultats présentés jusqu'ici se concentrent sur le transport horizontal (et essentiellement méridional) dans l'atmosphère et dans l'océan. Le modèle MEP décrit ci-dessus utilise une approximation particulièrement grossière de la dimension verticale : il y est supposé que l'atmosphère est isotherme. Bien entendu, il est possible de raffiner en introduisant une discrétisation de la verticale en un nombre arbitraire de niveaux ; il convient seulement de pouvoir calculer le bilan radiatif à chaque niveau grâce à une version plus générale du code radiatif utilisé précédemment. Il faut également calculer le transport vertical d'énergie dans l'atmosphère (la *convec-*

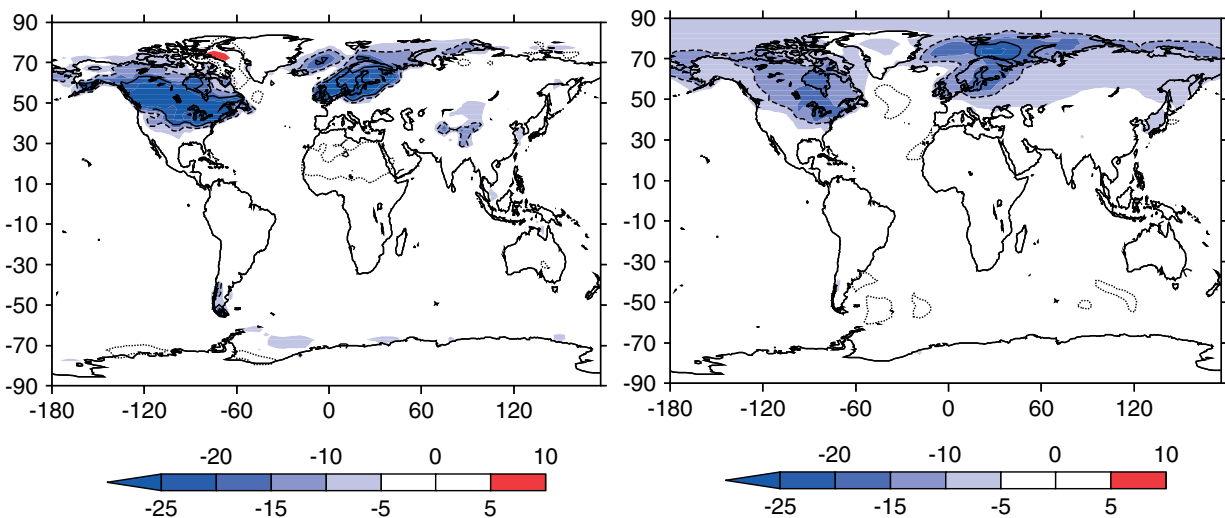


FIGURE 7 Gauche : Différence de température de surface entre le Dernier Maximum Glaciaire et le pré-industriel, calculée par le modèle MEP. Moyenne globale : -2°C . Droite : Différence de température de surface entre le Dernier Maximum Glaciaire et le pré-industriel, calculée par le modèle de l'IPSL. Moyenne globale : -2.5°C .

tion) : en fait, ces flux sont automatiquement inclus dans le principe variationnel MEP et il n'y a pas de difficulté nouvelle. Dès lors, on dispose d'un modèle MEP réellement « 3D », sans que cette version soit plus complexe que la précédente : seul le code radiatif change. On peut s'intéresser au cas particulier d'une colonne d'atmosphère, et calculer des profils verticaux de température obtenus par le modèle MEP. De tels profils sont calculés et décrits par Herbert et al. (2013). Ici, le principe MEP permet d'éviter d'avoir recours à une paramétrisation de la convection, comme par exemple un *ajustement convectif*.

Disposer d'une représentation réaliste de la dimension verticale est une condition *sine qua non* pour étudier les effets d'une variation de la composition de l'atmosphère, comme un changement de concentration en dioxyde de carbone. En effet, pour une atmosphère isotherme, l'effet de serre est très mal représenté car la bande d'absorption du CO_2 est saturée (voir par exemple Dufresne et Treiner, 2011). Une question intéressante est donc d'étudier l'effet d'un changement de concentration en CO_2 dans l'atmosphère sur le champ de température obtenu par le modèle MEP. Un premier test simple consiste à réaliser une expérience de sensibilité climatique pour des profils verticaux standard : comment la température au sol change-t-elle quand on double la concentration en CO_2 . Les valeurs obtenues, de l'ordre de 0.5K , sont en accord satisfaisant avec les estimations classiques. De manière semblable, on peut estimer grossièrement le rôle du CO_2 dans le climat du DMG : on sait qu'au DMG, la concentration en CO_2 atmosphérique était inférieure d'environ 100ppm au climat pré-industriel. Dans le modèle MEP, une telle diminution correspond à une différence de température d'environ -0.5K .

Dans les deux cas, l'effet de la variation de concentration en CO_2 atmosphérique sur la température est calculé

sans tenir compte des *rétroactions climatiques* : en effet, de nombreuses boucles de rétroaction vont amplifier cet effet. Inclure ces boucles de rétroaction dans le modèle MEP est donc essentiel. En principe, rien ne s'y oppose, comme on l'a montré dans le cas des rétroactions de l'albedo ou de la vapeur d'eau (Herbert et al., 2011a).

III. MÉCANIQUE STATISTIQUE À L'ÉQUILIBRE

A. Idée fondamentale : les distributions de probabilité d'équilibre

Dans la section précédente, nous avons présenté une approche concrète permettant de calculer des flux d'énergie à l'état stationnaire dans l'atmosphère et l'océan sans résoudre explicitement leur dynamique. Le principe variationnel sous-jacent est essentiellement phénoménologique, et on ne comprend pas parfaitement l'interprétation probabiliste à donner aux résultats de ce modèle : s'agit-il de valeurs moyennes ? Pour quelle distribution de probabilité ? Une façon plus fondamentale de mettre en oeuvre la démarche esquissée en introduction est de partir des équations de la dynamique, et de construire une distribution de probabilité sur l'espace des phases de façon cohérente avec la dynamique. En fait, ce programme est exactement celui qu'ont introduit Maxwell, Boltzmann et Gibbs au XIX-ème siècle, en posant les bases de la *mécanique statistique* (voir par exemple Lebowitz (1993)).

Expliquons les idées fondamentales dans le cas d'un exemple simple : le gaz parfait. Considérons simplement l'air à l'intérieur d'une pièce : pour simplifier, supposons que toutes les molécules de gaz sont identiques, qu'elles sont ponctuelles, et qu'elles n'interagissent pas. Les molécules se déplacent donc en ligne droite entre

deux chocs avec d'autres molécules ou avec les parois de la pièce. Un gaz satisfaisant ces hypothèses idéales s'appelle un *gaz parfait*. Mathématiquement, sa dynamique est simple : il s'agit d'un système hamiltonien dont le Hamiltonien est bien connu — il s'agit simplement de l'énergie cinétique. Les lois de la dynamique sont donc connues et simples. L'espace des phases est l'ensemble des positions et vitesses possibles pour chaque molécule de gaz. En principe, étant donnée une condition initiale — i.e. la position et la vitesse de chaque molécule de gaz à l'instant initial — on peut donc calculer l'état du système — la position et la vitesse de chaque molécule de gaz — à tout instant futur. En pratique, c'est impossible parce que l'espace des phases est beaucoup trop grand : il y a typiquement de l'ordre de 10^{23} (le *nombre d'Avogadro*) molécules de gaz ! Même s'il était possible de réaliser ce calcul (cela viendra peut-être un jour), cela n'aurait peut-être pas tant d'intérêt : en tant qu'êtres humains, il nous importe peu de connaître la position et la vitesse de chaque molécule de gaz dans la pièce : ce sont des informations microscopiques, alors que nous sommes plus concernés par des grandeurs macroscopiques, comme la température et la pression du gaz dans la pièce.

En fait, beaucoup d'états microscopiques du système correspondent au même état macroscopique. Prenons par exemple tous les états microscopiques correspondant à une énergie donnée. On peut faire l'hypothèse que pour une condition initiale de même énergie, la dynamique va visiter tous ces états de façon à peu près uniforme (hypothèse ergodique ; voir par exemple Lebowitz et Penrose (1973)). Dès lors, imaginons que l'on souhaite calculer la valeur d'une fonction qui dépend de la position dans l'espace des phases (i.e. l'état microscopique), comme par exemple, la moyenne des carrés des vitesses de toutes les molécules (*vitesse quadratique moyenne*). Si on résout explicitement la dynamique du système pour une condition initiale donnée, on peut calculer exactement la vitesse quadratique moyenne à chaque instant. On peut ensuite faire la moyenne temporelle du signal obtenu. Mais sous réserve de validité de l'hypothèse ergodique, il y a une autre façon de calculer la vitesse quadratique moyenne : comme tous les états de même énergie devraient être visités aussi souvent, on peut calculer la vitesse quadratique moyenne pour chacun d'entre eux et faire la moyenne des contributions ainsi obtenues. Dans ce calcul, il n'est pas nécessaire de résoudre la dynamique, et on a remplacé une moyenne temporelle par une moyenne dans l'espace des phases. Il se trouve que pour un système assez grand, les deux calculs coïncident. A partir de la vitesse quadratique moyenne, on définit aisément les grandeurs macroscopiques comme la température et la pression.

L'exemple précédent illustre le fait qu'il suffit de disposer d'une distribution de probabilité sur l'espace des phases bien choisie pour calculer les grandeurs macroscopiques d'intérêt. En l'occurrence, on a simplement attribué une probabilité uniforme à tous les états microscopiques d'énergie donnée : on parle de *distribution mi-*

crocanonique. D'autres choix sont possibles : par exemple la *distribution canonique*, qui décroît exponentiellement avec l'énergie. Pour de nombreux exemples, en particulier pour le gaz parfait, ce choix importe peu et pour un système assez grand, les prédictions coïncident (mais ce n'est pas toujours le cas). Toutes ces distributions de probabilité, dites *d'équilibre*, ne dépendent que d'information très simples sur la dynamique : en l'occurrence elles ne dépendent que de l'énergie du système, qui est conservée par la dynamique. On peut généraliser cette construction : connaissant les grandeurs laissées invariantes par la dynamique, on peut construire les distributions de probabilité d'équilibre.

Peut-on procéder de la même façon pour l'équation décrivant la dynamique de l'atmosphère et de l'océan ?

B. Mécanique statistique des écoulements quasi-géostrophiques

Pour simplifier, on va considérer un modèle de la dynamique atmosphérique et océanique relativement simple : la dynamique quasi-géostrophique, qui décrit bien les grandes échelles des écoulements géophysiques. Dans un premier temps, on va même considérer que l'écoulement est barotrope, et donc qu'il ne dépend pas de la coordonnée verticale. Cela revient en quelque sorte à considérer un modèle quasi-géostrophique à un seul niveau. Cette dynamique est très proche de celle d'un fluide incompressible à deux dimensions. La dynamique prend la forme simple d'une équation d'advection pour une quantité appelée *vorticité potentielle*, notée q , liée au champ de vitesse par une relation simple. Ici, l'espace des phases est donc constitué par l'ensemble des champs de vorticité potentielle $q(\mathbf{x})$. En particulier il est de dimension infinie. Comme pour le gaz parfait (à quelques détails techniques près), en l'absence de viscosité moléculaire, la dynamique a une structure *hamiltonienne*. En particulier, l'énergie cinétique E de l'écoulement est invariante. Mais une nouveauté est qu'il existe beaucoup d'autres invariants : l'intégrale sur tout le domaine de n'importe quelle fonction de q est un invariant. En particulier, on peut considérer les *invariants de Casimir* Γ_n , qui sont les *moments* du champ de vorticité (l'intégrale de q^n). Un cas particulier important est celui de l'*enstrophie potentielle* Γ_2 . En fonction de la géométrie du domaine, il peut y avoir d'autres invariants : par exemple sur une sphère, le moment angulaire L est conservé.

Connaissant les invariants, on souhaite construire les distributions de probabilité d'équilibre sur l'espace des phases. Deux difficultés techniques apparaissent par rapport à l'explication précédente : l'espace des phases est de dimension infinie et il y a une infinité de quantités conservées. Pour simplifier, on peut commencer par considérer, comme le fit Kraichnan (1967), une approximation du système sur un espace des phases de dimension finie (un nombre fini de modes de Fourier par exemple), en ne gardant qu'un nombre fini d'in-

variants, par exemple l'énergie et l'énstrophie. Dans ce cas, il est aisé de construire la distribution de probabilité à l'équilibre, par exemple la distribution *canonique*. Dès lors, on peut calculer la valeur moyenne du spectre d'énergie. Une chose intéressante se produit : pour des valeurs de l'énergie moyenne suffisamment faibles, le spectre diverge aux grandes échelles. Cette accumulation d'énergie aux grandes échelles est le fruit d'un processus de transfert turbulent appelé *cascade inverse*. A cause de la présence d'un deuxième invariant quadratique, l'énstrophie, en plus de l'énergie, les écoulements bi-dimensionnels et quasi-géostrophiques ne se comportent pas comme les écoulements tri-dimensionnels homogènes isotropes : l'énstrophie est transférée vers les petites échelles tandis que l'énergie est transférée vers les grandes échelles, alors que l'énergie est transférée vers les petites échelles dans un écoulement tri-dimensionnel. En d'autres termes, alors que la tendance naturelle d'un tourbillon tri-dimensionnel est de se casser en tourbillons plus petits, qui eux mêmes se brisent en tourbillons encore plus petits et ainsi de suite jusqu'à ce que la dissipation moléculaire intervienne, la tendance naturelle pour des tourbillons bi-dimensionnels ou quasi-géostrophiques est de s'agréger en un tourbillon plus grand, jusqu'à atteindre éventuellement la taille du domaine. Le transfert d'énstrophie vers les petites échelles correspond au fait que les contours des tourbillons deviennent de plus en plus filamenteux.

Le processus de cascade inverse résulte donc en l'accumulation d'énergie aux grandes échelles. Ce que les simulations numériques et les expériences indiquent est que de plus, des relations de phase s'établissent, correspondant à l'apparition de structure cohérentes persistantes à grande échelle, et pas seulement de fluctuations incohérentes. L'apparition de telles structures est également observée dans l'atmosphère et dans l'océan, à l'échelle planétaire ou à la méso-échelle. Peut-on comprendre et prédire l'apparition de ces structures à l'aide de la mécanique statistique ? Pour ce faire, on s'appuie sur la théorie développée par Miller (1990), Robert et Sommeria (1991). Il convient de définir un champ de vorticité potentielle « grossier » qui ne contiendra que les structures à grande échelle et pas le détail des petites échelles : en chaque point du domaine, on définit une distribution de probabilité pour la valeur prise par le champ de vorticité potentielle. En calculant la valeur moyenne de la distribution de probabilité en chaque point, on obtient le champ de vorticité potentielle « grossier » $\bar{q}(\mathbf{x})$. La distribution de probabilité pour la vorticité potentielle microscopique est sélectionnée par un principe variationnel : elle maximise une entropie statistique sous contrainte de conservation des invariants de la dynamique. Une fois résolu ce problème variationnel, on peut obtenir une équation caractérisant sa valeur moyenne : il s'agit d'une relation de la forme $\bar{q} = F(\bar{\psi})$, où $\bar{\psi}$ est la fonction courant associée. De manière générale, les états stationnaires de la dynamique quasi-géostrophique sont caractérisés par une relation de cette forme. La différence

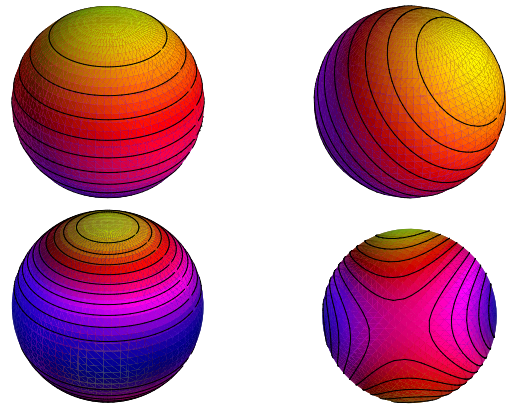


FIGURE 8 Equilibres statistiques pour la dynamique quasi-géostrophique sur une sphère en rotation : rotation solide (haut-gauche), dipole (haut-droite), écoulement zonal cisailé (bas-gauche) et quadrupole (bas-droite) (Herbert, 2013; Herbert et al., 2012). En fait, la composante dipole n'est pas stationnaire : en raison de la précession du moment angulaire, le maximum de vorticité se déplace sur son cercle de latitude, comme une onde de Rossby de nombre d'onde unité.

est qu'ici, la fonction F reliant vorticité potentielle et fonction courant est fixée par des quantités macroscopiques, les invariants de la dynamique, et pas par des quantités microscopiques, comme la condition initiale. On a donc défini une sous-classe des états stationnaires de la dynamique quasi-géostrophique, qu'on appelle les *états d'équilibre*.

Il reste à résoudre l'équation $\bar{q} = F(\bar{\psi})$ pour calculer les états d'équilibre du système. En général, ce n'est pas une tâche aisée. Une limite dans laquelle des calculs analytiques sont possibles est celle d'une fonction F linéaire. Dans ce cas, on obtient des structures cohérentes où toute l'énergie est condensée dans le mode le plus « grave » du domaine. Par exemple, pour un domaine rectangulaire sans rotation, on obtient ou bien un monopole, ou bien un dipole, selon le rapport d'aspect (Chavanis et Sommeria, 1996). En ajoutant un « effet β », on obtient l'écoulement de Fofonoff, bien connu en océanographie (Naso et al., 2011). Sur une sphère en rotation, il y a une subtilité liée au mouvement de précession du moment angulaire (Herbert, 2013). L'équilibre statistique général est la somme de deux composantes : un écoulement stationnaire qui prend la forme d'un mélange de *quadrupole* (deux maxima et deux minima de vorticité potentielle), d'une composante *zonale cisailée* (vitesses opposées dans les deux hémisphères) et de *rotation solide* (on peut ajouter une constante à la vitesse angulaire ; cette composante est fixée par la projection verticale du moment angulaire) et une composante qui dépend du temps, sous la forme d'une onde de Rossby de nombre d'onde unité (cela correspond à un *dipole* — un maximum et un minimum de vorticité potentielle diamétralement opposés — qui se déplace sur un cercle de latitude). Des cas particuliers d'équilibres statistiques stationnaires sont donc le qua-

drupole, l'écoulement zonal cisailé et la rotation solide. Ces solutions sont représentées sur la figure 8.

La mécanique statistique fournit donc une explication à l'apparition de structures cohérentes à grande échelle dans des écoulements quasi-géostrophiques, qui décrivent bien les grandes échelles de l'atmosphère et de l'océan. Ces structures résultent du processus de mélange turbulent de la vorticité potentielle. La mécanique statistique permet de prédire quelles structures vont dominer l'écoulement si l'on attend assez longtemps, sous réserve de la validité de l'hypothèse d'ergodicité, étant données seulement quelques grandeurs macroscopiques, à savoir les invariants de la dynamique. Ces prédictions sont en bon accord avec des simulations numériques, et les structures obtenues correspondent à des observations dans l'atmosphère et l'océan, comme par exemple l'apparition de jets ou d'anneaux dans les méso-échelles de l'océan (Bouchet et Venaille, 2012).

On s'est restreint jusqu'ici à des écoulements quasi bi-dimensionnels, essentiellement pour des raisons techniques. En fait, la dynamique quasi-géostrophique générale satisfait le même genre de propriétés que dans le cas barotrope :   chaque niveau vertical, les invariants de Casimir sont conservés, ainsi que l'énergie totale bien entendu. Des calculs dans le cadre d'un modèle à deux niveaux, ou avec une stratification continue, montrent que sur l'horizontale, on attend une organisation en structures à grande échelle semblable au cas barotrope, tandis que sur la verticale, l'énergie se répartit à l'équilibre statistique entre mode barotrope et modes baroclines. Les détails de la dépendance verticale restent encore à étudier.

IV. CONCLUSION

La motivation de ce travail était de tenter de comprendre ce que l'on peut dire au niveau macroscopique (le *climat*) sur le système atmosphère-océan sans résoudre explicitement la dynamique microscopique (la *météorologie*). Nous avons abordé cette question sous deux angles opposés. D'abord, un point de vue très pragmatique est de chercher à formuler un principe phénoménologique pour calculer le transport d'énergie dans l'atmosphère et dans l'océan sans calculer le détail de leurs mouvements. En pratique, cela permet de « fermer » des modèles très simples de climat, comme les modèles de bilan d'énergie. Si cette approche permet d'obtenir rapidement des résultats très concrets, on maîtrise assez mal les fondations théoriques qui pourraient justifier le principe variationnel. Une façon plus rigoureuse de procéder est donc d'introduire une description probabiliste de la partie du système qu'on ne souhaite pas résoudre explicitement (ici la dynamique de l'atmosphère et/ou de l'océan). La manière la plus simple est sans doute de construire les distributions de probabilité dites *d'équilibre*, qui s'appuient uniquement sur les invariants de la dynamique du système inviscide. De la sorte, on

peut comprendre comment l'énergie s'organise en structures cohérentes à grande échelle dans des écoulements quasi-géostrophiques, et calculer les * tats d'équilibre*, qui correspondent à la dynamique à grande échelle attendue.

Un point commun à ces deux approches est que dans les deux cas, on a directement accès aux échelles d'espace et de temps qui nous intéressent : on calcule directement des  tats stationnaires en temps, et les petites échelles spatiales, habituellement représentées via des paramétrisations sous-maille, sont prises en compte de façon implicite. Sur un plan plus technique, les deux approches prennent la forme de problèmes variationnels sous contraintes, ce qui établit des connections entre elles liées aux méthodes de résolution. Dans les deux cas, les modèles développés sont relativement peu sophistiqués, dans le sens où ils ne tentent pas de résoudre tous les phénomènes à toutes les échelles d'espace et de temps : ceci les rend complémentaires de méthodes existantes comme les modèles de circulation générale, qui résolvent de plus en plus de phénomènes avec des réolutions de plus en plus fines. En effet, pour progresser dans la compréhension d'un système aussi complexe, nous avons sans doute besoin à la fois de « simulations » qui visent à reproduire au plus proche le comportement du système réel tout en ayant la possibilité d'explorer le rôle de différents paramètres, que de « modèles », qui cherchent avant tout à comprendre quels mécanismes jouent un rôle crucial dans tel ou tel phénomène, et quels autres peuvent être négligés ou représentés de façon approchée.

Acknowledgments

Je tiens à remercier mes directeurs de thèse, Didier Paillard (LSCE) et Bérengère Dubrulle (SPEC), qui sont à l'origine de ce travail (leur influence est visible en plusieurs points de cet article), ainsi que le jury du prix Prud'homme pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail. Merci   Christophe Dumas (LSCE) pour la figure 6.

Références

- Bouchet, F. et Venaille, A. (2012). Statistical mechanics of two-dimensional and geophysical flows. *Phys. Rep.*, 515 :227.
- Chavanis, P.-H. et Sommeria, J. (1996). Classification of self-organized vortices in two-dimensional turbulence : the case of a bounded domain. *J. Fluid Mech.*, 314 :267–297.
- Choinel, E. (1996). Les échelles d'espace et de temps en climatologie. *La Météorologie*, 13 :29–38.
- Dufresne, J.-L., Salas y M lia, D., Denvil, S., Tyteca, S., Arzel, O., Bony, S., Braconnot, P., Brockmann, P., Cadule, P., Caubel, A., Chauvin, F., Déqué, M., Douville, H., Fairhead, L., Fichet, T., Foujols, M.-A., Friedlingstein, P., Grandpeix, J.-Y., Gu r my, J.-F., Hourdin, F., Idelkadi, A., Krinner, G., Levy, C., Madec, G., Marquet, P., Marti, O., Musat, I., Planton, S., Royer, J.-F., Swingedouw, D., et Voldoire, A. (2006). Simulation du climat récent et futur

- par les modèles du CNRM et de l'IPSL. *La Météorologie*, 55 :45–59.
- Dufresne, J.-L. et Treiner, J. (2011). L'effet de serre atmosphérique : plus subtil qu'on ne le croit ! *La Météorologie*, 72 :31–41.
- Ghys, E. (2010). L'attracteur de Lorenz, paradigme du chaos. *Séminaire Poincaré*, 14 :1–52.
- Herbert, C. (2013). Additional invariants and statistical equilibria for the 2D Euler equations on a spherical domain. *J. Stat. Phys.*, 152 :1084–1114.
- Herbert, C., Dubrulle, B., Chavanis, P.-H., et Paillard, D. (2012). Phase transitions and marginal ensemble equivalence for freely evolving flows on a rotating sphere. *Phys. Rev. E*, 85 :056304.
- Herbert, C., Paillard, D., et Dubrulle, B. (2011a). Entropy production and multiple equilibria : the case of the ice-albedo feedback. *Earth Syst. Dynam.*, 2 :13–23.
- Herbert, C., Paillard, D., et Dubrulle, B. (2013). Vertical Temperature Profiles at Maximum Entropy Production with a Net Exchange Radiative Formulation. *J. Climate*, 26 :8545–8555.
- Herbert, C., Paillard, D., Kageyama, M., et Dubrulle, B. (2011b). Present and Last Glacial Maximum climates as states of maximum entropy production. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 137 :1059–1069.
- Huybers, P. et Curry, W. (2006). Links between annual, Milankovitch and continuum temperature variability. *Nature*, 441 :329–332.
- Kraichnan, R. H. (1967). Inertial ranges in two-dimensional turbulence. *Phys. Fluids*, 10 :1417.
- Le Treut, H., Somerville, R., Cubasch, U., Ding, Y., Mauritzen, C., Mokssit, A., Peterson, T., et Prather, M. (2007). Historical overview of climate change. In Solomon, S., Qin, D., Manning, M., Chen, Z., Marquis, M., Averyt, K. B., Tignor, M., et Miller, H. L., editors, *Climate Change 2007 : The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA.
- Lebowitz, J. L. (1993). Boltzmann's entropy and time's arrow. *Physics Today*, 46 :32.
- Lebowitz, J. L. et Penrose, O. (1973). Modern ergodic theory. *Physics Today*, 26(2) :23.
- Lorenz, E. N. (1963). Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.*, 20 :130.
- Miller, J. (1990). Statistical mechanics of Euler equations in two dimensions. *Phys. Rev. Lett.*, 65 :2137–2140.
- Naso, A., Chavanis, P.-H., et Dubrulle, B. (2011). Statistical mechanics of Fofonoff flows in an oceanic basin. *Eur. Phys. J. B*, 80 :493–517.
- Paillard, D. (2009). De l'atmosphère au climat et à la science du système terrestre. *La Météorologie*, 65 :39–45.
- Palmer, T. N., Barkmeijer, J., Buizza, R., Klinker, E., et Richardson, D. (2002). L'avenir de la prévision d'ensemble. *La Météorologie*, 36 :22–30.
- Paltridge, G. W. (1975). Global dynamics and climate—a system of minimum entropy exchange. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, 101 :475–484.
- Rivière, G. (2004). Prévisibilité des écoulements atmosphériques et océaniques aux latitudes tempérées. *La Météorologie*, 51 :23–36.
- Robert, R. (2001). L'effet papillon n'existe plus ! *Gaz. Math.*, 90 :11–25.
- Robert, R. et Sommeria, J. (1991). Statistical equilibrium states for two-dimensional flows. *J. Fluid Mech.*, 229 :291–310.