



**HAL**  
open science

# Une nouvelle famille d'inégalités valides pour un problème de dimensionnement de lots avec politique de production discrète

Céline Gicquel, Michel Minoux

► **To cite this version:**

Céline Gicquel, Michel Minoux. Une nouvelle famille d'inégalités valides pour un problème de dimensionnement de lots avec politique de production discrète. 14e congrès de la Société française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision (ROADEF 2013), Feb 2013, Troyes, France. hal-00948463

**HAL Id: hal-00948463**

**<https://hal.science/hal-00948463v1>**

Submitted on 18 Feb 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Une nouvelle famille d'inégalités valides pour un problème de dimensionnement de lots avec politique de production discrète

Céline Gicquel<sup>1</sup>, Michel Minoux<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Université Paris Sud - LRI, Campus d'Orsay, bâtiment 650, 91400 Orsay  
celine.gicquel@lri.fr

<sup>2</sup> Université Pierre et Marie Curie - LIP6, 4 place Jussieu, 75005 Paris

**Mots-clés** : *dimensionnement de lots de production, politique de production discrète, coûts de reconfiguration dépendant de la séquence, inégalités valides*

## Présentation du problème

Nous étudions un problème de planification de production connu sous le nom de "Discrete Lotsizing and Scheduling Problem" ou DLSP ([3]).

Dans ce problème, on considère un système de production à un seul niveau et une seule ressource et on fait plusieurs hypothèses sur le problème de planification à résoudre. La production est ainsi planifiée sur un horizon de durée finie, divisé en périodes de planification. La demande sur les produits est supposée connue de façon déterministe. On ne peut fabriquer qu'un seul type de produit par période (modèle de type "small bucket"). De plus, on suit une politique de production dite "discrète". Ceci signifie que l'on ne considère que deux alternatives : soit la ressource est active et on produit en utilisant toute la capacité disponible, soit la ressource est inactive et on ne fabrique aucun produit. Les coûts pris en compte sont les coûts liés aux reconfigurations de la ressource nécessaires avant de traiter un nouveau lot (par exemple coût de nettoyage) et les coûts de stockage des produits finis.

Nous considérons une extension du DLSP dans laquelle les coûts à payer lors d'une reconfiguration dépendent de la séquence de production, c'est-à-dire dépendent à la fois du produit fabriqué avant la reconfiguration et du produit fabriqué après la reconfiguration.

## Etat de l'art et proposition

Ce problème d'optimisation peut se formuler comme un programme linéaire mixte en nombres entiers (voir par exemple [1]). Nous nous intéressons dans ce travail au développement d'une méthode de résolution exacte, c'est-à-dire visant à fournir une solution garantie optimale, pour ce problème. Cette méthode s'appuie sur l'utilisation d'un algorithme de Branch & Bound tel que celui implémenté dans les solveurs de PLNE (CPLEX, XPRESS-MP). L'efficacité d'un tel algorithme repose en grande partie sur la qualité des bornes utilisées à chaque noeud de l'arbre de recherche pour évaluer la solution courante. Nous cherchons ici à améliorer la qualité de cette borne en renforçant la formulation du PLNE fournie au solveur.

On trouve dans la littérature plusieurs techniques pour renforcer la formulation PLNE du DLSP. Il s'agit d'une famille d'inégalités valides ([4]) et d'une reformulation étendue ([2]). Ces renforcements se concentrent sur les sous-problèmes mono-produit en cherchant la meilleure représentation polyédrale de l'enveloppe convexe du domaine réalisable de ces sous-problèmes. Cependant, ces renforcements ne prennent pas en compte l'aspect multi-produit du problème qui n'est modélisé que par des contraintes de capacité mono-période dans la formulation. Ceci se traduit par des sauts d'intégrité relativement importants pour certaines instances du DLSP. Nous proposons une nouvelle famille d'inégalités valides afin de remédier partiellement à cette difficulté. Ces inégalités valides visent à mieux représenter l'aspect multi-produit du problème en captant les "conflits", sur des intervalles de temps donnés, entre les différents produits nécessitant une production sur la ressource à capacité limitée.

### Expression générale des inégalités valides proposées

Soient  $P$  le nombre de produits à fabriquer et  $T$  le nombre de périodes de planification.

Soient  $SP \subset \{0 \dots P\}$  et  $SD \subset \{1 \dots P\}$  deux sous-ensembles disjoints de l'ensemble des produits à fabriquer sur la ressource.

Soit un intervalle de temps  $[1, \theta]$  inclus dans l'horizon de planification  $[1, T]$  et  $t \in [2, \theta - 1]$  une période dans cet intervalle.

On note  $y_{i,t} \in \{0, 1\}$  la variable de setup correspondant à l'affectation du produit  $i$  à la période  $t$  et  $w_{i,j,t} \in \{0, 1\}$  la variable de transition correspondant à une reconfiguration sur la ressource du produit  $i$  vers le produit  $j$  au début de la période  $t$ .

L'inégalité suivante est valide pour le DLSP multi-produit :

$$\left[ \sum_{j \in SD} \sum_{\tau=1}^{\theta} D_{j,\tau} \right] \sum_{i \in SP} y_{i,t} \leq \sum_{\substack{\tau=1 \dots t-2 \\ t+2 \dots \theta}} \min \left( \sum_{i \in SP} y_{i,t}, \sum_{j \in SD} y_{j,\tau} \right) + \sum_{\substack{i \in SP \\ j \in SD}} w_{j,i,t} + \sum_{\substack{i \in SP \\ j \in SD}} w_{i,j,t+1} \quad (1)$$

### Résultats numériques préliminaires

Nous présentons ci-dessous quelques résultats numériques préliminaires obtenus sur 70 instances de petites tailles où  $P$  est compris entre 2 et 6 et  $T$  entre 10 et 15. Pour chaque ensemble d'instances, nous comparons la relaxation linéaire de la formulation renforcée uniquement avec les inégalités valides proposées dans [4] (cas 1) avec celle de la formulation renforcée par les inégalités de [4] et les inégalités valides proposées ci-dessus (cas 2). Nous fournissons pour chaque cas :

- l'écart moyen  $Gap_1$  et  $Gap_2$  entre la borne obtenue par relaxation et la valeur de la solution optimale en nombres entiers,
- le temps de calcul moyen  $CPU_1$  et  $CPU_2$  pour obtenir cette borne.

Ces résultats montrent une amélioration significative de la qualité de la borne obtenue après ajout des inégalités valides proposées. Le saut moyen d'intégrité est ainsi réduit en moyenne de 3.37% à 0.2%. Cependant, le nombre de ces inégalités valides est trop important pour permettre de les ajouter toutes a priori dans la formulation ou de faire une génération de coupes par énumération simple. Il est donc nécessaire de rechercher un algorithme de séparation efficace pour cette nouvelle famille.

Set	A	B	C	D	E	F	G
P	2	4	4	4	4	6	6
T	10	10	10	15	15	15	15
Gap <sub>1</sub>	2.80 %	0.00%	0.43%	2.75%	11.46%	0.90%	5.29%
CPU <sub>1</sub>	0.02s	0.02s	0.02s	0.02s	0.03s	0.03s	0.04s
Gap <sub>2</sub>	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.02%	0.13%	1.33%
CPU <sub>2</sub>	0.07s	0.07s	0.12s	0.59s	0.89s	1.26s	2.17s

Table 1 : Résultats numériques préliminaires

### Références

- [1] Belvaux G. and Wolsey L., 2001. Modelling practical lot-sizing problems as mixed-integer programs. *Management Science*, vol. 47(7),993-1007.
- [2] Eppen G.D. and Martin R.K., 1987. Solving multi-item capacitated lot-sizing problems using variable redefinition. *Operations Research*, vol. 35(6), 832-848.
- [3] Fleischmann B., 1990. The discrete lot sizing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, vol. 44, 337-348.
- [4] van Eijl C.A. and van Hoesel C.P.M., 1997. On the discrete lot-sizing and scheduling problem with Wagner-Whitin costs, *Operations Research Letters*, vol. 20, 7-13.