



HAL
open science

Coordination au sein d'une économie simplifiée : l'économie évolutionnaire des cacahuètes tabou

Cyrille Piatecki

► **To cite this version:**

Cyrille Piatecki. Coordination au sein d'une économie simplifiée : l'économie évolutionnaire des cacahuètes tabou. 2014. hal-00947925

HAL Id: hal-00947925

<https://hal.science/hal-00947925v1>

Preprint submitted on 17 Feb 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Coordination au sein d'une économie simplifiée : l'économie évolutionnaire des cacahuètes tabou

Coordination within a simplified economy: the evolutionary economy of taboo peanuts



Cyrille Piatecki^{*}



13 février 2014

Résumé

Le problème de la coordination décentralisée des comportements individuels et de l'ajustement de l'économie vers un équilibre spécifique continue d'entretenir la scission classico-keynésienne : fonctionnant hors de l'équilibre ou possédant des capacités naturelles de sélection, l'économie est-elle apte à endogénéiser des externalités échappant totalement aux agents ? Le présent article étudie les capacités de coordination d'une économie stylisée au travers d'une dynamique évolutionnaire d'ajustement. En particulier, la prise en compte de coûts d'ajustement au sein de ce processus remet en cause l'efficacité des optima de Pareto.

Summary

The problem of decentralized coordination of individual behavior and economic adjustment towards a specific equilibrium keeps to maintain classico-keynesian scission : functioning out of equilibrium or having natural abilities of selection, is the economy be able to integrate externalities which are totally foreign to agents ? This paper studies coordination abilities of a stylized economy thanks to evolutionary adjustment dynamics. In particular, taking adjustment costs of this process into account rises questions about the efficiency of Pareto optima.

Mots-clés : Coordination, jeux évolutionnaires

Classification JEL : C72, E12

^{*}LEO (UMR 65-86), Université d'Orléans, rue de blois B.P. 6739, 45067 Orléans Cedex 2. E-mail : leo@univ-orleans.fr

[†]Nous tenons à remercier Gilbert Abraham-Frois et particulièrement André Orléan pour leurs commentaires aussi constructifs que pertinents.

Introduction

Selon Howitt (1990), le déclin de l'influence keynésienne s'explique en partie par l'importance excessive accordée aux problèmes de viscosité sur les marchés au détriment des problèmes de coordination. L'idée centrale que l'on peut retrouver, par exemple, chez Cooper & John (1988) ou Artus (1993) réside dans l'inefficacité potentielle des mécanismes de marché : l'intervention d'une autorité centrale est alors indispensable afin d'en assurer, en théorie, le bon fonctionnement. L'intégration d'externalités de la part de cette autorité assure l'efficacité de son intervention. En d'autres termes, ce que les agents ne font pas seuls, peut être réalisé efficacement par une autorité centrale — l'État, le commissaire priseur, une main invisible, . . . — qui endogénéise les effets externes non pertinents pour les agents économiques. Le problème de l'agrégation des comportements décentralisés, et par là même, de l'émergence de phénomènes de coordination, se retrouve propulsé au devant de la scène analytique aussi bien d'un point de vue micro-économique que d'un point de vue macro-économique.

La nouvelle économie keynésienne aussi bien que la nouvelle économie classique, qui, sous l'influence des fondateurs des années 60, comme James Tobin, Franco Modigliani ou William Baumol ont abandonné une démarche holiste, ont délibérément adopté une démarche relevant de l'individualisme méthodologique. Elles abordent cependant de manière distincte le problème de la coordination.

Les deux écoles de pensée continuent de concentrer leur attention sur l'équilibre. Mais, alors que les économistes des années 60 recherchaient les conditions qui garantissent l'unicité des équilibres, les économistes des années 80 reconnaissent explicitement que les comportements des agents conduit vraisemblablement vers une situation incorporant des équilibres multiples.

Ce point admis, les néo-keynésiens focalisent leur attention sur les déséquilibres qui ne manquent pas de se produire lors du déplacement d'un équilibre vers un autre, ces deux équilibres pouvant tout aussi bien être stables qu'instables. Dès lors, l'intervention étatique doit assurer la convergence de l'économie vers un équilibre socialement souhaitable. En d'autres termes, alors que l'économie peut converger vers n'importe quel équilibre, les keynésiens assignent à l'État la fonction de déterminer la forme et l'intensité de son intervention de telle sorte que cette dernière assure une convergence vers un équilibre pareto supérieur.

À l'opposé, les néo-classiques concentrent leur analyse sur les mécanismes qui permettent aux agents économiques de se coordonner — dans le laps de temps le plus bref possible — sur un équilibre précis. En effet, la nouvelle économie classique, s'écartant en cela de la tradition de l'école de Chicago, s'interroge sur la capacité d'un processus décentralisé à conduire les agents économiques à se coordonner sur un équilibre. En d'autres termes, elle s'interroge sur la capacité de l'économie à sélectionner une équilibre au sens de Harsanyi & Selten (1988).

Il est alors extrêmement tentant pour les économistes de se radicaliser sur deux positions extrêmes : le rejet pur et simple de la notion d'équilibre comme référentiel, l'économie ayant une tendance naturelle à fonctionner hors de l'équilibre, ou sa sacralisation, les agents

économiques possédant un instinct inné ou ayant à leur disposition des mécanismes de sélection qui leur permettent de choisir des actions coordonnées.

Au cœur du débat, la réconciliation entre les deux notions rivales et/ou complémentaires d'équilibre et de déséquilibre peut-elle être réalisée autour des mécanismes compétitifs qui, en admettant une irrationalité de court terme des agents — qui est un des credo de l'analyse keynésienne — reconnaît une capacité intrinsèque à la coordination sur un équilibre de long terme caractérisé par la rationalité des comportements et donc dominant, au sens de Pareto, tous les équilibres de court terme. L'*économie*, dans ce qu'elle a de plus réel, n'est-elle pas caractérisée par un cheminement qui élimine toutes les situations dominées jusqu'à ce qu'apparaissent de nouvelles solutions qui dominent la situation qui semblait devoir perdurer ?

Pour illustrer cette problématique, il est important de se placer dans une économie suffisamment stylisée afin de permettre une spécification claire des mécanismes micro-économiques décisionnels des agents conjointement à leur conséquence quant à la formation des équilibres de long terme. L'apologue de l'*économie de la cacahuète tabou*, développé par Abraham-Frois (1995), est le cadre idéal pour étudier l'emboîtement de ces mécanismes. On considère une économie de cueillette où l'unique bien produit est la cacahuètes. Pour des raisons obscures¹, cette économie est caractérisée par le fait qu'aucun producteur ne peut consommer sa propre production : il est donc contraint de trouver un autre producteur afin de réaliser un échange des productions et de pouvoir consommer². À l'évidence, dans cette économie de troc simplifiée, il existe une multiplicité d'équilibres — voire une infinité. La question est alors de déterminer le niveau de production qui va la caractériser et de comprendre comment les agents économiques, du fait du jeu de leurs interactions répétées, vont pouvoir découvrir ces équilibres et éventuellement sélectionner un équilibre Pareto-optimal s'il existe ? En d'autres termes, existe-t-il des mécanismes d'ajustement micro-économiques fondant l'hypothèse de la nouvelle économie classique ? On note avec Abraham-Frois (1995) que, de manière assez paradoxale, les économies contemporaines fonctionnent avec des modalités assez proches de celle de l'économie des cacahouètes tabou. *Chacun d'entre nous consomme pour l'essentiel des biens et des services produits par d'autres agents et à son tour produit des biens et services consommés, ou demandés par d'autres.*

Dans cette perspective, l'objet de cet article est de proposer, dans un premier temps, une modélisation aussi simple que possible de la structure de cette économie de troc simplifiée faisant apparaître la multiplicité des équilibres pouvant y régner. Dans un second temps, un mécanisme d'ajustement permettant de considérer ces équilibres comme la limite d'une suite d'échanges hors équilibre est proposé. Enfin, l'efficacité et l'optimalité de cette convergence sont étudiées d'un point de vue dynamique.

1. Certains diront que la religion a entériné la coutume.

2. Le rôle du tabou est d'éliminer le problème de la double coïncidence des besoins entre les échangistes — problème résolu par l'introduction d'un numéraire.

1 Une modélisation de l'économie des cacahuètes tabou

Notre démarche se situe donc au début des temps de la coordination des actions humaines, dans un état hobbesien de la société : un état de nature ou de quasi-nature. Comme le souligne Buchanan (1975), dans ces conditions, les agents économiques ne peuvent être caractérisés que par deux éléments :

1. une fonction de production individuelle,
2. une fonction d'utilité.

On suppose que chaque producteur/cueilleur de cacahuètes possède une entière latitude sur la quantité qu'il décide de cueillir — seul l'arbitrage entre loisir et travail peut intervenir ici. Tous les producteurs sont identiques en ce sens que leur productivité marginale est la même pour tous. De ce fait, choisir un niveau de production revient à choisir le temps accordé au travail et ainsi le loisir que l'on s'octroie. Étant donné que l'on est dans une économie de cueillette, on peut supposer que la productivité marginale du travail est constante. Pour simplifier l'analyse, on suppose que chaque producteur i — i appartenant à un continuum de joueur — n'a le choix qu'entre deux niveaux de production :

1. cueillir une quantité de cacahuètes q_1 — stratégie \mathbf{s}_1 ;
2. cueillir une quantité de cacahuètes $q_2 > q_1$ — stratégie \mathbf{s}_2 .

On notera \mathbf{s}^i la stratégie adoptée par l'agent i — $\mathbf{s}^i \in \mathbf{S} = \{s_1, s_2\}$ pour i appartenant au continuum de joueurs. Chaque producteur respectant le tabou qui pèse sur les cacahuètes, tabou qui apparaît ainsi comme une contrainte sur sa consommation³, se voit obligé d'effectuer un échange bi-latéral avec un autre producteur afin de pouvoir consommer des cacahuètes⁴. Supposons en outre que ces producteurs sont caractérisés par des préférences représentables par une fonction d'utilité $U_i(\mathbf{s}^i, \mathbf{s}^j)$ — $i \neq j$ — identique pour tous — *i. e.* : $U_i(-\mathbf{s}^i, \mathbf{s}^j) = U(\mathbf{s}^i, \mathbf{s}^j)$ telle que :

$$U(\mathbf{s}^i, \mathbf{s}^j) = \begin{cases} u(\mathbf{s}^i) & \text{si } \mathbf{s}^i = \mathbf{s}^j \\ u(\mathbf{s}^i) - v(\mathbf{s}^i - \mathbf{s}^j) & \text{si } \mathbf{s}^i > \mathbf{s}^j \end{cases}$$



avec $u(0) = 0$, $u(q) > 0$, $u'(q) > 0$, $v(0) = 0$, $v(q) > 0$ et $v'(q) > 0$ pour $q \in \mathbb{R}$. En effet, si un producteur a choisi de cueillir la quantité q_1 et qu'il est apparié avec un autre producteur qui a choisi la même quantité, il peut échanger l'intégralité de sa cueillette. Il en va de même s'il a choisi la quantité q_2 et qu'il est apparié avec un autre producteur qui a lui aussi choisi q_2 . En revanche, s'il a choisit q_2 et qu'il est apparié avec un producteur qui a choisi la quantité q_1 , par l'hypothèse d'échange volontaire, il se retrouve avec la quantité $q_2 - q_1$ de cacahuètes qu'il ne peut écouler. Comme la cueillette de cette quantité lui a pris du temps, il en éprouve une désutilité $v(\mathbf{s}^i - \mathbf{s}^j)$. Bien entendu, on suppose d'une part que l'appariement est un processus réalisé au hasard et que, d'autre part, dans un laps de temps d'une période les agents qui ont choisi q_1 et qui ont été appariés à des agents ayant

3. Personne ne peut s'accaparer l'intégralité de la production totale.

4. On suppose que c'est l'unique aliment disponible.

choisi q_2 ne peuvent rechercher un partenaire leur permettant de réaliser un échange ⁵ sur la quantité $q_1 - q_2$.

La structure des interactions de cette économie peut alors être représentée par un jeu dont la forme normale est décrite par la bi-matrice suivante :

			
		s_1^c	s_2^c
	s_1^l	$(u(q_1), u(q_1))$	$(u(q_1), u(q_1) - v(q_2 - q_1))$
	s_2^l	$(u(q_1) - v(q_2 - q_1), u(q_1))$	$(u(q_2), u(q_2))$

2 Le jeu interprété comme un jeu traditionnel

Le jeu que nous venons de présenter possède deux équilibres de Nash en stratégie pure : $ENSP_1 = (q_1, q_1)$ et $ENSP_2 = (q_2, q_2)$. Notons que ces équilibres sont symétriques — les deux joueurs y adoptant la même stratégie —, mais que, du fait de la positivité de l'utilité marginale, $ENSP_2$ domine $ENSP_1$ au sens de Pareto. En stratégies mixtes, ce jeu possède un équilibre de Nash supplémentaire :

$$ENSM = \left(\frac{u(q_2) - u(q_1)}{u(q_2) - u(q_1) + v(q_2 - q_1)}, \frac{u(q_2) - u(q_1)}{u(q_2) - u(q_1) + v(q_2 - q_1)} \right)$$

et la figure (1) montre l'interprétation de ces trois équilibres en terme d'intersection des correspondances de réaction des deux joueurs. Notons que la multiplicité d'équilibres de Nash est induite par la Pareto-dominance de $ENSP_2$. *A priori*, les agents préféreraient se coordonner sur cet équilibre. Cependant, en choisissant l'action q_2 , les agents supportent le risque de subir une désutilité dans le cas où leur partenaire dans l'échange aurait choisit q_1 . Comment un agent économique rationnel peut-il choisir entre les deux équilibres en stratégies pures ? Une première réponse consisterait à supposer que l'autre agent étant raisonnable pensera que son partenaire pense qu'il pense... qu'il choisira la stratégie qui leur donne à tous deux, en cas de coordination, l'utilité la plus élevée — à savoir s_2 . Cependant, comme nous venons de le remarquer, choisir cette stratégie c'est accepter de supporter un risque en cas d'échec de la coordination.

? ont proposé une autre approche qui repose sur la notion de *dominance au risque*. Il s'agit pour un agent de comparer l'espérance d'utilité qu'il obtient étant donné qu'il choisit

5. On peut supposer que les cacahouètes tabou sont des papilionacées non stockables qui doivent être consommées dans un laps de temps extrêmement rapide.

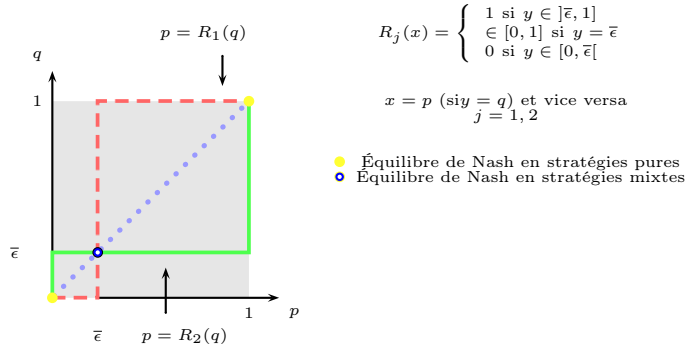


FIGURE 1 – LES DIFFÉRENTS ÉQUILIBRES DE NASH EN STRATÉGIES MIXTES

la stratégie s_1 et qu'il suppose que son adversaire choisira la stratégie s_1 avec probabilité p , avec l'espérance qu'il obtient dans les mêmes circonstances avec la stratégie s_2 . En d'autres termes, il doit comparer :

$$\begin{cases} \mathbb{E}U(s_1) = u(q_1) \\ \mathbb{E}U(s_2) = u(q_2) - p[u(q_2) - u(q_1) + v(q_2 - q_1)] \end{cases}$$

La probabilité qui rend un joueur indifférent entre les deux stratégies à sa disposition est :

$$\bar{p} = \frac{u(q_2) - u(q_1)}{u(q_2) - u(q_1) + v(q_2 - q_1)} < 1$$

ce qui n'est autre que la stratégie mixte intérieure ENSM. Si $\bar{p} < 1/2$, l'équilibre $ENSP_1$ est alors plus probable que $ENSP_2$. À la suite de Harsanyi et Selten, on dira que $ENSP_1$ RISQUE DOMINE $ENSP_2$ ou de manière abrégée⁶ $ENSP_1$ RD $ENSP_2$.

Il est extrêmement difficile de démontrer que l'un des deux équilibres RISQUE DOMINE l'autre. En effet, on a les trois situations suivantes :

$$\text{si } \begin{cases} v(q_2 - q_1) > u(q_2) - u(q_1) & \implies \bar{p} < 1/2 & (ENSP_1 \text{ RD } ENSP_2) \\ v(q_2 - q_1) = u(q_2) - u(q_1) & \implies \bar{p} = 1/2 & (ENSP_1 \sim ENSP_1) \\ v(q_2 - q_1) < u(q_2) - u(q_1) & \implies \bar{p} > 1/2 & (ENSP_2 \text{ RD } ENSP_1) \end{cases}$$

On peut cependant considérer ici que $\bar{p} = 1/2$ est un cas très peu vraisemblable. En effet, $v(q_2 - q_1) = u(q_2) - u(q_1)$ est une équation fonctionnelle. En d'autres termes, elle énonce que pour tout couple $(q_1, q_2) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$, le couple $(u(\cdot), v(\cdot))$ doit satisfaire la relation annoncée sachant que $u(\cdot)$ et $v(\cdot)$ sont des fonctions qui possèdent un unique argument. Or, il n'existe qu'un seul et unique couple de fonctions vérifiant la relation, à savoir $(aq, aq + b)$ pour $a > 0$ — voir Annexe 1.

6. Au cas où $ENSP_1$ RD $ENSP_2$ et où $ENSP_2$ RD $ENSP_1$, on notera $ENSP_1 \sim ENSP_2$.

S'il est difficile de parler de neutralité au risque de manière globale dans la mesure où $U(.,.)$ est la fonction d'utilité apparente de l'agent, on peut définir deux concepts voisins : l'*aversion au risque d'utilité* qui caractérise l'utilité d'une stratégie coordonnée avec celle de l'adversaire — coefficient lié à la fonction $u(.)$ — et l'*aversion au risque de désutilité* qui caractérise la désutilité liée à la non-coordination par surévaluation de la stratégie de l'adversaire — coefficient lié à la fonction $v(.)$. À partir de ces définitions, $\bar{p} = 1/2$ ne s'interprète qu'au travers d'une double neutralité au risque — neutralité au risque d'utilité et de désutilité — qui doit s'accompagner de l'égalité des valeurs marginales — $u'(.) = v'(.)$. On peut encore remarquer que, dans la mesure où $u(.) = v(.)$ et étant données les hypothèses de croissance de $u(.)$ et de $v(.)$, seule la neutralité au risque est possible. En effet, dans ce cas, on a :

$$u(q_2 - q_1) > u(q_2) - u(q_1)$$

expression qui doit être vérifiée quelques soient q_1 et q_2 tant que $q_2 \geq q_1$. Or, comme le montre la figure (2), il est toujours possible de trouver q_1 et q_2 tels que $q_2 - q_1 < q_1$ et $u(q_1) < u(q_2 - q_1)$ ce qui contredit la monotonie de $u(.)$. Bien entendu, on obtient le même résultat pour $u(q_2 - q_1) < u(q_2) - u(q_1)$.

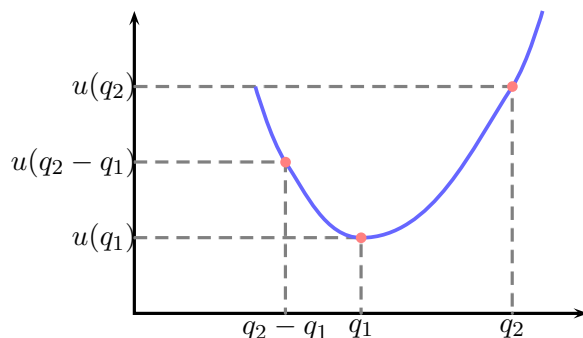


FIGURE 2 – IMPOSSIBILITÉ DE LA SUPER-SOUSTRACTIVITÉ DE $u(.)$ QUAND $u(.) = v(.)$

Ainsi le cas $\bar{p} = 1/2$ est un cas extrême, qui ne peut s'obtenir que pour $(u(.), v(.)) = (aq, aq + b)$. Pour le cas général où $u(.) \neq v(.)$, il est cependant possible de caractériser le cas où $\text{ENSP}_1 \text{ RD } \text{ENSP}_2$ dans la mesure où $u(.)$ et $v(.)$ admettent un développement au premier ordre en q_2 au voisinage de q_1 . En effet, dans ce cas :

$$v(q_2 - q_1) > u(q_2) - u(q_1) \implies v'(0) > u'(q_1)$$

qui signifie que la désutilité marginale liée à un manque de coordination par sur-évaluation de la stratégie de l'adversaire quand les stratégies sont correctement coordonnées doit

être plus importante que l'utilité marginale de q_1 pour toute valeur que peut prendre cette variable. En d'autres termes, $\text{ENSP}_1 \text{ RD } \text{ENSP}_2$ si les agents sont sur-réactifs à l'échec de coordination indépendamment de la taille de la perte effective — *i. e.* : $q_2 - q_1$. Réciproquement on aura $\text{ENSP}_2 \text{ RD } \text{ENSP}_1$ si $v'(0) < u'(q_1)$ ce qui signifie que les agents sont sous-réactifs à une perte d'utilité. En termes littéraires, on peut dire qu'une économie où $\text{ENSP}_1 \text{ RD } \text{ENSP}_2$ est une économie composée exclusivement d'agents pessimistes tandis que, dans le cas opposé, elle sera composée exclusivement d'agents optimistes.

3 La dynamique de population

À l'opposé de la théorie des jeux antagonistes, à laquelle appartient l'analyse de la section précédente, l'approche en termes de dynamique de population — ce qu'on appelle encore les jeux évolutionnaires — ne postule plus que les agents adoptent un comportement rationnel. De manière plus précise, les agents économiques qui peuplent l'économie des cacahouètes tabou n'adoptent pas un comportement de type néoclassique. En effet, pour qu'un agent puisse adopter un tel type de comportement, il faut que :

1. d'une part ses préférences puissent être associées de manière univoque à une fonction d'utilité,
2. mais aussi qu'il optimise ses préférences en prenant en compte les aspects stratégiques de la situation dans laquelle il se trouve — la(es) stratégie(s) de son(ses) adversaire(s).

Or, dans tout problème de coordination, dans la mesure où il y a une multiplicité d'équilibres potentiels, la rationalité néoclassique doit être supplémentée pour permettre d'aider les agents à choisir une stratégie. Si l'équilibre Pareto dominant est aussi l'équilibre risque dominant — si $\bar{p} > 1/2$ —, il est très vraisemblable que les agents vont chercher à se coordonner sur ce dernier. En revanche, si tel n'est pas le cas ⁷, il n'est pas possible de leur donner un quelconque conseil quant à la stratégie à adopter. Dans ce cas, ils ne peuvent se référer à un comportement de type néoclassique. Il va de soit que ce cas est donc celui qu'il faut privilégier. On le caractérisera comme *cas normal*.

Supposons qu'initialement ils adoptent un comportement *a-rationnel*, par exemple en tirant au sort leur stratégie initiale. Dans la mesure où ils peuvent avoir connaissance des comportements des autres joueurs, il ne leur est pas très difficile de savoir si, la stratégie qu'ils ont adopté a été efficace en ce sens qu'elle leur a procuré une satisfaction supérieure à la satisfaction moyenne dans la population. Quelque soit le résultat, il est clair qu'une des deux stratégie procure une satisfaction au moins supérieure à l'autre stratégie. De ce fait, les individus qui auront adopté la bonne stratégie à la date t , percevront leur satisfaction comme un signal de renforcement et ré-utiliseront cette stratégie. En revanche, en ce qui concerne les autres, seul un pourcentage de ces derniers migrera vers la stratégie efficace, certains attendant un renforcement supplémentaire avant de migrer. On modélise cette

7. Si on est dans une économie d'agents pessimistes.

dynamique de population entre les stratégies en postulant que le taux de croissance⁸ de la part de la population — $\varepsilon(t)$ — qui à l’instant t utilise la stratégie \mathbf{s}_1 est déterminé par l’écart entre la satisfaction — l’espérance d’utilité conditionnée par le pourcentage d’agents qui l’utilisent — obtenu en utilisant cette stratégie et la satisfaction moyenne sur toutes les stratégies disponibles. Il s’agit donc de la modélisation d’un comportement d’imitation, dont on peut trouver la justification chez Fudenberg & Levine (1998). En d’autres termes, la dynamique de population fondée sur ce comportement donne naissance au réplicateur dynamique général suivant :

$$\frac{\dot{\varepsilon}(t)}{\varepsilon(t)} = F(\mathbb{E}U(\mathbf{s}_1) - \overline{\mathbb{E}U})$$

où $\overline{\mathbb{E}U}$ est l’espérance d’utilité moyenne au sein de la population et F une fonction lipzchienne préservant le signe.

Dans ce contexte, la spécification de l’utilité moyenne au sein de la population ne pose pas de problème. En revanche, afin de poursuivre l’analyse de manière la plus simple possible, il convient de caractériser la fonction $F(\cdot)$. Dans un premier temps il s’avère que la choix de cette fonction peut influencer les résultats relatifs à la vitesse de convergence de la dynamique de réplication mais n’affecte pas les résultats qualitatifs de convergence. En outre, la spécification de F , si elle ne veut pas revêtir un caractère *ad hoc* doit pouvoir être modélisable de manière simple — l’idéal étant de recourir à un mécanisme de sélection endogène. Cependant, ce double mécanisme de sélection simultané d’un équilibre et du processus y conduisant risque d’être très complexe. Ainsi, il est possible, sans perdre trop de généralité, de retenir la forme identitaire suivante :

$$\frac{\dot{\varepsilon}(t)}{\varepsilon(t)} = \mathbb{E}U(\mathbf{s}_1) - [\varepsilon(t) \mathbb{E}U(\mathbf{s}_1) + (1 - \varepsilon(t)) \mathbb{E}U(\mathbf{s}_2)]$$

Ce processus de réplication peut encore s’écrire sous la forme standard du *réplicateur dynamique* suivant :

$$\dot{\varepsilon}(t) = h(\varepsilon(t)) \tag{1}$$

avec

$$\begin{cases} h(\varepsilon(t)) = -\delta\varepsilon(t)(1 - \varepsilon(t))(\varepsilon(t) - \varepsilon^*) \\ \delta = u(q_1) - u(q_2) - v(q_2 - q_1) \\ \varepsilon^* = \bar{p} \end{cases}$$

Cette dynamique de réplication possède trois points fixes — $\varepsilon_0 = 0$, $\varepsilon_1 = \varepsilon^*$ et $\varepsilon_2 = 1$ — se confondant avec les trois équilibres de Nash en stratégies mixtes du jeu. En outre, la dérivée de la fonction h par rapport à la variable d’état ε étant :

$$h_\varepsilon(\varepsilon) = -\delta(-3\varepsilon^2(t) + 2(1 + \varepsilon^*)\varepsilon(t) - \varepsilon^*)$$

8. On raisonne en taux de croissance pour se caler sur les hypothèses malthusiennes qui garantissent que l’extinction d’une population est un point fixe de la dynamique.

il est aisé de voir que les deux équilibres ε_0 et ε_2 sont des équilibres localement stables tandis que l'équilibre ε_1 est localement instable. Il existe donc deux bassins d'attraction $\mathcal{B}_0 = [0, \varepsilon_1[$ pour ε_0 et $\mathcal{B}_1 =]\varepsilon_1, 0]$ pour l'équilibre ε_2 — la figure (3) reprend ces résultats.

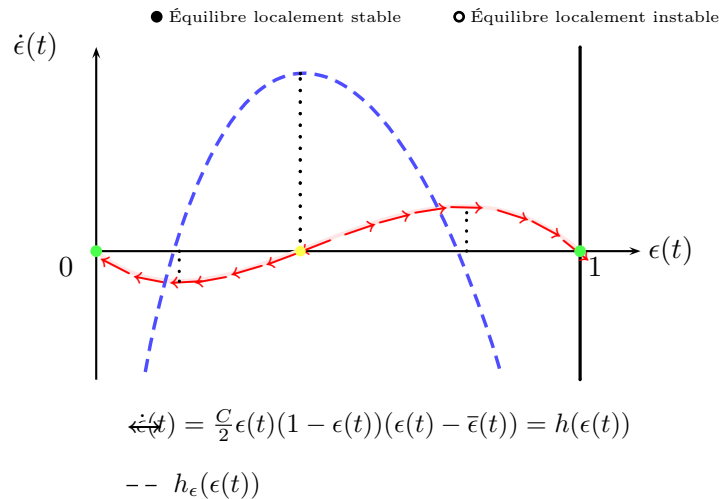


FIGURE 3 – LA DYNAMIQUE DE RÉPLICATION

Remarquons que si $\varepsilon(0) = \varepsilon_1$, et en l'absence de chocs exogènes, la dynamique évolutive demeure en cet équilibre intérieur. De plus, si $\varepsilon^* = 1/2$, les deux bassins d'attraction sont exactement de même taille. Ainsi, la logique de réplication conduit à un premier résultat de convergence : que le point de départ de la dynamique — *i. e.* : $\varepsilon(0)$ — appartienne à l'un ou à l'autre des deux bassins d'attraction, les producteurs parviennent à se coordonner sur l'un des deux équilibres de Nash en stratégie pure du jeu évolutionnaire. Avant d'aborder l'étude de l'optimalité parétienne des deux équilibres de Nash dans ce cadre dynamique, nous allons analyser les implications économiques de ce résultat de convergence au regard de l'efficacité de chacun d'entre eux.

4 Interprétation économique des résultats de convergence

4.1 Efficacité globale du processus évolutionnaire

Dans l'analyse développée ci-dessus, un problème important a, pour l'instant, été mis de côté : que deviennent les cacahuètes produites inutilement ? Dans le cadre de l'hypothèse d'échange volontaire, il est évident qu'elles seront perdues, comme seront perdues les satisfactions qui auraient pu leur être associées⁹.

9. Dans le cadre de l'analyse de l'équilibre général walrasien, les situations de déséquilibre peuvent être interprétées comme une perte informationnelle de la part du système économique dans son ensemble.

Cependant, ces quantités perdues permettent d'obtenir une mesure instantanée du coût d'ajustement de la dynamique évolutionnaire. En effet, à chaque instant, sur 100% des appariements, $\varepsilon(t)\varepsilon(t)\%$ et $(1 - \varepsilon(t))(1 - \varepsilon(t))\%$ sont efficaces et donc $2\varepsilon(t)(1 - \varepsilon(t))\%$ sont inefficients. Comme un appariement inefficace a pour conséquence une perte $q_2 - q_1$ et en notant $\tilde{q}(t)$ le nombre moyen de cacahuètes produites inutilement, on obtient :

$$\tilde{q}(t) = \frac{1}{2} [2\varepsilon(t)(1 - \varepsilon(t))] (q_2 - q_1) = \varepsilon(t)(1 - \varepsilon(t))(q_2 - q_1)$$

Cette quantité espérée est quadratique en $\varepsilon(t)$, maximale en $1/2$ et s'annule en ε_0 et ε_2 comme le montre la figure (4).

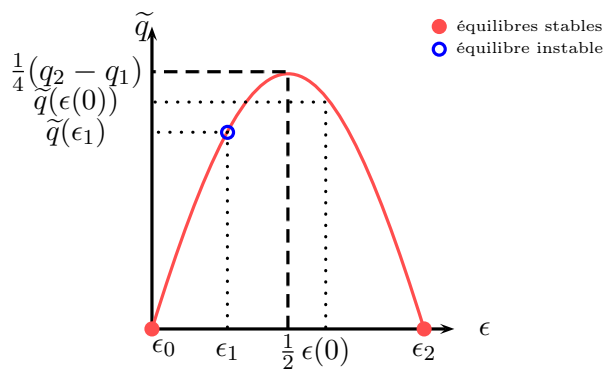


FIGURE 4 – PERTE ESPÉRÉE EN FONCTION DE LA VARIABLE D'ÉTAT

On constate que les deux équilibres localement stables sont associés à une perte de production nulle. Ceci explique pourquoi l'équilibre intérieur ε_1 est instable. En effet, quand $\varepsilon(t) = \varepsilon_1$, il ne peut y avoir d'efficience allocative dans la mesure où la population est hétéromorphe — *i. e.* : la population se répartit entre les deux stratégies —, car ceci a pour conséquence directe qu'en ε_1 , un pourcentage de $2\varepsilon_1(1 - \varepsilon_1)\%$ agents sont mal appariés. Le moindre écart à cet équilibre va donc entraîner la population vers l'un des deux états monomorphes. Ainsi, dans le long terme, l'économie des cacahouètes tabou conduit, sauf cas improbable, à une annulation des pertes d'ajustement évolutionnaire. À cet égard, les modèles de sélection stochastiques¹⁰, qui intègrent la possibilité de mutations comportementales, acquièrent une place primordiale. En effet, à la faveur des mutations continues ainsi introduite au sein de la dynamique, il est alors impossible à la population de demeurer en ε_1 . En revanche, en raison de ces mutations, la convergence unanime vers l'un des états mono-morphiques n'est également plus possible. Des distributions multimodales apparaissent alors. Qui plus est, lorsque le taux de mutation devient important au regard

10. Citons Matsui & Matsuyama (1995), Foster & Young (1990) et Fudenberg & Harris (1992), Young (1993) et Kandori, Mailath & Rob (1993), Bergin & Lipman (1996) critiquant ces derniers sur la nature même des mutations.

des forces déterministes, il n'existe plus de pics modaux significatifs — voir Boyer & Orléan (n.d.) . Cependant, une fois posé le rôle essentiel des mutations, il est possible de se focaliser de nouveau sur la problématique de coordination en faisant tendre leur taux vers 0.

De plus, l'utilité moyenne de ce jeu est minimale — voir Annexe 2 — en $\tilde{\epsilon} = 0.5 (1 + \epsilon^*)$. Ce point de minimisation, toujours supérieure à l'équilibre intérieur de la dynamique évolutionnaire, tend vers $1/2$ lorsque cet équilibre tend vers 0. Cette disjonction entre le maximum des pertes espérées et le minimum de la rémunération moyenne du jeu provient indirectement de la dissymétrie introduite par la différence de rémunération $u(q_2) - u(q_1)$. Paradoxalement, lorsque le terme de désutilité $v(\cdot)$ devient prépondérant au regard des utilités de consommation, cette dissonance tend à disparaître, comme le montre la figure (5). En effet, lorsque les individus surévaluent les pertes d'ajustement, l'équilibre intérieur tend vers 0 : l'espérance d'utilité de la seconde stratégie devenant nettement inférieure à celle de la première, les individus adoptent la stratégie s_1 avec une probabilité tendant vers 1. Notons que le point $\tilde{\epsilon}$ est situé, pour sa part, au minimum de la parabole correspondant à $u(q_2) = u(q_1)$.

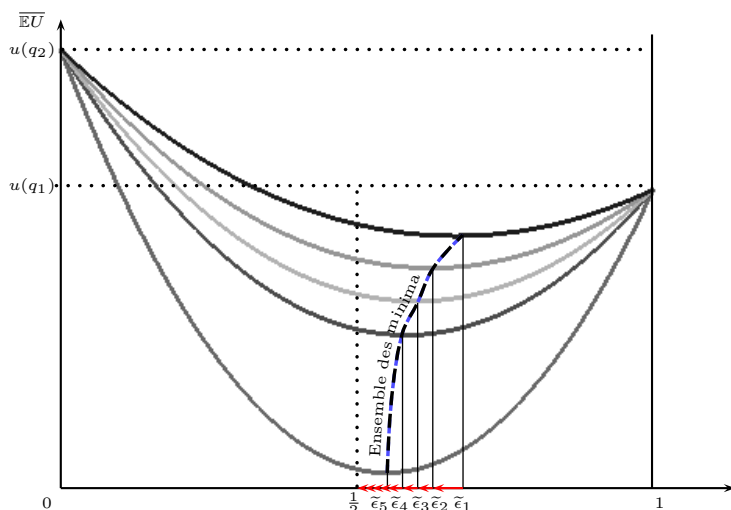


FIGURE 5 – DISSONANCE ENTRE $\overline{\mathbb{E}U}$ ET $\frac{1}{2}$

En dernier lieu, remarquons que la convergence de la dynamique vers l'équilibre ϵ_2 entraîne une augmentation des pertes instantanées lorsque $\epsilon(0) \in]\epsilon_1, 1/2[$. Au sein d'une vision de court terme, cet équilibre peut apparaître inefficace. Cependant, dans un cadre de long terme, il peut être éventuellement avantageux de consentir une perte initiale importante plus que compensée par la suite, en particulier si ϵ_2 Pareto-domine fortement ϵ_0 . Il s'avère donc nécessaire d'étudier les différents gains et coûts afférents à la dynamique de convergence vers ces deux équilibres.

4.2 Analyse de l'efficience dynamique

Dans un second temps, il est possible de calculer la perte totale d'utilité entre l'instant initial et un instant t quelconque. Cette perte d'utilité correspond à la non-consommation d'une quantité de bien ne pouvant être stockée, pour être consommée par la suite. Dans le cas d'un transfert inter-temporel de consommation, la détérioration qualitative de ce bien induirait la prise en compte d'un coefficient de dépréciation. Ainsi, dans le cadre d'analyse présenté ici, l'introduction d'un coefficient d'actualisation au sein de l'évaluation de cette perte n'est pas nécessaire : toute autre actualisation serait le fait d'un planificateur central dont l'existence n'est pas stipulée. Cette perte d'utilité peut donc être assimilée au coût induit par la dynamique d'ajustement — quantité notée $\tilde{C}(t)$. Par sommation continue on obtient :

$$\tilde{C}(t) = u(q_2 - q_1) \int_0^t \varepsilon(\theta)(1 - \varepsilon(\theta))d\theta \quad (2)$$

L'analyse doit maintenant porter sur le comportement limite de cette expression lorsque t tend vers l'infini. On peut noter de manière qualitative que si l'état initial de la dynamique se positionne sur l'équilibre intérieur alors l'intégrale précédente n'est plus convergente et la quantité totale de cacahuètes perdues tend vers l'infini ¹¹, car la quantité anticipée de cacahuètes perdues demeure constante avec le temps. En revanche, si l'état initial appartient à l'un des deux bassins d'attraction de la dynamique de répliation, cette quantité tend vers zéro pour t tendant vers l'infini. De manière quantitative — voir Annexe 3 — les résultats de convergence du coûts d'ajustement sont :

1. si l'état initial $\varepsilon_0(0)$ appartient à \mathcal{B}_0 nous avons :

$$\tilde{C}(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} A \ln \left(\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon^* - \varepsilon_0(0)} \right) = C_0$$

2. si l'état initial $\varepsilon_2(0)$ appartient au bassin d'attraction \mathcal{B}_2 , nous avons en revanche :

$$\tilde{C}(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} A \ln \left(\frac{1 - \varepsilon^*}{\varepsilon_2(0) - \varepsilon^*} \right) = C_2$$

où $A = -u(q_2 - q_1)/\delta$.

Les deux coûts d'ajustement limites ainsi obtenus vérifient les résultats qualitatifs initiaux. En premier lieu, lorsque l'état initial tend vers 0 ou 1, les coûts d'ajustement instantanés respectifs tendent tous deux vers zéro — à la limite, l'ajustement n'est plus nécessaire. En second lieu, lorsque l'état initial tend vers l'équilibre intérieur, les coûts d'ajustement tendent vers l'infini. Enfin, on remarque que ces deux coûts d'ajustement limites sont fonction de la taille respective des bassins d'attraction par rapport à la position de départ de la

11. Dans ce cas, $\tilde{C}(t) = u(q_2 - q_1) \int_0^t \varepsilon^*(1 - \varepsilon^*)d\theta = u(q_2 - q_1)\varepsilon^*(1 - \varepsilon^*)t$, expression qui tend clairement vers l'infini.

dynamique évolutionnaire ¹². On peut encore noter que dans le cas où $\bar{p} = 1/2$, $C_0 = C_1$. En d'autres termes, le coût d'ajustement total est le même quelque soit le bassin d'attraction auquel appartient le point initial.

Parallèlement à la détermination du coût d'ajustement de la dynamique évolutionnaire en fonction de la position de l'état initial $\varepsilon(0)$ par rapport à l'équilibre intérieur ε^* , il est possible de déterminer, par sommation continue de gains instantanés G , le gain collectif total par tête — \tilde{G} — procuré par la dynamique d'ajustement. De manière assez simple, ce gain au temps t est égal à :

$$\tilde{G}(t) = \int_0^t G(\theta) d\theta$$

avec :

$$G(\theta) = \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} u(\tilde{q}(\theta + \Delta\theta) - \tilde{q}(\theta))$$

soit — voir Annexe 4 :

$$\tilde{G}(t) = u(q_2 - q_1) [\varepsilon(t)(1 - \varepsilon(t)) - \varepsilon(0)(1 - \varepsilon(0))]$$

Lorsque le temps s'écoule vers l'infini, on peut définir le gain net total par tête \tilde{G}_n de la manière suivante :

$$\tilde{G}^n = \tilde{G}(\infty) - \tilde{C}(\infty)$$

L'efficience dynamique du processus évolutionnaire se caractérise alors par un gain net total positif :

$$\tilde{G}^n > 0$$

Ainsi, la dynamique d'ajustement évolutionnaire conduit à un gain net total si — voir Annexe 5 :

1. pour un état initial $\varepsilon(0)$ appartenant au bassin d'attraction de l'équilibre ε_0 , on a la condition :

$$\delta < -\frac{\ln\left(\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon^* - \varepsilon_0(0)}\right)}{\varepsilon_0(0)(1 - \varepsilon_0(0))} = \delta_0(\varepsilon_0(0))$$

2. pour un état initial $\varepsilon(0)$ appartenant au bassin d'attraction de l'équilibre ε_2 , la condition est alors :

12. $\varepsilon^* - \varepsilon_0(0)$ ou $\varepsilon_2(0) - \varepsilon^*$ selon le bassin d'attraction auquel appartient le point initial. On rappelle que, seul dans le cas où $\bar{p} = 1/2$, les deux bassins d'attraction sont de même taille.

$$\delta < -\frac{\ln\left(\frac{1 - \varepsilon^*}{\varepsilon_2(0) - \varepsilon^*}\right)}{(1 - \varepsilon_2(0))\varepsilon_2(0)} = \delta_2(\varepsilon_2(0))$$

Ainsi, la dynamique d'ajustement évolutionnaire ne conduit pas forcément à un gain net positif. Cela dépend de la valeur du paramètre δ qui mesure la vitesse de convergence de celle-ci. En effet, si cette vitesse n'est pas assez importante, les coûts d'ajustement l'emportent sur les gains comme le montre la figure (6).

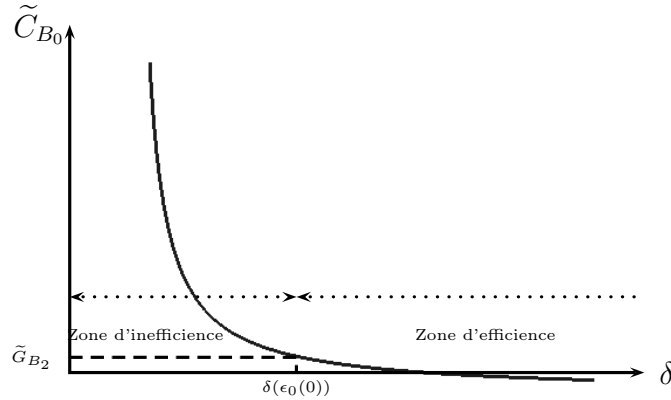


FIGURE 6 – VALEUR CRITIQUE DE LA VITESSE D'AJUSTEMENT

Il existe donc une valeur limite inférieure pour la vitesse d'ajustement, valeur dépendant de l'état initial, au dessous de laquelle la convergence vers l'un ou l'autre des deux équilibres monomorphes procure un gain net négatif. La figure (7) illustre ce résultat pour deux valeurs distinctes de l'état initial ¹³.

On peut encore remarquer que si l'état initial $\varepsilon(0)$ tend vers l'équilibre intérieur ε^* , δ doit tendre vers $-\infty$ pour que les équilibres de Nash soient dynamiquement efficaces. Ainsi, la vitesse d'ajustement doit devenir infinie pour annuler le comportement explosif des coûts d'ajustement. De ce fait, aussi bien dans le cas du bassin d'attraction de ε_0 que de celui de ε_2 , l'efficacité globale du processus évolutionnaire d'ajustement dépend de la vitesse avec laquelle il se réalise.

En particulier, et en ce sens, l'équilibre Pareto optimal n'est pas obligatoirement dynamiquement efficace. Au travers de la notion d'équilibre évolutionnaire dynamiquement efficace, il a donc été possible de caractériser les équilibres évolutionnaires de la dynamique par l'emploi d'un critère absolu. Il est alors légitime de s'interroger sur la positivité du gain que procure la convergence vers ces équilibres. De plus, il peut être intéressant d'avoir recours à une analyse en termes relatifs. Enfin, dans le cas où les équilibres de Nash ne sont

13. Par la suite, un équilibre conduisant à un gain net positif sera nommé équilibre évolutionnaire dynamiquement efficace — *eede*.

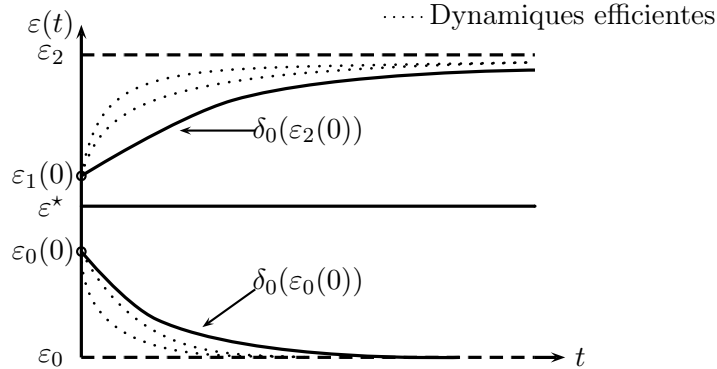


FIGURE 7 – ZONES D'EFFICIENCE DYNAMIQUE EN FONCTION DE L'ÉTAT INITIAL

pas dynamiquement efficaces, n'est-il pas judicieux de sélectionner l'équilibre conduisant à une perte minimale? En particulier, l'équilibre Pareto-optimal demeure-t-il optimal de ce point de vue?

4.3 Analyse de l'optimalité dynamique

D'un point de vue dynamique, est-il toujours avantageux de converger vers l'équilibre Pareto-optimal (q_2, q_2) et non pas vers l'autre équilibre de Nash en stratégie pure (q_1, q_1) ? Afin de comprendre les mécanisme mis en jeu, on détermine les deux gains nets totaux par tête de ces deux équilibres :

$$G_0^n = u(q_2 - q_1)\varepsilon_0(0)(1 - \varepsilon_0(0)) + \frac{u(q_2 - q_1)}{\delta} \ln \left(\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon^* - \varepsilon_0(0)} \right)$$

avec $\varepsilon_0(0)$ un état initial appartenant au bassin d'attraction \mathcal{B}_0 . Le second gain net par tête est donné par :

$$G_2^n = u(q_2 - q_1)(1 - \varepsilon_2(0))\varepsilon_2(0) + \frac{u(q_2 - q_1)}{\delta} \ln \left(\frac{1 - \varepsilon^*}{\varepsilon_2(0) - \varepsilon^*} \right)$$

De manière générale, un équilibre procurant un gain supérieur à tout autre équilibre de la dynamique évolutionnaire sera nommé dans la suite : *équilibre évolutionnaire dynamiquement optimal*— **eedo**. Cette notion est une notion distincte de la notion d'efficacité dynamique : cette dernière stipule qu'un équilibre procure un gain net positif tandis que le concept d'optimalité dynamique assure que cet équilibre procure un gain net maximum pouvant être néanmoins négatif. En d'autres termes, un équilibre dynamiquement optimal n'est pas obligatoirement dynamiquement efficient — et réciproquement. Cependant, dans la section précédente, il a été établie une condition portant sur la vitesse d'ajustement de la dynamique évolutionnaire assurant l'efficacité dynamique d'un équilibre. Existe-t-il

une condition similaire assurant, par exemple, que l'équilibre Pareto-optimal est dynamiquement optimal ?

Il est probable que cet équilibre peut être à la fois dynamiquement efficient et dynamiquement non optimal — ou l'inverse. Enfin, la notion de risque-dominance va sans doute jouer un rôle dans la caractérisation de l'optimalité dynamique des équilibres de la dynamique d'ajustement. Revenons à l'étude de la condition d'optimalité dynamique de l'équilibre Pareto-optimal. Ce dernier est dynamiquement optimal s'il procure un gain net total par tête supérieur au second équilibre de Nash en stratégies pures. Cette caractéristique est vérifiée si la contrainte inégalitaire suivante est respectée :

$$\tilde{G}_2^n \geq \tilde{G}_0^n \quad (3)$$

soit encore — voir Annexe 6 :

$$\left(\frac{\varepsilon_2(0) - \varepsilon^*}{1 - \varepsilon^*} \right) \left(\frac{\varepsilon^* - \varepsilon_0(0)}{\varepsilon^*} \right)^{-1} < e^{\delta(\varepsilon_0(0)(1-\varepsilon_0(0)) - \varepsilon_2(0)(1-\varepsilon_2(0)))}$$

En posant respectivement ϕ_0 et ϕ_2 le pourcentage du bassin d'attraction des équilibres (q_1, q_1) et (q_2, q_2) nécessaire à l'ajustement, on obtient alors la condition :

$$\frac{\phi_2}{\phi_0} < e^{\delta(1-\varepsilon_0(0)(1-\varepsilon_0(0)) - \varepsilon_2(0)(1-\varepsilon_2(0)))} \quad (4)$$

Si la condition (4) est vérifiée, l'équilibre Pareto-optimal est également dynamiquement optimal. Dans le cas contraire, il procure un gain net inférieur à celui obtenu lors de la convergence vers l'équilibre (q_1, q_1) . L'équilibre Pareto-optimal peut donc être simultanément risque dominant et dynamiquement optimal en fonction de la valeur de la vitesse d'ajustement du processus évolutionnaire. L'analyse économique de cette dynamique d'ajustement évolutionnaire a permis de spécifier la nature des équilibres évolutionnaires pouvant y régner. En particulier, la vitesse d'ajustement du processus intervient de manière centrale dans la détermination de l'efficience et de l'optimalité dynamique de ces équilibres. En outre, les résultats de convergence du jeu évolutionnaire semblent faire pencher la balance du côté des tenants de la nouvelle économie classique. L'économie semble converger systématiquement vers l'un des équilibres mono-morphiques. En adoptant une problématique relevant de la nouvelle économie keynésienne — problème de coordination au sein de l'économie —, on aboutit à l'hypothèse d'ajustement automatique des marchés chère à la nouvelle économie classique. En quelque sorte, loin de démontrer que le problème de coordination limite l'ajustement du marché, le modèle évolutionnaire conduit au résultat opposé : la coordination est l'essence même de la logique d'ajustement.

4.4 Modélisation d'individus altruistes ou malicieux

Dans toute la modélisation qui a été développée dans les sections précédentes, l'hypothèse implicite selon laquelle les individus sont égoïstes a été postulée, en ce sens que leur niveau de satisfaction est indépendant de celui des autres agents. Dans l'hypothèse

où les agents économiques se préoccupent du sort des autres individus — en intégrant les pertes de ceux-ci dans leur rémunération —, il est possible d’analyser l’impact de ce comportement sur le processus de coordination. Un comportement altruiste ou malicieux améliore-t-il ou dégrade-t-il les capacités de coordination de l’économie des cacahouètes tabou ? L’hypothèse de la nouvelle économie classique d’ajustement automatique du marché trouve-t-elle encore des fondements micro-économique au regard de cette hypothèse ?

Pour modéliser un comportement altruiste, il est possible d’introduire une nouvelle fonction $h(\cdot)$, positive, qui traduit la désutilité subie par un individu lorsqu’il est apparié avec un individu ayant cueilli inutilement la quantité $q_2 - q_1$ de cacahuètes. Sous ces conditions, la matrice du jeu devient :

		<i>Cueilleur 2</i>	
		s_1^c	s_2^c
<i>Cueilleur 1</i>	s_1^l	$(u(q_1), u(q_1))$	$(u(q_1) - h(q_2 - q_1), u(q_1) - v(q_2 - q_1))$
	s_2^l	$(u(q_1) - v(q_2 - q_1), u(q_1) - h(q_2 - q_1))$	$(u(q_2), u(q_2))$

En introduisant un tel comportement, on montre aisément que, d’un point de vue qualitatif, les résultats obtenus sous hypothèse d’égoïsme de la part des agents ne sont pas remis en cause : la nature de l’équilibre intérieur — instable — et la stabilité des deux équilibres mono-morphiques sont préservées. Seules la vitesse de convergence de la dynamique évolutionnaire et la position de l’équilibre ε^* sont affectées :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta = u(q_1) - u(q_2) - v(q_2 - q_1) - h(q_2 - q_1) \\ \varepsilon^* = \frac{(u(q_2) - u(q_1) + h(q_2 - q_1))}{(u(q_2) - u(q_1) + v(q_2 - q_1) + h(q_2 - q_1))} \end{array} \right.$$

On remarque que la vitesse de convergence de la dynamique évolutionnaire augmente avec l’introduction d’un comportement altruiste. De ce fait, les résultats obtenus précédemment se trouvent confirmés : un comportement altruiste, en diminuant les coûts d’ajustement, confortent les conditions d’efficacité et d’optimalité dynamique des équilibres évolutionnaires. Cette hypothèse va donc dans le sens de la vision de la nouvelle économie classique.

En revanche, quel est l’impact de l’hypothèse de malice de la part des agents économiques ? Cette fois, la malice intervient de manière positive dans la satisfaction des agents économiques. La bi-matrice des rémunérations du jeu devient :

		s_1^c	s_2^c
Cueilleur 1	s_1^l	$(u(q_1), u(q_1))$	$(u(q_1) + h(q_2 - q_1), u(q_1) - v(q_2 - q_1))$
	s_1^l	$(u(q_1) - v(q_2 - q_1), u(q_1) + h(q_2 - q_1))$	$(u(q_2), u(q_2))$

Maintenant, l'effet de cette hypothèse sur les paramètres de notre jeu est plus complexe. La détermination de la vitesse d'ajustement et de l'équilibre évolutionnaire ε^* donne :

$$\begin{cases} \delta = u(q_1) - u(q_2) - v(q_2 - q_1) + h(q_2 - q_1) \\ \varepsilon^* = \frac{(u(q_2) - u(q_1) - h(q_2 - q_1))}{(u(q_2) - u(q_1) + v(q_2 - q_1) - h(q_2 - q_1))} \end{cases}$$

En premier lieu, on peut observer que le paramètre δ peut très bien devenir positif — si $h(q_2 - q_1) > v(q_2 - q_1) + u(q_2) - u(q_1)$. Dans ces conditions, l'équilibre intérieur ε^* devient stable. Sous cette dernière condition, il est évident que l'équilibre intérieur appartient à l'intervalle ouvert $]0, 1[$. Ainsi, l'introduction d'un comportement malicieux peut conduire à un résultat d'inefficience total : l'équilibre ε^* peut devenir à la fois stable et compris entre 0 et 1, pourvu que l'effet de la malice soit assez important. Les pertes du processus évolutionnaire deviennent alors infinies. Cette fois, l'effet de malice joue en faveur de la vision keynésienne : l'analyse micro-économique du problème de coordination dans un cadre de compétition conduit à un inefficience totale. Il est important de souligner ici que l'hypothèse d'ajustement automatique du marché n'est pas remis en cause, celui-ci — coordination — ayant simplement lieu sur un équilibre hautement inefficent. Comment dans ces conditions départager les deux conceptions ?

Conclusion

La spécification d'un processus évolutionnaire de coordination au sein d'une économie simplifiée permet d'étudier l'efficacité et l'optimalité dynamique des mécanismes mimétiques d'ajustement mis involontairement en place par les agents. En particulier, un équilibre Pareto-optimal peut conduire à des coûts d'ajustement supérieurs à ceux obtenus dans le cas d'un équilibre sous optimal. En outre, l'efficacité de l'optimalité parétienne est battue en brèche par ces coûts d'ajustements si la vitesse de convergence de l'économie est trop anémique. Ainsi, le bien-fondé de la vision parétienne est contingent aux capacités de l'économie à converger non seulement vers l'équilibre la caractérisant mais également à l'effectuer de manière suffisamment rapide.

En fin de compte, la modélisation micro-économique du problème de coordination au travers d'un processus évolutionnaire d'ajustement semble aller à l'encontre des objectifs

des nouveaux keynésiens en raison de la présence d'un ajustement automatique de marché en son sein. La justification micro-économique de l'hypothèse d'ajustement automatique du marché implique alors la spécification d'un processus évolutionnaire d'ajustement. Cependant, on peut se demander si le sort de l'analyse d'inspiration keynésienne est scellé *ad vitam eternam*.

En effet, la nouvelle économie keynésienne tente de démontrer l'impact néfaste de rigidités affectant les prix sur le fonctionnement global de l'économie. Hors, des rigidités de ce type ne font pas partie intégrante de l'analyse développée dans cet article. Afin d'approfondir l'analyse de l'économie des cacahouètes tabou, il est donc nécessaire d'étudier de manière plus précise la relation entre ajustement automatique des marchés, l'existence de rigidités structurelles, et la notion d'efficacité. En effet, postuler que les marchés s'ajustent automatiquement est une chose, démontrer que cet ajustement est efficace — hypothèse sous-jacente à l'approche classiques — en est une autre. La notion d'ajustement est-elle la seule valide pour juger de l'efficacité du fonctionnement d'une économie ? De manière plus précise, il est important de pouvoir statuer sur l'inefficacité économique de processus ne possédant pas d'équilibre stable.

Annexes

Annexe 1

Sous quelle(s) conditions existe-t-il deux fonction $u(\cdot)$ et $v(\cdot)$ telles que, pour tout couple $(q_1, q_2) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$, on a : $v(q_2 - q_1) = u(q_2) - u(q_1)$? On note tout d'abord qu'en posant tour à tour dans cette relation fonctionnelle $q_2 = 0$ et $q_1 = 0$, on obtient :

$$\begin{aligned} v(q_2) = u(q_2) - u(0) &\iff u(q_2) = v(q_2) + u(0) \\ v(q_1) = u(0) - u(-q_1) &\iff u(q_1) = u(0) - v(-q_1) \end{aligned}$$

En substituant ces deux équations dans l'équation initiales, on obtient :

$$v(q_2 - q_1) = [v(q_2) + u(0)] - [u(0) - v(-q_1)] = v(q_2) + v(-q_1)$$

On pose alors : $q_3 = -q_1$ pour obtenir :

$$v(q_2 + q_3) = v(q_2) + v(q_3) \text{ avec } v(\cdot) \geq 0 \text{ et } v'(\cdot) > 0$$

Cette équation fonctionnelle est une équation dite de Cauchy dont l'unique solution pour $v(\cdot)$ croissante — ce qui est le cas ici — est $v(q) = aq$. Par substitution, on obtient $u(q) = aq + b$.

4.5 Annexe 2

L'utilité moyenne du jeu évolutionnaire peut s'écrire :

$$\overline{\mathbb{E}U} = u(q_1)\epsilon(t) + (1 - \epsilon(t)) [\epsilon(t)(u(q_1) - v(q_2 - q_1)) + (1 - \epsilon(t))u(q_2)]$$

Cette quantité est minimale en $\tilde{\epsilon}$, vérifiant :

$$u(q_1) + 2\epsilon(u(q_2) - u(q_1) + v(q_2 - q_1)) + u(q_1) + u(q_1) - v(q_2 - q_1) - 2u(q_2) = 0$$

soit :

$$\tilde{\epsilon} = \frac{1}{2} \frac{2u(q_1) - v(u(q_2) - u(q_1)) - 2u(q_2)}{u(q_1) - v(u(q_2) - u(q_1)) - u(q_2)}$$

ou encore :

$$\tilde{\epsilon} = \frac{1}{2} (1 + \epsilon^*)$$

Annexe 3

En utilisant l'équation (1), l'équation (2) devient :

$$\tilde{C}(t) = -\frac{u(q_2 - q_1)}{\delta} \int_0^t \frac{\dot{\epsilon}(\theta)}{\epsilon(\theta) - \epsilon^*} d\theta$$

En posant $z(\theta) = \epsilon(\theta) - \epsilon^*$ et $A = -u(q_2 - q_1)/\delta$, on obtient l'équation :

$$\tilde{C}(t) = A \int_0^t \frac{\dot{z}(\theta)}{z(\theta)} d\theta$$

équation dont l'intégration donne le comportement limite de la solution de l'équation précédente en fonction de l'état initial de la dynamique.

Annexe 4

Partons d'un instant θ quelconque. Considérons alors une variation de temps positive $\Delta\theta$ à partir de ce point et déterminons le gain induit : *perte au temps θ - pertes au temps $\theta + \Delta\theta$* . Au temps θ , les pertes sont trivialement :

$$u(\tilde{q}(\theta)) = u(q_2 - q_1) (\epsilon(\theta)(1 - \epsilon(\theta)))$$

En revanche, au temps $\theta + \Delta\theta$, les pertes sont :

$$u(\tilde{q}(\theta + \Delta\theta)) = u(q_2 - q_1) (\epsilon(\theta + \Delta\theta)(1 - \epsilon(\theta + \Delta\theta)))$$

En effectuant une approximation de Taylor du premier ordre, on obtient :

$$u(q_2 - q_1) (\epsilon(\theta) + \Delta\theta\dot{\epsilon}(\theta)(1 - \epsilon(\theta) - \Delta\theta\dot{\epsilon}(\theta)))$$

, soit en négligeant les termes en $(\Delta\theta)^2$:

$$u(q_2 - q_1) (\epsilon(\theta) - \epsilon(\theta)^2 - 2\Delta\theta\dot{\epsilon}(\theta)\epsilon(\theta) + \Delta\theta\dot{\epsilon}(\theta))$$

Le gain instantané est dans ces conditions :

$$G(\theta) = u(q_2 - q_1) (\epsilon(\theta)(1 - \epsilon(\theta)) - (\epsilon(\theta) - \epsilon(\theta)^2 - 2\Delta\theta\dot{\epsilon}(\theta)\epsilon(\theta) + \Delta\theta\dot{\epsilon}(\theta)))$$

soit encore :

$$u(q_2 - q_1) (\dot{\epsilon}(\theta)(2\epsilon(\theta) - 1)\Delta\theta)$$

En passant à la limite est en intégrant de 0 à t , on obtient :

$$\tilde{G}(t) = u(q_2 - q_1) \int_0^t (\dot{\epsilon}(\theta)(2\epsilon(\theta) - 1)) d\theta$$

Une simple intégration par partie donne alors le résultat cherché.

Annexe 5

[1] La condition de positivité du gain net total, dans le cas du bassin d'attraction \mathcal{B}_0 , peut se mettre sous la forme :

$$u(q_2 - q_1)(\varepsilon_0(0)(1 - \varepsilon_0(0))) + \frac{u(q_2 - q_1)}{\delta} \ln \left(\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon^* - \varepsilon_0(0)} \right) > 0$$

Soit :

$$\frac{u(q_2 - q_1)}{\delta} \ln \left(\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon^* - \varepsilon_0(0)} \right) > -u(q_2 - q_1)(\varepsilon_0(0)(1 - \varepsilon_0(0)))$$

Ou encore :

$$\frac{1}{\delta} > -\frac{\varepsilon_0(0)(1 - \varepsilon_0(0))}{\ln \left(\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon^* - \varepsilon_0(0)} \right)}$$

Et enfin :

$$\delta < -\frac{\ln \left(\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon^* - \varepsilon_0(0)} \right)}{\varepsilon_0(0)(1 - \varepsilon_0(0))}$$

[2] La condition de positivité du gain net total, dans le cas du bassin d'attraction \mathcal{B}_2 , peut se mettre sous la forme :

$$u(q_2 - q_1)(\varepsilon_2(0)(1 - \varepsilon_2(0))) + \frac{u(q_2 - q_1)}{\delta} \ln \left(\frac{1 - \varepsilon^*}{\varepsilon_2(0) - \varepsilon^*} \right) > 0$$

Soit :

$$\frac{u(q_2 - q_1)}{\delta} \ln \left(\frac{1 - \varepsilon^*}{\varepsilon_2(0) - \varepsilon^*} \right) > -u(q_2 - q_1)(\varepsilon_2(0)(1 - \varepsilon_2(0)))$$

Ou encore :

$$\frac{1}{\delta} > -\frac{\varepsilon_2(0)(1 - \varepsilon_2(0))}{\ln \left(\frac{1 - \varepsilon^*}{\varepsilon_2(0) - \varepsilon^*} \right)}$$

Et enfin :

$$\delta < -\frac{\ln \left(\frac{1 - \varepsilon^*}{\varepsilon_2(0) - \varepsilon^*} \right)}{(1 - \varepsilon_2(0))\varepsilon_2(0)}$$

Annexe 6

La contrainte inégalitaire (3) peut se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned} & u(q_2 - q_1)\varepsilon_2(0)(1 - \varepsilon_2(0)) + \frac{u(q_2 - q_1)}{\delta} \ln \left(\frac{1 - \varepsilon^*}{\varepsilon_2(0) - \varepsilon^*} \right) \\ & > \\ & u(q_2 - q_1)\varepsilon_0(0)(1 - \varepsilon_0(0)) + \frac{u(q_2 - q_1)}{\delta} \ln \left(\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon^* - \varepsilon_0(0)} \right) \end{aligned}$$

Soit :

$$\frac{1}{\delta} \left(\ln \left(\frac{1 - \varepsilon^*}{\varepsilon_2(0) - \varepsilon^*} \right) - \ln \left(\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon^* - \varepsilon_0(0)} \right) \right) > \varepsilon_0(0)(1 - \varepsilon_0(0)) - \varepsilon_2(0)(1 - \varepsilon_2(0))$$

Ou encore :

$$\ln \left(\frac{\left(\frac{1 - \varepsilon^*}{\varepsilon_2(0) - \varepsilon^*} \right)}{\left(\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon^* - \varepsilon_0(0)} \right)} \right) < \delta(\varepsilon_0(0)(1 - \varepsilon_0(0)) - \varepsilon_2(0)(1 - \varepsilon_2(0)))$$

Références

- Abraham-Frois, G. (1995), *Dynamique économique*, Dalloz.
- Artus, P. (1993), 'Défauts de coordination des activités. principes et exemples', *Revue économique* .
- Bergin, J. & Lipman, B. (1996), 'Evolution with state-dependent mutations', *Econometrica* **64**(4), 943–956.
- Boyer, R. & Orléan, A. (n.d.), 'Stabilité de la coopération dans les jeux évolutionnaires stochastiques', *Revue économique* pp. 797–806.
- Buchanan, J. M. (1975), *The Limits of Liberty*, Chicago : University of Chicago Press.
- Cooper, R. & John, A. (1988), 'Coordinating coordination failures in keynesian models', *Quarterly Journal of Economics* **103**.
- Foster, D. & Young, P. (1990), 'Stochastic evolutionary game dynamics', *Theoretical population Biology* **38**, 219–232.
- Fudenberg, D. & Harris, C. (1992), 'Evolutionary dynamics with aggregate shocks', *Journal of Economic Theory* **57**, 420–441.
- Fudenberg, D. & Levine, D. (1998), *The Theory of Learning in Games*, MIT Press Series on Economic Learning and Social Evolution, MIT Press.
- Harsanyi, J. & Selten, R. (1988), *A General Theory of Equilibrium Selection in Games*, MIT press.
- Howitt, P. (1990), *The Keynesian recovery*, P. Allan.
- Kandori, M., Mailath, G. & Rob, R. (1993), 'Learning, mutation, and long run equilibria in games', *Econometrica* **61**(1), 29–56.
- Matsui, A. & Matsuyama, K. (1995), 'An approach to equilibrium selection', *Journal of Economic Theory* **65**, 415–434.
- Young, H. (1993), 'The evolution of conventions', *Econometrica* **61**(1), 57–84.