Nouvelle formulation pour la résolution de conflits aériens

Charlie Vanaret Jean-Baptiste Gotteland Nicolas Durand

Laboratoire de Mathématiques Appliquées, Informatique, Automatique pour l'Aérien
Ecole Nationale de l'Aviation Civile
Institut de Recherche en Informatique de Toulouse, France
{vanaret, gottelan, durand}@recherche.enac.fr

Mots-clés : *conflits aériens, optimisation sous contraintes, calcul par intervalles, algorithmes évolutionnaires*

1 Motivation

La résolution de conflits entre trajectoires d'avions consiste à garantir la séparation entre les appareils à tout moment. Il s'agit d'un problème fortement combinatoire qui n'a encore jamais été résolu par des méthodes déterministes globales en gardant des hypothèses réalistes. Les seules approches centralisées permettant de résoudre efficacement des conflits impliquant plus d'une vingtaine d'avions en recherchant un optimum global, sont la programmation linéaire mixte [PFB02, CBD10] et les algorithmes évolutionnaires [DAN96, DPMP10, VGDG12].

Dans [PFB02], les hypothèses sur la vitesse des avions sont fortes et peu réalistes dans le cadre d'une utilisation opérationnelle : vitesses constantes pour des résolutions par évitement latéral, ou changements de vitesses instantanés pour des résolutions en vitesse. Dans [DAN96], un algorithme génétique [Hol75] fait évoluer une population d'individus encodant des manœuvres de déviations latérales pour les avions initialement en conflit. La modélisation proposée s'appuie sur des variables discrétisées (temps de début et fin de manœuvres, angles de déviation). Les hypothèses relativement réalistes, permettant notamment la prise en compte d'incertitudes sur les vitesses, donnent des résultats très convaincants. Dans [DPMP10], les déviations latérales sont approximées par des B-splines. Le changement de cap continu rend l'approche inexploitable par les FMS [1]. Dans [VGDG12], des manœuvres rectilignes par morceaux optimisées par des algorithmes évolutionnaires fournissent une séquence de points géographiques.

Dans cette communication, nous proposons une résolution optimale des conflits certifiée par analyse par intervalles [Moo66]. Le modèle de déviations latérales adopté est basé sur des manœuvres rectilignes par morceaux identiques à celles de [VGDG12], paramétrées par des variables continues. Contrairement à [VGDG12], les méthodes par intervalles écartent la possibilité de résoudre les conflits entre deux trajectoires en calculant la distance entre segments respectifs pendant un même intervalle de temps. L'approche utilisée ici est l'utilisation d'une unique expression caractérisant la position d'un avion sur sa trajectoire à tout instant. Notre résolution supporte en outre les incertitudes sur les vitesses des avions.

2 Modélisation des trajectoires

Chaque manœuvre d'évitement suit une trajectoire constituée d'un segment rectiligne écartant l'avion de sa trajectoire initiale, suivi d'un segment de retour (figure 1). Elle est déterminée par un triplet (d, α, l), où d est la distance le long de la trajectoire initiale à laquelle débute la manœuvre, α est l'angle de déviation, et l est la longueur du premier segment de déviation. Le segment de retour rejoint directement la destination de l'avion. On note $\vec{v_1}$, $\vec{v_2}$ et $\vec{v_3}$ les vecteurs

1. FMS : Flight Management System

vitesse, de norme constante v, respectivement sur la trajectoire initiale, le premier segment et le segment de retour. $T_1 = \frac{d}{v}$ est le temps auquel l'avion débute la manœuvre, $T_2 = T_1 + \frac{l}{v}$ est le temps auquel l'avion quitte le premier segment de déviation.

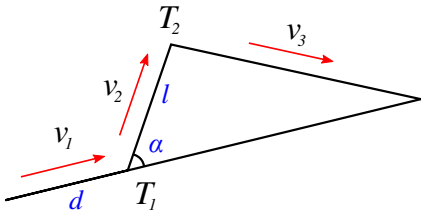


FIG. 1 – Modèle de point tournant

On peut exprimer le vecteur vitesse paramétré par le temps t lors d'une manœuvre comme une combinaison convexe des trois vitesses :

$$\begin{aligned}\vec{v}(t) &= (1 - H(t - T_1))\,\vec{v_1} + (H(t - T_1) - H(t - T_2))\,\vec{v_2} + H(t - T_2)\vec{v_3} \\ &= \vec{v_1} + (\vec{v_2} - \vec{v_1})H(t - T_1) + (\vec{v_3} - \vec{v_2})H(t - T_2)\end{aligned} \tag{1}$$

où $H : \mathbb{R} \to [0, 1]$ est la fonction de Heaviside :

$$H(x) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad x < 0 \\ \frac{1}{2} & \text{si} \quad x = 0 \\ 1 & \text{si} \quad x > 0 \end{cases} \tag{2}$$

En notant $\vec{p_0}$ la position de l'avion à t_0, on obtient la position (figure 2) en intégrant la vitesse entre t_0 et t :

$$\vec{p}(t) = \vec{p_0} + \vec{v_1}(t - t_0) + (\vec{v_2} - \vec{v_1})\max(0, t - T_1) + (\vec{v_3} - \vec{v_2})\max(0, t - T2) \tag{3}$$

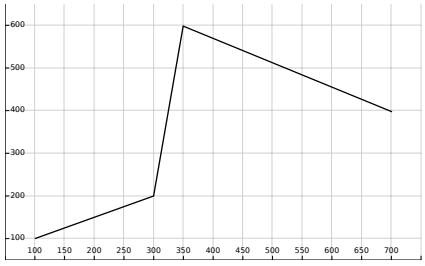


FIG. 2 – Trajectoire rectiligne par morceaux

3 Contraintes de séparation

Le travail des contrôleurs au sol consiste à garantir à tout instant une séparation des trajectoires d'au moins la norme de séparation $S = 5$ milles nautiques sur le plan horizontal. Pour chaque paire d'avions i et j, la séparation sur l'horizon temporel $[t_0, t_f]$ s'exprime sous la forme d'une contrainte universellement quantifiée :

$$\forall t \in [t_0, t_f],\ ||\vec{p_i}(t) - \vec{p_j}(t)|| \geq S \tag{4}$$

4 Critère à minimiser

Le coût associé à une déviation de trajectoire peut généralement prendre plusieurs formes : rallongement de la trajectoire globale, longueur des segments de manœuvre, surface de l'écart

à la route initiale, temps de déviation, etc. Le critère choisi est la somme des rallongements de trajectoires. Pour chaque trajectoire i, le rallongement correspond à la distance entre la position de l'avion à la fin de l'horizon temporel $\vec{p_i}(t_f)$ et sa destination $\vec{p_{i,f}}$. Le coût global à minimiser pour une configuration à n avions est alors

$$\sum_{i=1}^{n} ||\vec{p_i}(t_f) - \vec{p_{i,f}}|| \tag{5}$$

5 Incertitude sur la vitesse

Les techniques basées sur le calcul par intervalles sont intrinsèquement capables de résoudre des problèmes d'optimisation lorsque certains paramètres sont incertains. La vitesse incertaine d'un avion peut s'écrire sous la forme d'un intervalle :

$$v_{int} = [1 - p, 1 + p]v_{nom} \tag{6}$$

où v_{nom} est la vitesse nominale d'un avion en croisière (de l'ordre de 400 noeuds) et $p = 5\%$.

6 Problème d'optimisation sous contraintes

Le problème d'optimisation sous contraintes à résoudre est défini par

$$\begin{array}{ll} \min & \displaystyle\sum_{i=1}^{n} ||\vec{p_i}(t_f) - \vec{p_{i,f}}|| \\ \text{s.c.} & \forall i < j, \forall t \in [t_0, t_f], \forall v \in v_{int}, \\ & ||\vec{p_i}(t) - \vec{p_j}(t)|| \geq S \end{array} \tag{7}$$

La reformulation proposée permet de résoudre le problème avec des méthodes par intervalles qui garantissent l'optimalité de la solution. Ces méthodes, généralement basée sur des algorithmes de branch and bound, calculent une borne inférieure du coût à minimiser sur un sous-espace de l'espace de recherche en utilisant l'arithmétique d'intervalles. En maintenant à jour une borne supérieure du minimum global (le coût de la meilleure solution connue), les sous-espaces dont on sait qu'ils ne peuvent contenir un minimiseur global sont éliminés.

La particularité du modèle utilisé réside dans la présence de contraintes universellement quantifiées. Certaines techniques par intervalles basées sur la propagation de contraintes, élaborées dans [GMR09], permettent de déterminer efficacement si une contrainte universellement quantifiée est satisfaite ou non. S'il est possible de trouver un instant $t \in [t_0, t_f]$ ou une vitesse ponctuelle $v \in v_{int}$ pour lesquels la séparation entre deux avions n'est pas respectée, tout un ensemble de manœuvres peut être supprimé.

7 Conclusion et perspectives

Nous avons présenté une reformulation d'un modèle d'évitement latéral issu de [VGDG12] pour laquelle l'utilisation de méthodes déterministes garantit l'optimalité de la solution. La prise en compte d'incertitudes sur la vitesse des avions en fait une approche relativement réaliste.

Nous envisageons de résoudre le problème d'optimisation sous contraintes ainsi défini avec le solveur `Charibde` [VGDA13] qui combine la fiabilité du calcul par intervalles et l'efficacité des algorithmes évolutionnaires pour accélerer la convergence et garantir l'optimalité de la solution. `Charibde` intègre notamment des techniques de propagation de contraintes sur intervalles [CJ09] visant à réduire les bornes des variables sans perdre de solutions. Des résolutions de conflits seront présentées pour des configurations à quelques avions, illustrant la validité de l'approche.

Références

[CBD10] S. Cafieri, P. Brisset, and N. Durand. A mixed-integer optimization model for air traffic deconfliction. In *Proceedings of the Toulouse Global Optimization Workshop*, pages 27–30, 2010.

[CJ09] G. Chabert and L. Jaulin. Contractor programming. *Artificial Intelligence*, 173 :1079–1100, 2009.

[DAN96] N. Durand, J.M. Alliot, and J. Noailles. Automatic aircraft conflict resolution using genetic algorithms. In *Proceedings of the Symposium on Applied Computing*, 1996.

[DPMP10] D Delahaye, C Peyronne, M Mongeau, and S Puechmorel. Aircraft conflict resolution by genetic algorithm and b-spline approximation. In *Proceedings of ENRI Int. Workshop on ATM/CNS. Tokyo, Japan*, volume 4, 2010.

[GMR09] Alexandre Goldsztejn, Claude Michel, and Michel Rueher. Efficient handling of universally quantified inequalities. *Constraints*, 14(1) :117–135, 2009.

[Hol75] J. H. Holland. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, 1975.

[Moo66] R. E. Moore. *Interval Analysis*. Prentice-Hall, 1966.

[PFB02] L. Pallottino, E. Feron, and A. Bicchi. Conflict resolution problems for air traffic management systems solved with mixed integer programming. *IEEE transactions on intelligent transportation systems*, 3, Mars 2002.

[VGDA13] Charlie Vanaret, Jean-Baptiste Gotteland, Nicolas Durand, and Jean-Marc Alliot. Preventing premature convergence and proving the optimality in evolutionary algorithms. In *International Conference on Artificial Evolution (EA-2013)*, pages 84–94, 2013.

[VGDG12] Charlie Vanaret, David Gianazza, Nicolas Durand, and Jean-Baptiste Gotteland. Benchmarking conflict resolution algorithms. In *5th International Conference on Research in Air Transportation, ICRAT, Berkeley, USA*, 2012.