

# Probabilité de la distance minimale pour un système MIMO précode

Olufemi James Oyedapo, Baptiste Vrigneau, Rodolphe Vauzelle

## ► To cite this version:

Olufemi James Oyedapo, Baptiste Vrigneau, Rodolphe Vauzelle. Probabilité de la distance minimale pour un système MIMO précode. Colloque GRETSI 2013, Sep 2013, Brest, France. pp.271. hal-00939444

## HAL Id: hal-00939444 https://hal.science/hal-00939444v1

Submitted on 30 Jan 2014  $\,$ 

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Probabilité de la distance minimale pour un système MIMO précodé

Olufemi James OYEDAPO, Baptiste VRIGNEAU, Rodolphe VAUZELLE

Université de Poitiers, XLIM-SIC UMR CNRS 7252 Blvd Marie et Pierre Curie, BP 30179, 86962 Futuroscope Chasseneuil Cedex, France

prenom.nom@univ-poitiers.fr

**Résumé** – Ce papier s'intéresse aux précodeurs MIMO avec connaissance du canal à l'émission. De tels systèmes sont maintenant présents dans les nouvelles normes et offrent des perspectives intéressantes. Cependant, l'évaluation théorique des performances est plus complexe. Nous proposons une méthode d'étude basée sur la statistique de la distance minimale. Le calcul est proposé pour le précodeur max- $d_{\min}$  et son exploitation permet d'évaluer la capacité et le taux d'erreur binaire dans un canal de Rayleigh décorrélé.

**Abstract** – This paper deals with precoded MIMO systems using channel state information. Such systems are now included in recent wireless norms. However, theoretical evaluations of performance are more complex. We propose a method based on minimal distance statistics in order to evaluate capcity or binary error rate in a uncorrelated Rayleigh fadding channel.

## **1** Introduction

Les sytèmes multi-antennaire ou MIMO pour "Multiple Input-Multiple Output" sont présents dans les normes de communication sans fil comme le LTE-A, le 802.11n ou 802.16e. En effet, ils permettent d'améliorer la robustesse de la transmission ou le débit de données. Si des émetteurs ou récepteurs peuvent posséder plusieurs antennes, il est également possible de créer des systèmes MIMO virtuels grâce à la coopération de différents nœuds dans un réseau de capteurs (MIMO distribué ou coopératif)[2]. Il existe plusieurs techniques MIMO qui peuvent être séparées en deux grandes familles : la boucle ouverte et la boucle fermée se différenciant par la connaissance complète ou partielle du canal. Si les techniques en boucle ouverte ont été bien étudiées comme le code d'Alamouti et les OSTBC, seuls les précodeurs relativement simples comme le max-SNR ou le "multiple beamforming" possèdent des études sur leur TEB [4, 6]. Dans cet article, nous considérons des précodeurs évolués en boucle fermée avec connaissance parfaite du canal à l'émission et plus spécifiquement le précodeur  $\max$ - $d_{\min}[1]$ . Notre objectif est de fournir un outil permettant d'estimer rapidement les performances d'un système MIMO afin d'optimiser les paramètres comme la technique MIMO à employer, le nombre de nœuds émetteurs ou récepteurs afin d'atteindre la qualité de service désirée comme le taux d'erreur binaire (TEB) ou la consommation d'énergie. Nous proposons une méthode pour estimer les performances en termes de capacité et de TEB pour n'importe quel nombre d'antennes et n'importe quelle taille de MAQ dans un canal de Rayleigh. Le principe est donné dans la partie 2 et, dans un soucis de gain de place, les résultats sont donnés directement dans la partie 3. Dans la partie 3, des figures illustreront la validation de la pdf obtenue et les utilisations possibles.

## 2 Précodage et loi de Wishart

Soit un système MIMO avec  $n_T$  antennes à l'émission et  $n_R$ à la réception. Un système précodé transmettant *b* symboles est de la forme :

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{s} + \mathbf{G}\mathbf{n} = \mathbf{H}_v\mathbf{F}_d\,\mathbf{s} + \mathbf{n}_v \tag{1}$$

où  $\mathbf{y}[b \times 1]$  est le vecteur du signal reçu,  $\mathbf{H}[n_R \times n_T]$  est la matrice de canal,  $\mathbf{s}[b \times 1]$  est le vecteur de symboles transmis, **n** est le bruit additif,  $\mathbf{F}[n_T \times b]$  est la matrice de précodage,  $\mathbf{G}[b \times n_R]$  est la matrice de décodage,  $\mathbf{H}_v$  est la matrice virtuelle diagonalisé grâce à une décomposition en valeurs singulières et  $\mathbf{F}_d$  est la matrice optimisant un critère donné comme la distance minimale pour une modulation et un nombre de symboles donnés [1, 5]. La généralisation de ce précodeur est compliquée et une solution sous-optimale basée sur deux formes a été proposée [3] :

$$- \text{ if } 0 \le \gamma \le \gamma_0(M),$$

$$\mathbf{F}_d^{d_{\min}} = \mathbf{F}_{r1} = \sqrt{E_T} \begin{pmatrix} \cos \theta_M & \sin \theta_M \cdot e^{i\varphi_M} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad (2)$$

$$- \text{ if } \gamma_0(M) \le \gamma \le \pi/4.$$

$$\mathbf{F}_{d}^{d_{\min}} = \mathbf{F}_{octa} = \sqrt{\frac{E_T}{2}} \begin{pmatrix} \cos\psi & 0\\ 0 & \sin\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & e^{i\frac{\pi}{4}}\\ -1 & e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix}$$
(3)

avec les différents paramètres utilisant  $N = \sqrt{M} - 1$  :

$$\begin{cases} \varphi_{M} = \arctan \frac{1}{2N + \sqrt{3}} & \text{et } \theta_{M} = \arctan \left( 2 \sin \varphi_{M} \right) \\ \gamma = \arctan \sqrt{\frac{\lambda_{2}}{\lambda_{1}}} & \text{et } \psi = \arctan \frac{\sqrt{2} - 1}{\cos \gamma} \\ \gamma_{0}(M) = \arctan \sqrt{\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}N^{2} + \sqrt{6}N\sqrt{2} - 1}}. \end{cases}$$
(4)

Cette solution n'est valable que pour b = 2 symboles mais peut être combinée avec le principe exposé dans [7]. La distance pour b = 2 a été exprimée en fonction de  $\gamma$  et  $\rho = \sqrt{\lambda_1 + \lambda_2}$  mais nous commençons par proposer un autre changement de variables :

$$\Gamma = \lambda_1 + \lambda_2 = \rho^2$$
 et  $\beta = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} = \cos 2\gamma$  (5)

La distance minimale au carré est alors :

$$d_{\min}^2 = \alpha_M \Gamma \delta(\beta) \tag{6}$$

avec  $\alpha_M$  une constante dépendante de la modulation et

$$\mathbf{F}_{r1} : \delta(\beta) = \frac{1+\beta}{2} \text{ ou } \mathbf{F}_{octa} : \delta(\beta) = \frac{1-\beta^2}{2-\sqrt{2}\beta} \qquad (7)$$

Lorsque la matrice suit une loi de Rayleigh, la loi conjointe des valeurs propres ordonnées de  $\mathbf{HH}^*$ ,  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \ldots \geq \lambda_m$ avec  $m = \min(n_T, n_R)$ , sont des variables aléatoires (VA) et suivent la loi de Wishart :

$$f_{\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_m}(\lambda_1,\lambda_2,\dots,\lambda_m) = \\ \kappa_{n_S} \left(\prod_{i=1}^m \lambda_i^{n_S} e^{-\lambda_i}\right) \prod_{1 \le i < j \le m} (\lambda_i - \lambda_j)^2$$
(8)

avec  $n_S = |n_T - n_R|$  et  $\kappa_{n_S}$  une constante dépendante de  $n_S$ . Le cas m = 2 reste relativement simple. Pour les cas m = 3 et m = 4 rencontrés dans les MIMO classiques, il faut, dans un premier temps, intégrer la loi conjointe des  $\lambda_i$  pour obtenir celle de  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . Elles peuvent être trouvées très facilement et rapidement avec un logiciel type Maxima ou Mathematica et prennent la forme :

$$f_{\lambda_1,\lambda_2}(\lambda_1,\lambda_2) = \kappa(\lambda_1\lambda_2)^{n_s} e^{-(\lambda_1+\lambda_2)} (\lambda_1-\lambda_2)^2 \times \sum_{n=0}^{m-2} e^{-n\lambda_2} \sum_{i,j} p_{n,i,j} \lambda_1^i \lambda_2^j.$$
(9)

Il suffira d'alimenter le programme avec les coefficients  $p_{n,i,j}$ .

### 3 Calcul de la densité de probabilité

En applicant les règles de changement de variables aléatoires, la densité jointe de  $\Gamma$  et  $\beta$  est :

$$f_{\Gamma,\beta}(\Gamma,\beta) = f_{\lambda_1,\lambda_2}(\Gamma\frac{1+\beta}{2},\Gamma\frac{1-\beta}{2}) \times \frac{\Gamma}{2}$$
(10)

La pdf de  $\Gamma \delta(\beta)$  est définie par :

$$f_{\Delta}(z) = \int_{\mathcal{D}_{\Gamma}} f_{\Gamma,\beta} \left( \Gamma, \delta^{-1}(\frac{z}{\Gamma}) \right) \frac{\partial \delta^{-1}(\frac{z}{\Gamma})}{\partial z} dz \qquad (11)$$

où  $\mathcal{D}_{\Gamma}$  est le domaine d'intégration dépendant des valeurs possibles de la distance de chaque précodeur. Il suffira ensuite d'appliquer l'influence de la modulation avec la constante  $\alpha_M$ . Il faut déterminer la contribution de chaque forme.

#### **3.1** Forme $\mathbf{F}_{r1}$

Le résultat pour la forme  $\mathbf{F}_{r1}$  est :

$$f_{\mathbf{F}_{r1}}(z) = \kappa e^{-z} z^{n_s} \sum_{n,i,j} p_{n,j} z^i \Psi_{n,i,j}(z,1)$$
(12)

avec

$$\Psi_{n,j}(z,a) = \left(\frac{\gamma_{\rm inc}(n_s+j+3,\xi)}{(n+1)^{n_s+j+3}} -2z\frac{\gamma_{\rm inc}(n_s+j+2,\xi)}{(n+1)^{n_s+j+2}} + z^2\frac{\gamma_{\rm inc}(n_s+j+1,\xi)}{(n+1)^{n_s+j+1}}\right)$$
(13)

où  $\xi = a(n+1)z$  et  $\gamma_{\text{inc}}(a, x) = \int_0^x t^{a-1} e^{-t} dt$  est la fonction gamma incomplète inférieure. La dernière étape est d'appliquer la constante de modulation :

$$\mathsf{pdf}_{\mathbf{F}_{r1}}(d^2) = \frac{1}{\alpha_M} f_{\mathbf{F}_{r1}}\left(\frac{d^2}{\alpha_M}\right) \tag{14}$$

#### **3.2** Forme **F**<sub>octa</sub>

Le calcul pour la forme  $\mathbf{F}_{octa}$  est plus compliquée par la forme de l'intégrale et le fait que  $\delta^{-1}$  accepte deux solutions :

$$\begin{cases} \beta_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} (\delta + \sqrt{\delta^2 - 4\delta + 2}) \\ \beta_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} (\delta - \sqrt{\delta^2 - 4\delta + 2}) \end{cases}$$
(15)

Il faut alors calculer deux intégrales. Par gain de place, seul le résultat est donné par :

$$f_{\mathbf{F}_{octa}}(z) = \frac{\kappa}{2\sqrt{2}} \sum_{n,i,j} p_{n,i,j} (\frac{z}{2\sqrt{2}})^{2n_s + 3 + i + j} e^{-z(1 + \frac{n}{2})} \\ \times \left( e^{-z\frac{2}{\sqrt{2}}n} \Phi_{n,0}^{i,j}(z,\infty) + e^{z\frac{2}{\sqrt{2}}n} \Phi_{0,n}^{i,j}(z,\sqrt{2}+1) \right)$$
(16)

avec

$$\Phi_{a,b}^{i,j}(x,t_{sup}) = \left[ e^{-\frac{x}{2\sqrt{2}} \left( (a+1)t + \frac{b+1}{t} \right)} \sum_{l} \omega_{l}(a,b,i,j)t^{l} \right]_{1}^{t_{sup}} + \omega_{K_{0}} \int_{1}^{t_{sup}} e^{-\frac{x}{2\sqrt{2}} \left( (a+1)t + \frac{b+1}{t} \right)} \frac{1}{t} dt + \omega_{K_{1}} \frac{x}{\sqrt{2}} \int_{1}^{t_{sup}} e^{-\frac{x}{2\sqrt{2}} \left( (a+1)t + \frac{b+1}{t} \right)} \frac{(t^{2}-1)^{2}}{4t^{3}} dt$$

$$(17)$$

Les différents coefficients  $\omega_l$ ,  $\omega_{K_0}$  et  $\omega_{K_1}$  sont déterminés grâce aux relations de récurrence en fonction des  $a_l$  coefficients du polynôme à intégrer :

$$\begin{split} \omega_{l} &= -\frac{1}{(a+1)u}a_{l} + \frac{l+1}{(a+1)u}\omega_{l+1} + \frac{b+1}{a+1}\omega_{k+2} \\ \omega_{l} &= \frac{1}{(b+1)u}a_{l-2} + \frac{b+1}{b+1}\omega_{l-2} - \frac{l-1}{(b+1)u}\omega_{l-1} \\ \omega_{-1} &= \frac{\frac{b+1}{u}\tau_{a} - (a+1)^{2}\tau_{b} - (b+1)(a+1)\tau_{d} - \frac{b+1}{u}\tau_{e}}{(a+1)^{2} + (b+1)^{2}} \\ \omega_{0} &= \frac{\frac{\tau_{a}}{u} + (b+1)\tau_{b} - (a+1)\tau_{a} - \tau_{e} / u}{u((b+1)^{2} + (a+1)^{2})} \\ \omega_{1} &= \frac{\frac{a+1}{u}\tau_{a} + (a+1)(b+1)\tau_{b} + (b+1)^{2}\tau_{d} - \frac{a+1}{u}\tau_{e}}{(b+1)^{2} + (a+1)^{2}} \\ \omega_{K_{0}} &= \frac{2(a+1)^{2}\tau_{a} - u(b-a)^{2}(a+1)\tau_{b} - u(b-a)^{2}(b+1)\tau_{d} + 2(b+1)^{2}\tau_{e}}{(a+1)^{2} + (b+1)^{2}} \\ \omega_{K_{1}} &= \frac{\frac{2(a+1)^{2}}{u}\tau_{a} + 2(b+1)(a+1)^{2}\tau_{b} + 2(b+1)^{2}(a+1)\tau_{d} + \frac{2(b+1)^{2}}{u}\tau_{e}}{(b+1)^{2} + (a+1)^{2}}; \end{split}$$
(18)

avec  $u = \frac{z}{2\sqrt{2}}, \tau_a = a_{-3} + 2\omega_{-2} + (a+1)u\omega_{-3}, \tau_b = a_{-2} + (a+1)u\omega_{-2}, \tau_c = a_{-1}, \tau_d = a_0 - (b+1)u\omega_2, \tau_e = a_1 - 2\omega_2 - (b+1)u\omega_3$ . Il reste encore deux intégrales à calculer avec comme paramètres n et  $t_{sup}$ . En appliquant un changement de variable d'intégration  $\tau = \frac{t}{\sqrt{n+1}}$ , le problème est reformulé par :

$$\mathcal{A}_{0} = \int_{1}^{t_{sup}} e^{-\frac{x}{2\sqrt{2}}\left(t + \frac{n+1}{t}\right)} \frac{1}{t} dt$$
(19)

$$= \int_{\frac{1}{\sqrt{n+1}}}^{\frac{t_{sup}}{\sqrt{n+1}}} e^{-\frac{x\sqrt{n+1}}{2\sqrt{2}}\left(\tau+\frac{1}{\tau}\right)} \frac{1}{\tau} d\tau \qquad (20)$$

$$\mathcal{A}_{1} = \frac{x}{\sqrt{2}} \int_{1}^{t_{sup}} e^{-\frac{x}{2\sqrt{2}} \left(t + \frac{n+1}{t}\right)} \frac{(t^{2} - 1)^{2}}{4t^{3}} dt \qquad (21)$$

$$= \frac{x}{\sqrt{2}} \int_{\frac{1}{\sqrt{n+1}}}^{\frac{t_{sup}}{\sqrt{n+1}} - \frac{x\sqrt{n+1}}{2\sqrt{2}}(\tau + \frac{1}{\tau})} \frac{((n+1)\tau^2 - 1)^2}{(n+1)\tau^3} d\tau (22)$$

Lorsque n = 0 et  $t_{sup} \to \infty$ , ces intégrales correspondent à  $K_0(x)$  et  $K_1(x)$ , les fonctions de Bessel modifiées du second genre d'ordre 0 et 1. Pour les autres valeurs, elles ne sont pas définies. Afin d'obtenir une valeur approchée, un développement limité de  $e^{-1/\tau}$  est utilisé. Le résultat est une somme de  $K_0(x)$ ,  $K_1(x)$  et de  $\Gamma_{inc}(a, x) = \int_x^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt$  fonction gamma incomplète supérieure. La forme exacte n'est pas disponible mais l'approximation est très facile à programmer et offre une bonne précision lorsque l'ordre de développement est compris entre 10 et 20. Finalement, il faudra appliquer l'influence de la modulation :

$$\mathrm{pdf}_{\mathbf{F}_{octa}}(d^2) = \frac{1}{\alpha_M} f_{\mathbf{F}_{octa}}\left(\frac{d^2}{\alpha_M}\right) \tag{23}$$

#### **3.3 Utilisation des deux formes pour le** max- $d_{\min}$

Pour le précodeur final, les résultats précédents sont utilisés en changeant les bornes qui dépendent du seuil de choix  $\beta_0$ :

$$g_{\mathbf{F}_{r1}}(z) = \kappa e^{-z} z^{n_s} \sum_{n,i,j} p_{n,j} z^i \Psi_{n,j}(z, \frac{\beta_0}{1+\beta_0})$$
(24)

$$g_{\mathbf{F}_{octa}}(z) = \frac{\kappa}{2\sqrt{2}} \sum_{n,i,j} p_{n,i,j} (\frac{z}{2\sqrt{2}})^{2n_s+3+i+j} e^{-z(1+\frac{n}{2})} \\ \times \left( e^{-z\frac{2}{\sqrt{2}}n} \Phi_{n,0}^{i,j}(z,t_0) + e^{z\frac{2}{\sqrt{2}}n} \Phi_{0,n}^{i,j}(z,\sqrt{2}+1) \right)$$
(25)

avec  $t_0 = \frac{\sqrt{1-6\beta_0+\beta_0}+\sqrt{2}(1-\beta_0)}{1+\beta_0}$  et finalement

$$\mathrm{pdf}_{\mathrm{max} \cdot d_{\mathrm{min}}}(d^2) = \mathbf{p}_{\mathbf{F}_{r1}}(d^2) + \mathbf{p}_{\mathbf{F}_{octa}}(d^2)$$
(26)

avec  $\mathbf{p}_{\mathbf{F}_{r1}}(d^2) = \frac{1}{\alpha_M} g_{\mathbf{F}_{r1}}\left(\frac{d^2}{\alpha_M}\right)$  la contribution du  $\mathbf{F}_{r1}$  et  $\mathbf{p}_{\mathbf{F}_{octa}}(d^2) = \frac{1}{\alpha_M} g_{\mathbf{F}_{octa}}\left(\frac{d^2}{\alpha_M}\right)$  celle du  $\mathbf{F}_{octa}$ .

### **4** Résultats

La première étape est de valider la densité de probabilité de la distance minimale. La figure 1 propose des comparaisons entre la théorie et la simulation pour différents systèmes



FIGURE 1 – Comparaison des ddp théoriques et simulées pour des systèmes  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$  et  $4 \times 4$ 

MIMO symétriques et MAQ-4 et MAQ-16. Nous pouvons observer que les différentes courbes se superposent et permettent de valider notre calcul de ddp.

Les capacités des formes  $\mathbf{F}_{r1}$  et  $\mathbf{F}_{octa}$  sont données pour une matrice  $\mathbf{H}$  en fonction de la distance minimale par :

$$c_{\mathbf{F}_{r1}}(d^2) = \log_2\left(1 + \frac{\mathrm{RSB}}{n_R}\frac{d^2}{\alpha_M}\right) \tag{27}$$

$$c_{\mathbf{F}_{octa}}(d^2) = \log_2 \left( 1 + \frac{\mathbf{RSB}}{n_R} \frac{d^2}{\alpha_M} + \left( \frac{\mathbf{RSB}}{n_R} \frac{d^2}{2\sqrt{2}\alpha_M} \right)^2 \right)$$
(28)

Il reste ensuite à moyenner grâce à la ddp de la distance :

$$C_{\mathbf{F}_{r1}} = \int_{0}^{\infty} c_{\mathbf{F}_{r1}}(u) . \mathbf{pdf}_{\mathbf{F}_{r1}}(u) \, du \tag{29}$$

$$C_{\mathbf{F}_{octa}} = \int_0^\infty c_{\mathbf{F}_{octa}}(u) .\mathrm{pdf}_{\mathbf{F}_{octa}}(u) \, du \tag{30}$$

Cette dernière intégrale est obtenue numériquement. Pour obtenir celle du max- $d_{\min}$ , il faut tenir compte du choix des deux formes. Or, l'expression de la ddp dans (26) est la somme de deux contributions. Afin d'obtenir la capacité du max- $d_{\min}$ , il suffit de calculer la somme pondérée par chaque contribution :

$$C_{\max} - d_{\min} = \int_{0}^{\infty} c_{\mathbf{F}_{r1}}(u) \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{F}_{r1}}(u) \, du + \int_{0}^{\infty} c_{\mathbf{F}_{octa}}(u) \cdot \mathbf{P}_{\mathbf{F}_{octa}}(u) \, du$$
(31)

La figure 2 trace les capacités simulées et obtenues avec la formule (31). Ces courbes permettent d'observer que notre formule est très proche de la simulation. De plus, on peut remarquer que la modulation n'aura qu'une faible influence sur la capacité : la distance est divisée par la constante  $\alpha_M$  dans (27) et (28) et seule la valeur de  $\beta_0$  changera.

Le second critère observé est le TEB. Pour cela, nous avons utilisé l'approximation classique du plus proche voisin :

$$\text{TEB} \simeq \int_0^\infty \frac{N_v N_b}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\text{RSB}u}{4}}\right) \operatorname{pdf}(u) \ du \qquad (32)$$



FIGURE 2 – Comparaison des capacités théoriques et simulées pour des systèmes  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$  et  $4 \times 4$ 

avec  $N_v$  le nombre moyen de voisins à la distance minimale et  $N_b$  le nombre moyen de bits différents. Ces valeurs sont propres à une forme de précodeur et sont obtenues par une étude numérique de chaque modulation. Comme pour la capacité, le moyennage pour le max- $d_{\min}$  séparera les contributions de chaque forme. La figure 3 montre les résultats d'approximation du TEB. Les courbes de simulation mettent en évidence que l'approximation est proche du TEB à fort RSB mais peut avoir une erreur importante à faible RSB ou pour le cas  $2 \times 2$ . Cela vient de la formule utilisée en sachant a priori qu'elle entrainerait une erreur surtout lorsque la distance est faible, ce qui est le cas pour un système  $2 \times 2$  (cf ddp sur la figure 1) et à faible RSB. Cette limite de l'approximation avait déjà été observée pour les MAQ-M et des améliorations ont été publiées en étudiant la constellation entièrement. Un travail analogue pourrait être mené pour le précodeur max-dmin avec la prise en compte de la constellation du  $\mathbf{F}_{r1}$  et celles du  $\mathbf{F}_{octa}$ .

### 5 Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé une méthode d'étude des performances d'un précodeur MIMO complexe. Elle est basée sur l'étude de la densité de probabilité de la distance minimale. Nous avons pu obtenir une forme approchée facilement programmable pour une utilisation numérique. Des simulations ont montré que les résultats étaient très proches de la valeur exacte. Nous avons ensuite proposé deux utilisations de cette ddp en calculant la capacité moyenne du précodeur et une approximation simple et rapide du TEB. Si les résultats pour la capacité sont très bons, ils sont en revanche plus modérés pour le TEB avec une erreur à faible RSB mais tout en restant bons à fort RSB. Ces résultats sont très encourageants car ils offrent de nombreuses perspectives : étude des performances pour le précodeur E-d<sub>min</sub> avec plus de symboles, application à d'autres précodeurs qui optimisent d'autres critères, calcul d'autres indices de performances comme l'information mutuelle puis estimer les performances avec un décodage souple, une approxi-



FIGURE 3 – Comparaisons des TEB obtenus par approximation théorique et par simulation, pour des systèmes  $2 \times 2$ ,  $3 \times 3$  et  $4 \times 4$ , MAQ-4 et MAQ-16

mation plus fine du TEB avec l'étude des constellations.

## Références

- L. Collin, O. Berder, P. Rostaing, and G. Burrel. Optimal minimum distance based precoder for spatial multiplexing systems. *IEEE Transaction on signal Processing*, 52(3):617–627, March 2004.
- [2] S. Cui, A. J. Goldsmith, and A. Bahai. Energy-efficiency of MIMO and cooperative MIMO techniques in sensor networks. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, 22(6), Aug. 2004.
- [3] Q. Ngo, O. Berder, and P. Scalart. Minimum euclidean distance based precoders for MIMO systems using rectangular QAM modulations. *IEEE Trans. Signal Processing*, 2009.
- [4] Luis G. Ordònez, Daniel P. Palomar, Alba Pagès-Zamora, and Javier Rodríguez Fonollosa. High-SNR Analytical Performance of Spatial Multiplexing MIMO Systems With CSI. Signal Processing, IEEE Transactions on, 55(11):5447–5463, nov. 2007.
- [5] Quoc-tuong, O. Berder, B. Vrigneau, and O. Sentieys. Minimum distance based precoder for MIMO-OFDM systems using a 16-QAM modulation. *IEEE ICC'09, Germany*, 2009.
- [6] M. Sadek, A. Tarighat, and A.H. Sayed. Active antenna selection in multiuser MIMO communications. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 55(4) :1498–1510, April 2007.
- [7] B. Vrigneau, J. Letessier, P. Rostaing, L. Collin, and G. Burel. Extension of the MIMO Precoder based on the Minimum Euclidean Distance : a cross-form matrix. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2(2) :135–146, 04 2008.