



HAL
open science

FORMULE SIMPLE PERMETTANT UN CALCUL IMMÉDIAT DU TAUX DE MOUILLAGE DU LAIT, CONNAISSANT LA DENSITÉ ET LE TAUX DE LA MATIÈRE GRASSE

R. Vuillaume

► **To cite this version:**

R. Vuillaume. FORMULE SIMPLE PERMETTANT UN CALCUL IMMÉDIAT DU TAUX DE MOUILLAGE DU LAIT, CONNAISSANT LA DENSITÉ ET LE TAUX DE LA MATIÈRE GRASSE. *Le Lait*, 1942, 22 (214_216), pp.113-122. hal-00927863

HAL Id: hal-00927863

<https://hal.science/hal-00927863>

Submitted on 11 May 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

LE LAIT

REVUE GÉNÉRALE DES QUESTIONS LAITIÈRES

SOMMAIRE

Mémoires originaux :

R. VUILLAUME. — Formule simple permettant un calcul immédiat du taux de mouillage du lait, connaissant la densité et le taux de la matière grasse 113

M. DÉRIBÉRÉ. — La fluorescence du lait 122

A. HOUDINIÈRE. — Le lait malsain 134

Bibliographie analytique :

1^o Les livres 150

2^o Journaux, Revues, Sociétés savantes 153

3^o Brevets 198

Bulletin bibliographique :

1^o Les livres 199

2^o Journaux, Revues, Sociétés savantes 200

3^o Brevets 202

Documents et informations :

35^e Congrès annuel de l'« American Dairy Science Association », Université de Perdue, 24-28 juin 1940 (*suite*) 203

Élimination des vaches laitières malades de l'élevage bovin suisse 208

Les conditions de publication des périodiques ayant été récemment modifiées, « LE LAIT » est, jusqu'à nouvel ordre, autorisé à paraître sur 96 pages seulement, par numéro trimestriel.

Nous nous excusons auprès de nos lecteurs, et nous espérons que cette Revue pourra bientôt reprendre une cadence et une ampleur mieux en rapport avec les intérêts de l'Industrie laitière qu'elle continuera de servir.

G. THIEULIN

MÉMOIRES ORIGINAUX (1)

FORMULE SIMPLE PERMETTANT UN CALCUL IMMÉDIAT DU TAUX DE MOUILLAGE DU LAIT, CONNAISSANT LA DENSITÉ ET LE TAUX DE LA MATIÈRE GRASSE

par

R. VUILLAUME

I. Établissement d'une formule générale

Tout ce qui suit repose sur les *deux hypothèses* suivantes, dont nous discuterons plus loin la valeur :

1^o *La densité (à 15° C.) de la matière grasse du lait a une valeur constante* : ρ ;

(1) Reproduction interdite sans indication de source.

2° La densité (à 15° C.) d'un lait normal écrémé a une valeur constante : δ .

Soit un lait mouillé ; désignons par :

D : la densité de ce lait (à 15° C.) ;

d : la densité de ce lait, après écrémage (à 15° C.) ;

G : le taux de la matière grasse, exprimé en grammes par litre ;

T : le taux de mouillage (nombre de centimètres cubes d'eau dans 100 cm³ de lait mouillé).

On se propose d'établir une fonction linéaire : $T = f(D, G)$, à coefficients simples, permettant un calcul immédiat de T, connaissant D et G (déterminés expérimentalement).

Dans 1.000 cm³ de lait (mouillé ou non), il y a $\frac{G}{\rho}$ cm³ de matière grasse et $\frac{1.000 D - G}{d}$ cm³ de lait écrémé (mouillé ou non) ; ce qui donne l'équation :

$$\frac{G}{\rho} + \frac{1.000 D - G}{d} = 1.000$$

d'où :

$$d = \frac{1.000 D - G}{1.000 - \frac{G}{\rho}} \quad (1)$$

Si $1 < d < \delta$, on peut conclure que le lait considéré est mouillé. (1) Désignons par : t le taux de mouillage du lait écrémé (nombre de centimètres cubes d'eau dans 1.00 cm³ de lait écrémé mouillé) ; on a :

$$\frac{t}{100} = \frac{\delta - d}{\delta - 1} \quad (2)$$

L'eau de mouillage ne dilue que le lait écrémé, et non la matière grasse. Entre t et T, nous avons donc la relation suivante :

$$\frac{t}{100} = \frac{T}{100 - \frac{G}{10 \rho}} = \frac{T}{A} \quad (3)$$

en posant :

$$A = 100 - \frac{G}{10 \rho} \quad (4)$$

$\left(\frac{G}{10 \rho}\right)$ étant le volume de la matière grasse dans 100 cm³ de lait mouillé non écrémé).

(1) On commet une erreur négligeable en prenant la valeur 1 comme densité de l'eau à 15° C.

Les équations (1), (2), (3) et (4) donnent

$$\frac{T}{A} = \frac{10 \delta A - 1.000 D + G}{10 A(\delta - 1)}$$

$$T = \frac{1.000(\delta - D) - \left(\frac{\delta}{\rho} - 1\right) G}{10(\delta - 1)} \quad (5)$$

formule exprimant le taux de mouillage en fonction de ρ et δ , supposés fixes et connus, et de D et G, déterminés expérimentalement.

Cette formule est générale, et s'applique à tous les cas (tous les laits de toutes les espèces). Pour chaque cas particulier, l'utilisation de cette formule dépendra, d'une part, du choix des valeurs ρ et δ , et des erreurs commises dans leur évaluation ; d'autre part, des erreurs con mises dans la détermination expérimentale de D et de G.

II. Application de la formule précédente au lait de vache ; discussion des deux hypothèses fondamentales

Pour le lait de vache, les valeurs données à ρ et δ par les divers auteurs ou expérimentateurs oscillent autour des chiffres moyens (à 15° C.) :

$$\rho = 0,92 \qquad \delta = 1,0355$$

En tenant compte, d'une part, des variations dues aux méthodes utilisées pour déterminer ces valeurs, et, d'autre part, des variations enregistrées d'un échantillon de lait à un autre, la très grande majorité des chiffres publiés sont compris entre :

$$0,91 < \rho < 0,93 \qquad 1,033 < \delta < 1,038$$

Nous écrirons donc :

$$\begin{array}{ll} \rho = 0,92 \pm \Delta\rho & \text{avec} \quad \Delta\rho = 0,01 \\ \delta = 1,0355 \pm \Delta\delta & \text{avec} \quad \Delta\delta = 0,0025 \end{array}$$

(les erreurs $\Delta\rho$ et $\Delta\delta$ étant considérées comme maximum).

En portant les valeurs moyennes précédentes de ρ et δ dans l'équation (5), on obtient :

$$T = \frac{1.035,5 - 1.000 D - 0,126 G}{0,355} \quad (6)$$

L'erreur absolue maximum : ΔT commise dans l'évaluation de T à l'aide de la formule (6) dépend à la fois des erreurs commises sur ρ , δ , D et G.

L'erreur due à $\Delta\rho$ et $\Delta\delta$ sera la même dans tous les cas ; nous l'appellerons « erreur théorique » : ΔT_t . Celle due à ΔD et ΔG

dépendra, dans chaque cas, des conditions expérimentales ; nous l'appellerons « *erreur expérimentale* » : ΔT_e . On aura : $\Delta T = \Delta T_t + \Delta T_e$.

L'erreur absolue maximum théorique ΔT_t commise sur T est la suivante [en prenant la différentielle totale de l'équation (5)] :

$$\Delta T_t = \frac{1}{10(\delta - 1)^2} \left[1.000(D - 1) + \frac{1 - \rho}{\rho} G \right] \Delta \delta + \frac{\delta G}{10\rho^2(\delta - 1)} \Delta \rho \quad (7)$$

En remplaçant ρ et δ par leurs valeurs moyennes, on trouve :

$$\Delta T_t = 79,44 [1.000(D - 1) + 0,087 G] \Delta \delta + 3,45 G \Delta \rho$$

On voit que ΔT_t est une fonction proportionnelle de D et de G, c'est-à-dire que l'erreur ΔT_t sera maximum pour un lait non mouillé (ou faiblement mouillé).

Afin de se faire une idée de l'ordre de grandeur de ΔT_t , en prenant les valeurs moyennes, pour un lait non mouillé, $D = 1,031$ et $G = 35$, et en remplaçant $\Delta \rho$ et $\Delta \delta$ par leurs valeurs respectives, on trouve sensiblement :

$$\Delta T_t = 2.700 \Delta \delta + 120 \Delta \rho = 6,8 + 1,2 = 8$$

Par conséquent, en supposant D et G exactement connus, la formule (6) donne la valeur de T avec une erreur absolue maximum (atteinte pour un lait non mouillé), de l'ordre de 8. Cette erreur diminue évidemment avec le mouillage, pour devenir nulle lorsque $D = 1$ et $G = 0$.

Or, on ne peut conclure au mouillage que lorsque $T > + \Delta T$. L'inconvénient de la formule (6) sera donc de donner sans transition, à partir du moment où l'on pourra conclure au mouillage, des valeurs de T déjà élevées. C'est pourquoi il est préférable de déterminer, au lieu du taux moyen T du mouillage, un *taux minimum* : T_m qui sera défini par : $T_m = T - |\Delta T|$.

Ce taux minimum sera directement obtenu en introduisant dans la formule (5) les valeurs minimum (à 15° C.) :

$$\rho = 0,91 \quad \text{et} \quad \delta = 1,033$$

ce qui donne :

$$T_m = \frac{1.033 - 1.000 D - 0,135 G}{0,33}$$

ou, très sensiblement (avec une approximation ΔT_t toujours inférieure à 1) :

$$T_m = 3(1.033 - 1.000 D) - 0,4 G \quad (8)$$

Telle est la formule qui permet un calcul immédiat d'un *taux minimum de mouillage du lait de vache*, connaissant D et G.

Dans l'application de cette formule, on tiendra compte à la fois de son approximation, et de l'approximation avec laquelle D et G ont été déterminés. Pratiquement, D est déterminé (au densimètre) avec une approximation ΔD de l'ordre de $\pm 0,001$; G est déterminé avec une approximation ΔG de l'ordre de ± 1 . L'équation (8) montre que :

$$\Delta T_m = 3.000 \Delta D + 0,4 \Delta G = 3,4$$

Pour plus de sécurité, dans les conditions pratiques précédentes (conditions habituelles), on ne conclura au mouillage que lorsqu'on trouvera $T_m \geq + 5$.

III. Comparaison des résultats précédents avec ceux obtenus à l'aide de la formule de Fleischmann

Toutes les formules proposées pour calculer la valeur de l'extrait sec du lait, connaissant sa densité et le taux de sa matière grasse, sont dérivées de la formule de FLEISCHMANN.

Cette formule repose sur deux hypothèses :

1° La densité (à 15° C.) de la matière grasse du lait a une valeur constante : ρ ;

2° La densité (à 15° C.) de l'extrait dégraissé a une valeur constante : η .

En conservant les notations D et G définies antérieurement, et en désignant par :

E : l'extrait sec, exprimé en grammes par litre de lait,

on peut écrire que dans 1.000 cm³ de lait, il y a $\frac{G}{\rho}$ cm³ de matière grasse, $\frac{E - G}{\eta}$ cm³ d'extrait dégraissé, et (1.000 D - E) cm³ d'eau :

$$1.000 = \frac{G}{\rho} + \frac{E - G}{\eta} + 1.000 D - E$$

d'où :

$$E = \frac{1.000 \eta}{\eta - 1} (D - 1) + \frac{\eta - \rho}{\rho (\eta - 1)} G \quad (9)$$

Telle est la formule de FLEISCHMANN (1).

(1) Pour le lait de vache, en portant dans l'équation (9) les valeurs $\rho = 0,93$ et $\eta = 1,60$, on retrouve la forme la plus connue de la formule de FLEISCHMANN :

$$E = 2666 (D - 1) + 1,2 G.$$

En modifiant plus ou moins légèrement les valeurs attribuées à ρ et à η , on retrouve les formules de : PIERRE, RICHMOND, DEMICHEL, VAN SLYKE, WAAL, HINARD, PIEN, etc.

A partir de cette formule, on peut calculer l'*extrait dégraissé* ($E - G$), puis l'*extrait rectifié* (Er) qui est l'extrait dégraissé rapporté au litre de lait écrémé :

$$Er = \frac{100}{100 - \frac{G}{10 \rho}} (E - G) = \frac{100}{A} (E - G) \quad (10)$$

en posant :

$$A = 100 - \frac{G}{10 \rho} \quad (4)$$

($\frac{G}{10 \rho}$ étant le volume de la matière grasse dans 100 cm³ de lait).

Les valeurs de ρ et η n'étant pas modifiées par la mouillage, les formules (9) et (10) sont applicables aux laits mouillés.

On peut alors rechercher et calculer le taux de mouillage en émettant une troisième hypothèse :

L'extrait rectifié du lait non mouillé a une valeur constante : ε .

Si $0 < Er < \varepsilon$, on peut conclure au mouillage; en désignant par :

t : le taux de mouillage du lait écrémé (nombre de centimètres cubes d'eau dans 100 cm³ de lait écrémé mouillé) ;

T : le taux correspondant de mouillage du lait non écrémé,

on a les relations :

$$\frac{t}{100} = \frac{T}{A} = \frac{\varepsilon - Er}{\varepsilon} = 1 - \frac{Er}{\varepsilon} \quad (11)$$

Les équations (4), (9), (10) et (11) donnent :

$$T = A - \frac{100}{\varepsilon} (E - G) \quad (12)$$

$$T = 100 - \frac{G}{10 \rho} - \frac{100}{\varepsilon} \left[\frac{1.000 \eta}{\eta - 1} (D - 1) + \frac{\eta - \rho}{\rho (\eta - 1)} G - G \right]$$

$$T = \frac{100 \eta}{\varepsilon (\eta - 1)} \left[\frac{\varepsilon (\eta - 1) + 1.000 \eta}{\eta} - 1.000 D \right] - \frac{\varepsilon (\eta - 1) + 1.000 \eta (1 - \rho)}{10 \rho \varepsilon (\eta - 1)} G \quad (13)$$

Cette équation exprime le taux de mouillage en fonction de ρ , η , ε (supposés fixes et connus), et de D et G (déterminés expérimentalement).

Les formules habituelles de calcul de T reposent donc sur trois hypothèses (fixité de ρ , η et ε). Leur utilisation dans chaque cas particulier dépend, d'une part, du choix des valeurs ρ , η et ε , et des erreurs commises dans leur évaluation ; d'autre part, des erreurs commises dans la détermination de D et de G .

En supposant D et G exactement connus, l'erreur absolue maximum (théorique) ΔT_t , calculée par différenciation de l'équation (13) : $T = f(\rho, \eta, \varepsilon)$, est égale à :

$$\Delta T_t = f'_\rho \Delta \rho + f'_\eta \Delta \eta + f'_\varepsilon \Delta \varepsilon$$

avec :

$$f'_\rho \Delta \rho = \frac{G}{\rho^2} \left[\frac{1}{10} + \frac{100 \eta}{\varepsilon (\eta - 1)} \right] \Delta \rho$$

$$f'_\eta \Delta \eta = \frac{100}{\varepsilon (\eta - 1)^2} \left[1.000 (D - 1) + \frac{1 - \rho}{\rho} G \right] \Delta \eta$$

$$f'_\varepsilon \Delta \varepsilon = \frac{100 \eta}{\varepsilon^2 (\eta - 1)} \left[1.000 (D - 1) + \frac{1 - \rho}{\rho} G \right] \Delta \varepsilon$$

(14)

Si la condition $0 < \rho < 1 < \eta < \varepsilon$ est remplie, on voit que ΔT_t est une fonction proportionnelle de D et de G, c'est-à-dire que les erreurs les plus grandes seront commises sur les laits non mouillés (ou faiblement mouillés).

Pour le lait de vache ($0 < \rho < 1 < \eta < \varepsilon$), les valeurs les plus généralement adoptées sont :

$\rho = 0,92$ avec des écarts suivant les échantillons de lait analysés	$\Delta \rho = \pm 0,01$
$\eta = 1,60$ avec des écarts suivant les échantillons de lait analysés	$\Delta \eta = \pm 0,01$
$\varepsilon = 95$ avec des écarts suivant les échantillons de lait analysés	$\Delta \varepsilon = \pm 6$ (laits normaux)

En portant ces valeurs dans les équations (14), et en prenant pour D et G les valeurs moyennes (lait non mouillé) : $D = 1,031$ et $G = 35$, on trouve sensiblement :

$$\Delta T_t = 120 \Delta \rho + 100 \Delta \eta + \Delta \varepsilon = 1,2 + 1 + 6 = 8,2$$

On voit que l'erreur est à peu près du même ordre que celle apportée par la formule (5) que nous avons proposée plus haut, en utilisant les quantités ρ et δ .

Ce résultat était à prévoir, car les quantités δ , ε et η ne sont pas indépendantes ; il existe, en effet, entre elles, une relation qu'on peut obtenir :

a) soit en identifiant les coefficients de 1.000 D dans les formules (5) et (13) :

$$\frac{1}{10 (\delta - 1)} = \frac{100 \eta}{\varepsilon (\eta - 1)}$$

b) soit en identifiant les coefficients de $\frac{G}{\rho^2} \Delta\rho$ dans les équations (7) et (14) :

$$\frac{\delta}{10(\delta - 1)} = \frac{1}{10} + \frac{100\eta}{\varepsilon(\eta - 1)}$$

c) soit directement, en écrivant que 1.000 cm³ de lait écrémé renferment $\frac{\varepsilon}{\eta}$ cm³ d'extrait dégraissé et (1.000 δ - ε) cm³ d'eau :

$$1.000 = \frac{\varepsilon}{\eta} + 1.000\delta - \varepsilon$$

Les trois équations précédentes sont identiques entre elles et à l'équation :

$$\boxed{1.000\eta(\delta - 1) = \varepsilon(\eta - 1)} \quad (15)$$

Cette relation est absolument générale et permet, si on se donne ou si on détermine expérimentalement deux des quantités δ , ε et η , de déterminer la troisième.

Les valeurs moyennes $\delta = 1,0355$, $\varepsilon = 95$ et $\eta = 1,60$ que nous avons choisies représentent très sensiblement une solution de l'équation (15). De même, ces valeurs associées aux valeurs $\Delta\delta = 0,0025$, $\Delta\varepsilon = 6$ et $\Delta\eta = 0,01$ que nous avons également choisies représentent très sensiblement une solution de l'équation différentielle totale tirée de l'équation (15) :

$$\Delta\delta = \frac{\eta - 1}{1.000\eta} \Delta\varepsilon + \frac{\varepsilon}{1.000\eta^2} \Delta\eta \quad (16)$$

ce qui constitue un élément de confirmation du bien-fondé de ce choix. D'ailleurs, tout système de valeurs (δ , ε , η , $\Delta\delta$, $\Delta\varepsilon$, $\Delta\eta$) choisi ou déterminé expérimentalement, pour le lait de vache ou pour tout autre lait, doit obligatoirement satisfaire aux deux conditions (15) et (16).

En conséquence, dans l'application de la formule (13) dérivée de la formule de FLEISCHMANN ou des formules similaires, si on cherche à déterminer un taux minimum T_m de mouillage du lait en utilisant les valeurs minimum $\rho = 0,91$, $\eta = 1,59$ et $\varepsilon = 89$, le résultat et l'approximation obtenus seront les mêmes qu'avec les formules (5) et (8) que nous avons proposées.

IV. Comparaison des résultats obtenus à l'aide des formules (5) et (8) avec les résultats obtenus par détermination directe de l'extrait sec

D'après les formules (4) et (12) :

$$T = 100 - \frac{G}{10\rho} - \frac{100}{\varepsilon} (E - G)$$

L'erreur « théorique » commise sur T se trouve réduite à :

$$\Delta T_t = \frac{G}{10\rho^2} \Delta\rho + \frac{100(E - G)}{\varepsilon^2} \Delta\varepsilon$$

ΔT_t est une fonction proportionnelle de G et de (E - G), donc maximum pour un lait non mouillé. En prenant les valeurs moyennes (pour un lait non mouillé) : $\rho = 0,92$, $\varepsilon = 95$, $\Delta\rho = 0,01$, $\Delta\varepsilon = 6$, $G = 35$ et $(E - G) = 92$, on constate que l'erreur due à $\Delta\rho$ est négligeable et que l'on a sensiblement :

$$\Delta T_t = \Delta\varepsilon = 6$$

Cette erreur maximum absolue est inférieure de 2 unités environ à celles données par les méthodes précédentes. Le taux minimum T_m de mouillage calculé par cette méthode pourra être de 2 unités plus grand que celui calculé par les formules faisant intervenir D et G.

L'erreur « expérimentale » :

$$\Delta T_e = \left(\frac{100}{\varepsilon} - \frac{1}{10\rho} \right) \Delta G + \frac{100}{\varepsilon} \Delta E$$

soit sensiblement : $\Delta T_e = \Delta G + \Delta E$
sera de l'ordre de 2 dans les conditions pratiques ordinaires ($\Delta G = \Delta E = 1$).

Cette méthode, plus précise, mais beaucoup plus longue, sera donc inutile en général. Elle ne mérite d'être employée que dans le cas particulier où l'interprétation de la formule (8) établie plus haut sera douteuse, par exemple dans le cas où cette formule conduit à une valeur $0 < T_m < 5$.

Enfin, il va sans dire que tout ce qui précède ne concerne que les laits normaux. Pour les laits anormaux (colostrum, rétention, mammite), les résultats devront être contrôlés suivant l'usage, soit par le calcul de la constante moléculaire simplifiée réelle, soit par détermination du point cryoscopique, etc.

Conclusions

1° A une température donnée (15° C. par exemple), il existe entre le taux de mouillage T d'un lait quelconque, sa densité D , sa teneur en matière grasse G (en grammes par litre), la densité ρ de la matière grasse et la densité δ du lait écrémé non mouillé, la relation générale :

$$T = \frac{1.000 (\delta - D) - \left(\frac{\delta}{\rho} - 1 \right) G}{10 (\delta - 1)}$$

(T = nombre de centimètres cubes d'eau dans 100 cm³ de lait mouillé) ;

2° Pour le lait de vache (normal), à partir de la formule précédente, en donnant à ρ et δ les valeurs minimum $\rho = 0,91$ et $\delta = 1,033$, on peut calculer immédiatement un taux minimum de mouillage : $T_m < T$:

$$T_m = 3 (1,033 - 1,000 D) - 0,4 G$$

L'approximation de cette formule est identique à celle que l'on obtient classiquement en calculant le mouillage à l'aide de la formule de FLEISCHMANN (ou des formules similaires). Dans les conditions pratiques habituelles, cette formule sera suffisante, l'erreur absolue commise sur T_m étant toujours inférieure à 5 ;

3° Enfin, pour un lait quelconque, à une température donnée, il existe entre la densité η de l'extrait dégraissé, la densité δ de ce lait après écrémage et l'extrait dégraissé rectifié ε (par litre de lait écrémé), la relation générale :

$$1.000 \eta (\delta - 1) = \varepsilon (\eta - 1)$$

permettant de calculer l'un de ces éléments, connaissant les deux autres.

(Laboratoire de Chimie de l'Ecole Nationale Vétérinaire d'Alfort.)

LA FLUORESCENCE DU LAIT

par

MAURICE DÉRIBÉRÉ

Ingénieur E. B. P.

Les phénomènes de fluorescence

Parmi les méthodes d'essai physique appliquées aux contrôles chimiques et aux expertises, l'emploi de la lumière de Wood et des phénomènes de fluorescence a pris, depuis quelques années, un essor largement justifié par l'intérêt et l'importance des résultats obtenus.