



HAL
open science

Commande LQR d'une flotte de multiples véhicules aériens

Osamah Saif, Isabelle Fantoni

► **To cite this version:**

Osamah Saif, Isabelle Fantoni. Commande LQR d'une flotte de multiples véhicules aériens. 5èmes Journées Doctorales / Journées Nationales MACS (JD-JN MACS 2013), Jul 2013, Strasbourg, France. <hal-00927095>

HAL Id: hal-00927095

<https://hal.science/hal-00927095v1>

Submitted on 10 Jan 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Commande LQR d'une flotte de multiples véhicules aériens

Osamah SAIF¹, Isabelle FANTONI²

^{1,2}Université de Technologie de Compiègne – CNRS
UMR 7253 Laboratoire Heudiasyc
Centre de Recherches de Royallieu, BP 20529
60205 Compiègne cedex, France.
osamah.saif/isabelle.fantoni@hds.utc.fr

Résumé— Dans ce papier, nous proposons une perspective globale du problème de flotte de drones aériens. L'idée est d'utiliser des lois de commande basée sur l'approche LQR pour stabiliser la flotte en formation de multiples véhicules aériens (UAVs). Nous avons reformulé l'approche de formation d'une flotte comme un problème de génération de référence plutôt qu'un problème de commande. Une dynamique simple du véhicule aérien, *i.e.* un double intégrateur a été utilisé. Le système, composé de multiples UAVs et des connections entre UAVs, est modélisé en utilisant les principes de la théorie des graphes.

Mots-clés— Théorie des graphes, Véhicule aérien autonome (UAV), Flotte, Commande LQR, Commande de vol en formation..

I. INTRODUCTION

L'histoire de l'aviation est pleine d'étapes étonnantes. Au début, les scientifiques se sont intéressés à imiter le vol d'un seul oiseau et ont réussi à réaliser ce rêve. Puis, ils ont cherché à effectuer un vol autonome. De nos jours, on peut voir les différentes applications de drones aériens (Unmanned Aerial Vehicles) dans les domaines civils et militaires. Récemment, l'attention de certains chercheurs scientifiques s'est tournée vers l'imitation du comportement des oiseaux dans une flotte, plutôt que celui d'un seul oiseau. Ils tentent d'effectuer un vol en formation autonome.

Avant que les scientifiques s'intéressent au vol en lui-même, le comportement collectif des animaux a attiré l'attention des biologistes. Ils ont étudié des volées d'oiseaux, des essaims d'insectes, des troupes de quadrupède et des bancs de poissons. Ils ont essayé de comprendre le secret du mouvement collectif, harmonique et sans collision des individus. En outre, ils ont cherché à découvrir les motivations qui conduisent les animaux à se rassembler en groupes comme des volées d'oiseaux. Pour en savoir plus sur ces sujets, on peut consulter [1], [2].

Il existe différentes stratégies de contrôle de la formation de vol. Nous citons ici trois d'entre eux : *Meneur-suiveur (approche hiérarchique)*, *Meneur virtuel* et *Commande basée sur le comportement (approche décentralisée)*. Dans l'approche de meneur-suiveur, les individus dans la formation suivent un agent (ou un avion) qui est désigné comme le chef de file. Une trajectoire de la mission de vol en formation est suivie par le chef, et les disciples suivent le chef. Cette stratégie est simple et largement mise en œuvre dans la formation des agents multiples [3], [4]. Cependant, il révèle quelques inconvénients. Par exemple, toute la formation dépend d'un agent et si un problème apparaît pour le guide, toute la formation sera affectée.

La méthode de meneur virtuel consiste à remplacer un chef de la formation, de l'approche de meneur-suiveur, par un meneur virtuel. Tous les agents de la formation reçoivent la trajectoire de la mission. Cette trajectoire est celle du meneur virtuel lui-même. Un des principaux inconvénients de cette stratégie est que le risque de collision entre les agents augmente, car il n'y a pas de retour (feedback) à la formation. Par ailleurs, la trajectoire prédéfinie de la mission diminue l'autonomie de la formation [4].

Dans la stratégie de contrôle comportemental, chaque agent suit certaines règles pour parvenir à la formation. L'objectif du contrôle de la formation est, par conséquent, décomposé en règles plus petites. En fait, cette méthodologie est inspirée du mouvement collectif des animaux. Un des premiers travaux techniques sur cette stratégie est le modèle distribué de comportement proposé par *Reynolds* dans [5]. Bien que Reynolds était spécialisé en infographie, son travail a inspiré les chercheurs en automatique et en robotique qui ont appliqué les règles de Reynolds dans le cadre théorique et expérimental. Reynolds a inspiré ses règles grâce aux biologistes pour étudier le mouvement collectif des animaux. Il a estimé que chaque individu dans un troupeau doit suivre ces règles afin d'effectuer le comportement de groupe. Ces règles sont les suivantes :

- 1) Evitement de collisions : éviter les collisions avec les voisins proches ;
- 2) Mise en correspondance de la vitesse : tentative de faire correspondre la vitesse avec celles des voisins proches ;
- 3) Centrage de la flotte : tentative de rester près de voisins proches.

Ces règles ont été citées par plusieurs travaux en automatique et en robotique [9], [6]. Ils ont utilisé ces règles pour développer des stratégies de commande et d'algorithmes pour le rassemblement de systèmes multi-agents dynamiques.

Le travail d'*Olfati-Saber* dans [9] constitue un cadre théorique concret pour la conception de lois de commande et l'analyse de la stabilité d'une flottille de systèmes dynamiques multi-agents. Il a utilisé une fonction collective potentielle pour concevoir le comportement centralisé d'une flotte. De plus, un terme de consensus sur la vitesse a été ajouté afin d'obtenir un comportement de vitesse correspondant. D'autres algorithmes ont été proposés pour éviter les obstacles. Un algorithme de navigation a également été proposé dans son travail. La stabilité

des algorithmes proposés a été analysée en utilisant l'analyse de Lyapunov et le principe d'invariance de LaSalle. Un des principaux problèmes des algorithmes proposés est leur dépendance à l'égard du degré de connectivité entre les agents dans un troupeau. De plus, les algorithmes proposés ont seulement traité le problème local de la flotte, sans considérer le comportement global qui tend à rassembler les agents de la flotte.

Dans [6], les auteurs ont suivi les règles de Reynolds et conçu des lois de commande décentralisées pour le rassemblement de systèmes multi-robots. Des lois de commande comportementales basées sur le noyau ont été utilisées pour atteindre les règles de Reynolds. Les mêmes problèmes de rassemblement local et de dépendance de degré de connectivité sont répétés dans son travail.

Dans cet article, une stratégie de commande décentralisée pour atteindre une flotte de plusieurs UAVs est présentée. Nous proposons un comportement supplémentaire aux règles de Reynolds. La règle proposée traite le problème de rassemblement dans une perspective globale. Deux stratégies de commande sont proposées, dans ce travail, pour effectuer une formation en troupeau. Les stratégies proposées sont des lois de commande LQR. De plus, nous montrons que les stratégies proposées sont indépendantes ou quasi-indépendantes du degré de connectivité entre les agents et leur nombre dans un troupeau. A travers cet article, le terme «agent» est également utilisé pour indiquer qu'un drone (ou UAV) et les termes de flotte, d'école ou d'essaims représentent un concept collectif comportemental.

Dans cet article, nous abordons le problème de formation en flotte. Par ailleurs, la dynamique proposée pour les drones est un modèle simple d'un double intégrateur. La navigation, les problèmes d'évitement d'obstacles et une modélisation non linéaire plus complète pour les UAVs seront traités dans des travaux futurs.

Les grandes lignes de cet article sont : les préliminaires sur la modélisation de plusieurs drones par la théorie des graphes, sur le cadre d'application, sur le modèle utilisé pour chaque drone et sur la commande LQR sont, d'une part abordés dans la section II. Ensuite, nos contributions principales et les résultats de simulation sont présentés dans la section III. Enfin, nous concluons par des remarques et des indications sur des travaux futurs dans la section IV.

II. NOTIONS DE BASE

Dans cette section, nous présentons premièrement une méthodologie de modélisation d'une flotte de drones aériens en utilisant la théorie des graphes. Cette méthodologie a été utilisée précédemment dans [10] et [9]. Cela permet de représenter graphiquement et analytiquement l'interaction de plusieurs drones. Pour en savoir plus sur la théorie des graphes, on peut se référer à [7]. Ensuite, la structure de la flotte est formulée dans l'espace euclidien et le modèle dynamique des véhicules aériens utilisé dans ce travail est introduit. Finalement, une brève introduction à la commande LQR pour le problème de suivi est présentée.

A. Modélisation de multiples UAVs par la théorie des graphes

Un système composé de multiples UAVs peut être vu comme un graphe $G = (V, E)$. Les UAVs sont représentés par un ensemble de sommets (points) $V = \{\nu_i\}$, $i \in I = \{1, \dots, N\}$ où N est le nombre d'UAVs. Les connections entre les UAVs sont représentées par un ensemble de liens $E = \{e_{i,j}\}$ et $e_{i,j}$ est le lien entre (ν_i, ν_j) avec $i, j \in I$. Une matrice de proximité A est une matrice $N \times N$ dont les éléments $a_{i,j} = 1$ si $e_{i,j} \in E$ et $a_{i,j} = 0$ sinon. Dans un espace euclidien, les sommets représentent les positions des UAVs.

Un graphe est appelé indirect si E satisfait l'équivalence suivante : $\forall i, j \in I, i \neq j, e_{i,j} \in E \Leftrightarrow e_{j,i} \in E$. Par conséquent, notre graphe est indirect puisque chaque UAV mesure les états des autres UAVs. Les voisins d'un UAV ν_i peuvent être modélisés par un ensemble $\eta_i = \{\nu_j \in V : a_{i,j} \neq 0\}$. La Figure 1 montre quatre UAVs représentés comme un graphe indirect.

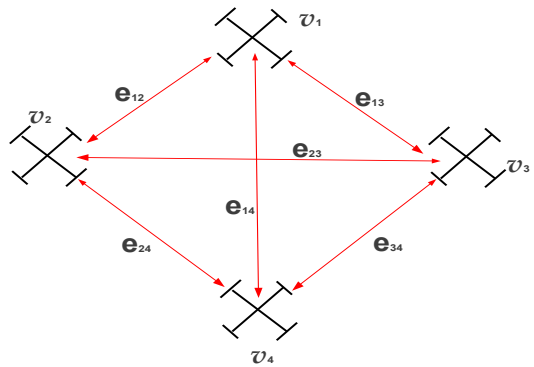


Fig. 1: Quatre UAVs dans un graphe

B. Structure euclidienne

Le cadre d'application est un espace euclidien. Par conséquent, il devrait y avoir une correspondance entre l'espace du graphe et l'espace euclidien. Les sommets correspondent aux positions des UAVs. Ainsi, un sommet ν_i possède sa position correspondante $\mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^f$ où f est la dimension de l'espace.

Nous redéfinissons les voisins d'un UAV ν_i dans l'espace euclidien par $\eta_i = \{\nu_j \in V : \|\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i\| < c\}$, où $\|\cdot\|$ est la norme euclidienne, et c est la portée du voisinage.

Un des objectifs de la commande en flottille de multiples UAVs est d'assurer l'anti-collision des individus de la flotte. La contrainte de la commande peut être écrite comme suit :

$$\|\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i\| = d, \quad \forall \nu_j \in \eta_i, \forall \nu_i \in \mathbf{V} \quad (1)$$

où d est une distance de sécurité ou le rayon de la région d'anti-collision, avec $d < c$.

C. Modèle d'un drone (UAV)

Dans cet article, le modèle dynamique de chaque UAV simple dans une flottille est considéré comme un double intégrateur. En outre, nous supposons que le corps d'un UAV est une particule ponctuelle dans la structure euclidienne. L'équation (2) montre le modèle dynamique d'un UAV ν_i dans la représentation de l'espace d'état.

$$\begin{cases} \dot{x}_i = Ax_i + B\mathbf{u}_i \\ y_i = Cx_i + D\mathbf{u}_i \end{cases} \quad (2)$$

où $x_i = [\mathbf{p}_i \ \dot{\mathbf{p}}_i]^T$, $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^4$ est le vecteur d'état dans l'espace euclidien à deux dimensions, $\mathbf{u}_i \in \mathbb{R}^2$ est l'entrée de commande et $y_i \in \mathbb{R}^4$ est la sortie du système. Dans cet article, nous considérons que tous les états sont observables, et que la sortie du système est le vecteur d'état $y_i = x_i$. les matrices du système sont écrites sous la forme compacte comme suit :

$$\left(\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

D. Commande LQR et suivi

Le problème du régulateur quadratique linéaire (LQR, Linear Quadratic Regulator) est de calculer l'entrée de commande d'un système linéaire qui minimise la fonction de coût suivante :

$$J_{LQR} = \int_0^\infty y^T(t)Qy(t) + u^T(t)Ru(t) dt \quad (4)$$

où $u \in \mathbb{R}^l$, $y \in \mathbb{R}^m$, Q et R sont les matrices de pondération de dimension $m \times m$ et $l \times l$ respectivement. L'entrée de commande u est alors donnée par :

$$u = -Kx \quad (5)$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état et K est la matrice de gain LQR qui est obtenu en résolvant l'équation algébrique de Riccati [8].

Pour le problème de suivi, où la référence du système est variante dans le temps, la commande LQR est reformulée comme suit :

$$u = -Kx + (KF + N)r \quad (6)$$

Soit la matrice G donnée par :

$$G = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^{-1} \quad (7)$$

Alors, $r \in \mathbb{R}^m$ est la référence à suivre, F est une matrice $n \times l$ des n premières lignes et des l dernières colonnes de droite de G ; N est une matrice $m \times l$ des m dernières lignes et des l dernières colonnes de droite de G . Pour plus d'information sur la commande de suivi LQR, le lecteur peut se référer à [8].

III. PRINCIPAUX RÉSULTATS

Dans cette section, nous présentons les principales contributions. Tout d'abord, une nouvelle perspective globale du problème de vol en flotte est présentée. Ensuite, nous définissons une nouvelle règle de formation comportementale (*flocking*). Deux stratégies de commande basées sur l'approche LQR sont alors proposées. Enfin, des résultats

de simulation sont montrées et discutées en prenant en considération les travaux d'*Olfati-Saber* et de *G. Antonelli* dans [9], [6].

A. Tendance comportementale

Plusieurs études sur les comportements de rassemblement (en vol, en banc) parlent d'une *tendance* comportementale chez les individus [1], [2]. Dans [1], une question cruciale était : *Qu'est-ce qui rassemblent les poissons dans un banc ?* La réponse à cette question révèle une tendance chez les individus d'adhérer, de se rejoindre et de rester dans un banc pour différentes raisons telles que le besoin de chasse ou de protection.

D'un point de vue technologique sur le traitement des phénomènes de rassemblement en flotte ou en banc, les scientifiques se concentrent sur un problème local. Ils ont essayé de répondre à la question : *Comment éviter les collisions et comment les individus se rallient ?* Ils ont supposé que les individus sont déjà en troupeau. Un problème global est de considérer, à côté du problème local, la tendance à former un troupeau d'individus dispersés ou seulement formés de petits troupeaux.

La prise en compte du problème de rassemblement local est évidente dans les règles de Reynolds [5]. Les règles de Reynolds se concentrent sur l'évitement des collisions, une harmonisation de la vitesse et un centrage (alignement) de la flotte qui représentent un problème local. Dans [9], *Olfati-Saber* implique les règles de Reynolds dans ses protocoles proposés. Les règles de Reynolds ont été prises en compte par *Olfati-Saber* sans modification. En conséquence, les algorithmes proposés ignorent le problème global du rassemblement. De plus, un point de rendez-vous a été défini pour attirer les individus à former une flotte.

Du point de vue de la robotique et de l'automatique, la formation en flotte devrait être autonome. Par conséquent, aucun point de rendez-vous ne devrait être prédéfini pour former une flotte. Les algorithmes d'*Olfati-Saber* pourraient permettre d'obtenir un contrôle de la formation autonome, sans point de rendez-vous, en augmentant la région de voisinage. Cependant, à notre avis, il a préféré définir un point de rendez-vous et restreindre la région voisine pour limiter le coût de calcul dû à l'augmentation des connexions entre les agents. Cette limitation de région voisine conduit à des phénomènes de fragmentation qui apparaissaient dans les simulations sans un point de rendez-vous. Les mêmes considérations sont également présentes dans [6].

La limitation de la région de voisinage est utile pour fixer des distances entre les agents. Toutefois, les distances entre les individus en flotte ou en banc ne sont naturellement pas fixes [1]. Dans cet article, nous préférons suivre les phénomènes naturels de rassemblement et de tenir compte des distances de sécurité variables entre les agents.

Une des principales contributions de ce travail est de définir et d'ajouter un nouveau comportement aux règles de Reynolds. Ce comportement est la *tendance*.

Definition 1 : (Tendance comportementale) C'est la tendance des individus ou des sous-volées (sous-flottes) à se rejoindre les uns aux autres, dans leur champ de vision, afin de former une volée (flotte).

Pour modéliser un tel comportement dans une flottille d'UAVs, nous proposons un nouvel ensemble défini pour

Proof 2 : De manière similaire à la preuve du théorème 1, une autre solution est proposée en calculant la somme des P lois de commande et en appliquant la sortie de la somme au système. Ainsi, on a :

$$\mathbf{u}_i = \sum_{j=1}^P \mathbf{u}_{ij} \quad (18)$$

Par conséquent, la loi de commande résultante est donnée par l'équation (16).

Remark 3 : Les remarques 1 and 2 sont encore valides dans la stratégie de la somme. La différence est qu'une partie de la loi de commande est pondérée par P . P peut être connu et mise à jour grâce aux mesures.

C. Simulation

Dans cette partie de l'article, nous présentons une simulation du rassemblement de plusieurs UAVs. La simulation est effectuée en utilisant MATLAB. Le nombre de drones est $N = 5$. La simulation est effectuée dans un espace bidimensionnel. Les positions initiales des drones sont générées aléatoirement à l'aide de la fonction de distribution normale. La variance de la distribution est de 21 et la moyenne est 0. Les vitesses initiales des drones sont considérées comme nulles. L'échelle du plan de simulation en deux dimensions est l'intervalle $[-20, 20]^2$ suivant les positions x et y .

Les paramètres de rassemblement sont définis comme suit : $d = 5$, $b = c = 30$. Par conséquent, nous supposons que le champ de vision de chaque UAV couvre l'ensemble du plan de simulation. En outre, nous supposons que chaque UAV peut mesurer les états de tous les autres UAVs dans son champ de vision. Le pas de la simulation est de 0,01s et le temps de simulation final est de 60s. Les matrices de pondération sont : $Q = eye(4)$ et $R = 10^{-3} \times eye(2)$. La matrice K est calculée en utilisant la fonction MATLAB `lqr` [8].

La figure 2 montre six clichés de simulation exécutés avec le temps. Cette simulation est réalisée en utilisant la *stratégie de contrôle par la moyenne* (10). Au début, les drones ont des positions dispersées dans le plan de simulation. Chaque drone effectue une action de répulsion quand il y a des agents dans sa région libre de collision. Cette action garantit des distances de sécurité entre les UAVs. En outre, il active le comportement de tendance quand un drone ou plus est dans sa région de voisinage ou dans son champ de vision. Par conséquent, les drones commencent à converger entre eux pour former une flotte. La convergence est réalisée sans risque de collision. Après un temps suffisant, une flotte d'UAVs est formée et stabilisée. De plus, nous pouvons voir clairement les distances de sécurité entre les individus. Ces distances de sécurité assurent une formation d'UAVs sans collision.

La *stratégie de contrôle par la somme* nous donne les mêmes résultats. La figure 3 montre une simulation de rassemblement en flotte en utilisant cette stratégie. Le nombre d'agents est $N = 7$.

D. Discussion

Cette simulation a montré la capacité des stratégies de contrôle proposées à effectuer le comportement de ten-

dance. La mise en œuvre de ce comportement a permis aux UAVs de former une flotte sans un point de rendez-vous prédéfini. Toutefois, dans les travaux dans [9] et [6], un point de rendez-vous doit être défini pour effectuer une formation de la flotte. En fait, le passage à un point de rendez-vous ressemble à la méthode de contrôle en utilisant un meneur virtuel. Cependant, la stratégie de commande désirée, dans [9] et [6], est une approche de commande basée sur le comportement.

La limitation de voisinage des drones dans [9] et [6] empêche un coût de calcul élevé. De plus, ils ont évité de mettre en œuvre un effet de masquage. L'effet de masquage est un problème technique de simulation qui apparaît quand il y a, par exemple, trois drones situés sur une même ligne. Par conséquent, un drone entre deux autres UAV devrait masquer la détection entre eux. Cependant, dans la simulation, ce n'est pas le cas, parce que chaque UAV peut détecter les autres agents sans tenir compte de l'effet de masquage. Une conséquence néfaste de l'absence de l'effet de masquage est qu'elle conduit à une stabilisation de la flotte avant d'assurer des distances de sécurité satisfaisantes. Cela est dû à l'égalité entre l'action de répulsion et le comportement de tendance, dans certaines situations. Nous préférons, dans ce document, présenter cet effet comme un problème de recherche. Par conséquent, nous suggérons aux chercheurs de trouver une solution à ce problème sans limiter la région de voisinage.

IV. CONCLUSION

Dans cet article, nous avons proposé une commande LQR de plusieurs UAVs dans une flotte. Les principaux apports de ce travail sont le comportement de tendance et deux stratégies de commande d'une flotte basées sur le contrôle LQR. Tout d'abord, nous avons élargi les règles de Reynolds en ajoutant le comportement de tendance. Avec ce comportement, nous avons examiné le phénomène de rassemblement dans une perspective globale. Ensuite, nous avons prouvé que le contrôle de rassemblement pourrait dépendre principalement de la génération de référence plutôt que de la conception du contrôle, du nombre d'individus et de la connectivité. Par conséquent, nous avons proposé deux stratégies de commande LQR avec leurs méthodes de génération de référence. L'efficacité de ces stratégies a été montrée grâce à des simulations. Finalement, nous avons discuté et comparé les résultats avec deux travaux antérieurs dans le même domaine.

Nos travaux futurs porteront sur l'élargissement des stratégies proposées sur des modèles non linéaires d'UAVs. Par ailleurs, nous cherchons à traiter le problème de la navigation et de l'évitement d'obstacles. De plus, nos travaux porteront certainement sur la mise en œuvre de ces stratégies dans une application en temps réel.

V. REMERCIEMENT

Ce travail a été réalisé et financé dans le cadre du Labex MS2T. Il a été soutenu par le gouvernement français, à travers les programmes «Investissements de l'avenir» gérés par l'Agence Nationale de la Recherche (Référence ANR-11-IDEX-0004-02)

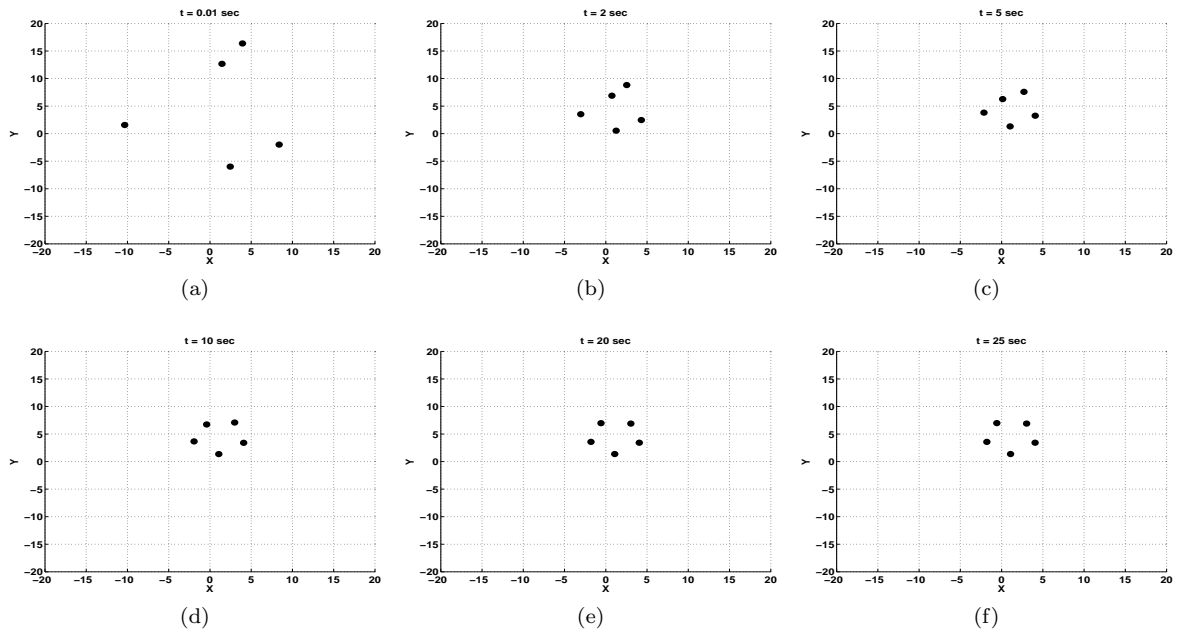


Fig. 2: Rassemblement en flotte (Stratégie de commande par la moyenne).

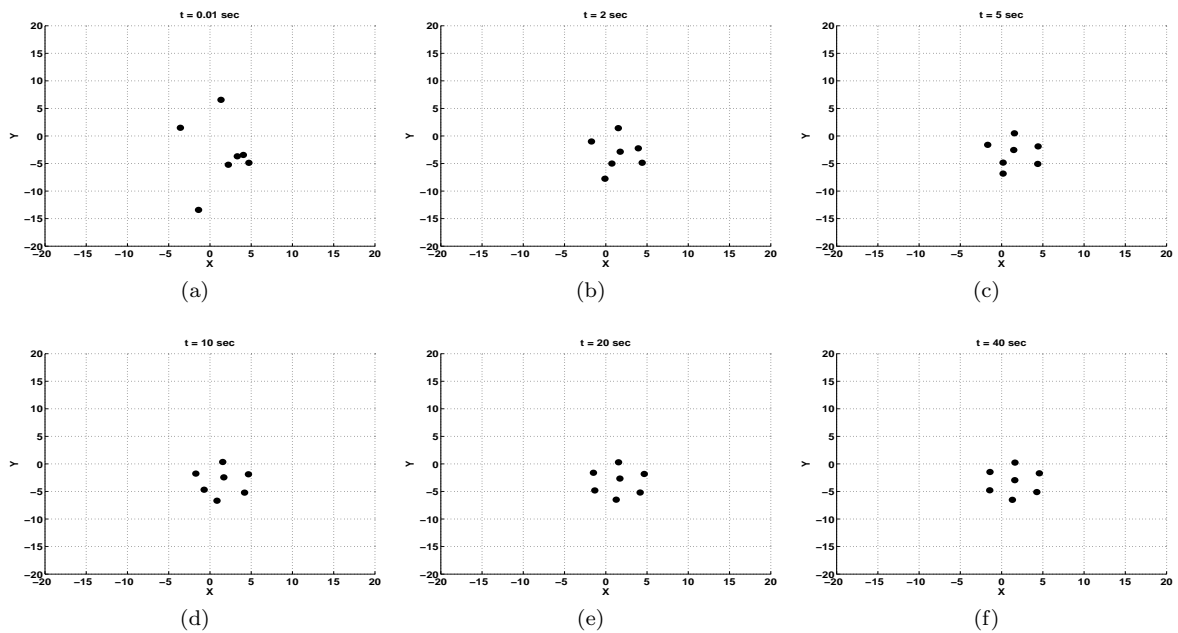


Fig. 3: Rassemblement en flotte (Stratégie de commande par la somme).

RÉFÉRENCES

- [1] Partridge. The structure and function of fish schools. *Scientific American*, 246(06) :114+, 1982.
- [2] Iain D. Couzin. Collective cognition in animal groups. *Trends in Cognitive Sciences*, 13(1) :36 – 43, 2009.
- [3] J.-A. Guerrero and R. Lozano. *UAV Flight formation control*. John Wiley-ISTE, 2012.
- [4] M. Chiaramonti, F. Giulietti, and G. Mengali. Formation control laws for autonomous flight vehicles. In *Control and Automation, 2006. MED '06. 14th Mediterranean Conference on*, pages 1 –5, june 2006.
- [5] Craig W. Reynolds. Flocks, herds, and schools : A distributed behavioral model. In *Computer Graphics*, pages 25–34, 1987.
- [6] Gianluca Antonelli, Filippo Arrichiello, and Stefano Chiaverini. Flocking for multi-robot systems via the null-space-based behavioral control. *Swarm Intelligence*, 4(1) :37–56, 2010.
- [7] Reinhard Diestel. *Graph Theory*, volume 173 of *Graduate Texts in Mathematics*. Springer-Verlag, Heidelberg, third edition, 2005.
- [8] João P. Hespanha. *Linear Systems Theory*. Princeton Press, Princeton, New Jersey, September 2009. ISBN13 : 978-0-691-14021-6.
- [9] R. Olfati-Saber. Flocking for multi-agent dynamic systems : algorithms and theory. *IEEE Transactions on Automatic Control* , 51(3) :401 – 420, March 2006.
- [10] Reza Olfati-Saber and Richard M. Murray. Distributed cooperative control of multiple vehicle formations using structural potential functions. In *IFAC World Congress*, 2002.