



HAL
open science

Dérivation formelle en fréquence pour l'étude de problèmes de diffraction et de rayonnement

P. Dubois, Jean-Pierre Damiano, C. Dedeaban, P.-Y. Garel, Jean-Yves Dauvignac

► **To cite this version:**

P. Dubois, Jean-Pierre Damiano, C. Dedeaban, P.-Y. Garel, Jean-Yves Dauvignac. Dérivation formelle en fréquence pour l'étude de problèmes de diffraction et de rayonnement. Journées Nationales Microondes (JNM 2003), May 2003, Lille, France. pp.198-199. hal-00921818

HAL Id: hal-00921818

<https://hal.science/hal-00921818>

Submitted on 30 Jan 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DERIVATION FORMELLE EN FREQUENCE POUR L'ETUDE DE PROBLEMES DE DIFFRACTION ET DE RAYONNEMENT

P. DUBOIS (1), J.-P. DAMIANO (2), C. DEDEBAN (1), J.-P. ZOLESIO (3)
P.-Y. GAREL (1), J.-Y. DAUVIGNAC (2)

(1) France Telecom R&D, Fort de la Tête de Chien, 06320 La Turbie, France

(2) Laboratoire d'Electronique, Antennes et Télécommunications, Université de Nice-Sophia Antipolis,
UMR CNRS 6071, 250 rue Albert Einstein, 06560 Valbonne, France - www.elec.unice.fr

(3) CNRS-INRIA, Projet OPALE, 2001 Route des Lucioles, 06560 Valbonne, France

I. Introduction

La résolution des problèmes de diffraction et de rayonnement par éléments finis ou par une méthode des moments sur une bande de fréquence donnée, est consommatrice de temps de calcul puisqu'il est nécessaire d'exécuter le modèle autant de fois qu'il y a d'échantillons en fréquence. L'objectif est de déterminer les flux de courant à la surface d'une antenne sur toute une bande de fréquence connaissant ceux-ci en un nombre très limité de points de fréquence.

L'originalité de l'approche est de connaître formellement et de calculer le plus précisément possible, à partir du formalisme intégral, les dérivées des flux de courant par rapport à la fréquence en chacun des points de fréquence. Dans les applications numériques, l'ordre de dérivation est limité à deux. Une interpolation de type polynomial, tenant compte de ces dérivées, a été développée, mise en oeuvre et appliquée avec succès pour divers types de structure. Les calculs sont assurés par le code SR3D (de France Télécom R&D) basé sur une formulation intégrale discrétisée par des éléments finis surfaciques simulant le comportement d'antennes de géométrie quelconque contenant des parties métalliques et diélectriques. Un code modifié a été élaboré pour tenir compte des dérivées formelles.

II. Analyse du problème

L'objectif est la détermination des flux de courant à la surface d'une antenne sur toute une bande de fréquence en effectuant un minimum de simulations. Les calculs sont assurés par un code (SR3D de France Télécom R&D) basé sur une formulation intégrale discrétisée par des éléments finis surfaciques. Les expressions des dérivées sont obtenues avec un logiciel de calcul formel (Maple 8). Elles croissent en complexité avec l'ordre de dérivation mais la singularité des noyaux obtenus n'est pas plus forte que celle du noyau originel. Le traitement des singularités nécessaire au calcul numérique des intégrales est identique à celui utilisé dans le code original mais les termes réguliers nécessitent, par contre, des développements spécifiques supplémentaires.

Les courants dérivés sont solutions des équations dérivées par adaptation du théorème des fonctions implicites s'appuyant sur l'isomorphisme de Colton-Kreiss qui nécessite des frontières à courbure continue [1]. Ces dérivées des flux de courant du problème discret sont donc solutions d'un système de la forme : $A \cdot x = B$. La matrice A est la même, seul le second membre change. Il est constitué des dérivées successives de A et B et des dérivées des flux de courant d'ordre inférieur. Ainsi on forme successivement le nouveau second membre et on résout le nouveau système. Une fois les dérivées des flux des courants calculées par le code SR3D en divers points de la bande de fréquence, une interpolation polynomiale d'ordre cinq est alors développée pour connaître le comportement des flux sur toute la bande.

III. Mise en place de l'interpolation

De nombreuses méthodes d'interpolation [2-5] existent. Elles sont utilisées dans de très nombreuses applications que ce soit dans le domaine du traitement du signal, dans la reconstruction d'images, dans l'optimisation de divers calculs en électromagnétisme [6-14]. Nous avons testé des méthodes et comparé les résultats avec la fonction originale et notre approximation polynomiale basée sur la connaissance des dérivées formelles.

Un développement en série de Taylor permet d'obtenir une expression polynomiale de la fonction inconnue à condition de connaître un certain nombre de dérivées de celle-ci. Cependant, le rayon de convergence peut être petit d'autant plus s'il y a présence de pôles dans la fonction originale au voisinage des points de test.

Les séries de Chebyshev convergent toujours si la fonction originale est continue sous certaines conditions et cette convergence peut être très lente. Elles donnent de meilleurs résultats que celles de Taylor.

Une approximation de type Padé consiste à transformer les N premiers termes d'une série en fonction rationnelle. Le développement en série de Taylor à l'ordre N de la fonction ainsi générée coïncide avec celui original. La fonction rationnelle obtenue donne une meilleure approximation que la série de Taylor bien qu'au départ aucune des deux approches n'amène plus d'information. Il existe une approximation de Padé basée sur les séries de Chebyshev : le plus souvent elle converge plus rapidement que les séries classiques et l'approximation de Padé simple.

Les fonctions de type Spline ou B-Spline n'utilisent pas toutes les propriétés de la fonction (continuité, dérivabilité, etc.) à interpoler à partir des points de test. Le rayon de convergence est souvent petit.

De manière générale, les fonctions rationnelles ont la faculté de suivre assez fidèlement les variations d'une fonction avec présence de discontinuité ce qu'une simple série de puissances ne peut pas. Toute la difficulté consiste à trouver les bons degrés des polynômes des numérateur et dénominateur.

Une interpolation de type Thiele (fractions continues) permet de construire la dérivée d'une fonction rationnelle calculée à partir des points de test. Cette interpolation donnera d'excellents résultats dans le cas d'une fonction à un seul pic, par exemple. Mais dès qu'une deuxième forte variation (deuxième pic) apparaît, l'interpolation donne de mauvais résultats sur l'ensemble des points testés. Des problèmes d'évaluation font parfois apparaître des termes de valeur indéterminée.

Les premiers tests (figures 1 à 6) ont été la reconstruction des parties réelle et imaginaire de l'impédance d'entrée de circuits de type *bouchon* en fonction de la fréquence normalisée à partir d'un très petit nombre d'échantillons. Nous avons considéré une bande de fréquence de 40%. Le premier pic de résonance est fixé en 1 et le deuxième, s'il y a lieu, en 1.2. Nous avons observé de très bons résultats avec seulement 5 points de test équirépartis sur la bande avec notre approche (courbe noire continue) et une interpolation de Thiele (courbe noire pointillée confondue avec la courbe rouge de la fonction originale). Dans le cas de deux pics de la fonction à reconstruire (partie imaginaire pour une résonance et parties réelle et imaginaire pour deux résonances) l'interpolation de Thiele diverge. Seule notre approche permet d'obtenir des résultats très probants et confirment l'utilisation des dérivées formelles. Avec 7 points de test sur la bande (figures 5 et 6), l'amélioration est très nette. Notre approche est la seule à donner d'excellents résultats.

IV. Résultats

Dans le cas d'une antenne imprimée alimentée par ligne microruban à travers une fente, nous considérons la bande de 4,5 à 7 GHz. L'erreur quadratique moyenne (figure 7) est évaluée en prenant comme base les résultats issus du code SR3D classique (avec 55 points de fréquence) et le nouveau code avec des fréquences espacées de 0,25 GHz. Nous avons choisi 11 points de test pour l'interpolation. Une augmentation de 2 points autour de 5.1 GHz permet d'affiner les résultats et de diminuer notablement l'erreur quadratique.

La figure 8 montre les variations de la puissance normalisée des composantes principale et croisée (plan E en vert et plan H en bleu) à 5,1 GHz dans le cas des calculs de référence (SR3D classique) et ceux utilisant la dérivation formelle suivi de l'interpolation numérique. D'une part grâce à l'affinement autour de 5.1 GHz, pour la polarisation croisée, nous observons un quasi recouvrement des courbes de référence et calculées. D'autre part pour les composantes principales, le recouvrement était déjà acquis avant le raffinement.

V. Conclusion et perspectives

Nous avons présenté une technique originale d'optimisation du calcul d'antennes basée sur une interpolation polynomiale associée à la connaissance formelle des dérivées des flux de courant à la surface de l'antenne. Les résultats présentés confortent le choix de la dérivation formelle en fréquence qui divise le temps de calcul par un facteur de 10 à 50 suivant les cas étudiés et la précision souhaitée. Une autre application est en cours de réalisation, elle consiste à comparer la réponse impulsionnelle obtenue par un code temporel de type FD-TD avec domaines fictifs et celle obtenue à partir des transformées de Fourier des courants issus directement de l'interpolation des valeurs calculées, en un nombre restreint de points, par le code SR3D incluant notre algorithme de dérivation suivi de l'interpolation.

Références

- [1] P. DUBOIS, J.P. DAMIANO, C. DEDEBAN, J.P. ZOLESIO, "Applications de la dérivation formelle en fréquence d'une formulation intégrale basée sur la réaction de Rumsey pour l'étude de sources", *Journées Internationales de Nice sur les Antennes (JINA)*, 12-14 novembre 2002, Nice, France, vol. 1, pp. 139-142.
- [2] C. M. BENDER, S.A. ORSZAG, *Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers*, New York: McGraw-Hill, 1978.
- [3] G. A. BAKER, *Essentials of Pade Approximants*, New York: Academic Press, 1975.
- [4] M. ABRAMOWITZ, I.A. STEGUN (Eds), *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, 9th printing. New York: Dover, p.881, 1972.
- [5] E. MEIJERING, "A chronology of interpolation : from ancient astronomy to modern signal and image processing", *Proc. IEEE*, vol.90, n°3, 319-342, March 2002.
- [6] X. YANG, E. ARVAS, "Use of frequency-derivative information in two-dimensional electromagnetic scattering problems", *IEE Proc., Part. H*, vol.138, n°4, August, 269-272, 1991.
- [7] C. KENNEY, A. J. LAUB, S. STUBBERUD, "Frequency response computation via rational interpolation", *IEEE Trans. Automatic Control*, vol.38, 1203-1213, 1993.
- [8] D.H. WERNER, R.J. ALLARD, "The Simultaneous Interpolation of Antenna Radiation Patterns in Both the Spatial and Frequency Domains Using Model-Based Parameter Estimation", *IEEE Trans. AP*, vol.48, n°3, 383-392, 2000.

[9] B. JIANG, T. SU, H. LING, "Frequency Interpolation of Electromagnetic Scattering Data Using a Hybrid Model", *Microwave and Optical Technology Letters*, vol.27, n°5, 307-312, 2000.

[10] L. XIA, C.-F. WANG, L.-W. LI, P.-S. KOOL, M.-S. LEONG, "Fast characterization of microstrip antenna resonance in multilayered media using interpolation/extrapolation methods", *Microwave and Optical Technology Letters*, vol.28, no. 5, 5 March, 342-346, 2001.

[11] W.T. BEYENE, "Improving time-domain measurements with a network analyzer using a robust rational interpolation technique", *IEEE Trans. MTT*, Vol.49, n°3, March, 500-508, 2001.

[12] R. LEHMENSIEK, P. MEYER, "Creating accurate multivariate rational interpolation models of microwave circuits by using efficient adaptive sampling to minimize the number of computational electromagnetic analyses", *IEEE Trans. MTT*, Vol.49, n°8, August, 1419-1430, 2001.

[13] J.-L. HU, C. H. CHAN, T. K. SARKAR, "Optimal simultaneous interpolation/extrapolation algorithm of electromagnetic responses in time and frequency domains", *IEEE Trans. MTT*, vol.49, n°10, 1725-1732, 2001.

[14] V.G. CHEREDNICHENKO, "Rational interpolation : Analytical solution", *Siberian Mathematical Journal*, vol.43, n°1, 151-155, 2002.

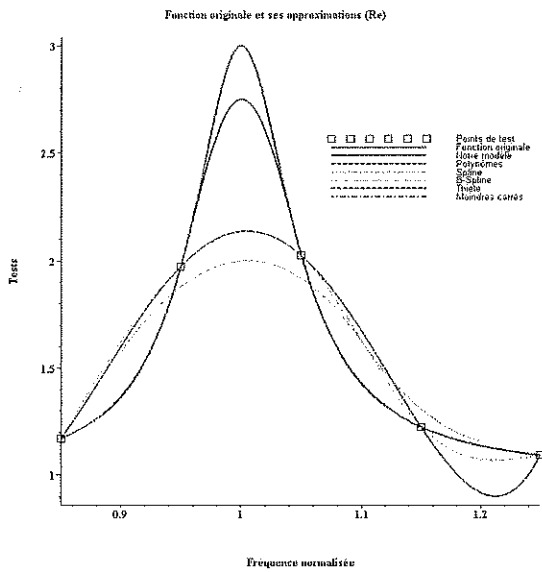


Figure 1 : Cas à une résonance - 5 points de test
Tracés de la partie réelle de l'impédance

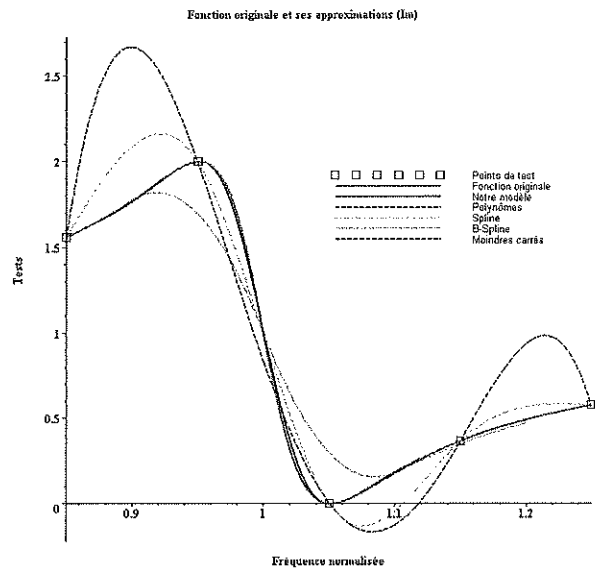


Figure 2 : Cas à une résonance - 5 points de test
Tracés de la partie imaginaire de l'impédance

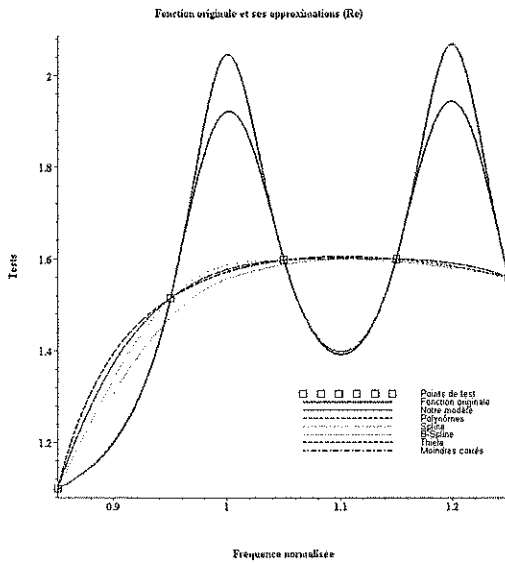


Figure 3 : Cas de deux résonances - 5 points de test
Tracés de la partie imaginaire de l'impédance

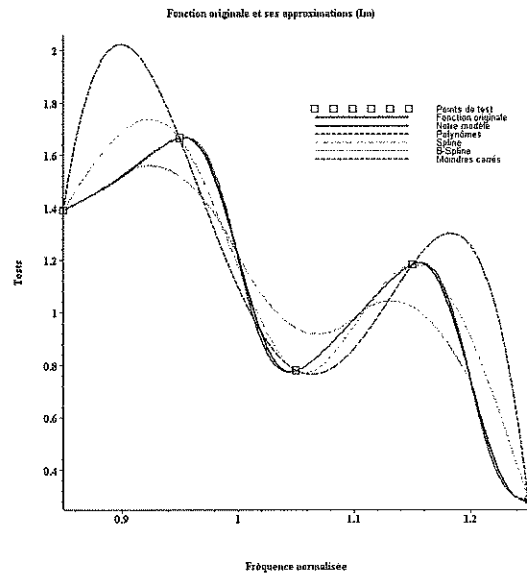


Figure 4 : Cas de deux résonances - 5 points de test
Tracés de la partie imaginaire de l'impédance

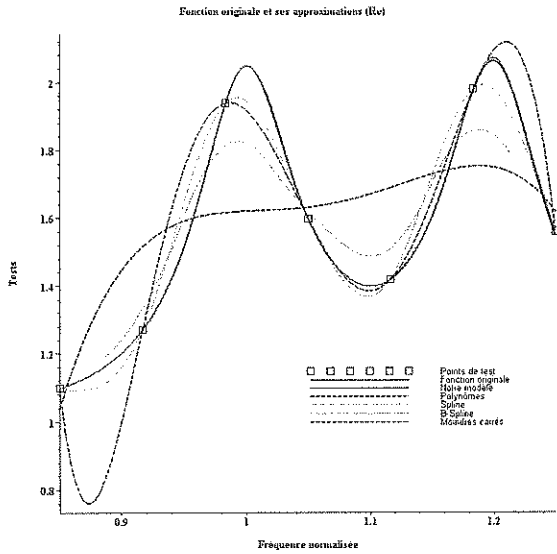


Figure 5 : Cas de deux résonances - 7 points de test
Tracés de la partie réelle de l'impédance

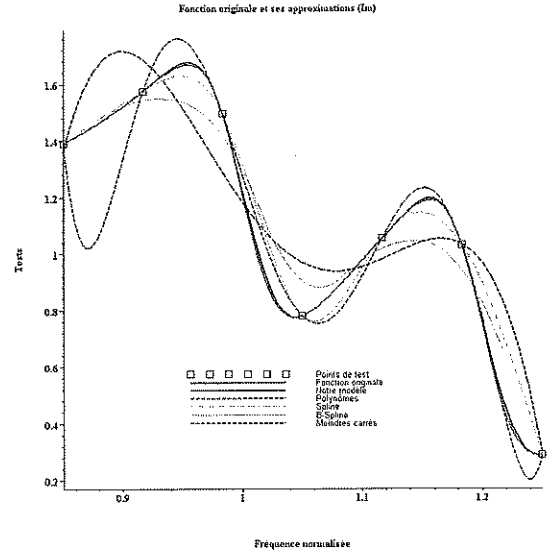


Figure 6 : Cas de deux résonances - 7 points de test
Tracés de la partie imaginaire de l'impédance

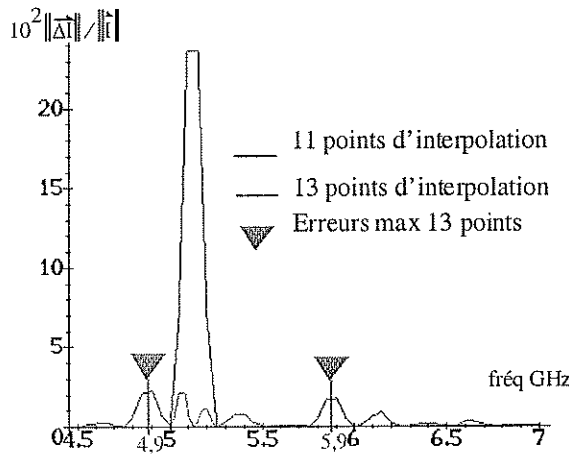


Figure 7 : Variations de l'erreur quadratique moyenne pour l'antenne alimentée avec une ligne microruban

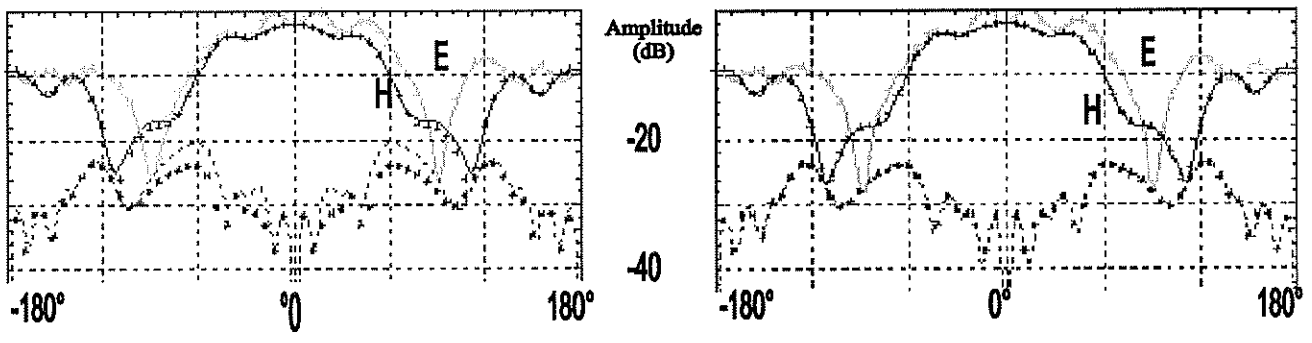


Figure 8 : Comparaison des diagrammes de rayonnement