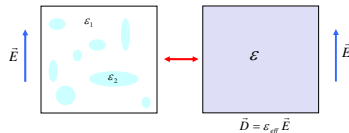


Objectif

Nous cherchons à estimer le facteur de dépolarisation d'une inclusion de forme arbitraire dans une structure bidimensionnelle à deux phases par la méthode des éléments finis. L'originalité de la méthode est de mettre à profit le caractère dipolaire des interactions électrostatiques dans la limite diluée. Elle permet d'étudier le rôle de différents paramètres (contraste de permittivité entre l'inclusion et la matrice hôte, pertes diélectriques, et forme d'inclusion) influençant le facteur de dépolarisation.

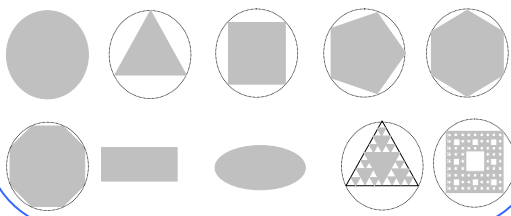
Homogénéisation

Le facteur de dépolarisation est calculé à partir de la permittivité effective du matériau hétérogène. Ce qui requiert une opération préalable d'homogénéisation



Remplacement de la structure hétérogène par un milieu 'effectif' homogène qui a les mêmes propriétés diélectriques.

Inclusions considérées



Méthologie

La permittivité effective ε de matériaux composites à deux phases peut se représenter sous la forme d'une fonctionnelle :

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} = f\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}, \phi_2, A\right) \quad \text{où } A(0 \leq A \leq 1) \text{ désigne le facteur de dépolarisation d'une inclusion qui dépend de sa forme et du contraste de permittivité de l'inclusion } \varepsilon_2 \text{ et de la matrice hôte } \varepsilon_1; \phi_2 \text{ est la fraction surfacique de l'inclusion.}$$

L'idée principale qui est mise à profit dans notre étude consiste à se placer délibérément dans le domaine de la limite diluée par un développement du viriel de ε peuvent être effectué jusqu'à un ordre significatif. Ainsi, dans le cadre des équations de Maxwell-Garnett (MG) et Bruggeman (SBG), on trouve à l'ordre 1 en ϕ_2 :

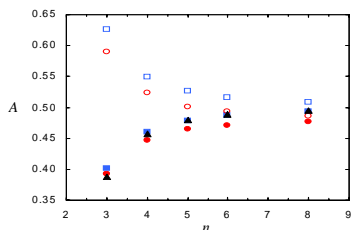
$$f\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}, \phi_2, A\right) = 1 + \alpha \phi_2 + O(\phi_2^2) \quad \text{avec} \quad \alpha_{MG} = \alpha_{SBG} = \frac{1}{A + \frac{1}{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - 1}}$$

$$\text{A l'ordre immédiatement supérieur, on a } f\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}, \phi_2, A\right) = 1 + \tilde{\alpha} \phi_2 + \tilde{\beta} \phi_2^2 + O(\phi_2^3)$$

$$\text{avec} \quad \tilde{\beta}_{MG} = \frac{1}{A + \frac{2}{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - 1} + \frac{1}{A \left(\frac{1}{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - 1} \right)^2}} \quad \text{et} \quad \tilde{\beta}_{SBG} = \frac{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}{A^2 \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - 1 \right) \left(1 + \frac{1}{A \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} - 1 \right)} \right)^2}$$

Résultats de simulation

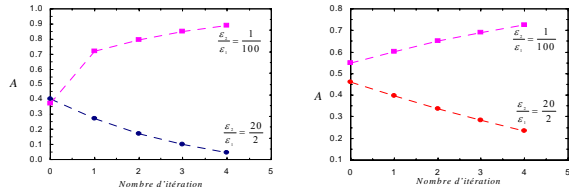
Evolution du facteur de dépolarisation A en fonction du type de polygone représenté par le nombre de ses côtés.



Dépendance du facteur de dépolarisation A d'inclusions de forme polygonale en fonction du nombre de côtés. Les cercles et carrés vides correspondent aux valeurs de A déduites à partir de l'approximation du premier ordre, et du second ordre, respectivement pour $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{20}{2}$, alors que les mêmes symboles pleins correspondent au cas $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{1}{100}$. Par comparaison, nous indiquons (triangles pleins) les valeurs trouvées par Garboczi et Douglas pour des polygones dans la limite $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \rightarrow \infty$.

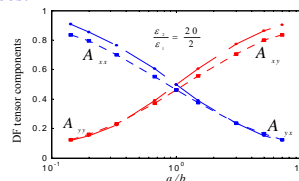
E. J. Garboczi and J. F. Douglas, Phys. Rev. E 53, 6169 (1996); M. L. Mansfield, J. F. Douglas, and E. J.

Dépendance de A pour le triangle et le carré de Sierpinski.

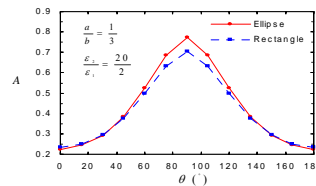


Pour des grands nombres d'itérations, on observe $A(\varepsilon_2/\varepsilon_1 \ll 1 \rightarrow 1)$ et $A(\varepsilon_2/\varepsilon_1 \gg 1 \rightarrow 0)$

Représentations des différentes valeurs de A en tenant compte de la polarisation du champ électrique appliqué pour caractériser l'aspect tensoriel de ce paramètre lorsque des formes d'inclusion anisotropes sont considérées.



Dépendance des différentes composantes du facteur de dépolarisation tensoriel en fonction du rapport d'aspect pour l'ellipse (●) et le rectangle (■).



Dépendance des différentes composantes du facteur de dépolarisation tensoriel en fonction de l'angle de rotation pour l'ellipse (●) et le rectangle (■).

Exemple : Ellipse polarisée suivant y

Approximation	$A\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{20}{2}\right)$		$A\left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{1}{100}\right)$		$A(\varepsilon_2 = 20, \varepsilon_1 = 2 - \beta)$	
	1	2	1	2	1	2
a/b=5	0.81654	0.86352	0.81668	0.85402	0.82048	0.86730
a/b=3	0.73205	0.77237	0.73218	0.7733	0.73204	0.77182
a/b=3/2	0.58170	0.60618	0.58181	0.60653	0.58169	0.60571
a/b=1	0.48172	0.49743	0.48183	0.50334	0.48171	0.49927
a/b=2/3	0.38108	0.38893	0.38119	0.39277	0.38106	0.38841
a/b=1/3	0.22996	0.22147	0.23012	0.22439	0.22991	0.23271
a/b=1/5	0.15488	0.15169	0.14640	0.13848	0.15485	0.15330

Conclusion

Le facteur de dépolarisation peut être finement ajusté selon la forme de l'inclusion, le contraste de permittivité, et l'orientation de l'inclusion par rapport au champ électrique. De par l'analogie qui existe entre les phénomènes de polarisation et d'aimantation dans l'hypothèse quasi-statique, ils permettent aussi une évaluation du facteur de désaimantation.

Références

- A. Mejdoubi et C. Brosseau, J. Appl. Phys. **99**, 063502 (2006).
- A. Mejdoubi et C. Brosseau, J. Appl. Phys. **100**, 094103 (2006).
- A. Mejdoubi et C. Brosseau, Phys. Rev. E. **73**, 031405 (2006).
- A. Mejdoubi et C. Brosseau, Phys. Rev. E. **74**, 031405 (2006).
- A. Mejdoubi et C. Brosseau, Phys. Rev. B. **74**, 165424 (2006).