



**HAL**  
open science

## Implémentation de complexité réduite d'un égaliseur aveugle par méthodes à noyaux

Souhaila Fki, Malek Messai, Abdeldjalil Aissa El Bey, Thierry Chonavel

► **To cite this version:**

Souhaila Fki, Malek Messai, Abdeldjalil Aissa El Bey, Thierry Chonavel. Implémentation de complexité réduite d'un égaliseur aveugle par méthodes à noyaux. GRETSI 2013: 24ème colloque du Groupement de Recherche en Traitement du Signal et des Images, Sep 2013, Brest, France. hal-00903893

**HAL Id: hal-00903893**

**<https://hal.science/hal-00903893v1>**

Submitted on 13 Nov 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Implémentation de complexité réduite d'un égaliseur aveugle par méthodes à noyaux

Souhaila FKI, Malek MESSAI, Abdeldjalil AÏSSA-EL-BEY et Thierry CHONAVEL

Institut Télécom; Télécom Bretagne; UMR CNRS 3192 Lab-STICC  
Technopôle Brest Iroise CS 83818 29238 Brest, France  
Université européenne de Bretagne  
prénom.nom@telecom-bretagne.eu

**Résumé** – Dans cet article, nous étudions des techniques d'égalisation aveugle basées sur des critères de la théorie de l'information. Elles s'appuient sur l'estimation de la fonction de densité de probabilité (DDP) des données transmises. Notre travail est basé sur des études antérieures où un estimateur à noyau gaussien a été utilisé pour estimer la DDP en sortie d'égaliseur. L'égaliseur est obtenu en minimisant la distance entre cette DDP égalisée et une distribution cible. En vue de réduire la complexité de l'algorithme, nous proposons une implémentation à constellation réduite de l'égaliseur adaptatif. Nous montrons un gain de complexité et une amélioration des performances par rapport aux travaux antérieurs.

**Abstract** – In this paper, we investigate blind equalization techniques based on information theoretic criteria. They involve estimating the probability density function (pdf) of transmitted data. Our work is based on previous studies where gaussian kernel based pdf estimators have been used at the equalizer output. The equalizer is obtained by minimizing the distance between this equalized pdf and some target distribution. With a view to reduce the algorithm complexity, we propose a reduced constellation implementation of the adaptive equalizer. We show complexity and performance gain against similar approaches in the literature.

## 1 Introduction

En égalisation aveugle, on cherche à développer des algorithmes efficaces et peu complexes pour supprimer l'Interférence Inter-Symbole (IIS) à la réception tout en évitant l'emploi de séquences d'apprentissage. Plusieurs approches ont été proposées dont l'algorithme de Sato [1] et les algorithmes de Godard [2]. Parmi ces méthodes, l'algorithme du module constant (CMA : Constant Modulus Algorithm) est probablement l'égaliseur aveugle le plus populaire [3]. Cependant, sa convergence est lente. Pour pallier ses limites, différentes approches ont été proposées telles que l'algorithme du module constant modifié (MCMA) qui effectue une égalisation aveugle et récupère la phase de la porteuse simultanément [4], l'algorithme multi-modules (MMA) qui décompose le critère en partie réelle et imaginaire séparément [5] et l'algorithme du module constant normalisé (NCMA), qui accélère la convergence en optimisant le pas de l'algorithme adaptatif à chaque itération [6]. Au cours de la dernière décennie, de nouvelles techniques d'égalisation aveugle, fondées sur des critères de la théorie de l'information et sur l'estimation des fonctions de densité de probabilité (DDP) des données transmises ont été proposées. Ces critères sont souvent optimisés au moyen d'algorithmes de type gradient stochastique. Parmi les techniques d'estimation de la DDP, les méthodes à noyaux sont très populaires et en particulier celles qui utilisent une fenêtre de Parzen [7] à noyau Gaussien. Dans cet article, nous nous intéressons à une telle

approche en utilisant comme fonction de coût la distance quadratique (SQD : Stochastic Quadratic Distance) entre la DDP à la sortie de l'égaliseur et celle de la constellation connue [8]. L'algorithme SQD est plus performant que le CMA en termes de vitesse de convergence et d'IIS résiduelle. Cependant, il présente un coût de calcul qui augmente avec l'ordre de la modulation. Récemment, l'algorithme "Low Complexity SQD" (LCSQD), de complexité réduite, a été introduit dans [9]. Le LCSQD présente également de meilleures performances en termes de vitesse de convergence. Dans cet article, nous proposons un nouvel algorithme, nommé AR-LCSQD, plus performant et moins complexe que les algorithmes SQD et LCSQD. Le reste du papier est organisé comme suit. Dans le paragraphe 2, nous présentons le modèle du système considéré et nous introduisons les algorithmes SQD et LCSQD. Dans le paragraphe 3, nous détaillerons l'algorithme AR-LCSQD. Dans le paragraphe 4, nous présentons les résultats des simulations.

## 2 Modèles du système et techniques d'égalisation

### 2.1 Modèle du système

Le modèle d'un système de transmission en bande de base avec un égaliseur de canal adaptatif est représenté par Fig.1, où  $s(n)_{n \in \mathbb{Z}}$  est le symbole émis à l'instant  $n$  et appartenant à une modulation MAQ,  $\mathbf{h} = [h_0, h_1, \dots, h_{L_h-1}]^T$  est la réponse im-

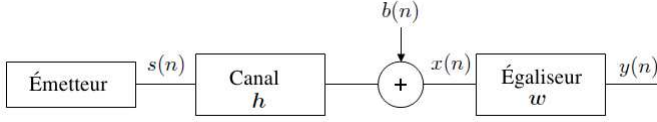


FIGURE 1 – modèle en bande de base d'un système de transmission avec un égaliseur adaptatif.

pulsionnelle finie (FIR) du canal, où  $(\cdot)^T$  désigne l'opérateur de transposition,  $b(n)$  est un bruit blanc Gaussien additif,  $x(n)$  est l'entrée de l'égaliseur,  $\mathbf{w} = [w_0, w_1, \dots, w_{Lw-1}]^T$  est la réponse impulsionnelle de l'égaliseur et  $y(n)$  est le signal égalisé à l'instant  $n$ .

$x(n)$  et  $y(n)$  peuvent être exprimés par les équations suivantes :

$$x(n) = \sum_{i=0}^{L_h-1} h_i s(n-i) + b(n) \quad (1)$$

$$y(n) = \sum_{i=0}^{Lw-1} w_i x(n-i) = \mathbf{w}^T \mathbf{x}(n) \quad (2)$$

où  $\mathbf{x}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-Lw+1)]^T$ .

## 2.2 Les algorithmes SQD et LCSQD

### 2.2.1 Description de l'algorithme SQD

L'algorithme SQD présenté dans [8], consiste à minimiser la distance quadratique entre la DDP à la sortie de l'égaliseur et celle de la constellation bruitée. Sa fonction de coût à minimiser est donnée par :

$$J(\mathbf{w}) = \int_{-\infty}^{\infty} (p_{Y^P}(z) - p_{S^P}(z))^2 dz \quad (3)$$

où  $Y^P = \{|y(n)|^P\}$ ,  $S^P = \{|s_n|^P\}$ ,  $|\cdot|$  désigne la valeur absolue et  $p_Z(z)$  représente la DDP associée à la variable aléatoire  $Z$  au point  $z$ . En se limitant à la valeur courante de la sortie de l'égaliseur et en utilisant l'estimateur de Parzen, les estimations des DDP instantanées sont données par :

$$\hat{p}_{Y^P}(z) = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} K_\sigma(z - |y(n-i)|^P) \quad (4)$$

$$\hat{p}_{S^P}(z) = \frac{1}{N_s} \sum_{i=0}^{N_s-1} K_\sigma(z - |s_i|^P) \quad (5)$$

où  $K_\sigma$  est un noyau Gaussien d'écart type  $\sigma$  :

$$K_\sigma(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (6)$$

et  $N_s$  est le nombre de symboles complexes dans la constellation. D'après [8] et en se limitant au cas  $P = 2$ , le critère peut s'écrire sous la forme suivante :

$$J(\mathbf{w}) = \frac{1}{N_s^2} \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{j=1}^{N_s} K_\sigma(|s_j|^2 - |s_i|^2) - \frac{2}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} K_\sigma(|y(n)|^2 - |s_i|^2) \quad (7)$$

Les coefficients de l'égaliseur sont alors mis à jour au moyen d'un algorithme du gradient stochastique de pas  $\mu$  :

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu \nabla_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}) = \mathbf{w}(n) - \mu \epsilon_p \mathbf{x}(n)^* \quad (8)$$

où  $\epsilon_p = \sum_{i=0}^{N_s-1} y(n)(|y(n)|^2 - |s_i|^2) K_\sigma(|y(n)|^2 - |s_i|^2)$ .

### 2.2.2 Description de l'algorithme LCSQD

Avec l'algorithme LCSQD [9], au lieu d'utiliser tous les symboles de la constellation, pour calculer le critère (7), comme avec l'algorithme SQD, seuls les symboles situés dans un voisinage, de rayon fixe  $R$ , du symbole égalisé sont considérés pour mettre à jour l'égaliseur. Ces symboles sont choisis comme le montre Fig.2. Plus précisément :

- Si  $\max(|y_r(n)|, |y_i(n)|) < A_{max} + R$ , où  $R > 0$  est une constante fixée expérimentalement,  $A_{max}$  désigne l'amplitude maximale de la constellation,  $y_r(n) = \Re\{y(n)\}$  et  $y_i(n) = \Im\{y(n)\}$ , alors les symboles sélectionnés appartiennent à l'ensemble :

$$S = \{s_k : \|y(n) - s_k\| < R\} \quad (9)$$

- Si  $\min(|y_r(n)|, |y_i(n)|) \geq A_{max} + R$ , alors quatre symboles sont choisis :

$$S = \left\{ \begin{array}{l} s_{k,r} = \text{sign}(y_r(n))(A_{max} - ld) \\ s_{k,i} = \text{sign}(y_i(n))(A_{max} - ld) \end{array} \right\}_{k=1, \dots, 4} \quad (10)$$

où,  $d$  est la distance minimale entre deux symboles de la constellation.

- Si  $\max(|y_r(n)|, |y_i(n)|) \geq A_{max} + R$  :
- Si  $|y_r(n)| < A_{max} + R$ , alors :

$$S = \left\{ \begin{array}{l} s_{k,r} : \|\text{sign}(y_r(n))s_{k,r} - [y_r(n)]\| < R \\ s_{k,i} : \text{sign}(y_i(n))(A_{max} + ld) \end{array} \right\}_{l=-1,0} \quad (11)$$

- Si  $|y_i(n)| < A_{max} + R$ , alors :

$$S = \left\{ \begin{array}{l} s_{k,r} : \text{sign}(y_r(n))(A_{max} + ld) \\ s_{k,i} : \|\text{sign}(y_i(n))s_{k,i} - [y_i(n)]\| < R \end{array} \right\}_{l=-1,0} \quad (12)$$

où  $[\cdot]$  désigne la partie entière.

## 3 Algorithme LCSQD de Rayon Adaptatif : AR-LCSQD

L'inconvénient du LCSQD est de travailler à rayon  $R$  fixe. Ainsi, lors des premières itérations, quand l'égaliseur est loin de sa valeur optimale, le nombre de symboles de la constellation sélectionnés pour mettre à jour l'égaliseur est insuffisant pour calculer la fonction de coût. Cela peut diminuer la vitesse de convergence. Au contraire, à la convergence, le nombre de symboles choisis est inutilement grand. Pour dépasser ces limites, nous proposons d'employer un rayon adaptatif au cours

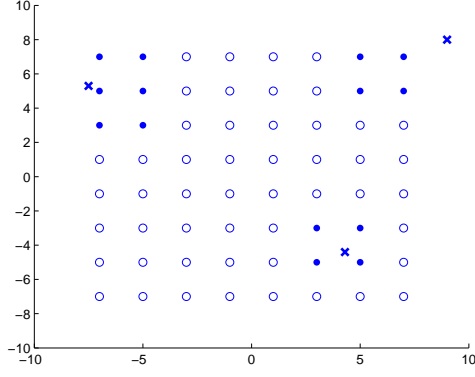


FIGURE 2 – Régions de décision locale pour une constellation MAQ-64 : les croix représentent les valeurs de  $y(n)$  alors que les cercles pleins représentent ses voisins sélectionnés.

de l'égalisation avec une valeur assez grande au début de la convergence. Ainsi, on accélère la convergence de l'algorithme. Puis,  $R$  diminue pour réduire le nombre de symboles de la constellation à prendre en compte dans le calcul de la fonction de coût pour mettre à jour l'égaliseur. À la convergence, la valeur de  $R$  obtenue permet l'interaction du symbole égalisé avec le symbole de la constellation le plus proche pour réduire alors l'IIS résiduelle. Ainsi, avec l'algorithme AR-LCSQD, nous sélectionnons à l'instant  $n$  l'ensemble de points :

$$S(n) = \{s_k : \|y(n) - s_k\| \leq R(n)\}. \quad (13)$$

La stratégie d'adaptation de  $R$  que nous proposons est basée sur la fonction de dispersion suivante :

$$f_d = |\mathbb{E}\{|y(n)|^2\} - R_2| \quad (14)$$

où,  $R_2 = \frac{\mathbb{E}\{|s_n|^4\}}{\mathbb{E}\{|s_n|^2\}}$ . Il a été démontré dans [10] que  $f_d$  est équivalente, à une constante près, à la fonction de coût de l'algorithme du CMA donnée par :

$$J_{\text{CMA}} = \mathbb{E}\{(|y(n)|^2 - R_2)^2\}. \quad (15)$$

$f_d$  est liée au niveau d'IIS en sortie de l'égaliseur, prend de grandes valeurs en début de convergence et décroît au cours des itérations jusqu'à atteindre une valeur minimale à la convergence. Ainsi, elle offre un bon critère pour adapter le rayon de l'algorithme AR-LCSQD. Ce choix du critère est validé par les résultats des simulations dans la section suivante. Puisque  $f_d$  varie dans le temps, on l'adapte itérativement avec un facteur d'oubli  $\lambda$  :

$$f_d^s(n) = \lambda f_d^s(n-1) + (1-\lambda)f_d(n) \quad (16)$$

où  $f_d^s$  est la valeur lissée de  $f_d$ . A l'instant  $n$ , nous définissons une relation entre la valeur instantanée de  $R(n)$  et la valeur de  $f_d^s(n)$  comme suit :

$$R(n) = \alpha f_d^s(n) + \beta = \lambda R(n-1) + (1-\lambda)(\alpha f_d(n) + \beta) \quad (17)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont fixés empiriquement et ne dépendent pas du canal de transmission choisi. Ainsi, on utilise cette valeur de  $R(n)$  pour déterminer l'ensemble  $S(n)$  des symboles à considérer dans la mise à jour de l'égaliseur selon (13).

## 4 Résultats des simulations

Dans les simulations, nous avons utilisé le canal de radio communication qui a été utilisé dans [6] dont sa transformée en  $z$  est donnée par :

$$\begin{aligned} H(z) = & (0.041 + i0.0109) + (0.0495 + i0.0123)z^{-1} \\ & + (0.0672 + i0.017)z^{-2} + (0.0919 + i0.0235)z^{-3} \\ & + (0.792 + i0.1281)z^{-4} + (0.396 + i0.0871)z^{-5} \\ & + (0.2715 + i0.0498)z^{-6} + (0.2291 + i0.0414)z^{-7} \\ & + (0.1287 + i0.0154)z^{-8} + (0.1032 + i0.0119)z^{-9} \end{aligned} \quad (18)$$

Nous avons considéré un égaliseur de taille  $L_w = 31$  initialisé à 0 avec la composante centrale à 1. Comme indice de performance, nous avons considéré la mesure d'IIS définie par :

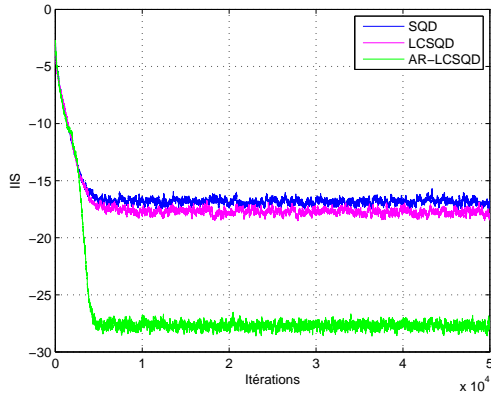
$$IIS(n) = \frac{\sum_n |\mathbf{h} * \mathbf{w}(n)|^2 - \max |\mathbf{h} * \mathbf{w}(n)|^2}{\max |\mathbf{h} * \mathbf{w}(n)|^2} \quad (19)$$

où  $\mathbf{h} * \mathbf{w}(n)$  représente la réponse impulsionnelle combinée du canal et de l'égaliseur. Le paramètre  $\sigma$  du noyau  $K_\sigma(x)$  est mis à jour comme décrit dans [8]. Les paramètres utilisés dans les simulations sont résumés dans le tableau 1. Les performances

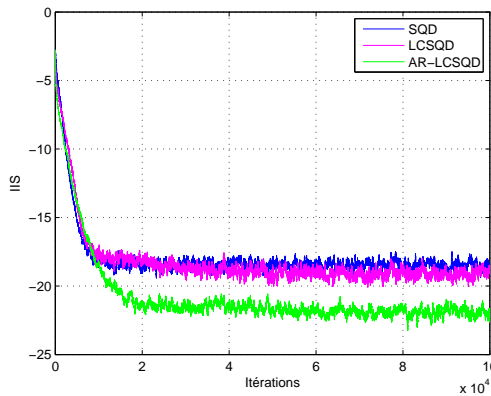
TABLE 1 – Valeurs des paramètres dans les simulations

MAQ-16			
	SQD	LCSQD	AR-LCSQD
$\mu$	$3 \times 10^{-4}$	$1.7 \times 10^{-4}$	$3 \times 10^{-4}$
$(1 - \lambda)$			$5 \times 10^{-3}$
$\alpha$			0.5
$\beta$			-1.5
$R$			$2\sqrt{2}$
MAQ-64			
$\mu$	$8.5 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-5}$	$8 \times 10^{-6}$
$(1 - \lambda)$			$5 \times 10^{-2}$
$\alpha$			0.1
$\beta$			-1
$R$			$2\sqrt{2}$

de l'algorithme AR-LCSQD ont été comparées avec celles des algorithmes SQD et LCSQD pour RSB= 30dB en utilisant les modulations MAQ-16 et MAQ-64. Les courbes de IIS obtenues pour les trois algorithmes sont représentées dans Fig.3. On note que l'algorithme AR-LCSQD proposé est plus performant que les algorithmes SQD et LCSQD en termes de vitesse de convergence et de IIS résiduelle. La complexité de ces algorithmes dépend du nombre des symboles utilisés dans le calcul du critère pour la mise à jour de l'égaliseur. Pour l'algorithme AR-LCSQD, ce nombre décroît d'une itération à une autre jusqu'à ne conserver qu'un seul symbole. Le tableau 2 montre le gain de complexité apporté par l'algorithme AR-LCSQD, calculé en moyenne sur la phase de convergence.



(a) MAQ-16



(b) MAQ-64

FIGURE 3 – Courbes de IIS pour les algorithmes SQD, LCSQD et AR-LCSQD avec un RSB de 30 dB.

## 5 Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé une nouvelle approche pour l'égalisation aveugle des canaux de transmission basée sur l'ajustement de la DDP. Elle permet d'obtenir une implémentation à constellation réduite de l'égaliseur adaptatif en limitant le nombre de symboles considérés pour le calcul du critère. Nous avons montré que cela permet d'apporter un gain de complexité, d'améliorer la vitesse de convergence et de réduire l'IIS résiduelle par rapport aux travaux existants. Ces égaliseurs aveugles qui reposent sur la distance quadratique entre DDP sont très intéressants d'autant plus que nous avons montré dans d'autres travaux qu'une variante du critère SQD permet d'obtenir un égaliseur aveugle qui converge rapidement vers la solution MMSE [11].

## Références

[1] Y. Sato, "A method of self-recovering equalization for multilevel amplitude-modulation systems," *IEEE Tran-*

TABLE 2 – Complexité des algorithmes SQD, LCSQD et AR-LCSQD.  $N_s = 16$  pour une MAQ-16 et 64 pour une MAQ-64.

	Multiplications	Exposant	Multiplications complexes
SQD	$2(N_s + 1)$	$N_s$	$2N_s + L_w$
LCSQD	$2(K + 1)$	$K \approx 6$	$2K + L_w$
AR-LCSQD	$2(M + 1)$	$M \approx 2$	$2M + L_w$

*sactions on Communications*, vol. 23, pp. 679 – 682, 1975.

- [2] D. Godard, "Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 28, pp. 1867 – 1875, 1980.
- [3] J. Treichler et B. Agee, "A new approach to multipath correction of constant modulus signals," *IEEE Transactions in Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 31, pp. 459 – 472, 1983.
- [4] Kil Nam Oh et Y.O. Chin, "Modified constant modulus algorithm : blind equalization and carrier phase recovery algorithm," *GLOBECOM*, vol. 1, pp. 865 – 869, 1995.
- [5] Kil Nam Oh et Y.O. Chin, "New blind equalization techniques based on constant modulus algorithm," *IEEE ICC Seattle, 'Gateway to Globalization'*, vol. 2, pp. 498 – 502, 1995.
- [6] D.L. Jones, "A normalized constant-modulus algorithm," *Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, vol. 1, pp. 694 – 697, 1995.
- [7] C. Archambeau, M. Valle, A. Assenza et M. Verleysen, "Assessment of probability density estimation methods : Parzen window and finite gaussian mixtures," in *Proceedings of IEEE International Symposium in Circuits and Systems.*, ISCAS. Mai. 2006.
- [8] M. Lazaro, I. Santamaria, D. Erdogmus, K. Hild, C. Pantaleon et J. Principe, "Stochastic blind equalization based on pdf fitting using parzen estimator," *IEEE Transactions in Signal Processing*, vol. 53, pp. 696 – 704, 2005.
- [9] C. Zhang, B. Lin, R. Liu et B. Wang, "Low complexity blind equalization based on parzen window method," *Wi-Com '09*, pp. 1 – 4, 2009.
- [10] C. Laot et N. Le Josse, "A closed-form solution for the finite length constant modulus receiver," *Information Theory. ISIT. International Symposium on Proceedings*, pp. 865 – 869, 2005.
- [11] S. Fki, M. Messai, A. Aissa-El-Bey et T. Chonavel "Blind Equalization Based on PDF Fitting and Convergence Analysis," soumis à *IEEE Transactions in Signal Processing*, Mars. 2013.