



HAL
open science

Le cas des manuels dans l'enseignement des mathématiques

Christophe Hache

► **To cite this version:**

Christophe Hache. Le cas des manuels dans l'enseignement des mathématiques. Fabrice Vandebrouck. La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants, Octares éditions, pp.345-370, 2008, 978-2915346596. hal-00903891v2

HAL Id: hal-00903891

<https://hal.science/hal-00903891v2>

Submitted on 24 Jul 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Partie 5 – Le cas des manuels dans l’enseignement des mathématiques

Christophe Hache

Équipe Didirem, Université Paris 7 Denis Diderot

Le manuel de mathématiques est un objet central dans les pratiques professionnelles des enseignants (de façon plus marquée encore chez les débutants) et dans le travail quotidien des élèves, que ce soit en classe ou dans leur travail personnel. Il est pourtant paradoxalement peu étudié pour lui-même dans les recherches sur l'enseignement en France (Bruillard, 2005) et notamment dans les recherches en didactique des mathématiques¹⁵⁷.

Un manuel est le résultat issu d'un jeu complexe de contraintes multiples. Nous nous intéresserons dans une première partie à décrire la perception que nous en avons eu lors d'une expérience d'élaboration et de rédaction d'un manuel. Nous nous efforcerons de mettre en évidence les marges de manœuvre qui en découlent.

Compte tenu de cette description, il nous a paru intéressant d'évaluer l'homogénéité des manuels, de rechercher si les auteurs profitent de ces marges de manœuvres lors de l'écriture, et notamment lors de l'écriture du panel d'exercices qu'ils proposent. Nous avons donc analysé les exercices de quatre manuels (sur un même thème) en fonction des connaissances mises en jeu et des activités qu'ils pourraient engendrer chez les élèves.

Le plan de la partie 5

I. Contraintes et marges de manœuvre dans la conception d'un manuel, un point de vue issu de l'expérience.....	
II. Analyse et caractérisation des exercices de manuels.....	
1. Analyse d'énoncés : contenu.....	
2. Analyse d'énoncés : adaptations.....	
3. Remarques méthodologiques.....	
III. Portraits des manuels.....	
1. Vue d'ensemble des quatre manuels.....	
2. Description de chaque manuel.....	
Conclusions.....	

¹⁵⁷ Nous pouvons cependant citer la thèse de Breigeat (2001) centrée sur la mise en place des pratiques des jeunes enseignants, elle analyse entre autre la proximité entre leur discours et celui du manuel utilisé. Le travail de Robert et Robinet (1989) étudie les représentations méta-cognitives des auteurs de manuels au travers des exercices qu'ils proposent. Parallèlement, l'APMEP (Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public) a encadré de nombreuses réflexions autour de l'objet manuel.

I. Contraintes et marges de manœuvre dans la conception d'un manuel, un point de vue issu de l'expérience

Cette première partie ne se place pas dans le champ de la recherche. Elle tente une description du jeu des contraintes pesant sur l'écriture, et de façon moins centrale sur l'utilisation des manuels. Elle est issue de l'expérience de Christophe Hache comme responsable de la collection *Domino* lors de la parution des derniers manuels de sixième (Hache, 2005) et de cinquième (Hache, 2006).

*
**

Le manuel dont nous parlons est celui « de l'élève », c'est classiquement un livre d'un format légèrement plus petit que le A4, contenant de 200 à 300 pages. Ce livre est donné à l'élève en septembre et repris en juin. Les contraintes imposées par l'objet manuel lui-même concernent évidemment les utilisateurs mais aussi, par leur biais, les concepteurs du manuel.

Première conséquence, le fait que l'élève ait à sa disposition l'ensemble du manuel complique, gêne l'énoncé de toute activité de découverte d'une notion (l'ensemble du chapitre concernant la notion n'est jamais loin), la présence de l'ensemble des questions d'un problème peut gêner une réelle recherche lors de la résolution des premières questions, de même la position d'un exercice dans le manuel est une indication de facto quant à sa résolution.

Les enseignants peuvent avoir accès à un livre du professeur (en général il est nécessaire de l'acheter). Si l'on en retire la retranscription des programmes officiels de la classe concernée et les corrigés des exercices du manuel, leur contenu s'avère en général décevant (quantitativement et qualitativement). On verra ci-dessous que le calendrier de l'édition laisse peu de temps à l'écriture d'un livre du professeur conséquent. Au collège, en mathématiques, les enseignants utilisent peu le manuel du professeur¹⁵⁸ (les choses sont moins tranchées par exemple au niveau primaire, le contenu y est d'ailleurs bien plus développé). Les séances de travail en groupe, les séances de recherches longues, ou nécessitant des modalités de mise en place particulières (échanges entre élèves, débat...) trouvent ainsi difficilement leur place dans les manuels.

On remarque dans un second temps que même si les manuels peuvent parfois être accompagnés d'un CD-Rom d'exercices, cette possibilité est très peu utilisée (peu d'achats pour des classes). La nature du manuel (papier) contraint donc, là aussi, la nature des exercices :

- les énoncés sont écrits et figés,
- pas d'adaptation possible d'un énoncé aux souhaits de l'enseignant, au niveau des élèves,
- toute utilisation des TICE demande la recherche de ressources extérieures.

Sur ce point, on peut citer la nouveauté du manuel *Sésamath* (Sésamath, 2006) : le livre est vendu sous forme papier mais il est aussi disponible intégralement sous forme numérique dans un format permettant toutes modifications (Sésamath, Site).

Une troisième contrainte est liée à la stabilité des pratiques liées aux manuels (écriture, utilisation, manipulation...). Les attentes des enseignants (qui choisissent le manuel), les représentations des auteurs ou des éditeurs sur ce que doit contenir un manuel, sur la façon de le présenter sont fortement influencées par l'omniprésence et l'homogénéité des manuels existants ou passés (d'un passé relativement proche en tout cas). On peut encore citer l'expérience récente du manuel *Sésamath* (Sésamath, 2006) qui a été conçu par un collectif

¹⁵⁸ On peut par exemple considérer les chiffres de vente de ces manuels lorsqu'ils sont proposés séparément du manuel de l'élève

important d'enseignants bénévoles sans intervention d'un éditeur. La visée non commerciale du projet et l'absence de l'éditeur lors de l'écriture suppriment un grand nombre de contraintes comme on le verra, le manuel reste cependant en grande partie très classique. Le projet n'était pas de produire un manuel révolutionnaire mais la proximité du résultat avec les standards montre bien une grande stabilité dans les représentations et les attentes.

Enfin, il existe une contrainte de temps dans l'écriture du manuel. Les changements de programmes suivent généralement une classe d'âge : les programmes sont, par exemple, modifiés en 6^{ème} à la rentrée 2005, puis en 5^{ème} à la rentrée 2006 etc. Ces changements de programmes sont accompagnés du renouvellement des manuels. Les équipes d'auteurs n'étant, en général, pas pléthoriques¹⁵⁹ elles travaillent sur un manuel à la fois (accompagné de son livre du professeur et, le cas échéant, de son CD-Rom et/ou de ses ressources internet). Elles disposent donc d'un an environ pour concevoir les manuels à partir des programmes. Ce délai d'un an est une des contraintes les plus fortes pesant sur la conception du manuel : peu de prise de recul, peu de possibilités de retour en arrière, peu de relecture, très peu d'expérimentations, beaucoup de travail dans l'urgence, les collaborations et consultations extérieures sont difficiles à mettre en place...

Les relations entre l'éditeur de manuel scolaire¹⁶⁰ et les auteurs sont continues : l'éditeur est présent dès le début du travail et suit l'écriture de façon ininterrompue¹⁶¹. La structuration du livre, la maquette des chapitres, les rubriques d'exercices... sont autant d'éléments intervenant très tôt dans la conception. Ils relient contenu (sous la responsabilité principale des auteurs) et forme (sous la responsabilité principale de l'éditeur). Le travail des auteurs ne peut donc se faire sans une prise en compte des contraintes de l'édition (et réciproquement). Le point de vue de l'éditeur est multiple mais il a, de façon centrale, un objectif commercial : il conçoit des produits, recherche des clients (cherche à les séduire face à la concurrence) et vend. La quantité de produits vendus détermine le bénéfice dégagé. On peut par exemple citer le fait qu'il n'existe pas actuellement de manuel en terminale L car le marché est « trop petit ». D'un point de vue commercial le « client » est facile à définir : c'est l'enseignant qui, au sein de son équipe et une fois qu'il a reçu tous les manuels édités, doit choisir celui qui sera acheté pour les élèves de l'établissement l'année suivante. Les attentes du « client » sont par contre difficiles à cerner, les critères de choix ne sont ni explicites ni totalement rationnels.

« Les éditeurs recherchent naturellement, en priorité, l'adhésion des enseignants prescripteurs ; les manuels sont donc conçus en fonction des vœux des professeurs plus qu'en fonction des souhaits de l'institution ou des besoins des élèves. (...) Si les éditeurs continuent à proposer, comme ils l'affirment constamment, le produit souhaité par les enseignants et que ces mêmes enseignants choisissent de préférence un produit rassurant qui les conforte dans leurs habitudes, comment faire passer l'innovation pédagogique ? (...) La réflexion sur le manuel et ses nécessaires évolutions doit partir des besoins des élèves et non des vœux des enseignants. » (Borne, IGEN¹⁶² 1998)

Plaire à un maximum d'enseignants (quelles que soient leurs pratiques) et éventuellement intéresser les élèves (ce qui se traduit souvent par « montrer à l'enseignant que le manuel va intéresser ses élèves ») passe, pour l'éditeur, par un certain nombre de règles. Citons deux exemples :

¹⁵⁹ Le manuel Sésamath se distingue là aussi puisqu'il est conçu par un collectif d'une cinquantaine d'enseignants (en ce qui concerne le manuel de 5^{ème}). Plusieurs équipes travaillent en parallèle et le délai d'élaboration du manuel est pour l'instant d'environ deux ans. À noter aussi que la version électronique du manuel (téléchargeable) peut théoriquement continuer à être modifiée après la parution du manuel papier.

¹⁶⁰ Le mot « éditeur » restera ici relativement flou. Il désigne à la fois une entreprise, les personnes qui y travaillent, y compris celles qui travaillent sur un manuel de mathématiques...

¹⁶¹ Notons cependant que dans les manuels commercialisés au collège actuellement deux se distinguent de ce point de vue : le manuel Sésamath, l'éditeur participe peu à la conception, et le manuel Aventure math (Busser et Massot, 2006) conçu et édité par l'équipe de la revue Tangente.

¹⁶² Inspection Générale de l'Éducation Nationale.

- Créations de rubriques transformant parfois le manuel en véritable puzzle (ces rubriques sont destinées aux enseignants : gestion de l'hétérogénéité des élèves, activités d'introduction ; ou aux élèves : jeux, énigmes...). Citons à nouveau l'IGEN :

« L'analyse descriptive des manuels a déjà mis en évidence un "effet maquette" qui rendait leur lisibilité incertaine ; l'approche qualitative confirme et renforce ce constat »

- Le système d'élaboration du manuel le plus omniprésent, et ce à tous les degrés, est celui de la régularité : pour que le manuel soit bien fait, pour qu'il soit facile à utiliser pour les élèves, pour qu'il rassure les enseignants, il faut que tous les chapitres soient structurés de la même façon (rubriques, nombre de pages...). L'irrégularité des types de notions abordés n'entrent que très peu en ligne de compte.

Le contenu mathématique des manuels est cadré par les programmes officiels. Ceux-ci sont commentés et mis en relief par les « documents d'accompagnement des programmes » ou les « documents d'applications des programmes ». Notons que les programmes paraissent officiellement en général un an avant leur application et que les documents d'accompagnement ou d'application paraissent plus tard, parfois après la parution des manuels (la moitié des douze documents d'application annoncés, relatifs aux nouveaux programmes de collèges, en cours de modification depuis septembre 2005, sont toujours attendus deux ans après la parution des manuels). Ce ne sont pas les seules contraintes liées aux contenus à enseigner. En effet, les contenus mathématiques imposent des contraintes de présentation et d'organisation ; c'est un des objets explorés par les recherches en didactique des mathématiques. Le choix des types de tâches proposés, leur déclinaison en exercices, l'équilibre des volumes entre les différents types d'activités attendues sont autant d'éléments très contraints par le contenu abordé.

Le travail sur le contenu est essentiellement à la charge des auteurs. L'éditeur n'exerce son influence souvent qu'indirectement, notamment par la rigidité de la forme ou par la contrainte du temps. Il peut arriver cependant à l'échelle d'un exercice ou, plus rarement, à l'échelle d'un chapitre que l'éditeur refuse une façon de présenter une notion (l'argument des instructions officielles n'a alors que peu de poids par rapport à celui, par exemple, de ce que les enseignants ont l'habitude de faire et de ce qu'ils sont prêts, ou supposés être prêts, ou non, à accepter comme changement).

*
**

Les marges de manœuvres des auteurs (et ensuite des utilisateurs) de manuels existent. Lors de l'élaboration du manuel, la mise en place de l'équipe d'auteurs (et de l'équipe de relecteurs), les choix éditoriaux macroscopiques (façon d'aborder les programmes, découpage du livre etc.) sont autant de points pour lesquels les contraintes semblent plus faibles (si ce n'est, toujours, la contrainte de temps).

Les marges de manœuvres lors de l'écriture sont également importantes en ce qui concerne la partie « exercices » du livre. En effet, l'éditeur focalise son attention sur les premières parties des chapitres : activités d'introduction, pages de cours, exercices corrigés... On peut avancer les explications suivantes :

- Les éditeurs se fient en cela aux déclarations des enseignants qui disent porter une grande attention aux pages de cours et aux exercices corrigés (rigueur, accessibilité pour les élèves...) dans le choix de leur manuel¹⁶³,
- Les éditeurs (et les enseignants) disposent de très peu d'outils pour analyser et évaluer un exercice ou un panel d'exercices.

¹⁶³ Paradoxalement les enseignants déclarent, dans le même temps, se servir essentiellement des listes d'exercices dans leur pratique quotidienne.

La rédaction des exercices est donc essentiellement cadrée par des contraintes quantitatives : taille des énoncés, nombre d'exercices.

Bien sûr, au delà de la confection du manuel, une marge de manœuvre importante est laissée aux enseignants. Les habitudes du métier ne laissent pas beaucoup de choix sur le fait d'acheter ou non un manuel mais on peut noter que certains enseignants n'utilisent pas de manuel ; soit qu'ils produisent eux-mêmes le matériel pédagogique dont ils ont besoin, soit qu'ils utilisent indifféremment les différents manuels ou d'autres ressources à leur disposition et la photocopieuse (Ben Salah Breigeat, 2001). Le choix du manuel est un point important dont les critères sont rarement explicités (il n'existe, par ailleurs, pas de recherche à ce sujet, pas ou peu de formation...). C'est ici que l'enseignant joue son rôle de client pour les éditeurs.

La principale liberté de l'enseignant à propos du manuel reste bien sûr celle de l'organisation de son enseignement. Le mode d'utilisation du manuel est sans doute assez varié. Lors de la conception d'une séance ou d'une suite de séance, l'enseignant s'approprie le manuel, reconstruit ce dont il a besoin à partir de ce qui est proposé. Lors de l'enseignement, lorsqu'il utilise le manuel, l'enseignant adapte aussi, consciemment ou non, le contenu du manuel au déroulement de la séance.

*
* *

Plusieurs champs de questions apparaissent à la lumière des points évoqués ci-dessus. On peut se demander tout d'abord quels sont les effets de ces contraintes : y a-t-il une uniformité forte dans les propositions des manuels ? Peut-on distinguer certaines variations ? On peut avancer la question de ce qui n'apparaît pas dans les manuels du fait de ces contraintes. Une lecture en creux est toujours difficile mais il est toujours possible de confronter de ce point de vue le contenu des manuels aux programmes officiels. La mise en évidence et la description de cette éventuelle uniformité, ou au moins proximité, des manuels pose la question de la caractérisation des manuels.

Compte tenu de ce qui précède on peut se demander dans quelle mesure le manuel peut être un outil efficace de diffusion de résultats de recherches et d'approches nouvelles d'enseignement : quel manuel permettrait une telle transposition ? Avec quelle organisation lors de l'écriture ?...

De nombreux questionnements sont mis en avant dans ce qui précède : comment organiser les contenus d'enseignement sur l'année (en tant qu'auteur de manuel, mais aussi, plus largement, pour enseigner en classe) ? Comment analyser les attentes des enseignants lors de leur choix de manuel et, ensuite, lors de leur utilisation ? Les pratiques des enseignants sont-elles liées au manuel utilisé ? Quelle utilisation est faite par les élèves, en classe ou hors classe ?...

L'idée que les manuels de mathématiques sont très proches les uns des autres pour un même niveau et une époque donnée est très répandue. Les maquettes, le nombre des chapitres (classiquement entre 15 et 20 chapitres au collège, chacun sur une notion précise), les découpages des chapitres en rubriques (classiquement « activités »¹⁶⁴, « cours », « exercices corrigés », « exercices d'applications », « exercices d'approfondissement », le tout sur une vingtaine de pages) sont autant de points renforçant cette impression. Par ailleurs, on a vu dans le paragraphe précédent que de nombreux éléments semblent concourir à cette uniformisation.

On pourrait opposer à ces déclarations le fait que les enseignants utilisent essentiellement les manuels comme source d'exercices et que les éléments évoqués ci-dessus (maquette, nombre de chapitres, découpage des chapitres...) sont essentiellement liés à la forme : le choix d'un

¹⁶⁴ Le mot « activité » désigne très généralement dans les manuels les exercices à faire avant l'énoncé du cours pour introduire celui-ci : révisions, exercices d'approches, de découverte etc. Cette acception est différente de celle du cadre théorique de l'ouvrage, dans la distinction entre « tâche » et « activité ».

manuel pourrait donc garder son sens si l'on s'en tient au fond (choix d'approche des notions, exercices proposés etc.).

Notons tout d'abord que la forme n'est évidemment pas sans lien avec le fond : le découpage en chapitres et l'affectation d'une notion à un chapitre empêche, entre autres, très généralement, la mise en valeur du travail sur plusieurs notions (sauf dans les derniers chapitres, à condition de les avoir abordés dans l'ordre proposé par le manuel). Les changements de cadres deviennent plutôt rares et quand ils existent, ils relient rarement deux notions nouvelles. Il n'est pas rare qu'une fois un chapitre clos, la notion étudiée ne soit évoquée qu'une fois ou deux dans tout le reste de l'ouvrage. Que dire alors de la structuration et de l'organisation des connaissances pour les élèves ?

II. Analyse et caractérisation des exercices de manuels

Nous nous proposons dans la suite de ce chapitre d'aborder cette question de la proximité des manuels avec des outils de la recherche en didactique des mathématiques : nous nous sommes demandé, en nous limitant au panel d'exercices proposés dans des chapitres comparables, à quel point les contraintes décrites dans la première partie du chapitre avaient un effet unificateur sur le contenu des exercices des manuels.

Le choix de nous centrer sur les exercices a plusieurs justifications :

- Les enseignants utilisent beaucoup les manuels comme base d'exercices (le manuel distribué aux élèves et les autres manuels dont ils disposent, voir note 163, page précédente).
- On l'a vu, la rédaction des exercices est une des parties du livre où les contraintes imposées aux auteurs sont les moins fortes, et donc où la diversité sera, a priori, la plus importante.

Nous avons étudié un chapitre donné dans quatre manuels. Les choix méthodologiques (choix des manuels, choix du chapitre étudié, et, on l'a vu, choix d'analyser les exercices dans ce chapitre) ont été faits afin d'augmenter les possibilités d'apparition de différences entre les manuels. La notion étudiée dans les exercices analysés a été choisie selon ce critère : il s'agit de la proportionnalité. C'est une des notions traditionnellement étudiées au collège mais les nouveaux programmes lui donnent une place beaucoup plus centrale que précédemment. Son approche a donc évolué par rapport aux anciens programmes, l'étude débute plus explicitement dès la sixième. L'organisation du chapitre (la classification des exercices, par exemple, mais aussi le contenu des exercices) est à « réinventer » : citons par exemple le produit en croix qui ne sera étudié qu'en quatrième, il était vu en cinquième. La place de la notion changeant dans les programmes, son traitement dans les manuels ne peut se conformer à des canons pré-établis.

Les manuels choisis sont les suivants : *Phare 5ème* (Brault et al., 2006), *Domino 5ème* (Hache, 2006), *Transmath 5ème* (Malaval, 2006) et *Sésamath 5ème* (Sésamath Ass., 2006). Là aussi le choix a été fait en essayant de favoriser l'hétérogénéité. *Phare* est une collection récente dont l'édition 6ème a eu un succès très important auprès des enseignants en 2005. *Domino* aussi est une collection récente écrite par une équipe d'auteurs composée en partie de chercheurs en didactique des mathématiques (peu de succès auprès des enseignants en sixième). *Transmath* est une des plus vieilles collections existantes, le livre de 6ème a eu un grand succès en 2005. *Sésamath* est une collection nouvelle (pas de manuel de sixième en 2005), le manuel est rédigé collectivement par une équipe d'une trentaine d'enseignants, il est disponible gratuitement en ligne (et vendu sous forme papier, l'éditeur n'est pas un éditeur scolaire mais un éditeur de logiciels et de CD-Rom éducatifs et culturels, la version papier du manuel s'est bien vendue en 2006).

À ce point de notre travail nous avons quatre séries exhaustives d'exercices du chapitre proportionnalité de quatre manuels de cinquième édités en 2006. Nous allons maintenant

présenter la méthode d'analyse mise en place afin de mieux décrire les proximités, ou au contraire, les différences entre ces manuels.

Nous allons analyser les tâches proposées dans les manuels en fonction des activités que nous pensons qu'elles engendreront chez l'élève. Pour ce faire, nous nous placerons dans une situation théorique où l'élève maîtrise son cours (en cas de doute sur le contenu de ce cours, ne pouvant nous référer au cours proposé par l'enseignant, nous nous référerons au cours du manuel étudié), il s'est approprié la question et a pour objectif de résoudre l'exercice...

Afin de décrire les activités possibles des élèves à partir d'un énoncé d'exercice, nous avons utilisé la classification des adaptations introduite par Robert (partie 1). Pour chaque énoncé étudié nous avons détaillé les différentes adaptations nécessaires pour la réponse envisagée en précisant les connaissances mises en jeu. Pour ce faire, il nous a paru important de préciser et de classer les différentes connaissances utilisées en cinquième à propos de la proportionnalité (qu'elles soient directement liées à cette notion ou utilisées en parallèle).

1. Analyse d'énoncés : contenu

Extraits des programmes :

Programmes de sixième 2004 (BO hs n°5 du 9 septembre 2004) :

« La résolution de problèmes de proportionnalité est déjà travaillée à l'école primaire. Elle se poursuit en classe de sixième, avec des outils nouveaux »

« Traiter les problèmes "de proportionnalité", en utilisant des raisonnements appropriés, en particulier :

- passage par l'image de l'unité ;
- utilisation d'un rapport de linéarité, exprimé, si nécessaire, sous forme de quotient ;
- utilisation du coefficient de proportionnalité, exprimé, si nécessaire, sous forme de quotient.

Reconnaître les situations qui relèvent de la proportionnalité et celles qui n'en relèvent pas.

Appliquer un taux de pourcentage »

Programmes de cinquième 2005 (BO n°5 du 25 août 2005) :

« La proportionnalité occupe toujours une place centrale »

« Compléter un tableau de nombre représentant une relation de proportionnalité dont les données sont fournies partiellement. En particulier déterminer une quatrième proportionnelle.

Reconnaître si un tableau complet de nombres est, ou non, un tableau de proportionnalité.

Mettre en oeuvre la proportionnalité dans les cas suivant :

- comparer des proportions,
- calculer et utiliser un pourcentage,
- calculer et utiliser l'échelle d'une carte ou d'un dessin,
- reconnaître un mouvement uniforme à l'existence d'une relation de proportionnalité entre durée et distance parcourue, utiliser cette proportionnalité »

Les connaissances étudiées en cinquième ont été, a priori, classifiées comme suit.

Reconnaissance d'une situation/d'un tableau de proportionnalité

Beaucoup de choses restent, dans les manuels, de l'ordre du savoir caché dans ce domaine. Lorsque c'est le cas, le fait que la situation est une situation de proportionnalité par choix, par modélisation, afin de pouvoir mener des calculs est notamment toujours implicite. Ceci va gêner dans quelques énoncés où la proportionnalité est admise alors qu'elle pourrait tout aussi bien être questionnée (ce qui est en général fait dans un ou deux exercices par manuel).

Exemple de situation où la proportionnalité ne va pas de soi :

Quelle distance parcourt en 2 h 30 min un escargot qui rampe à la vitesse de 14 m par heure.

Transmath, n°56p99

Exemple de remise en cause :

« En ce moment, la durée du jour (entre le lever et le coucher du soleil) diminue de 3 min par jour.

De quelle durée aura-t-elle diminué au bout de 30 jours ? »

Que sous-entend cet énoncé ?

A-t-il raison ou tort et pourquoi ?

Transmath, n°46p99¹⁶⁵

De même la distinction entre situation de proportionnalité et tableau de proportionnalité est parfois floue :

Un escargot se déplace sur une branche.

La durée de son déplacement, en minutes, et la distance qu'il a parcourue, en centimètres, sont données dans le tableau suivant.

Durée (en min)	4	6	9
Distance (en cm)	26	39	58,5

1) a. Montrer que le mouvement que suit cet escargot paraît uniforme.

b. Préciser le coefficient de proportionnalité de cette situation.

2) (...)

b. Quelle distance peut parcourir l'escargot en une heure si son mouvement reste uniforme ?

(...)

Phare, n°70p130

L'utilisation du verbe « paraître » semble indiquer que l'énoncé souligne le fait que le caractère proportionnel du tableau ne permet pas de prouver le fait que le mouvement est uniforme. Les deux questions b. semblent sous entendre l'inverse.

De même :

Pour les exercices 14 à 19, dire si le tableau correspond à une situation de proportionnalité.

Si oui, préciser le coefficient de proportionnalité.

(...)

Phare, p124

Nous avons retenu cinq connaissances relatives à la mise en évidence d'une situation de proportionnalité (ou d'un tableau) :

- Savoir reconnaître l'existence d'une situation de proportionnalité, ou la forte présomption d'existence (codé *Rr*).

- Savoir trouver (ou proposer) les grandeurs proportionnelles (codé *Rg*).

- Savoir admettre la preuve de la proportionnalité (c'est le cas dans de nombreuses situations concrètes) (codé *Ra*)

Exemple :

Sur l'étiquette d'une bouteille d'un litre de jus de fruit on lit :

Valeurs nutritionnelles moyennes	
Protéines	0,4 g / 100 mL
Glucides	11,8 g / 100 mL
Lipides	< 0,1 g / 100 mL
Valeur énergétique moyenne : 50 Kcal	

Recopie puis complète le tableau suivant :

Volume de jus d'orange	1 L	0,25 L	1,5 L	2 L
Protéines				
Glucides				
Lipides				
Valeur énergétique				

Sésamath, n°5p76

Cet exercice nécessite entre autres de reconnaître dans cette situation plusieurs situations de proportionnalité (*Rr*), les cas des lipides (borne supérieure) et de la valeur énergétique (50 Kcal / 100mL ou 50 Kcal / L ?) sont particulièrement délicats, ils pourraient être codés *Rg*. Dans tous les cas la proportionnalité est finalement admise (*Ra*). Les deux dernières catégories sont liées aux preuves.

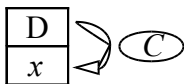
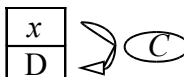
¹⁶⁵ Pour plus de simplicité, nous nommerons les manuels par leur nom de collection (et non par le nom de leur auteur), nous n'indiquerons pas qu'il s'agit de la classe de cinquième, ni de l'année 2006, sauf dans le cas contraire.

- Savoir prouver la proportionnalité (calcul des quotients pour un tableau, existence d'une formule dans une situation, existence d'un mouvement uniforme, d'une échelle etc.) (codé *Rp*)
- Savoir prouver la non-proportionnalité (codé *Rnp*)

Exploitation d'une situation de proportionnalité

La proportionnalité étant donnée, admise ou prouvée, diverses exploitations peuvent être envisagées. Nous avons distingué les cas suivants :


- Le coefficient (ou échelle, ou vitesse, ou pourcentage...) étant connu, ainsi qu'une seule donnée, savoir calculer la donnée manquante.

- [*Cmu*] On multiplie par le coefficient 
- [*Cdi*] On divise par le coefficient 

- De même, une formule étant donnée, savoir l'utiliser :

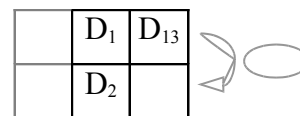
- [*Fmu*] directement,
- [*Fdi*] en commençant par l'inverser

Nous le verrons, l'utilisation du coefficient seul apparaît très rarement dans les manuels. L'utilisation des formules n'est pas envisagée. C'est donc sur les trois connaissances suivantes que se concentre le travail :

- [*Coef*] Deux données sont connues, savoir calculer le coefficient 

- [*QP*] Quatrième proportionnelle. Trois données sont connues, savoir calculer la quatrième. En général plusieurs méthodes sont possibles : calcul (puis utilisation) du coefficient, retour à l'unité, multiplication d'une « colonne » pour obtenir l'autre.

(la méthode peut être imposée ou non)



- [*DonInc*] Données à compléter : les données connues ne sont pas en nombre juste suffisant pour calculer la donnée manquante (soit qu'il y ait « trop » de données, soit qu'il y ait plusieurs données manquantes). Une connaissance nouvelle apparaît par exemple : le fait de savoir utiliser l'addition de « colonnes ».

(la méthode peut être imposée ou non)

Autres connaissances travaillées

Dans les chapitres travaillant la notion de proportionnalité d'autres connaissances sont utilisées ou sont travaillées. Nous avons retenu les groupes de connaissances suivants (et les codages ci-contre) :

- Graphiques, tableaux

La proportionnalité est travaillée en sixième (et avant) à travers l'idée de proportionnalité entre deux grandeurs. Les tableaux et les graphiques sont aussi des outils travaillés en sixième (lecture et interprétation, quelques constructions sont envisagées). En cinquième on introduit le tableau de proportionnalité et son lien avec les situations de proportionnalité déjà étudiées.

Le lien entre l'alignement de points avec l'origine d'un repère et la proportionnalité peut être vu sans que ce soit exigible, il sera étudié

Conversions longueurs
 Conversions Aires
 Conversions Masse et vol
 Conversions durées
 Grandeur
 Vitesses
 Graphique
 Tableau
 Géométrie (tracés)
 Géométrie (mesures)
 Géométrie (3D)
 Géométrie (formule)
 Arrondis
 Fractions
 Notation scientifique
 Ordre de grandeur
 Somme pourcentage, total
 Pré-algébrique

explicitement en quatrième. Il existe par contre un lien fort entre représentations graphiques de données et proportionnalité (proportionnalité entre effectif et hauteur pour un diagramme en bâton, entre effectifs et angle dans un diagramme circulaire etc.).

- Connaissances liées aux grandeurs

Nous avons distingué les connaissances sur les conversions de diverses grandeurs (longueurs, aires, masses, volumes, durées, vitesse), des connaissances liées à la notion de grandeur elle-même (reconnaître la grandeur en jeu, comparaison de grandeurs sans mesure ou avec une unité ad hoc).

Sur ce point, notons que les premières grandeurs et leurs mesures étudiées le sont dès l'école primaire (longueur, masse, contenance et durée sont, par exemple, abordés au cycle 2), les angles et les volumes sont abordés au cycle 3 et leur mesure est étudiée en sixième. Les conversions de mesures de volumes sont des connaissances en cours d'acquisition en cinquième.

La vitesse a un statut particulier : elle n'est pas étudiée en tant que telle, seule l'idée de « vitesse uniforme » est abordée (comme un cas de relation de proportionnalité entre durée et longueur). Les grandeurs quotients sont introduites par le programme de quatrième.

- Connaissances liées au contexte

De nombreuses connaissances sont utilisées dans la résolution d'exercices liés à la proportionnalité. En plus de celle citées ci-dessus (liées aux grandeurs, aux graphiques ou aux tableaux) de nombreuses connaissances anciennes liées à la géométrie sont utilisées (essentiellement des tracés, des mesures, des formules, éventuellement en géométrie dans l'espace). De même on manipule les arrondis, les ordres de grandeurs, la notation fractionnaire, les pourcentages (notions étudiées dès la sixième).

- Autres

Quelques exercices tentent de faire le lien entre le travail de la proportionnalité et le début des manipulations algébriques en cinquième. Un manuel propose quelques exercices utilisant la notation scientifique des nombres, c'est une connaissance étudiée en quatrième.

2. Analyse d'énoncés : adaptations

Ces adaptations sont regroupées en huit catégories :

- **TSI** : tâches simples et isolées, il s'agit de tâches pour lesquelles l'élève, lors de la résolution envisagée, utilisent une connaissance sans adaptation.

Exemple (il s'agit d'un QCM) :

Voici un tableau de proportionnalité. <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">3</td> <td style="padding: 2px 10px;">1,5</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">4</td> <td style="padding: 2px 10px;">2</td> </tr> </table> ↶ x... Le coefficient de proportionnalité manquant est...	3	1,5	4	2	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$	0,5
3	1,5						
4	2						

Transmath, n°60p100

La proportionnalité est posée explicitement par l'énoncé. La question est précise (calcul du coefficient) et fait référence à un point du cours. On peut penser que l'absence de contexte permet une application du cours sans difficulté particulière.

De façon générale nous n'avons retenu et codé que la résolution principale, par exemple ici un élève pourrait proposer le coefficient $\frac{2}{1,5}$ (ou $\frac{1,5}{2}$), son travail serait alors différent mais nous n'avons pas retenu cette hypothèse. La question a été codée TSI-Coef.

- **A1** : l'élève doit, pour pouvoir utiliser une connaissance, reconnaître les modalités de son application.

Exemple :

Le prix d'une paire de lunettes de soleil est augmenté de 3,20€.
Son prix initial était de 40€.

A quel pourcentage du prix initial correspond cette augmentation ?

Phare, n°3p122

Les données numériques nécessaires sont dans l'énoncé, l'élève doit cependant adapter ses connaissances à la situation posée. La question a été codée A1-*QP* (il a en effet été décidé de coder les calculs de pourcentage *QP* : ils sont présentés en cinquième comme un calcul de quatrième proportionnelle).

La distinction entre TSI et A1 est faite en fonction du contexte. L'existence d'un habillage, l'existence d'exemples proches de la situation de l'exercice dans le cours, la place de l'exercice dans le chapitre sont autant d'éléments qui peuvent être pris en compte pour décider de la qualification de l'adaptation nécessaire à l'élève.

- **A2** : l'élève doit introduire un intermédiaire pour avancer dans son travail. Il peut avoir à placer un nouveau point en géométrie (voire simplement à nommer un point existant), faire un calcul intermédiaire etc.

Exemples :

Donner une échelle possible d'une maison de poupée qui mesure 50 cm de haut.

Domino, n°39p63

Il est ici nécessaire d'introduire l'ordre de grandeur de la taille d'une maison (telle qu'on se l'imagine), ce qui a été codé A2-*Ordre de grandeur*. Deux autres activités sont codées pour cet exercice : le changement d'unité (A3-*Conversion de longueur*) et le calcul de l'échelle une fois la hauteur réelle choisie et les conversions effectuées (TSI-*Coef*).

1. Représenter par un diagramme circulaire la répartition de la population par continent en 2003.

2. Quelles données supplémentaires permettraient de compléter l'étude ?

Répartition de la population par continent en 2003

Continent	Pourcentage
Afrique	13,6%
Amérique	13,7%
Asie	60,7%
Europe	11,5%
Océanie	0,5%

Domino, n°45p64

Pour résoudre la question 1., l'élève doit introduire des données numériques : sous une forme ou sous une autre il doit introduire une ligne « Total ». Cette partie de la question est codée A2-*Total*.

De même dans l'exercice ci-dessous, c'est à lui, dans la question 1), de décider une mesure à effectuer (cette partie de la question a été codée A2-*Mesures*).

Exemple :

Un plan d'appartement est donné, les longueurs a , b , c et d y sont codées.

La longueur a est en réalité 17,2m.

1) Déterminer l'échelle de ce plan.

2) Déterminer les longueurs réelles b , c et d .

Phare, n°8p123

- **A3** : il s'agit ici de mettre en relations plusieurs connaissances, de faire un changement de cadre, de relier le travail sur des connaissances nouvelles avec des connaissances anciennes.

Exemple :

Lors d'une traversée de l'Atlantique à la voile, le skipper a noté et relevé ses caps pour pouvoir tracer ensuite la route qu'il a empruntée.

Une ligne brisée est tracée (6 segments, « Boston » à gauche, « Lisbonne » à droite)

- a. Quelle est, au millimètre près, la longueur de la ligne brisée qui représente sa route.
 b. Son tracé est à l'échelle 1/600 000 000. Quelle distance a-t-il parcourue ? *Sésamath*, n°14p77

L'élève verra sans doute l'utilité d'un changement d'unité de longueur pour répondre à la question b., les conversions de longueurs sont des connaissances anciennes (revues en sixième), cette partie de la question est codée *A3-Conversion de longueur*. L'utilisation de l'échelle dans la question b. a été codée *A1-Cdi*. Notons que c'est une des rares fois dans le panel d'exercices étudié que le coefficient est utilisé avec une seule donnée (*Cdi* ou *Cmu*).

- **A4** : L'énoncé laisse à la charge de l'élève l'introduction d'une étape du raisonnement. Il n'est pas rare, par exemple, dans les exercices relatifs à la proportionnalité utilisant un contexte que l'hypothèse de la proportionnalité de la situation soit laissée sous silence, c'est alors à l'élève, théoriquement, de le décider ou de le supposer.

Même s'il ne fait pas de doute que le modèle choisi ici par exemple est la proportionnalité, c'est une part du travail de l'élève de le signaler (et éventuellement de s'en persuader), cette partie du travail a été codée *A4-Rr* :

- Dans un marais salant il faut faire évaporer 1 000 g d'eau de mer pour obtenir 32 g de sel.
 a. Calculer la masse de sel obtenue à partir de 500 kg d'eau de mer.
 b. Quel poids d'eau de mer doit s'évaporer pour obtenir une tonne de sel ? *Transmath*, n°17p96

- **A5** : La réponse à une question nécessite l'utilisation d'un résultat établi dans les questions précédentes.

- **A6** : Choix d'une méthode entre plusieurs.

Exemple :

On donne les correspondances suivantes concernant les unités anglo-saxonnes :

Pour les longueurs :	Pour les masses :	Exprimer la taille et la masse des élèves de la classe dans ces unités anglo-saxonnes.
1 yard = 0,9144 m	1 pound (livre) = 16 ounces	
1 foot (pied) = 12 inches (pouces)	1 pound = 0,4536 kg	
1 yard = 3 feet (pieds)		
1 mille = 1760 yard		

Domino, n°69p67

C'est ici à l'élève de mettre en place sa méthode de travail pour trouver les unités adaptées à la situation et pour effectuer les calculs correspondants. Cette partie de la question a été codée *A6-Grandeur*.

Notons, là aussi, que la qualification en A6 peut dépendre du contexte. Il se peut qu'à l'intérieur d'un raisonnement un élève ait à faire des choix de méthode, l'adaptation peut être classée A1 par exemple si ce choix est très local et est explicité et détaillé dans le cours. Lorsqu'un tableau de proportionnalité incomplet est donné, il existe, par exemple, plusieurs méthodes pour le compléter (calcul du coefficient, addition de colonnes etc.) ce type d'étape a en général été classé A1.

- **A7** : travail sur des connaissances non encore introduites en tant que telles à ce niveau, non encore formalisées.

Exemple :

- La vitesse du son est de 340 mètres par seconde et celle de la lumière est de 299 792 480 mètres par secondes.
 a. Exprime ces vitesses en kilomètres par heure.
 (...)

Sésamath, n°28p78

La notion de vitesse et les changements d'unités de mesure correspondant sont vues en quatrième (codé *A7-Vitesse*).

Exemple :

On étudie le périmètre d'un carré en fonction de la longueur d'un côté.

1) a. Recopier et compléter le tableau suivant

longueur d'un côté (en cm)	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4
périmètre d'un côté (en cm)	2						

b. S'agit-il d'un tableau de proportionnalité ?

Si oui, préciser le coefficient de proportionnalité.

2) Reproduire sur une feuille à petits carreaux le repère suivant :

(...)

3) On reportera la longueur du côté du carré (en cm) sur l'axe des abscisses.

On reportera le périmètre du carré (en cm) sur l'axe des ordonnées.

a. Placer dans ce repère le point de coordonnées (0,5;2).

b. Pour chaque colonne du tableau, placer dans le repère un point tel que :

- son abscisse soit le nombre de la première ligne ;

- son ordonnée soit le nombre de la deuxième ligne.

4) Que peut-on dire concernant ces 7 points ? Commenter ce résultat.

Phare, n°63p128

Cette dernière question ne relève pas de connaissances formalisées en cinquième. Il s'agit ici pour l'élève de conjecturer un résultat. Cette question a été codée *A7 graphique*.

3. Remarques méthodologiques

Pour chaque énoncé nous avons donc codé les activités possibles de l'élève en précisant les relations entre les adaptations qui sont à sa charge et les connaissances mises en jeu. Nous tenons à souligner ici quelques difficultés liées à la méthodologie.

Nous avons vu que nous n'avons retenu qu'une des résolutions envisageables, celle jugée comme la plus probable. Ce choix a rarement posé une difficulté : dans la plupart des cas les exercices sont très fermés quant à la démarche à utiliser.

Par ailleurs, les choix méthodologiques faits donnent une place importante aux adaptations, l'unité de mesure dans les études quantitatives ci-dessous correspond ainsi au nombre de couples adaptation-connaissance codés, et non au nombre d'exercices par exemple. Ainsi l'exercice ci-dessous (déjà évoqué plus haut) acquière-t-il un poids relativement important dans nos analyses. Ceci d'autant plus qu'il est répété quatre fois (en permutant les lettres *a*, *b*, *c* et *d* et en changeant la valeur numérique, le plan est le même pour les quatre exercices) :

Un plan d'appartement est donné, les longueurs *a*, *b*, *c* et *d* y sont codées.

La longueur *a* est réalité 17,2m.

1) Déterminer l'échelle de ce plan.

2) Déterminer les longueurs réelles *b*, *c* et *d*.

Phare n°8p123

Il correspond en effet aux codages suivants :

Question 1)

A2-Mesures (le fait de devoir mesurer sur la figure est un changement de contrat par rapport aux travaux faits en géométrie)

A3-Conversions de longueurs

A4-Rr

TS-Ra

A3-Tableau (une aide annonce un peu plus bas « J'ai utilisé un tableau de proportionnalité »)

A1-Coef

Question 2)

A5-Coef

A2-Mesures

A3-Conversions de longueurs

A1-DonInc

Cet exercice (et les trois suivants) représentent 5% des 80 exercices analysés dans le manuel *Phare* et regroupent donc 40 des 182 couples adaptation-connaissance codés pour ce chapitre (22%). Cette distorsion est liée à la méthodologie mise en place mais correspond bien aussi au choix des auteurs de proposer un exercice concentrant un grand nombre d'adaptations (et de le répéter).

III. Portraits des manuels

Nous allons dans un premier temps faire un portrait, selon les modalités exposées ci-dessus, de l'ensemble des exercices analysés dans les quatre manuels sélectionnés. Ceci nous permettra ensuite de décrire le panel d'exercices de chacun des manuels en le positionnant, si besoin, par rapport à cette moyenne.

1. Vue d'ensemble des quatre manuels

À propos de la proportionnalité

Un peu plus de la moitié de l'ensemble des items traitent de connaissances liées directement à la proportionnalité en cinquième. On voit donc ici que la proportionnalité est une notion travaillée fondamentalement avec d'autres connaissances, on verra ci-dessous de quelle façon.

Une très grande partie des items observés (80%) correspondant à des connaissances directement liées à la proportionnalité sont travaillés de façon simple et isolée (TSI, 52%) ou ne nécessitent qu'une reconnaissance des modalités d'applications (A1, 28%). Les connaissances sont essentiellement travaillées en application directe, ceci peut être relié au fait qu'il s'agit des connaissances dont l'apprentissage est visé dans ces chapitres.

Au total, un tiers des items (35%) concernent la reconnaissance et éventuellement la démonstration de la proportionnalité (Rr , Rg , Ra , Rp , Rnp). 20% des items correspondent à des connaissances liées à une démonstration : Rn ou Rnp (presque toujours en TSI).

7% des items liés à la proportionnalité nécessitent l'introduction d'une étape dans le raisonnement (A4). Il faut noter qu'il s'agit alors toujours dans le corpus de l'étape consistant à reconnaître que la situation envisagée est une situation de proportionnalité (Rr), sans que cela soit précisé par l'énoncé. Dans ces situations où la proportionnalité doit être au moins évoquée dans la réponse, on trouve deux cas de figures :

- la proportionnalité n'est pas démontrable pour les élèves, ni même à démontrer : il s'agit souvent d'un modèle de la situation (consommation d'une voiture en fonction du kilométrage, nombre de pots de peinture utilisés en fonction du nombre de mètres carrés à peindre, temps de cuisson en fonction du poids etc.),
- une justification peut être accessible en invoquant le cours (échelle, pourcentage, vitesse uniforme...) ou d'autres cours (diagrammes circulaires par exemple).

On observe donc une relative importance des exercices où le caractère proportionnel de la situation est implicite, c'est quelque peu surprenant dans ces chapitres traitant de cette notion. Par ailleurs la reconnaissance d'une situation de proportionnalité semble être un objet de travail moins central que la manipulation de données dans un cadre de proportionnalité : deux tiers des items traitent de l'exploitation de la situation de proportionnalité (qu'elle ait été prouvée ou non, admise ou non). On peut noter dans ce domaine :

- l'absence de travail sur les formules (Fmu , Fdi),
- la quasi-absence de travail à partir uniquement du coefficient et d'une donnée (Cmu , Cdi),

Quatre manuels		Proportionnalité							
	TSI	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	
Rr	1%	2%		0%	7%			0%	10%
Rg			0%						0%
Ra	5%	0%			0%				5%
Rp	7%	1%		0%		1%	0%	0%	9%
Rnp	8%	2%		0%	0%		1%		11%
Cmu	1%	1%	0%						2%
Cdi	1%	0%							1%
Fmu									0%
Fdi							0%		0%
Coef	8%	3%	1%		0%	3%			15%
QP	16%	8%	1%		0%		1%	0%	26%
DonInc	7%	11%	0%				3%		21%
	52%	28%	3%	0%	7%	3%	6%	1%	100%
Sur un total de : 388									
Autres connaissances									
Conversions longueurs				13%					13%
Conversions Aires				6%			1%		6%
Conversions Masse et vol			1%	6%			1%		8%
Conversions durées		1%	1%	10%	0%		1%	1%	14%
Grandeur			0%						0%
Vitesses				1%			0%	1%	1%
Graphique	1%	1%		8%			1%	1%	10%
Tableau	1%		1%	7%		1%			8%
Géométrie (tracés)		1%		2%					3%
Géométrie (mesures)	1%	0%	7%	2%		0%			10%
Géométrie (3D)								0%	0%
Géométrie (formule)			0%	3%					3%
Arrondis				5%					5%
Fractions				2%					2%
Notation scientifique			0%					1%	1%
Ordre de grandeur			0%	1%					1%
Somme pourcentage, total				1%	0%		2%		4%
Pré-algébrique		0%	1%	5%				1%	8%
	2%	4%	12%	71%	1%	1%	5%	4%	100%
Sur un total de : 335									

(Pourcentages arrondis à l'unité)

- 15% des items correspondent à un calcul de coefficient. Essentiellement sous forme de tâches simples et isolées (TSI),
- un quart des items traitent d'une situation de quatrième proportionnelle (on connaît uniquement trois données, on ne connaît pas le coefficient), plutôt avec des TSI,
- un cinquième des items traite d'une situation plus complexe : un ensemble de données (le coefficient étant ou non connu) est à compléter. Les adaptations sont souvent de type A1, parfois A6.

On peut donc voir ici un travail moins présent sur les situations les plus élémentaires. Les situations comportant plus de données (et laissant donc le choix des méthodes de calcul à l'élève) sont prédominantes.

Autres connaissances

Les autres connaissances utilisées (qui ne sont pas en lien direct avec la proportionnalité donc) interviennent dans un peu moins de la moitié de l'ensemble des items analysés.

Ces connaissances sont variées, on y retrouve cependant une part importante (40% d'entre elles) de connaissances ayant trait aux changements d'unités de mesure de grandeurs. Les manuels associent en effet, explicitement ou implicitement, le traitement de la proportionnalité et celui du travail sur les grandeurs et les mesures de grandeurs. On constate deux dominantes :

- conversion de longueurs (14% des items), liées entre autres au travail sur les échelles
- conversions de durées (13% des items)¹⁶⁶

Après les conversions, quantitativement, apparaissent les items liés à l'utilisation et au tracé d'un graphique (10% des « autres connaissances ») ou à l'utilisation et à la construction d'un tableau (8%). Les mesures géométriques (10%, souvent liées au travail sur les échelles) et les manipulations pré-algébriques (8%) existent aussi de façon non anecdotique.

Les connaissances non directement liées a priori à l'étude de la proportionnalité sont, de fait, classées par défaut en A3 dans cette étude (mise en relation, changement de cadre, ancien/nouveau...). Cependant on trouve 12% de ces items classés en A2 : ils correspondent alors à l'introduction d'un intermédiaire à la charge de l'élève, par exemple la prise de mesure sur un schéma dans un travail utilisant les échelles.

2. Description de chaque manuel

Les chapitres comportent entre 80 et 95 exercices répartis sur 11 pages, sauf pour le manuel *Sésamath* : 43 exercices sur 6 pages. Pour chaque manuel, nous donnons un bilan des analyses effectuées, un tableau récapitulatif de ces analyses est proposé (part relative de chaque couple adaptation – connaissances dans l'ensemble des exercices analysés), il est aussi fait allusion à des données partielles qui ne sont pas explicitées (regroupement de données correspondant aux regroupements d'exercices proposés par les auteurs). Chaque bilan d'analyse commence par une description macroscopique des choix des auteurs quant au traitement de la proportionnalité dans le livre.

Domino

Le chapitre concerné est le troisième chapitre du livre (sur onze), il est nommé « grandeurs et proportionnalité ». Il est placé après un chapitre sur les nombres relatifs et un chapitre

¹⁶⁶ Le travail sur les changements d'unité de durée était au programme de cinquième « utiliser des unités combinant le système décimal et le système sexagésimal (mesure du temps) » (BO hs1 1997), il ne l'est plus explicitement mais est travaillé dans tous les manuels. En sixième : « Les élèves ont été amenés, au cycle 3 de l'école élémentaire, à calculer des durées à l'aide de procédures personnelles qui sont entretenues en sixième » (BO hs5 2004), en cinquième : « *Le calcul sur des durées ou des horaires, à l'aide de procédures raisonnées, se poursuit* » (BO 5 août 2005).

«graphiques et données». Le traitement de la proportionnalité est un peu particulier dans ce manuel : dans chaque chapitre des exercices sont estampillés « proportionnalité », le dernier chapitre du manuel propose des exercices et problèmes transversaux, la proportionnalité y est retravaillée. Notons que, dans cette étude, seuls les exercices du chapitre 3 ont été étudiés.

Les exercices sont organisés en deux parties : exercices d'« application » et d'« approfondissement ». Le ratio entre connaissances directement liées à la proportionnalité et autres connaissances est favorable aux connaissances non directement liées à la proportionnalité, de façon plus nette pour les exercices d'application. C'est le seul manuel dans ce cas. La présence d'un travail spécifique sur les grandeurs dans le chapitre peut aussi expliquer ce fait, le traitement particulier de la notion dans le manuel peut être relié à ce phénomène (transversalité).

Dans les exercices d'application, la question de la proportionnalité est travaillée relativement fréquemment et explicitement. Les calculs plus techniques (calculs de données une fois que la proportionnalité est établie) sont relativement moins travaillés que dans les autres manuels. Les autres connaissances travaillées sont essentiellement liées aux conversions (deux tiers des items, sans doute à mettre en lien avec le travail sur les grandeurs). On trouve relativement peu de mesures et de travail pré-algébrique.

Dans les exercices d'approfondissement les connaissances liées à la proportionnalité sont aussi majoritairement liées à l'étude des situations de (ou de non) proportionnalité plutôt qu'à leur exploitation (calculs de valeurs). Les adaptations sont essentiellement de type TSI ou A1. À propos des autres connaissances, on note un travail relativement important sur les graphiques (sans doute à relier au fait que le chapitre précédent introduisait les diagrammes circulaires, les histogrammes...) et le pré-algébrique. Les adaptations de type A2 (introduction d'un intermédiaire à la charge de l'élève) sont relativement plus présentes (et globalement plus présentes dans ce manuel que dans les autres), notamment pour la connaissance « somme de pourcentage, total » (phénomène à relier avec l'importance relative de l'item « graphique »). Les connaissances non directement liées à la proportionnalité évoluent donc des exercices d'applications (colorés par un travail plus important sur les grandeurs et les mesures) aux exercices d'approfondissement (liens avec les graphiques, et notamment la gestion de données, avec le pré-algébrique).

Domino		Proportionnalité								
		TSI	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	
Rr			1%			9%				10%
Rg			1%							1%
Ra		9%								9%
Rp		9%	1%				3%	1%		14%
Rnp		16%	3%					3%		21%
Cmu		3%		1%						4%
Cdi										0%
Fmu										0%
Fdi										0%
Coef		11%					1%			12%
QP		4%	11%							14%
DonInc			13%					1%		14%
		51%	30%	1%	0%	9%	4%	5%	0%	100%
Sur un total de : 76										
Autres connaissances										
Conversions longueurs					4%					4%
Conversions Aires					13%			1%		14%
Conversions Masse et vol				1%	12%			1%		15%
Conversions durées					17%			1%		17%
Grandeur				1%						1%
Vitesses					1%			1%		2%
Graphique		1%			10%			1%		12%
Tableau					1%					1%
Géométrie (tracés)		3%			2%					6%
Géométrie (mesures)				2%	1%					3%
Géométrie (3D)										0%
Géométrie (formule)					1%					1%
Arrondis					3%					3%
Fractions										0%
Notation scientifique										0%
Ordre de grandeur				1%	2%					3%
Somme pourcentage, total				6%	1%					7%
Pré-algébrique		1%	2%	7%				1%		11%
		0%	6%	13%	75%	0%	0%	5%	1%	100%
Sur un total de : 145										

(Pourcentages arrondis à l'unité)

Phare

Le chapitre est le septième chapitre du livre (sur seize), c'est le premier d'un groupe de deux chapitres traitant de l'« organisation et gestion de données ». Il est nommé « proportionnalité ». Les six chapitres précédents sont regroupés sous le titre « Nombre et calculs » (fractions, calcul littéral, nombres relatifs etc.). La proportionnalité est utilisée dans le chapitre suivant concernant les graphiques (diagramme circulaire, histogramme etc.).

De nombreuses rubriques d'exercices sont proposées. Nous avons retenu ici deux grands groupes :

- les exercices, nommés « entraînement » ci-dessous, qui correspondent dans le livre aux exercices « Savoir faire » (exercices avec modèle), « Je m'entraîne » et « Mon bilan » (QCM),
- les exercices d'« approfondissement » correspondant aux rubriques « J'approfondis », « Devoir à la maison », « Je découvre la France », « J'utilise la calculatrice » et « Je vais plus loin ».

Les exercices d'entraînement sont caractérisés par une part plutôt importante de travail sur les items directement liés à la proportionnalité, ceci est à mettre en lien avec le fait que la variété des connaissances non directement liées à la proportionnalité est moins grande que pour les autres manuels. À propos de la proportionnalité, le travail est plutôt lié à l'exploitation des situations de proportionnalité et relativement peu à l'explicitation des situations de proportionnalité elles-mêmes. Les adaptations sont quasi uniquement de type TSI ou A1. Les connaissances non directement liées à la proportionnalité utilisées sont essentiellement centrées sur les conversions de longueurs et la mesure (cette dernière étant toujours à la charge de l'élève, A2, ceci est en lien avec le travail sur les échelles). La manipulation des tableaux est aussi présente.

Une évolution se dégage pour les exercices d'approfondissement : les analyses font ressortir un équilibre entre connaissances liées à la proportionnalité et autres connaissances. De même, au sein des connaissances liées à la proportionnalité, il existe pour les exercices d'approfondissement un certain équilibre entre la mise en évidence de la proportionnalité et l'exploitation des situations de proportionnalité. On peut noter ici aussi, globalement, une quasi-absence d'adaptations autres que TSI ou A1 (et A3 pour les « autres connaissances »). Les « autres connaissances » sollicitées sont essentiellement liées aux graphiques et aux tableaux.

Globalement, à propos des connaissances liées à la proportionnalité, on remarque que le travail est plus centré sur l'exploitation des situations de proportionnalité que dans l'ensemble des manuels (le calcul du coefficient de proportionnalité est notamment une activité « sur-représentée », de fait la construction d'un tableau et le calcul du coefficient est une demande fréquente dans les exercices, même quand d'autres techniques pourraient être utilisées). A contrario, le travail sur la reconnaissance des situations de proportionnalité est moins présent que dans la moyenne des manuels.

À propos des connaissances non directement liées à la proportionnalité, on note une prédominance du travail sur les conversions de longueurs, sur la manipulation (lecture, création) de tableaux et sur les mesures à effectuer. Notons l'absence relative de travail sur les graphiques, les conversions de durées, le pré-algébrique ainsi que le peu d'initiatives laissées aux élèves (A2, A4, A6) si on excepte la prise de mesure lors du travail sur les échelles.

Phare									
Proportionnalité									
	TSI	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	
Rr		2%			3%			1%	6%
Rg									0%
Ra	4%								4%
Rp	10%	1%							11%
Rnp	9%	1%							10%
Cmu	0%								0%
Cdi	0%								0%
Fmu									0%
Fdi									0%
Coef	9%	7%				10%			25%
QP	10%	10%						1%	20%
DonInc	9%	10%					4%		23%
	51%	31%	0%	0%	3%	10%	4%	2%	100%
Sur un total de : 105									
Autres connaissances									
Conversions longueurs				29%					29%
Conversions Aires									0%
Conversions Masse et vol									0%
Conversions durées				4%					4%
Grandeur									0%
Vitesses									0%
Graphique	1%			5%				3%	9%
Tableau	3%		3%	22%					27%
Géométrie (tracés)									0%
Géométrie (mesures)			17%						17%
Géométrie (3D)									0%
Géométrie (formule)				6%					6%
Arrondis				1%					1%
Fractions				3%					3%
Notation scientifique									0%
Ordre de grandeur									0%
Somme pourcentage, total				4%					4%
Pré-algébrique	4%	0%	19%	74%	0%	0%	0%	3%	100%
Sur un total de : 77									

(Pourcentages arrondis à l'unité)

Sésamath

Le chapitre est le cinquième du livre (sur douze). L'organisation est proche de celle du manuel précédent : le chapitre arrive en fin de la première partie « travaux numériques » (après les chapitres sur les fractions, le calcul littéral, les nombres relatifs, avant un chapitre « statistiques »).

Une seule rubrique regroupe la plupart des exercices : « S'entraîner ». On trouve aussi quelques exercices dans les pages « Méthodes » (correspondant à un cours), deux grands exercices « Travailler en groupe » et deux grands exercices « Approfondir ».

Les exercices d'entraînement sont caractérisés par :

- beaucoup d'adaptations de type A6 (choix d'une méthode),
- peu de travail sur la reconnaissance ou la démonstration de la proportionnalité (et lorsqu'il y a reconnaissance elle est relativement à la charge de l'élève : A4),
- un gros travail sur les conversions de masses et de volumes,
- un nombre relativement important de A7 (essentiellement sur les connaissances non directement liées à la proportionnalité).

Les exercices dans les pages « Méthodes » traitent peu de connaissances non directement liées à la proportionnalité. Ils nécessitent quelques adaptations de la part des élèves (plus A1 que TSI). On retrouve donc là des exercices d'application du cours. Dans les exercices « Travailler en groupe » le travail sur la proportionnalité concerne surtout les calculs (compléter des données, calculer des coefficients), ici aussi le choix des méthodes peut être à la charge des élèves.

Globalement :

- l'existence de la proportionnalité est rarement travaillée pour elle-même, elle est souvent laissée à la charge de l'élève (11% des items concernant directement la proportionnalité sont en A4-Rr). Le travail est essentiellement centré sur les calculs de coefficient et le calcul de données incomplètes,
- les adaptations de type A6 – choix de méthodes – sont importantes (18% des items directement liés à la proportionnalité), les adaptations de type A1 – reconnaissance des modalités d'application – sont plus présentes que dans la moyenne des manuels, les tâches simples et isolées sont relativement rares (part plus faible que A1, plus faible que la moyenne),
- à propos des connaissances hors proportionnalité on peut noter un fort taux de A2 et de A7.

Sésamath										
Proportionnalité		TSI	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	
Rr		3%				11%				14%
Rg										0%
Ra		3%								3%
Rp								1%	1%	1%
Rnp		3%			1%	1%		1%		5%
Cmu		1%	1%							3%
Cdi		2%	1%							3%
Fmu										0%
Fdi								1%		1%
Coef		6%	8%	3%		1%				18%
QP		5%	7%					4%		16%
DonInc		6%	18%	1%				11%		36%
		29%	34%	5%	1%	12%	0%	18%	1%	100%
		Sur un total de : 73								
Autres connaissances										
Conversions longueurs					22%					22%
Conversions Aires										0%
Conversions Masse et vol				1%	1%					2%
Conversions durées			9%	9%	4%	2%		2%	4%	30%
Grandeur										0%
Vitesses								4%		4%
Graphique										0%
Tableau					4%					4%
Géométrie (tracés)					2%					2%
Géométrie (mesures)		4%		7%			2%			13%
Géométrie (3D)								2%		2%
Géométrie (formule)				1%	1%					2%
Arrondis					7%					7%
Fractions					4%					4%
Notation scientifique				2%				4%		7%
Ordre de grandeur										0%
Somme pourcentage, total										0%
Pré-algèbrique										0%
		4%	9%	20%	46%	2%	2%	2%	15%	100%
		Sur un total de : 46								

(Pourcentages arrondis à l'unité)

Transmath

Le chapitre est le cinquième des treize chapitres. L'ordre des chapitres est le même que pour le manuel précédent mais on retrouve les parties du manuel *Phare* : les quatre premiers chapitres sont regroupés sous le titre « Nombres et calculs », les deux suivants sous le titre « organisation et gestion de données ».

Les exercices sont regroupés en trois parties : « exercices d'application » (dont un QCM et des exercices de calcul mental), « exercices de consolidation » et « exercices d'approfondissement » (ces deux derniers sont regroupés ci-dessous en « approfondissement »).

Les exercices d'application sont plutôt centrés sur les items liés à la proportionnalité. Les questions relatives à la reconnaissance de situations de proportionnalité restent souvent implicites. Au sein des connaissances sur la proportionnalité un travail important est proposé sur la quatrième proportionnelle (TSI), les calculs de coefficient de proportionnalité sont moins fréquents que dans l'ensemble des manuels. Les connaissances liées à la proportionnalité sont travaillées essentiellement en TSI ; les autres connaissances en A3, ceci avec très peu d'exceptions. On peut donc dire qu'il y a peu d'adaptations non directes (tâches simples et isolées quand il s'agit directement de proportionnalité, simple relation avec une autre connaissance quand il ne s'agit pas directement de proportionnalité). Les connaissances travaillées qui ne sont pas directement liées à la proportionnalité sont principalement les « arrondis » et les « graphiques » (lecture et construction).

Transmath										
Proportionnalité		TSI	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	
Rr		2%	4%		0%	6%				12%
Rg										0%
Ra		5%	0%			1%				6%
Rp		6%	0%		0%					7%
Rnp		5%	2%					1%		9%
Cmu		1%	2%							3%
Cdi										0%
Fmu										0%
Fdi										0%
Coef		6%		0%						6%
QP		32%	5%	4%		1%				42%
DonInc		9%	6%	0%						15%
		66%	20%	4%	1%	7%	0%	1%	0%	100%
Sur un total de : 134										
Autres connaissances										
Conversions longueurs					9%					9%
Conversions Aires										0%
Conversions Masse et vol					4%					4%
Conversions durées				1%	7%					9%
Grandeur										0%
Vitesses										0%
Graphique		3%			10%			1%		14%
Tableau					1%		3%			4%
Géométrie (tracés)					3%					3%
Géométrie (mesures)		1%	1%	6%	9%					18%
Géométrie (3D)										0%
Géométrie (formule)				1%	4%					6%
Arrondis					13%					13%
Fractions					4%					4%
Notation scientifique										0%
Ordre de grandeur										0%
Somme pourcentage, total					1%					1%
Pré-algébrique					10%				4%	15%
		4%	1%	9%	76%	0%	3%	1%	4%	100%
Sur un total de : 68										
(Pourcentages arrondis à l'unité)										

Peu d'évolution pour les exercices d'approfondissement : comme pour les autres exercices, les items sont majoritairement liés à la proportionnalité. La reconnaissance des situations de proportionnalité est plutôt implicite et, en ce qui concerne l'exploitation de situations de proportionnalité, le couplage TSI-QP est très présent. Parmi les connaissances travaillées directement liées à la proportionnalité on voit cependant apparaître les mesures à la charge des élèves (liées au calcul d'échelle).

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons testé, dans le cadre de recherche en didactique des mathématiques, certaines des contraintes et des marges de manœuvre ressenties lors de la conception d'un manuel scolaire. Nous avons notamment mis en place une méthodologie pour tester la proximité des panels d'exercices proposés dans quatre manuels (chapitre proportionnalité). À cette fin nous avons analysé chaque exercice de manuel en détaillant les différentes adaptations nécessaires à sa résolution en les mettant en lien avec les connaissances travaillées.

Les conclusions peuvent être de plusieurs ordres. Nous pouvons tout d'abord nous demander si les analyses faites confortent l'impression d'uniformité dans le contenu des manuels pour le

lecteur et, par ce biais, interroger l'effectivité des contraintes ressenties lors de la conception. Nous pouvons par ailleurs conclure sur le traitement de la proportionnalité dans les manuels : les analyses faites permettent de mettre en évidence le type d'activités proposées aux élèves... et certaines des activités qui ne sont pas proposées.

Avant de conclure sur ces points il nous faut souligner la distance qu'il y a entre l'analyse des énoncés d'un manuel et les activités des élèves en classe. Trois filtres importants s'interposent entre les deux :

- l'enseignant, lorsqu'il prépare sa séance, en supposant qu'il choisisse des exercices pour ses élèves uniquement dans le manuel envisagé, ne va pas tous les traiter. Les analyses quantitatives regroupant l'ensemble des exercices n'ont alors plus qu'un sens restreint, une valeur indicative : cet ensemble d'exercices correspond à l'offre proposée aux enseignants, l'offre sera plus riche pour certain type d'activités possibles pour les élèves et moins riche pour d'autres. L'enseignant pourra nuancer, dans une certaine mesure, ces importances relatives lors de son choix d'exercices.

- L'enseignant peut, par ailleurs, modifier un énoncé. Il peut le faire consciemment et a priori, avant de le proposer à ses élèves, mais il le fera surtout (et nécessairement) lors du déroulement de la séance. On a vu dans d'autres chapitres de ce livre (partie 2) que ces modifications de la tâche proposée vont dans le sens d'une simplification et d'un amoindrissement des adaptations laissées à la charge des élèves.

- Enfin, l'étude de la distance entre l'activité possible inférée de l'analyse d'un énoncé et l'activité effective d'un élève en classe lors du travail sur cet énoncé est un champ de recherche seulement en cours de développement.

Les exercices analysés montrent cependant des tendances lourdes et récurrentes dans le traitement de la notion choisie. On pourrait donc se permettre d'en déduire quelques éléments quant à l'enseignement de la proportionnalité. L'objectif de l'étude était ici plus restreint et consistait à étudier le contenu proposé par les manuels et à en estimer la proximité d'un manuel à l'autre.

Globalement, même si le « portrait » global des manuels laisse peu de place à des fluctuations (les tendances constatées sont très marquées), on peut observer quelques spécificités pour chaque manuel.

On peut noter tout d'abord qu'une part importante (souvent plus de la moitié) des activités possibles des élèves sont sur des tâches simples et isolées, aucune adaptation n'est nécessaire à l'utilisation de la connaissance envisagée. Si l'on ajoute les utilisations où l'élève doit « simplement » reconnaître les modalités d'application on s'aperçoit que dans près des trois quarts des cas les connaissances sont utilisées sans laisser de réelle initiative à l'élève : le travail nécessaire à l'apprentissage est donc essentiellement perçu comme une utilisation des connaissances sans réelle prise de recul. Ce phénomène est très stable sur trois des manuels et moins marqué sur l'un d'entre eux (*Sésamath*) pour lequel des étapes de raisonnement sont, par exemple, à la charge des élèves (il s'agit, en fait, dans la plupart des cas d'introduire l'idée qu'il y a bien proportionnalité).

On note par ailleurs que les connaissances relatives à la proportionnalité utilisées dans les exercices sont surtout liées à l'exploitation d'une situation de proportionnalité (calcul de données manquantes) et sont peu liées au questionnement du caractère proportionnel de la situation (le rapport est d'environ deux tiers, un tiers). Là aussi un des manuels (*Domino*) est décalé : plus de la moitié des items sont liés à la question de la proportionnalité et non à l'exploitation de la situation de proportionnalité.

Dans ces chapitres sur la proportionnalité, de nombreuses connaissances non directement liées à la proportionnalité sont utilisées : connaissances liées aux mesures de grandeurs, aux

graphiques, aux tableaux, à la géométrie, à l'écriture des nombres etc. Globalement la part des connaissances liées à la proportionnalité est majoritaire, ce phénomène se retrouve dans trois des manuels. Dans l'un des manuels (*Domino*) on trouve une part plus importante (66%, au lieu de 38% pour les trois autres manuels) d'activités possibles utilisant des connaissances non directement liées à la proportionnalité.

Les connaissances non directement liées à la proportionnalité varient d'un manuel à l'autre en fonction des situations exploitées (échelles, vitesses uniformes, pourcentages, représentations graphiques de données...). On peut comparer les principales connaissances abordées par manuel :

- *Domino* : conversions variées (le chapitre travaille « proportionnalité et grandeurs »), graphiques (le chapitre, à l'inverse des autres manuels, suit le travail sur les représentations graphiques de données), pré-algébrique

- *Phare* : conversions (presque uniquement de longueurs), tableau (l'utilisation d'un tableau et le calcul du coefficient sont très souvent demandés explicitement), mesures de longueur (nombreux exercices sur les échelles), les connaissances liées au pré-algébrique sont peu mobilisées.

- *Sésamath* : conversions (essentiellement de longueurs et de durées), mesures de longueurs, les connaissances sur les tableaux, les graphiques et le pré-algébrique sont peu ou pas mobilisés. Le manuel se distingue par une plus grande variété des types d'adaptations nécessaires (A2 et A7, en plus de A3).

- *Transmath* : mesures, arrondis et pré-algébrique sont plus fréquents que dans les autres manuels.

Les manuels se distinguent donc ici : les contextes des exercices, les outils préconisés, les connaissances utilisées diffèrent.

Au delà de ces variations, qui permettent de laisser penser que la marge de manœuvre laissée aux auteurs est exploitée *a minima*¹⁶⁷, le portrait global du travail sur la proportionnalité dans les manuels est très typé : un travail plutôt calculatoire qu'exploratoire et des exercices presque systématiquement guidés (l'élève n'ayant à prendre que très ponctuellement des initiatives). Même si on constate globalement une relative variété des notions abordées au détour du travail sur la proportionnalité, pour chaque manuel les connaissances travaillées sont peu nombreuses (voire très peu nombreuses pour *Phare* et *Sésamath*)... On perçoit au travers de ces analyses une absence relative d'exercices permettant à l'élève de s'approprier la question de la proportionnalité pour une situation donnée, de prendre l'initiative du choix des calculs à effectuer, de la méthode à suivre, ou des autres connaissances à mobiliser.

Certaines questions se posent avec plus d'acuité à l'issue de ce travail. Les résultats dégagés sont-ils généralisables ? Notamment, le faible nombre de situations laissant à l'initiative de l'élève quelques adaptations serait inquiétant quant à la réalité et à la nature des apprentissages possibles à partir de ces exercices. Une étude sur plusieurs contenus permettrait d'avancer sur ce point.

Il nous semble par ailleurs fondamental de compléter les analyses ci-dessus dans deux directions : les choix des enseignants et les modifications apportées nuancent-ils les conclusions ci-dessus ? Dans quel sens ? De quelle façon, le cas échéant, le travail des élèves sur les énoncés, en classe ou à la maison, compense-t-il les manques évoqués ?

¹⁶⁷ La notion et les manuels choisis l'ont été de façon à rendre maximal les variations entre manuels (voir plus haut, le paragraphe sur la méthodologie).