



HAL
open science

Phénomène d'oscillation argumentaire (document de travail)

Daniel Cintra, Pierre Argoul

► **To cite this version:**

Daniel Cintra, Pierre Argoul. Phénomène d'oscillation argumentaire (document de travail). 2013. hal-00876552v2

HAL Id: hal-00876552

<https://hal.science/hal-00876552v2>

Preprint submitted on 5 Feb 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Phénomène d'oscillation argumentaire.

Daniel Cintra, Pierre Argoul

Université Paris-Est, Laboratoire Navier (UMR 8205), CNRS, ENPC, IFSTTAR,
F-77455 Marne La Vallée, Cedex 2, France - email: daniel.cintra@enpc.fr, pierre.argoul@enpc.fr

(Ceci est un résumé inclus dans le programme de la conférence Dynolin 2013).

Lorsqu'un oscillateur à un degré de liberté de type Duffing est soumis à une force extérieure harmonique de fréquence très supérieure à celle de l'oscillateur, il peut arriver, dans certaines conditions, que le mouvement de l'oscillateur, une fois lancé, se maintienne à un niveau stable d'énergie [1,2]. Ce phénomène peut se produire lorsque la force n'exerce son action que lorsque l'oscillateur est voisin de la position centrale. L'équation du mouvement peut s'écrire sous forme canonique :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\omega_0 \frac{dx}{dt} + \omega_0^2(x + \mu x^3) = BH(x) \sin(\nu t), \quad (1)$$

où x la coordonnée d'espace, β le coefficient de dissipation visqueuse, ω_0 la pulsation propre de l'oscillateur non dissipatif pour les faibles amplitudes en x , μ un coefficient représentant la non-linéarité de la force de rappel, B un paramètre représentant l'amplitude de la force extérieure, H une fonction de x représentant la proportion de la force extérieure agissant sur l'oscillateur en fonction de la position x (H varie entre 0 et 1), et ν la pulsation fixe de la force extérieure, indépendante de l'oscillateur.

Pour expérimenter avec un pendule, on pose $\mu = -1/6$ pour obtenir une modélisation de la force de rappel proche de celle en sinus pour $|x| \leq \pi/2$. On peut prendre pour la fonction $H(x)$ une fonction porte, qui vaut 1 pour $|x| < h$. En écrivant que la solution $x(t)$ de l'équation (1) s'exprime sous la forme $x(t) = a(t) \sin(\omega t + \varphi(t))$, où $a(t)$ et $\varphi(t)$ représentent respectivement l'amplitude et la phase de x , supposées à variation lente par rapport aux variations de la force extérieure, on peut écrire (1) sous forme standard et centrer le système

ainsi obtenu, pour aboutir, s'il existe un entier impair n tel que $\omega = \frac{\nu}{n}$ soit voisin de ω_0 , c'est-à-dire $\rho = \frac{\omega}{\omega_0}$ voisin de 1, au système

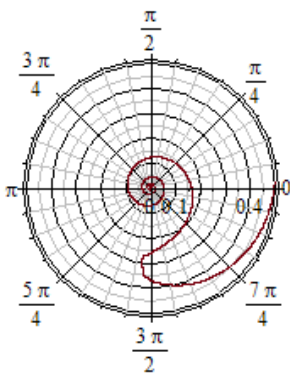
d'équations centrées suivant :

$$\dot{a} = -\frac{AS}{4\rho} \sin(n\varphi) - \beta a, \quad \dot{\varphi} = \frac{\rho_a^2 - \rho^2}{2\rho} - \frac{AD}{4a\rho} \cos(n\varphi),$$

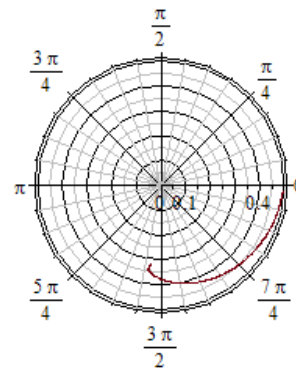
où a est l'amplitude centrée (moyennée dans le temps) de x , φ est la phase centrée de x , $\rho_a = 1 + 3\mu a^2/4$, $S(a)$ et $D(a)$ sont des fonctions de a dépendant de la forme de la fonction H .

L'étude de la solution stationnaire et de sa stabilité montre que, sous certaines conditions, le système, une fois lancé par une impulsion extérieure, peut conserver son amplitude de mouvement grâce à la force extérieure, bien que cette dernière ait une fréquence beaucoup plus élevée que la fréquence propre de l'oscillateur. En outre, lorsque le système est non-linéaire ($\mu \neq 0$), il existe plusieurs amplitudes stables possibles [3]. L'objet de cette présentation est l'introduction de la représentation de van der Pol avec a pour le rayon et φ pour l'angle. On obtient le type de graphique suivant :

$$\rho = 0.9936305732, n = 101, A = 0.0969, \\ \&gamma_1 = 10000, \beta = 0.001, \nu = \nu, \varphi_0 = \frac{3}{202} \pi.$$



$$\rho = 0.9936305732, n = 101, A = 0.0969, \\ \&gamma_1 = 10000, \beta = 0.001, \nu = \nu, \varphi_0 = 0.$$



Dans le graphique de gauche, on voit que le mouvement, après avoir été presque capturé dans la zone $(a \approx 0.32, \varphi \approx 3\pi/2)$, termine à l'arrêt, alors que dans le graphique de droite, on voit que le mouvement se stabilise en $(a = 0.31, \varphi \approx 3\pi/4)$. La distinction entre ces deux cas ne vient que des conditions initiales.

Références :

- Béthenod, M.: Sur l'entretien du mouvement d'un pendule au moyen d'un courant alternatif de fréquence élevée par rapport à sa fréquence propre. Comptes-rendus hebdomadaires de l'Académie des sciences 207(19), 847-849 (1938).
- Penner, D.I., Duboshinskii, D.B., Kozakov, M.I., Vermel, A.S., Galkin, Y.V.: Asynchronous excitation of undamped oscillations. Phys. Usp. 16(1), 158-160 (1973).
- Dobochinski, D.: Argumental oscillations. Macroscopic quantum effects. SciTech Library (2015).