



**HAL**  
open science

## La ville fractale et la fractalité des villes

Pierre Frankhauser

► **To cite this version:**

Pierre Frankhauser. La ville fractale et la fractalité des villes. PUCA. La ville émergente, résultats de recherches, PUCA, pp.147-161, 2002. <hal-00875264>

**HAL Id: hal-00875264**

**<https://hal.science/hal-00875264v1>**

Submitted on 8 Nov 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

# La « ville fractale » et la fractalité des villes

Pierre Frankhauser  
ThéMA UMR 6049 CNRS  
Université de Franche-Comté

Publié dans :

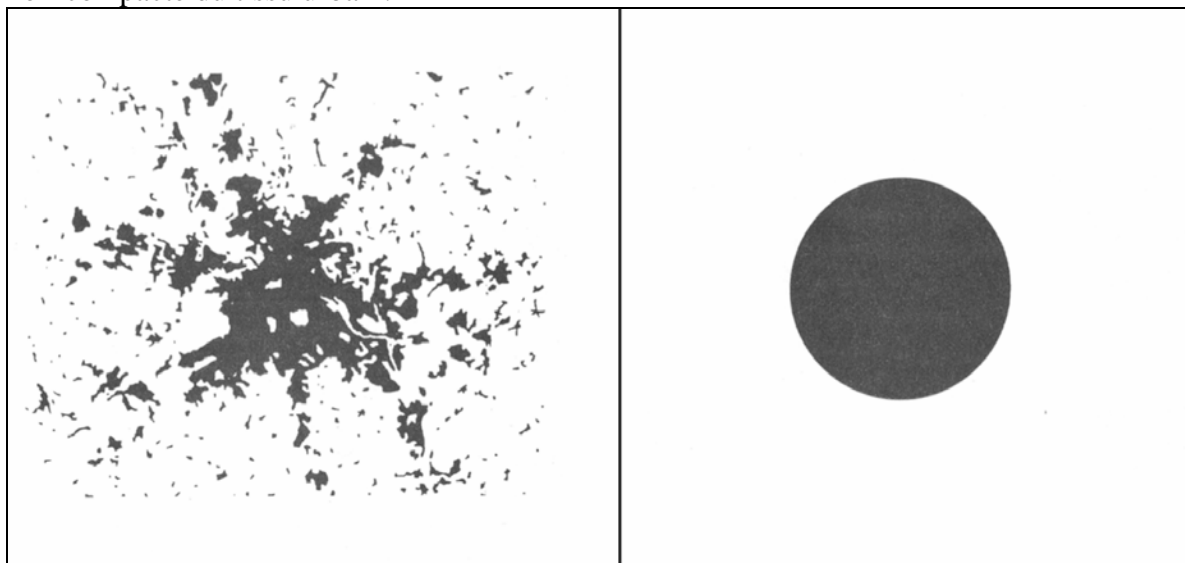
*Geneviève Dubois-Taine*  
La ville émergente  
Résultats de recherches

PUCA 2002

## 1. La morphogenèse des tissus urbains

L'étalement urbain et la maîtrise de ses conséquences reste un défi important de l'aménagement du territoire. Or comme l'ont constaté beaucoup d'observations les succès des opérations visant à limiter l'étalement urbain sont limités et les tentatives de densification sont souvent mal accueillies par la population concernée (Frank (1987), Remy (1994), Fouchier (1995)).

Certes, les conséquences de l'étalement urbain, la consommation d'espace, la génération de trafic et ses impacts environnementaux sont de bonnes raisons pour mettre en cause cette évolution. Mais les concepts traditionnels d'une ville compacte sont-ils adaptés pour trouver des solutions réalistes ? En regroupant la surface bâtie de l'agglomération berlinoise sous forme d'un cercle, K. Humpert *et al.* (1991) ont montré de façon caricaturale l'absurdité de vouloir appliquer à une zone métropolitaine le concept d'une ville compacte (fig.1). Il est évident qu'une telle ville serait tout au moins également génératrice de trafic et de pollution : Un résident souhaitant profiter d'un espace vert devrait se rendre à la bordure de la ville et aucune coulée verte n'apporterait de l'air frais pour vivre au centre ville. Or, comme le souligne par ailleurs T. Sievert dans son livre « Die Zwischenstadt », (2000), il était encore possible d'atteindre à Berlin sans problème la limite de la ville à pieds ou à vélo au 19<sup>e</sup> siècle. K. Humpert *et al.* (*op. cit.*) ont pu vérifier pour plus d'une soixantaine de zones métropolitaines que la distance maximale pour atteindre la limite de la zone bâtie est dans 90% des cas de 5,5 km et ne dépasse jamais 6 km. Une telle situation ne peut se comprendre par une forte articulation entre zones récréatives et zones urbanisées – donc par une forme non-compacte du tissu urbain.



**Fig. 1 :** La surface bâtie de l'agglomération berlinoise et la même surface regroupée en disque

Si l'étalement urbain fait apparaître des espaces dans lesquels espace bâti et espace vert se pénètrent il faut être conscient que ce phénomène n'est, en soi, pas nouveau, comme le montre l'histoire des villes utopiques et des villes réelles. Les vergers intra-muros du Moyen-Age, les villas palladiennes extra-muros, mais facilement accessibles à partir de la ville-centre, le passage progressif d'un environnement construit vers le paysage ouvert dans les résidences de l'absolutisme, témoignent de cette facette double de la vie dite urbaine. Les concepts les plus connus des 19<sup>e</sup> et 20<sup>e</sup> siècles font également preuve de la volonté de rapprocher l'espace construit d'un espace vert, telles les villes industrielles d'Owen, la cité-jardin de Howard et plus tard les concepts de Wright, de Le Corbusier ou de Hilberseimer.

C'est l'aspect fragmenté sous lequel se présente cette articulation dans les agglomérations actuelles qui incite les percevoir ces dernières comme « amorphes », donc « sans forme » – ce qui revient finalement à dire que nous ne disposons ni, de vocabulaire ni, de références géométriques appropriées pour les décrire. Or, différentes observations montrent que les tissus bâtis sont structurés selon certains principes d'ordre interne. Ainsi, si l'on considère la relation entre le périmètre des zones bâties et leur surface intérieure, on s'aperçoit qu'il existe une relation forte entre les deux paramètres, mais que celle-ci est en contradiction avec la géométrie euclidienne. La valeur mesurée pour la surface est en effet proportionnelle à celle du périmètre, alors même qu'elle devrait être proportionnelle au carré de celui-ci dans le cas de la géométrie euclidienne (Frankhauser 1993) !

Cette analyse transcrit l'allongement considérable des bordures urbaines. Cet allongement se présente de façon particulière : la bordure urbaine montre des grandes « baies » qui pénètrent dans la surface bâtie celles-ci étant souvent elles-mêmes composées d'un nombre croissant de plus petites baies, ce qui donne au final l'aspect tentaculaire des agglomérations. Une logique similaire semble exister pour les vides (*i.e.* les lacunes) à l'intérieur des tissus urbains : il existe peu de très grandes places vides et un nombre plus élevé d'espaces de plus petite taille et enfin, un grand nombre de cours intérieures. Il semble donc que les espaces bâtis soient structurés selon un principe d'emboîtement d'échelles.

Les nouveaux espaces urbains ne sont pas constitués d'une seule ville. Ils sont composés d'un grand nombre d'habitats dont la taille est variée : il existe des villages périurbains et même ruraux, mais aussi des petites villes et même des villes moyennes comme le montre l'exemple de l'agglomération de Berlin (fig. 1). Souvent la distribution de la surface de ces « taches urbaines » suit une loi précise, la loi de Pareto-Zipf qui est connue en géographie urbaine pour représenter la distribution de la population dans un système de villes et qui transcrit une structure hiérarchique très régulière.

Par ailleurs, on s'aperçoit que les habitats ne sont le plus souvent pas répartis de manière homogène, mais qu'ils sont concentrés le long d'axes de transport comme à Berlin (fig. 1). Il existe ainsi des zones dans lesquelles le bâti est beaucoup plus concentré que dans d'autres endroits. Ceci se traduit par une baisse de la densité en s'éloignant des centres densément peuplés. Bussière et Stovall (1981) ont pu montrer que la densité décroît du centre vers la périphérie également selon une loi de Pareto-Zipf, ce qui incite à supposer que la répartition de la masse bâtie suit éventuellement également une telle loi.

On observe donc, dans ces nouveaux espaces urbains, un principe d'ordre interne qui doit plutôt être considéré comme le résultat des interactions entre une multitude d'acteurs publics et privés et qui transcrit le fonctionnement « multi-échelle » de ces espaces. Dans une société de loisirs, on se déplace facilement et les espaces régulièrement fréquentés ne sont plus

limités aux seuls lieux de résidence et de travail. On observe ainsi une diversification de la demande d'accessibilité à des espaces de nature et de vocation différente. Le processus d'urbanisation consiste en un processus d'auto-organisation, ce qui apparaît à travers de la notion de « ville émergente » en France (Dubois-Taine, Chalas (1997)) ou dans les termes de *Zwischenstadt* (« l'entre-ville ») ou de *Verstädterungslandschaft* (« paysage d'urbanisation ») en Allemagne (T. Sieverts (1997)).

Si le fonctionnement de ces espaces paraît aujourd'hui plus clair, la question des références servant à étudier et à réfléchir à leur organisation spatiale persiste : comment décrire la forme de ces « taches d'huile » ? Quelles sont leurs caractéristiques ? Peut-on en tirer des conclusions pour orienter le futur développement des nouveaux espaces urbains vers une solution qui intègre à la fois, les aspirations des résidents et les objectifs d'un développement ?

## **2. L'approche fractale des tissus urbains**

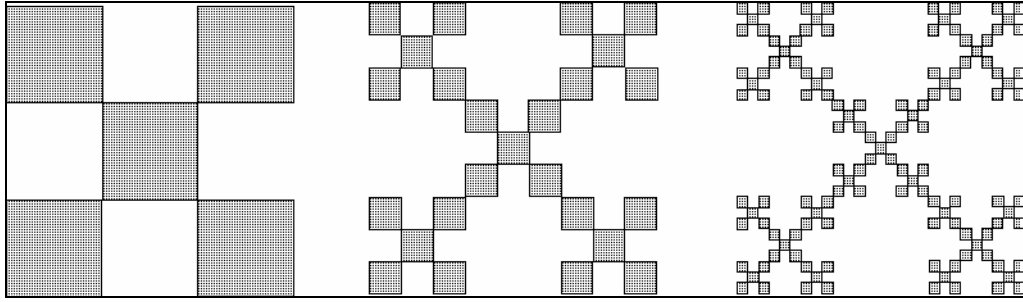
Les observations sur l'organisation spatiale des agglomérations ont incité plusieurs équipes de recherche à recourir à une approche géométrique alternative, la géométrie fractale (par exemple M. Batty et P. Longley (1986) et (1994), Frankhauser (1993) et (1998), R. White (1994)). Celle-ci transcrit en effet de façon géométrique la loi hiérarchique de Pareto-Zipf : les objets fractals sont, par définition, des structures multi-échelles qui montrent le même type d'organisation spatiale à travers les échelles. Il est ainsi possible de concevoir des modèles de références qui peuvent servir à illustrer un phénomène spatial, à vérifier dans quelle mesure une texture réelle est structurée selon une telle loi hiérarchique, et à développer des descripteurs morphologiques spécifiques.

Le fait de pouvoir étudier un phénomène à travers les échelles fournit aussi la possibilité de découvrir des seuils dans l'organisation spatiale. La comparaison et la classification des tissus urbains paraît ainsi possible. En outre, on peut trouver des indicateurs morphologiques fractals qui mettent en évidence dans les tissus urbains des principes d'ordre interne que l'on ne retrouve pas en recourant à d'autres approches.

Nous présentons maintenant trois modèles qui transcrivent des propriétés caractéristiques des tissus urbains.

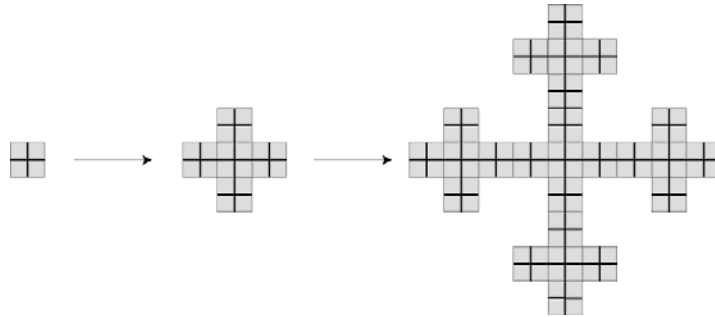
### ***Le tapis de Sierpinski***

Comme toute fractale théorique, il est possible de construire un tapis de Sierpinski étape par étape, les premières d'entre elles étant représentées sur la fig. 2. La figure initiale est ici un carré que l'on remplace, lors d'une première étape, par cinq carrés dont la longueur est un tiers de la base du carré initial et qui sont disposés selon un damier. Cette règle de construction est appelée générateur. On l'applique lors de l'étape suivante à chacun des petits carrés noirs. On obtient ainsi 25 carrés dont les côtés sont de longueur égale à un neuvième de la longueur du côté du carré initial. En poursuivant cette itération, la surface totale des carrés générés tend vers zéro. En considérant l'évolution de la circonférence de l'objet, on vérifie que celle-ci s'allonge à chaque étape par un facteur  $5/3$  tel qu'elle tend progressivement vers l'infini. De telles propriétés entrent en contradiction avec la géométrie euclidienne.



**Fig. 2 :** *Les trois premières étapes de construction du tapis de Sierpinski*

Dans l'exemple présenté, l'objet généré reste confiné à l'intérieur du carré initial, mais il est aussi possible de construire un tapis de Sierpinski en partant d'un carré d'une taille donnée mais en ajoutant ensuite d'autres carrés autour de cette figure initiale. Un tel exemple est représenté sur la figure 3, où nous avons légèrement modifié la disposition des éléments sans pour autant changer la logique de construction. On obtient ainsi un agrégat auquel s'ajoute progressivement des branches en forme de croix. L'agrégat s'étale ainsi progressivement dans l'espace.



**Fig. 3 :** *Une autre façon de faire émerger le tapis de Sierpinski*

Nous donnons à ce modèle une interprétation urbanistique en considérant la séquence des itérations comme les étapes de l'étalement progressif d'une agglomération : supposons qu'une ville ait d'abord été construite sous une forme compacte, carrée. Le long des axes de transport partant des quatre portes de ville quatre quartiers se sont ajoutés pendant une première période de croissance. Ensuite, la ville s'est étalée non seulement le long des axes principaux, mais aussi le long d'axes secondaires. L'aspect « réseautique » de cette ville a été mis en évidence par la représentation choisie : notre figure initiale est un carré dans lequel nous avons symboliquement marqué une croix correspondant à des axes routiers qui la traverse.

Une telle « ville fractale » offre un certain nombre d'avantage en ce qui concerne l'accessibilité à divers types « d'aménités ». Ceci devient évident si nous comparons ce modèle à deux autres modèles pour lesquels nous conservé la surface bâtie, mais où nous l'avons répartie de façon différente (Frankhauser et al. (1998)):

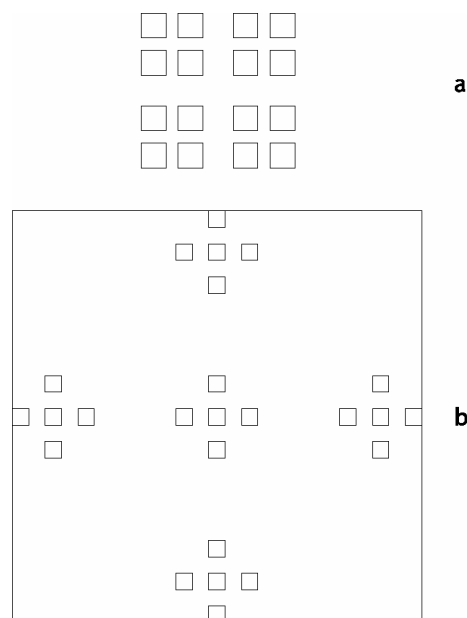
- (1) une ville linéaire dont la largeur est celle des carrés de notre ville fractale ;
- (2) une ville compacte de forme quadratique.

Dans les trois modèles, nous avons localisé un certain nombre de centres de service (centre de commerce, services publics ...). Dans le cas de la structure fractale, nous avons supposé que ceux-ci sont placés sur les intersections des différentes branches et qu'il existe une hiérarchie stricte des services offerts : le centre ancien au cœur de l'agglomération offre tous les services de haut de gamme, mais aussi tous les services des niveaux inférieurs. Les intersections

généérées lors de la première étape d'itération sont des centres secondaires d'ordre 1 qui réunissent encore tous les services exceptés les niveaux les plus élevés etc. Nous avons gardé le même nombre de centres de chaque niveau hiérarchique pour les deux autres modèles. Pour la ville compacte nous avons choisi une répartition homogène des centres de service et une disposition des centres secondaires qui optimise leur accessibilité, tandis que pour la ville linéaire, il é été possible de concevoir une disposition parfaitement symétrique et homogène.

Pour chacune de ces villes-modèles, nous avons déterminé les distances moyennes aux centres de services les plus proches, considérant chaque niveau hiérarchique. Nous avons aussi calculé la distance minimale pour accéder à la bordure des villes, c'est-à-dire l'accessibilité aux zones non-bâties « rurales » que nous avons considéré comme zones récréatives. Les résultats obtenus montrent que la « ville fractale » se situe entre les deux autres modèles urbains en ce qui concerne les distances aux centres de service et aux zones récréatives : la distance moyenne au centre principal est 2,21 fois plus élevée que pour la structure compacte, mais pour les centres de service de troisième ordre, autrement dit, les centres de proximité, les distances sont équivalentes entre la ville fractale et la structure compacte. En comparaison avec la « ville linéaire », la ville fractale est évidemment largement avantagée. Par exemple, la distance moyenne au centre de service principal est 18% de celle observée pour la ville linéaire. Concernant la proximité aux zones vertes, la ville fractale se trouve en revanche plus proche de la structure linéaire. Ainsi, pour atteindre la zone verte, la distance moyenne est 16,5 fois plus élevée sur le réseau compact que sur la fractale, mais elle est seulement légèrement plus élevée sur la fractale que sur le réseau linéaire !

On pourrait donc en conclure qu'une « ville fractale » est intéressante pour des individus fréquentant moins les centres hiérarchiques les plus élevés (centre principal et sous-centre de premier ordre) que les sous-centres de proximité, tout en recherchant la proximité aux zones vertes récréatives.



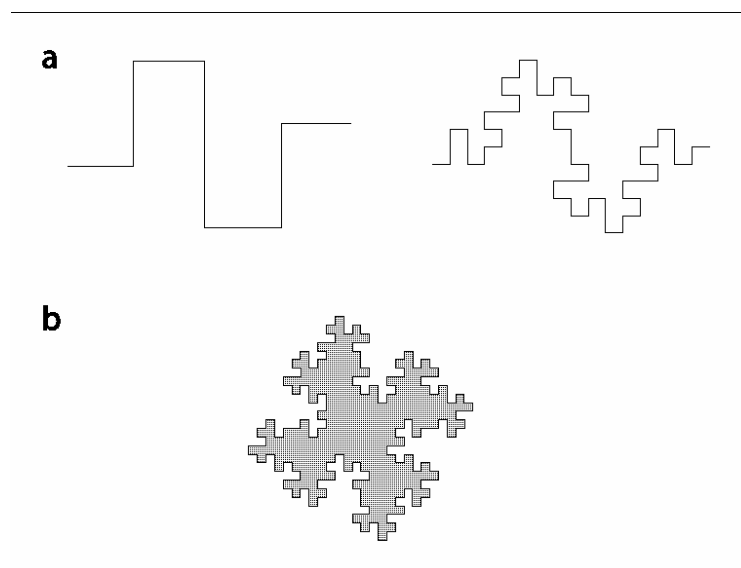
**Fig. 4 :** Deux poussières de Fournier en deuxième étape d'itération : l'exemple (a) ressemble aux tissus intra-urbains et (b) aux semis d'habitats

### *La poussière de Fournier*

Le tapis de Sierpinski est constitué d'un seul agrégat. Par cet aspect il ressemble à une représentation cartographique simplifiée d'une ville tentaculaire où on a noirci la majeure partie des espaces intra-urbains (comme sur la représentation de Stuttgart sur la fig. 1). Il est également possible de construire des fractales dans lesquelles les différents éléments restent isolés, telles que les deux poussières de Fournier présentées dans la fig. 4. Ce type de modèles peut servir de référence pour étudier deux types de systèmes spatiaux : à l'échelle du quartier urbain, les îlots sont séparés par la voirie et organisés en réseau hiérarchisé - cette situation correspond à la poussière représentée sur la fig. (a) ; à l'échelle régionale, le semis des habitats montre des concentrations le long des vallées ou des axes de transport (b).

### *Le téragone*

L'intérêt principal du tapis de Sierpinski et de la poussière de Fournier est la répartition non-homogène de la surface bâtie. Or une des caractéristiques importantes de l'étalement urbain est l'aspect tortueux de la bordure d'une agglomération. Le fait que la bordure du tapis de Sierpinski s'allonge au cours de l'itération est un indice montrant que les fractales peuvent servir à étudier ce phénomène. Ceci devient encore plus évident si l'on recourt à un autre modèle, celui du téragone. Ici, on construit un objet de topologie linéaire dont le générateur est présenté par la fig. 5. La figure initiale est une section de droite de longueur donnée. Le générateur remplace cette figure par un polygone composé de huit sections de droite de longueur d'un quart. Cette logique est ensuite appliquée à chacune des huit sections de droite etc. On s'aperçoit qu'en poursuivant l'itération, la longueur de cet objet tend vers l'infini. Dans la fig. 5 b quatre de ces courbes sont disposées bout à bout. Elles délimitent ainsi une surface qui est un carré au départ et dont la superficie demeure constante au cours des itérations. Cette structure est appelée « téragone ». En interprétant cette structure comme une ville, nous supposons que la masse bâtie est répartie de façon homogène à l'intérieur du téragone. Nous pouvons donc interpréter le carré initial de la figure comme le modèle d'une ville de surface donnée dont le tissu bâti est très homogène et qui est délimité par une enceinte quadratique. Au cours de l'itération, la structure s'étend progressivement en surface, la bordure ressemblant, par son aspect sinueux, de plus en plus aux tissus urbains réels.



**Fig. 5 :** Les deux premières étapes de construction du téragone (a) et la figure fermée constituée de quatre téragones (b)

Nous considérons maintenant les étapes d'itération comme différents modèles d'une ville. La figure initiale, la « ville carrée », offrent peu de terrains en bordure. L'allongement progressif de la bordure lors des prochaines étapes permet à un nombre croissant d'acheteurs d'acquérir des terrains situés en bordure de la ville. Ceci leur permet de bénéficier de la proximité à un paysage ouvert tant que les poches vertes qui entrent dans la « surface bâtie » ne sont pas trop petites. On peut vérifier qu'en passant de la figure initiale aux étapes d'itération suivantes, le nombre de terrains situés en bordure double chaque fois. En outre, chaque étape génère des poches non-occupées, donc « vertes », qui pénètrent de plus en plus profondément dans la surface bâtie. On vérifie que la distance minimale entre la bordure et le centre de la structure tend vers une limite qui est égale au tiers de la taille du carré initial. De même, la taille de la structure générée ne dépasse pour aucune étape d'itération  $5/3$  de cette longueur. Celle-ci correspond à la distance maximale qui existe entre la bordure et le centre. Par ailleurs, comme la surface bâtie à l'intérieur de la structure reste identique pour toutes les itérations, il n'y a aucune différence de consommation d'espace entre les différentes étapes considérées.

On pourrait remarquer qu'une telle structure étalée diminue l'accessibilité au centre de la ville. Nous avons donc comparé d'une part le gain d'accessibilité à la bordure en calculant pour les premières étapes d'itération la distance minimale moyenne à la bordure. D'autre part, nous avons calculé la distance minimale au centre. On constate pour la première étape un allongement de 12% de la distance moyenne au centre, donc une perte d'accessibilité. En revanche la distance à la bordure est raccourcie à 56% de sa longueur initiale ! Pour la deuxième étape les modifications sont moins spectaculaires : la perte pour accéder au centre est de 4% contre un gain de 9% pour atteindre les bordures<sup>1</sup>. *Ainsi le gain d'accessibilité aux zones vertes, que nous supposons entourer la zone bâtie, est donc plus important que la perte d'accessibilité au centre ville.*

Ceci montre les avantages non-négligeables d'une structure étalée – sous conditions qu'elle soit organisée de façon « rationnelle ».

### 3. Mesurer la fractalité

Modèles fractales et méthodes de mesures sont étroitement liés : les descripteurs fractals transcrivent certaines propriétés hiérarchiques dans l'organisation interne d'une structure qui ne trouvent une interprétation concrète qu'en se servant de modèles fractals de référence. Ces modèles fractals jouent un rôle équivalent aux références dont nous nous servons dans la géométrie euclidienne, telles que le cercle ou le carré.

En vue de l'application des mesures fractales aux tissus bâtis, nous désignons désormais la surface occupée par la fractale à savoir, les carrés qui constituent les éléments du tapis de Sierpinski ou la surface intérieure du téragone, comme « masse bâtie » ou « surface bâtie ».

Si l'on considère le tapis de Sierpinski ou la poussière de Fournier, on constate que la masse bâtie est répartie de façon très inégale. Ainsi la poussière de Fournier peut être décomposée en cinq agrégats dont la distance est considérablement plus grande que la distance entre les éléments à l'intérieur des agrégats. Chacun de ces agrégats est lui-même constitué de cinq petits carrés. Pour le tapis de Sierpinski on distingue cinq grands carrés vides, 25 de taille moyenne et 125 petits. Les lacunes sont donc, dans les deux cas, de tailles différentes, de

---

<sup>1</sup> Pour la déduction complète cf. FRANKHAUSER, P. (2000).

même que les poches vides qui pénètrent dans le téragone. La taille de ces lacunes ou poches vides suit un principe d'emboîtement d'échelle régi par une loi hiérarchique stricte du type Pareto-Zipf. Cette loi traduit le fait qu'il existe un nombre  $N(\varepsilon)$  croissant d'éléments dont la taille  $\varepsilon$  est de plus en plus petite. Elle peut être écrite sous la forme :

$$N(\varepsilon) \sim \varepsilon^{-D} \quad (1)$$

Dans cette loi le paramètre  $D$  représente la dimension fractale. Pour des fractales construites, elle est directement liée aux nombre d'éléments  $N$  et au facteur de réduction  $r$  qui caractérisent le générateur :

$$D = -\frac{\log N}{\log r} \quad (2)$$

Dans l'exemple du tapis de Sierpinski, le nombre d'éléments  $N$  est égal à cinq et le facteur de réduction est d'un tiers, d'où une dimension fractale de  $D = 1,49$ . La valeur de la dimension fractale caractérise le degré de concentration de la masse bâtie dans une zone choisie de la structure, autrement dit, le degré de non-homogénéité de la répartition de cette masse. Une valeur proche de deux correspond à une structure assez homogène, donc faiblement hiérarchisée, tandis qu'une valeur proche de zéro caractérise une structure fortement hiérarchisée, présentant des concentrations de masse importantes à certains endroits. Il est possible d'appliquer la même logique à un objet géométrique euclidien. On obtient alors pour une surface sur laquelle on a réparti une masse bâtie de façon homogène la valeur  $D = 2$  et pour une ligne droite la valeur  $D = 1$ . Une fractale comme le tapis de Sierpinski se situe donc, par sa morphologie, entre une structure linéaire et une surface homogène.

Différentes méthodes ont été développées qui permettent d'étudier le comportement fractal d'une structure, même si celle-ci n'est pas issue d'une construction itérative. Ces méthodes déterminent à partir d'une longueur variable  $\varepsilon$  le nombre d'éléments  $N(\varepsilon)$  qui correspond à chaque valeur  $\varepsilon$ . On obtient ainsi une fonction  $N(\varepsilon)$  que l'on peut représenter sur un graphique. Pour une structure fractale on obtient une relation équivalente à (1). L'objectif est d'analyser la structure en négligeant d'abord tous les détails dont l'étendue est inférieure à une taille  $\varepsilon$  donnée. Ensuite, on réduit progressivement la taille de  $\varepsilon$  et on tient ainsi compte de plus en plus de détails. Cette procédure en « zoom » rappelle le passage d'une représentation cartographique simplifiée par exemple au 1 : 500 000 à la représentation détaillée d'une carte cadastrale, autrement dit le lissage plus ou moins important de la structure.

Si on détermine la dimension fractale en utilisant différentes méthodes d'analyse on obtient pour des structures fractales théoriques, toujours la même valeur  $D$ . Toutefois pour des structures réelles, ceci n'est pas nécessairement le cas. Les différences éventuelles indiquent que l'organisation spatiale du bâti varie à l'intérieur de la zone d'étude. Souvent ceci se manifeste par des irrégularités ou des ruptures dans les courbes d'analyse. On observe alors soit, des déviations de la fractale dans certaines fourchettes du paramètre  $\varepsilon$  soit, un changement de la loi fractale au-delà d'une valeur  $\varepsilon$  particulière. Une telle situation révèle une logique multifractale. Dans ce cas, l'utilisation de plusieurs méthodes s'avère enrichissante, car chacune d'elles fournit des informations complémentaires sur une même structure. Nous présentons maintenant quelques-unes de ces méthodes d'analyse.

### ***L'analyse de dilatation***

La méthode d'analyse la plus ancienne est l'analyse de dilatation introduite par Minkowski. Pour effectuer cette analyse, on remplace chaque point occupé  $j$  par un carré plein de taille  $\varepsilon$ , centré sur  $j$ . Ces carrés sont graduellement dilatés. Ainsi les vides séparant les parties occupées disparaissent progressivement, tandis qu'apparaissent des agrégats de plus en plus étendus qui se rejoignent au cours des étapes de dilatation.

Il existe une relation similaire à (1) entre la surface  $S(\varepsilon)$  des agrégats émergeant par la dilatation, et le côté du carré  $\varepsilon$  correspondant à l'étape qui permet de déterminer la dimension de Minkowski. Si, sur la représentation graphique de cette relation on observe une rupture, il est possible de visualiser l'étape de dilatation correspondante, ce qui facilite l'interprétation des résultats. En principe, cette méthode peut être utilisée aussi bien pour étudier la répartition d'une masse bâtie que pour mesurer la tortuosité d'une bordure. Toutefois des tests récents effectués sur des textures théoriques dont la dimension fractale est connue, ont montré que cette méthode est moins fiable pour l'analyse de bordures que pour l'analyse de la surface bâtie.

### ***L'analyse de corrélation***

L'analyse de dilatation transforme la structure en faisant progressivement disparaître ses détails. Ce n'est pas le cas de l'analyse de corrélation, qui transcrit ainsi un autre type d'information<sup>2</sup>. Pour réaliser cette analyse, on calcule la surface bâtie  $M_x(\varepsilon)$  qui se trouve à une distance inférieure à une valeur  $\varepsilon$  d'un endroit donné  $x$  de la surface bâtie. Cette procédure est effectuée pour chaque point  $x$  de la surface bâtie. Ensuite on calcule la moyenne  $M(\varepsilon)$  de ces valeurs  $M_x(\varepsilon)$ .

Cette opération est répétée pour d'autres distances  $\varepsilon$ . Les moyennes  $M(\varepsilon)$  suivent de nouveau d'une relation équivalente à (1).

### ***L'analyse radiale***

L'analyse radiale transcrit une information sur l'organisation spatiale dans le voisinage d'un seul point sélectionné, désigné comme centre de comptage. On entoure ce centre de comptage par des disques dont on fait progressivement varier le rayon. Pour chaque valeur de rayon, on détermine la masse présente. On représente ensuite cette masse en fonction du rayon.

La procédure rappelle la situation d'un observateur qui se positionne à un certain endroit dans une ville et qui élargit progressivement son champ de vision (N. François *et al.* (1995)).

## **4. L'analyse de tissus urbains**

Un certain nombre d'auteurs ont étudié l'organisation spatiale des tissus urbains à partir d'analyses fractales. Dans un premier temps, ces investigations ont porté sur de vastes zones métropolitaines qui ont été analysées à partir de représentations cartographiques simplifiées

---

<sup>2</sup> Cette méthode d'analyse s'inscrit dans une logique multifractale. Elle est dite de « second ordre » car elle mesure la position relative moyenne de deux points occupés. On peut aussi étudier la position relative moyenne de trois, quatre ... points. On obtient alors une série de dimensions fractales, dont les valeurs sont égales dans le cas d'une structure « unifractal » qui montre un seul comportement fractal.

(par exemple 1 : 500000) (M. Batty et P. Longley (1994), R. White (1993), P. Frankhauser (1994), N. Francois *et al.* (1995)). Des travaux plus récents ont porté sur l'analyse des tissus bâtis à l'échelle des quartiers en utilisant des bases de données cartographiques plus détaillées (P. Frankhauser (1997), M. Batty (1996)).

Les divers travaux entrepris montrent que les analyses fractales permettent de distinguer soit, à travers les valeurs des dimensions fractales, soit, par l'aspect des courbes d'analyses obtenues, différents types de quartiers dans les tissus urbains. Il est ainsi possible d'établir un lien entre le contexte d'urbanisation et la morphologie urbaine.

Un certain nombre de ces investigations ont été réalisées en utilisant l'analyse radiale. L'objectif de ces études était d'étudier de quelle manière l'organisation spatiale change si l'on s'éloigne progressivement du noyau ancien. Un mode de représentation spécifique des courbes d'analyse s'est avéré utile : en partant d'une représentation bi-logarithmique des courbes d'analyse, on détermine dans celle-ci la pente entre chaque point et son point voisin. On obtient ainsi une série de valeurs  $\alpha$  qui, dans le cas d'une fractale théorique, devraient être constantes et égales à la dimension fractale (en concordance avec la relation (2)), ce qui n'est pas le cas d'une structure réelle. On représente alors sur un graphique la série de ces valeurs  $\alpha$  en fonction de la distance au centre de comptage. Nous avons désigné ces représentations comme « courbes du comportement scalant ».

Ces courbes montrent souvent des fluctuations locales autour d'un comportement dominant. De telles fluctuations doivent être interprétées comme des déviations locales à la loi fractale. Il est possible de les éliminer par un lissage (Frankhauser (1998)). Pour de très nombreuses villes, même de tailles très différentes, on observe que ces courbes lissées montrent une forme similaire quand le point de comptage est situé au centre historique. A proximité de ce centre, les valeurs  $\alpha$  proches de 2 traduisent une structure assez homogène du bâti. Dès que la limite de cette zone centrale est atteinte, les valeurs diminuent graduellement. On entre ensuite dans une zone assez étendue qui correspond à la couronne périphérique de la zone urbanisée. Pour cette zone, on observe dans beaucoup de cas des courbes assez régulières, qui traduisent un comportement scalant constant, mais avec une valeur  $\alpha$  plus faible. Il s'agit d'une diminution régulière de l'emprise du bâti, qui suit une loi fractale. Enfin apparaît, vers l'extérieur, une nouvelle zone transitoire, où la pente de la courbe s'affaiblit graduellement et marque le passage vers une zone encore peu affectée par la croissance de l'agrégat central. Ainsi se marque la limite entre l'espace où l'organisation spatiale du bâti est structurée par la présence de la ville, et la zone où cette répartition est à nouveau plus homogène et devient non fractale.

Les analyses radiales réalisées pour certains quartiers périphériques à partir de différents points de comptage ont montré que l'on découvre des ruptures dans l'organisation spatiale du tissu urbain à des endroits précis qui marquent le passage d'une période d'urbanisation à une autre. A l'intérieur de ces quartiers, les dimensions fractales restent, en revanche, en général constantes. La méthode permet donc d'identifier des limites morphologiques dans une texture urbaine irrégulière.

Actuellement un programme de recherche, financé par le PUCA, a permis d'approfondir ces investigations. Il a été possible de développer un logiciel (*Fractalyse*) dans lequel, outre l'analyse radiale, d'autres méthodes ont été intégrées, notamment l'analyse de corrélation et

l'analyse gaussienne<sup>3</sup>, particulièrement adaptée à l'analyse des bordures urbaines. L'échantillon d'agglomérations étudié est constitué d'agglomérations polynucléaires comme Lille ou Montbéliard, d'agglomérations monocentriques comme Dijon ou Strasbourg, d'espaces transfrontaliers comme Bâle, Strasbourg ou Sarrebruck et de zones métropolitaines étrangères comme Bruxelles, Stuttgart, la Ruhr, Milan ou Barcelone. Un cas particulièrement intéressant est la ville nouvelle de Cergy-Pontoise<sup>4</sup>.

Deux niveaux d'analyse ont été considérés : celui des quartiers et celui de l'agglomération. Le choix des quartiers a été fait dans l'objectif de chercher à associer des valeurs de dimensions fractales à différents types de quartiers (quartiers pavillonnaires, grands ensembles, centres anciens...). Il est évident que chacun de ces quartiers correspond à un contexte politique ou urbanistique particulier dans lequel il a été construit. A l'échelle des agglomérations, l'intérêt était plus l'analyse de la forme des « tache d'huile », donc, de leur bordure. Le logiciel *Fractalyse* a permis d'analyser des zones urbaines étendues, tout en gardant une information détaillée sur les tissus bâtis.

Dans certains cas, les quartiers ont été délimités par une analyse radiale préliminaire afin d'identifier des ruptures dans l'organisation spatiale. L'analyse de dilatation et l'analyse de corrélation ont ensuite été utilisées pour l'étude proprement dite.

L'analyse des bordures pose des questions plus délicates. La bordure d'une ville sans remparts est un artefact<sup>5</sup>. En principe, ce sont les bâtiments qui délimitent à eux seuls l'espace bâti. Nous avons donc analysé les bordures urbaines après avoir effectué quelques étapes de dilatation jusqu'à ce que des agrégats apparaissent. En général peu d'étapes suffisent pour faire disparaître les rues et les cours dans les centres : seuls les boulevards subsistent alors. Cependant dans les franges des villes, le bâti plus lâche résiste davantage aux dilatations. Ceci nous a incité à comparer les bordures obtenues à partir de différentes étapes de dilatation.

A titre d'exemple, nous avons choisi de présenter quelques résultats obtenus pour la conurbation de Montbéliard. Nous commençons par la partie Sud de cette agglomération. Il s'agit d'une zone au tissu bâti très varié, fortement marqué par un relief assez contrasté où l'urbanisation est restée confinée dans les vallées. Nous présentons d'abord la zone d'Audincourt située au cœur de la conurbation et au Nord de cette zone (*cf.* fig. 6). Si on considère l'ensemble de cette zone, on observe pour la surface une dimension de corrélation de 1,75. Dès la deuxième étape de dilatation, les espaces vides à l'échelle des îlots sont remplis. On distingue un agrégat central important pour lequel on peut facilement identifier une bordure. Cet agrégat est entouré de plusieurs agrégats plus petits. La dimension fractale de l'ensemble des bordures est égale à celle de la surface, ce qui est élevé pour une bordure. Ceci traduit le fait qu'il existe toujours un morcellement du bâti. En revanche, la dimension du seul agrégat central est environ 1,23. Celui-ci, avec un bâti plus homogène qui s'est développé à proximité du noyau du village et d'une forge au 19<sup>e</sup> siècle, forme donc un ensemble assez compact. Le deuxième grand agrégat qui apparaît, situé à l'Est du premier, est une zone de bâti mixte qui s'est développée sans concept particulier. Il s'agit d'un tissu plus

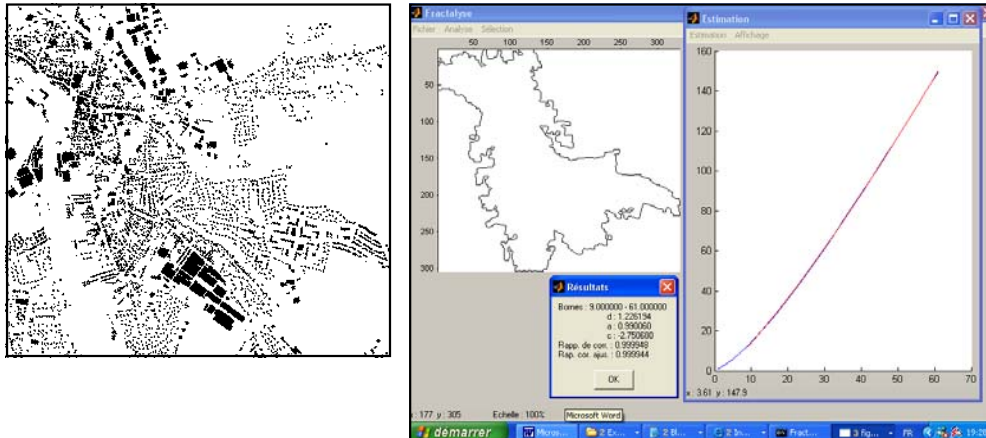
---

<sup>3</sup> Le logiciel « *Fractalyse* » a été développé par Gilles Vuidel (Université Paris 6) sous Matlab dans le cadre d'une coopération avec le laboratoire CNRS « Image et ville » de l'Université Louis Pasteur (Strasbourg).

<sup>4</sup> En général, les données utilisées ont été fournies par les services administratifs des communes concernées : il s'agit de bases cartographiques numérisées desquels le bâti a été extrait. Dans un cas, le bâti a été redessiné manuellement.

<sup>5</sup> La distance de 200m utilisée par l'INSEE pour définir les zones de bâti continu ne nous paraît morphologiquement pas une mesure particulièrement pertinente.

contrasté dont la dimension de bordure est de 1,64, soit une valeur très élevée pour la bordure d'un seul agrégat.



**Fig. 6 :** La zone d'étude au Sud de la conurbation de Montbéliard et l'analyse de corrélation de la bordure extraite dans la première étape

Ces observations sont confirmées considérant la troisième étape de dilatation : tandis que la dimension de la bordure totale baisse à 1,61 suite à l'effet de lissage induit par la dilatation, la dimension de la bordure de l'agrégat principal se situe encore à 1,49. En effet, cet agrégat englobe maintenant les deux agrégats de l'étape précédente donc le quartier plus contrasté. Pour l'étape suivante la dimension globale baisse de nouveau légèrement (1,59) et pour l'agrégat elle baisse à 1,27.

De façon synthétique, la dimension fractale de la bordure totale s'approche de celle de la surface, ce qui est caractéristique d'un tapis de Sierpinski. En revanche, l'agrégat central, au tissu bâti assez homogène, s'approche plus d'une logique de téragone : la deuxième étape de dilatation efface déjà les lacunes internes et fait apparaître une bordure à faible dendricité.

Cet exemple montre qu'il est possible, grâce aux analyses fractales, d'étudier l'organisation spatiale des tissus urbains de façon assez détaillée. En comparant les résultats obtenus pour différentes agglomérations, on s'aperçoit que les valeurs les plus élevées ( $>1,80$ ) des dimensions de surface sont toujours observées pour les tissus des centres villes. Elles traduisent la structure assez homogène de ces quartiers : pour Dijon, la valeur est de 1,91, pour le centre de Lille 1,89, pour plusieurs échantillons au centre de Lyon 1,92 à 1,93, pour Barcelone 1,94, et pour Bruxelles 1,92. Dans la Ruhr, il existe même des quartiers centraux pour lesquels la dimension est 1,98 ! Soulignons toutefois que les dimensions fractales de certains lotissements construits peuvent également être élevées à l'échelle du quartier si la monotonie du tissu crée une homogénéité. Ceci est le cas par exemple de plusieurs quartiers résidentiels à l'ouest de Lyon sans structure apparente et pour lesquels on observe des dimensions supérieures à 1,9 !

En général, les quartiers pavillonnaires montrent des dimensions qui se situent dans une fourchette d'environ 1,72 à 1,80. Citons comme exemples le quartier « la Voivre » à Exincourt (1,72) ou un lotissement à Grand Charmont (1,71) dans la conurbation de Montbéliard. Pour des lotissements suffisamment éloignés d'autres types de bâtiments, un agrégat isolé peut être obtenu par les dilatations. On observe alors des bordures parfois assez lisse comme pour Grand Charmont (1,13 pour la deuxième étape).

Jusqu'ici nous avons considéré les bordures urbaines à l'échelle des quartiers. Toutefois en se focalisant dans l'analyse de corrélation sur des valeurs du paramètre  $\varepsilon$  qui correspondent aux distances inter-quartier, on obtient une information sur la position relative des quartiers les uns par rapport aux autres. Pour Montbéliard, on obtient un agrégat qui englobe une grande partie de la zone urbanisée en septième étape de dilatation. Nous avons donc analysé la bordure à l'échelle de l'agglomération à cette étape. On obtient une dimension fractale de la bordure d'environ 1,58 qui donc plus élevée que pour la majeure partie des quartiers. Ceci montre que la dendricité des bordures urbaines se manifeste plus à l'échelle des agglomérations et que les bordures urbaines sont plus lisse à l'échelle des quartiers.

Les quartiers de grands ensembles représentent un cas particulier de tissus urbains. Leurs tissus sont parfois assez contrastés, donc non-homogènes, comme le montre le cas de Bethoncourt au Nord de Montbéliard. Il s'agit d'un quartier qui s'est construit sans plan précis dont la dimension de surface est 1,72. Il est possible d'extraire la bordure de ce quartier dès la première étape de dilatation et la dimension de bordure est alors également 1,72. A Quétigny, en région dijonnaise, on observe pour un tel quartier une valeur de 1,79 pour l'ensemble du tissu bâti. En revanche pour un îlot particulièrement contrasté on observe 1,76 et pour un quartier pavillonnaire en frange, érigé sur un plan régulier, une valeur de 1,9. Un véritable agrégat ne peut être identifié qu'à partir de la 6<sup>e</sup> étape de dilatation. Les distances entre les bâtiments sont donc assez importantes. La dimension de l'agrégat principal est élevée (1,49), la dimension de la bordure totale de l'ensemble de agrégats est 1,76. Ainsi ces quartiers s'approchent par leur organisation spatiale plus des poussières de Fournier ou des tapis de Sierpinski.

Citons encore le cas particulier des villes nouvelles. Pour Cergy-Pontoise, les dimensions surfaciques sont en général assez basses. Le quartier autour de la préfecture se distingue toutefois des autres. De nature plus contrastée, la dimension de la surface bâtie y est de 1,60. En revanche, on observe pour un des îlots de ce quartier une dimension de 1,96, donc une organisation très homogène. Des agrégats apparaissent à partir de la quatrième étape de dilatation. Pour la bordure de l'agrégat principal on s'aperçoit qu'en faisant varier le paramètre  $\varepsilon$  il est de nouveau possible de distinguer des dimensions fractales qui se réfèrent à des distances différentes. Une première valeur, assez faible (1,29) transcrit la dendricité à l'échelle de îlots. En revanche, une valeur assez élevée (1,66) est observé pour des valeurs  $\varepsilon$  qui correspondent aux distances inter-îlots.

Pour la partie Nord et Ouest les valeurs des dimensions varient selon le quartier (1,64 à 1,73), mais pour chaque quartier on trouve une seule valeur qui reste constante à travers toute la fourchette des valeurs  $\varepsilon$ , on n'observe donc aucun phénomène de seuil. Il existe donc un principe d'emboîtement d'échelles strict, excepté pour une partie au Sud de cet ensemble pour lequel on atteint localement 1,79. *Les valeurs basses observées traduisent la volonté de fortement articuler les espaces publics et les zones récréatives avec les espaces bâtis.* Ces tissus étant fortement contrastés, l'extraction de leur bordure devient difficile : les agrégats apparaissent seulement pour des étapes de dilatation assez élevées.

Au regard de Cergy-Pontoise, les valeurs mesurées pour le tissu de Villeneuve-d'Ascq, autre ville nouvelle, montrent que ce tissu est plus homogène : avec des valeurs de 1,86 on s'approche d'un degré d'homogénéité que l'on observe pour les centres anciens.

Les résultats présentés montrent que les valeurs des dimensions fractales permettent de distinguer les différents types de tissus urbains. Leur forme est forcément liée au contexte urbanistique dans lequel ils ont été construits. Les valeurs basses des dimensions fractales de surface transcrivent une organisation spatiale plus contrastée. Celle-ci peut être le résultat d'un processus d'urbanisation peu contrôlé, mais certains concepts d'urbanisme se rapprochent également d'une telle morphologie comme nous l'avons vu dans le cas de Cergy-Pontoise.

Les analyses fractales permettent aussi de mettre en évidence des particularités dans l'organisation spatiale propre à certaines échelles : les bordures urbaines paraissent plus lisses à l'échelle des quartiers, notamment si les quartiers en bordure de la ville ont été érigés selon un plan régulier. La dendricité est plus élevée à l'échelle des agglomérations : c'est à cette échelle que la morphologie des « taches d'huiles » apparaît.

L'investigation fractale des tissus urbains peut également servir à décrire le processus d'urbanisation si l'on dispose de séries temporelles de données cartographiques. Ainsi, pour l'aire urbaine de Montbéliard, des investigations antérieures effectuées à partir d'une analyse de dilatation, ont pu mettre en évidence le changement qualitatif dans l'organisation spatiale de cette conurbation au cours du temps. En 1913, on observe une rupture nette dès qu'on atteint l'étape de dilatation pour laquelle on atteint la distance moyenne entre les amas urbains de cette époque. En 1986, cette rupture a disparu : la dimension fractale atteint rapidement une valeur élevée qui reste approximativement à ce niveau tout au long des étapes de dilatation. L'agglomération montre donc maintenant un agrégat qui suit un unique principe d'organisation spatiale à travers les échelles (Frankhauser (1998)).

L'ensemble de ces observations laisse supposer que l'urbanisation fait émerger un certain *ordre interne* dans l'organisation des tissus urbains, en dépit de leur aspect irrégulier. Cette impression est confirmée si on compare l'évolution des courbes du comportement scalant issues des analyses radiales des villes. On constate souvent que les fluctuations autour du comportement dominant, dont nous avons fait allusion plus haut, baissent au cours de l'urbanisation (Frankhauser (2000)). Nous avons introduit un indicateur  $R_{cor}$  permettant de mesurer le degré d'ordre fractal dans un tel système spatial. Cet indicateur compare les déviations de la courbe lissée aux déviations de la valeur moyenne de la dimension fractale observée. Conformément à sa définition, il tend vers 0 dès que les fluctuations autour du comportement dominant sont plus fortes que les déviations entre la courbe lissée et la dimension fractale moyenne. Ceci met en évidence l'absence d'un ordre apparent dans l'organisation spatiale. En revanche, on obtient une valeur proche de 0 si les fluctuations disparaissent. Ainsi, l'urbanisation progressive de l'arrière-pays des grandes villes fait émerger un tissu bâti qui montre une organisation spécifique cohérente en dépit de son aspect irrégulier. Les ruptures dans le tissu s'atténuent et les villages périurbains font de plus en plus partie d'un agrégat commun. Nous avons pu constater que ce phénomène existe indépendamment de la taille de la ville. L'indicateur  $R_{cor}$  joue donc un rôle équivalent à un paramètre d'ordre dans les systèmes auto-organisés : la morphologie des taches d'huile suit bien un principe d'ordre interne.

Par la suite, il est prévu d'approfondir l'analyse des tissus urbains en considérant d'autres types d'utilisation du sol (voirie, espaces verts...). Des réflexions en cours portent en outre sur la définition d'indicateurs qui sont basés sur les dimensions fractales de surface et de bordure et qui caractérisent l'étalement urbain. Dans ce cadre, il est prévu de tester des mesures fractales complémentaires aux dimensions, telles que la lacunarité ou la

multifractalité. D'un point de vue plus conceptuel, des travaux en cours s'intéressent à la question du rapport entre une organisation spatiale fractale et certains critères d'optimisation de l'accès à diverses aménités.

## Remerciements

Nous remercions le PUCA d'avoir financé la programmation du logiciel d'analyse et l'acquisition d'un certain nombre de données ainsi que les institutions qui nous ont mis à disposition les données, plus particulièrement l'agence d'urbanisme de Montbéliard, l'agence d'urbanisme de la communauté urbaine de Lille, la municipalité de Dijon et l'établissement public de Cergy-Pontoise.

Nous remercions également Gilles Vuidel pour la programmation du logiciel et son grand engagement tout au long du projet, Lucie Quiévreux pour la réalisation d'un grand nombre d'analyses, Dominique Badariotti, Geneviève Dubois-Taine, Isabelle Thomas et Cécile Tannier pour de maintes discussions fructueuses. Merci également à Cécile Tannier pour une relecture critique du texte et à Armelle Kauffmant pour la conception des figures.

## Références

- BATTY, M. & P. LONGLEY, 1986. The fractal simulation of urban structure. *Environment and Planning A*, 18,1143-1179
- BATTY, M. & P. LONGLEY, 1994. *Fractal Cities*. London.
- DUBOIS-TAINE, G. & Y. CHALAS (edts.), 1997. *La ville émergente*. Paris.
- FOUCHIER, V., 1995. La densification: une comparaison internationale entre politiques contrastées. *Les Annales de la Recherche Urbaine* 67: 94-101.
- FRANÇOIS, N., FRANKHAUSER, P. & D. PUMAIN, 1995. Villes, densité et fractalité. *Les Annales de la Recherche Urbaine* 67: 54-63
- FRANK, H., 1987. *Die Überwindung der Stadtbaukunst*, in : Idee, Prozess, Ergebnis. Die Reparatur und Rekonstruktion der Stadt. Internationale Bauausstellung Berlin. ORT: SEITEN.
- FRANKHAUSER, P., 1994. *La fractalité des structures urbaines*. Paris.
- FRANKHAUSER, P., 1998. La formalisation fractale des tissus urbains. *Cahiers Géographiques du Québec* 42, 117: 379-398.
- FRANKHAUSER, P., 2000. La fragmentation des espaces urbains et périurbains – une approche fractale. In: P. H. Derycke *Structures des villes, entreprise et marchés urbains*. L'Harmattan, collection Emploi, Industrie et Territoire. Paris
- FRANKHAUSER, P. & C. GENRE-GRANDPIERRE, 1998. La géométrie fractale, un nouvel outil d'analyse et de réflexion pour l'investigation des réseaux de transport. *Cahiers Scientifiques du Transport* 33, 41-78
- HUMPERT, K., BRENNER, K. & H. BOHM, 1991. Großstädtische Agglomerationen – ein globales Problem. In: Sonderforschungsbereich 230 „Natürliche Konstruktionen“ (edt) *Natural structures – principles, strategies and models in architecture and nature, vol. 1*, Stuttgart, 39-50.
- REMY, J., 1994. La ville: réseau alvéolaire et mobilité spatiale. In: P. PELLEGRINO (edt.) *Figures architecturales, formes urbaines*. Genève 113-124

SIEVERT, T., 1997. *Zwischenstadt*. Bauwelt Fundamente 118: Braunschweig, Wiesbaden, 173p

WHITE, R. & G. ENGELEN, 1994. Urban systems dynamics and cellular automata: fractal structures between order and chaos. *Chaos, Solitons and Fractals* 4, 4563–583.