



HAL
open science

Stratégie de couplage locale/adaptative - globale/fixe en temps-espace pour la simulation d'impact sur structures composites.

Omar Bettinotti, Olivier Allix, Benoit Malherbe

► To cite this version:

Omar Bettinotti, Olivier Allix, Benoit Malherbe. Stratégie de couplage locale/adaptative - globale/fixe en temps-espace pour la simulation d'impact sur structures composites.. CSMA 2013 11e Colloque National en Calcul des Structures, May 2013, Giens, France. hal-00864499

HAL Id: hal-00864499

<https://hal.science/hal-00864499>

Submitted on 21 Sep 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Stratégie de couplage locale / adaptative - globale / fixe en temps-espace pour la simulation d'impact sur structures composites

Omar BETTINOTTI ¹, Olivier ALLIX ², Benoît MALHERBE ³

¹ LMT-Cachan, Structures et Systèmes, bettinotti@lmt.ens-cachan.fr

² LMT-Cachan, Structures et Systèmes, allix@lmt.ens-cachan.fr

³ Airbus, Groupe de Vulnérabilité, benoit.malherbe@airbus.com

Résumé — Ce travail vise à proposer une méthode de couplage en dynamique entre une description globale de type coque et une description locale raffinée permettant d'introduire un méso-modèle de comportement, en particulier de délaminage. Les approches de type couplage de sous-domaines avec différents pas de temps [1] [2] nécessitent la redéfinition des domaines dans le cas de la propagation de délaminage sur de grandes étendues [3]. Ce travail est dédié à la mise au point de la méthode pour des modèles de même dimensions. Son objectif est de permettre de garder le modèle et le solveur global inchangés tout au long du calcul tout en introduisant un modèle local raffiné en temps en espace par une technique de substitution itérative [4] [5].

Mots clés — dynamique explicite, approche multi-échelle, décomposition de domaines, substitution.

1 Introduction

Les outils de dimensionnement actuels permettent, moyennant l'utilisation de marges, de garantir la non rupture d'une structure composite soumise à une sollicitation dynamique donnée. En revanche, ces outils ne permettent pas de prévoir la rupture ou de prévoir l'état résiduel d'une structure après des impacts fortement endommageants. Ces endommagements, dans le cas de stratifiés à base d'unidirectionnels, se présentent sous la forme de multi délaminages parfois très importants et souvent non visibles en surface.

Le contexte très non-linéaire de la propagation de plusieurs fissures de grandes dimensions et les aspects multi-échelles spatio-temporels particulièrement marqués du problème engendrent un niveau de complexité important. Aussi il n'existe pas aujourd'hui de méthodologie permettant de simuler un tel phénomène de façon précise sur de grandes structures et pour des délaminages étendus, au moins avec des moyens informatiques et des temps compatibles avec les outils de travail de l'ingénieur. Ce travail est une contribution au développement de telles méthodologies qui, pour être utilisées, doivent être implantés dans des logiciels du commerce.

Le point de départ de nos travaux est la méthode de couplage entre sous-domaines avec différents pas de temps développée et améliorée à l'INSA de Lyon par l'équipe de Combesure [1] [2]. Les paramètres, finesse du maillage, choix du pas de temps local, méthodologie de couplage temps-espace entre les modèles globaux et locaux ont été adaptés, pour cette méthode, au cas du délaminage [3]. Les résultats obtenus montrent une concordance quasi-parfaite avec un calcul de référence raffiné avec pas de temps fin mené sur l'ensemble de la structure.

Un inconvénient de cette dernière méthode basée sur les approches par décomposition de domaines est le fait que les différents pas de temps sont associés à des domaines et sous-domaines différents. En conséquence, cette méthode oblige en l'état à définir le domaine *coque*, le domaine *raffiné* et à les coupler. Cette démarche est donc bien adaptée lorsque les domaines peuvent être prédéfinis et fixés soit a priori. Par contre, au fur et à mesure de la propagation du délaminage, cette méthode implique de redéfinir les zones décrites de façon raffinée et donc les zones décrites en coque.

Aussi, nous avons développé une stratégie multi-échelle par substitution présentant des points communs avec les méthodes non-intrusives proposées en statique dans [4]. L'objectif est de pouvoir utiliser un maillage global *coque* prédéfini sur l'ensemble de la structure et d'activer ou désactiver des patches raf-

finées permettant d'utiliser une représentation fine, type méso-modèle, de zones réduites de la structure. De cette façon, aucun remaillage n'est nécessaire pour suivre le délaminage. Cette méthode devrait également permettre une implantation La méthode est itérative et implique des transferts à la fois du global vers le local et du local vers le global. Une fois un élément délaminé la modélisation raffinée peut-être désactivée en venant modifier la loi constitutive *coque* dans les zones traversées par le délaminage. Cette stratégie combinerait donc les avantages :

1. des méthodes multi pas de temps ;
2. des méthodes multi-échelles exactes ;
3. des méthodes locales-globales ;

mais présenterait l'inconvénient d'être itérative.

Les différentes étapes de la méthode proposée sont les suivantes :

- (a) Le problème de dynamique est résolu sur le maillage global avec le pas de temps associé ;
- (b) L'équation d'équilibre sur les maillages fins est alors résolue, avec le pas de temps fin associés ; les vitesses issues du problème global étant imposées aux frontières du domaine raffiné ;
- (c) Au pas de temps globaux un résidu d'équilibre et de compatibilité est calculé entre les échelles globales et locales afin d'apporter si nécessaire une correction sur l'échelle globale ;
- (d) Une méthode itérative est employée pour annuler le résidu.

Cet article décrit les différentes étapes de la méthode et présente les résultats obtenus sur un cas 2D simple en les comparant avec les résultats obtenus par une méthode par décomposition de domaine.

2 Problème de référence discrétisé en temps et en espace

La solution du problème de dynamique continu est approchée par une approche éléments finis en déplacement en utilisant l'algorithme des différences centrées. Le type de problème éléments finis étudié est schématisé par la figure 1.

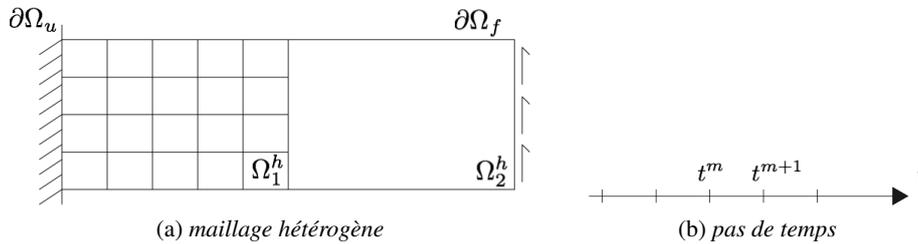


Fig. 1 – Discretisation du domaine par approche monolithique

Le traitement monolithique de ce problème conduit à utiliser un pas de temps noté $\Delta t = t^{m+1} - t^m$ dont une valeur supérieure est déterminée par les conditions de stabilité. En imposant des conditions initiales en déplacements \mathbf{U}^0 et en vitesses \mathbf{V}^0 , la solution pour chaque pas de temps Δt est alors obtenue en trois étapes :

$$\begin{aligned}
 \text{Mise à jour des déplacements : } & \mathbf{U}^{m+1} = \mathbf{U}^m + \Delta t \mathbf{V}^m + \frac{\Delta t^2}{2} \mathbf{A}^m & \text{sur } \Omega_1^h \cup \Omega_2^h \\
 & \mathbf{U}^{m+1} = \bar{\mathbf{U}}^{m+1} & \text{sur } \partial\Omega_u \\
 \text{Calcul des accélérations : } & \mathbf{M} \mathbf{A}^{m+1} = \mathbf{F}_{\text{ext}}^{m+1} - \mathbf{F}_{\text{int}}(\mathbf{U}^{m+1}) & \text{sur } \Omega_1^h \cup \Omega_2^h \\
 \text{Mise à jour des vitesses : } & \mathbf{V}^{m+1} = \mathbf{V}^m + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{A}^m + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{A}^{m+1} & \text{sur } \Omega_1^h \cup \Omega_2^h
 \end{aligned} \tag{1}$$

où \mathbf{M} est classiquement une approximation diagonale de la matrice de masse consistante, \mathbf{F}_{ext} et \mathbf{F}_{int} sont les vecteurs des efforts externes et internes, \mathbf{U} , \mathbf{V} et \mathbf{A} sont les vecteurs de déplacement, vitesse et accélération aux nœuds, $\Omega_1^h \cup \Omega_2^h$ représente la discrétisation par éléments finis du domaine physique et $\partial\Omega_u$ représente le bord du domaine où des déplacements sont imposés.

Le pas de temps est en pratique imposé par la discrétisation la plus fine. Ceci conduit pour des maillages importants et très hétérogènes à des surcoûts importants, surcoûts pouvant être évités par des approches par décomposition de domaines permettant d'utiliser des pas de temps différents en fonction des discrétisations spatiales retenues.

3 Problème de référence par décomposition de domaines

Ici, le problème de couplage entre les deux différentes discrétisations est résolu par décomposition de domaines (c.f. figure 2). Le domaine entier est divisé en deux sous-domaines Ω_1^h et Ω_2^h , de sorte que chaque sous-domaine est traité avec des discrétisations différentes.

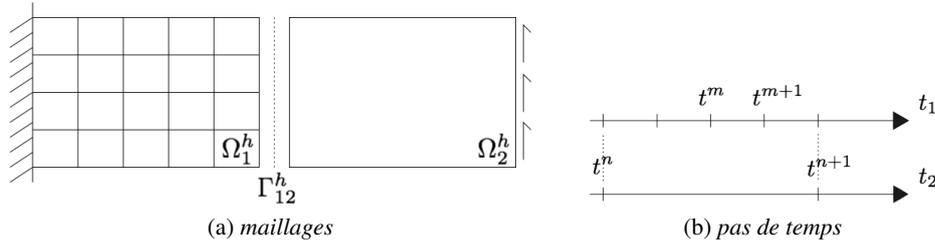


Fig. 2 – Discrétisation du domaine par décomposition de domaines

L'utilisation de maillages distincts Ω_1^h et Ω_2^h (c.f. figure 2) permet d'utiliser des pas de temps différents, tels que :

$$\begin{aligned} \Delta t_2 &= t^{n+1} - t^n = (t_{\text{fin}} - t_0) / N \\ \Delta t_1 &= t^{m+1} - t^m = \Delta t_2 / M \end{aligned} \quad (2)$$

où M et N sont nombres entiers et M est calculé à partir des conditions de stabilité .

L'approche par décomposition de domaines avec couplage entre différents pas de temps a été appliquée dans un premier temps en suivant l'algorithme décrit dans [1], où la continuité des vitesses est imposée à chaque pas de temps fin Δt_1 en imposant, au moyen de multiplicateurs de Lagrange, une interpolation linéaire des vitesses obtenues sur le maillage grossier Ω_2^h sur l'interface. Une autre approche est proposée dans [2] où la continuité des vitesses est imposée aux pas de temps grossiers Δt_2 et les multiplicateurs de Lagrange sont interpolés linéairement sur les pas de temps fins Δt_1 . Cette technique plus complexe a l'avantage d'assurer la conservation de l'énergie.

4 Méthode de Substitution

Ici, une méthode de couplage par substitution est proposée pour résoudre le même problème. La figure 3 montre la discrétisation grossière Ω_g^h sur le domaine entier, tandis que la figure 4 montre la discrétisation plus fine Ω_l^h sur la zone localisée.

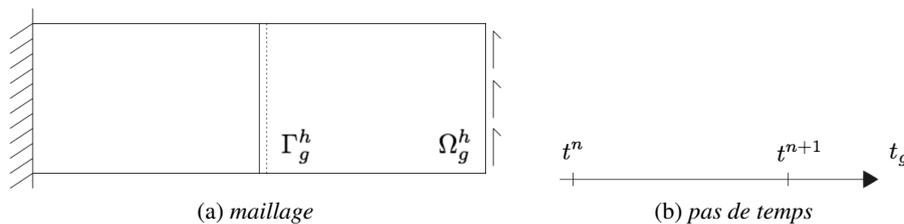


Fig. 3 – Discrétisation du domaine entier - analyse globale

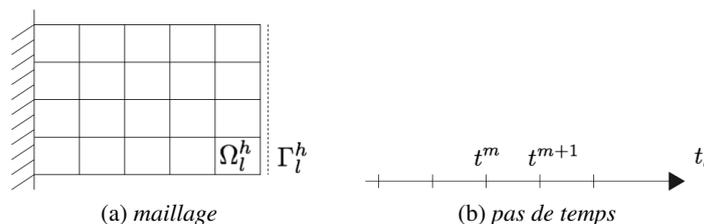


Fig. 4 – Discrétisation en proximité des conditions au bord - analyse locale

L'équilibre dans l'analyse globale s'écrit pour chaque pas de temps grossier Δt_g :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_g^k \mathbf{A}_g^{n+1} &= \mathbf{F}_{g,\text{ext}}^{n+1} - \mathbf{F}_{g,\text{int}}(\mathbf{U}_g^{n+1}) + {}^k\Delta\mathbf{F}_{gl}^{n+1} & \text{sur } \Omega_g^h \\ \mathbf{U}_g^{n+1} &= \bar{\mathbf{U}} & \text{sur } \partial\Omega_u \end{aligned} \quad (3)$$

où ${}^k\Delta\mathbf{F}_{gl}$ est le vecteur des effort de correction (c.f. section 4.1) calculé après chaque itération de l'analyse locale et appliqué uniquement à la partie du domaine global où l'analyse locale est superposée Ω_{gs}^h (c.f. figure 5).

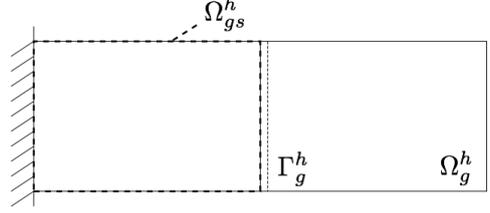


Fig. 5 – mis en evidence de la partie du domaine global superposé Ω_{gs}^h

L'équilibre dans l'analyse locale s'écrit pour chaque pas de temps fin Δt_l comme :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_l^k \mathbf{A}_l^{m+1} &= \mathbf{F}_{l,\text{ext}}^{m+1} - \mathbf{F}_{l,\text{int}}(\mathbf{U}^{m+1}) + \mathbf{C}_l^T {}^k\mathbf{\Lambda}^{m+1} & \text{sur } \Omega_l^h \\ \mathbf{U}_l^{m+1} &= \bar{\mathbf{U}} & \text{sur } \partial\Omega_u \end{aligned} \quad (4)$$

où la matrice \mathbf{C}_l est une matrice booléenne qui extrapole les nœuds du domaine Ω_l^h sur l'interface Γ_l^h , ${}^k\mathbf{\Lambda}$ est le vecteur des multiplicateurs de Lagrange, calculé pour assurer la continuité des vitesses avec l'analyse globale sur les interfaces Γ_l^h et Γ_g^h .

La continuité des vitesses est imposée par :

$$\Pi_h^1(\mathbf{C}_g^k \mathbf{V}_g^{m+1}) = \mathbf{C}_l^k \mathbf{V}_l^{m+1} \quad \text{sur } \Gamma_l^h \quad (5)$$

où $\Pi_h^1(\cdot)$ est un opérateur d'interpolation linéaire spatial de l'interface globale Γ_g^h à l'interface locale Γ_l^h , \mathbf{C}_g est une matrice booléenne extrapolant les nœuds du domaine Ω_g^h sur l'interface Γ_g^h et les vitesses globales ${}^k\mathbf{V}_g^{m+1}$ sont approximée aux instants t^{m+1} par un opérateur d'interpolation temporelle $\Pi_t(\cdot)$ (c.f. section 4.2).

4.1 Correction globale

À la k -ème itération les efforts nodaux correctifs ${}^k\Delta\mathbf{F}_{gl}$ sont calculés comme la différence entre les efforts nodaux globaux ${}^k\mathbf{F}_g$ et les efforts nodaux locaux ${}^k\mathbf{F}_l$, où les analyses se superposent :

$$\begin{aligned} {}^k\Delta\mathbf{F}_{gl}^{n+1} &= \mathbf{C}_g^T ({}^k\mathbf{F}_g^{n+1} - \tilde{\Pi}_h^1({}^k\mathbf{F}_l^{n+1})) \\ {}^k\mathbf{F}_g^{n+1} &= \mathbf{C}_{gs} (\mathbf{M}_{gs}^{k-1} \mathbf{A}_{gs}^{n+1} + \mathbf{F}_{gs,\text{int}}(\mathbf{U}_{gs}^{n+1})) \\ {}^k\mathbf{F}_l^{n+1} &= \mathbf{C}_l (\mathbf{M}_l^k \mathbf{A}_l^{n+1} + \mathbf{F}_{l,\text{int}}({}^k\mathbf{U}_l^{n+1})) \end{aligned} \quad (6)$$

Les matrices \mathbf{C}_{gs} , \mathbf{M}_{gs} et le vecteur $\mathbf{F}_{gs,\text{int}}$ sont calculés en ne considérant que la partie superposée du domaine global Ω_{gs}^h (c.f. figure 5) et les efforts nodaux locaux ${}^k\mathbf{F}_l^{n+1}$ sont projetés sur l'interface globale Γ_g^h avec l'opérateur linéaire $\tilde{\Pi}_h^1(\cdot)$.

La méthode est itérative pour arriver à l'équilibre entre les efforts de réaction ${}^k\mathbf{F}_{gi}$ et les efforts nodaux locaux ${}^k\mathbf{F}_l$. Ainsi, à convergence de la méthode :

$${}^{k,k-1}\Delta\mathbf{A}_{g,\text{corr}}^{n+1} \rightarrow \mathbf{0} \quad \Leftrightarrow \quad \tilde{\Pi}_h^1({}^k\mathbf{F}_l^{n+1}) \rightarrow {}^k\mathbf{F}_{gi}^{n+1} \quad (7)$$

Le critère de convergence de la méthode est basé sur la mesure du résidu relatif à l'équilibre entre les efforts de réaction ${}^k\mathbf{F}_{gi}$ et les efforts nodaux locaux ${}^k\mathbf{F}_l$:

$$e = \frac{\|{}^k\mathbf{F}_{gi}^{n+1} - \tilde{\Pi}_h^1({}^k\mathbf{F}_l^{n+1})\|_{L^2(\Gamma_g^h)}}{\|\mathbf{F}_{\text{ext}}^{n+1}\|_{L^2(\partial\Omega_f)}} \quad (8)$$

où $\|\cdot\|_{L^2(\cdot)}$ est la norme L^2 des interfaces Γ_g^h et $\partial\Omega_f$.

4.2 Définition des multiplicateurs de Lagrange

Les multiplicateurs de Lagrange sont définis pour garantir la continuité des vitesses entre l'analyse locale et l'analyse globale. Ici, ils sont calculés à l'interface Γ_l^h pour chaque pas de temps fin Δt_l .

En développant les vitesses de l'analyse locale \mathbf{V}_l^{m+1} pour l'algorithme des différences centrées, la continuité des vitesses (5) devient :

$$\Pi_h^1(\mathbf{C}_g \mathbf{V}_g^{m+1}) = \mathbf{C}_l \mathbf{V}_l^m + \mathbf{C}_l \frac{\Delta t_l}{2} (\mathbf{A}_l^m + \mathbf{A}_l^{m+1}) \quad (9)$$

La vitesse globale \mathbf{V}_g^{m+1} est approximée au pas de temps fin avec une interpolation temporelle cubique d'Hermite $\Pi_t^3(\mathbf{V}_g^{n,n+1}, \mathbf{A}_g^{n,n+1})$. Une simple interpolation linéaire $\Pi_t^1(\mathbf{V}_g^{n,n+1})$ ne serait pas compatible avec l'intégration temporelle explicite des différences centrées, comme démontré dans [5].

En séparant les problèmes libre et lié, comme dans l'approche de décomposition de domaine [1], l'équation (5) devient :

$$\Pi_h^1(\mathbf{C}_g \mathbf{V}_g^{m+1}) = \mathbf{C}_l \mathbf{V}_l^m + \mathbf{C}_l \frac{\Delta t_l}{2} \mathbf{A}_{l,\text{lié}}^{m+1} + \mathbf{C}_l \frac{\Delta t_l}{2} (\mathbf{A}_l^m + \mathbf{A}_{l,\text{libre}}^{m+1}) \quad (10)$$

Pour simplifier la formulation, les multiplicateurs de Lagrange Λ sont introduits dans le système. Ils sont définis comme :

$$\mathbf{M}_l \mathbf{A}_{l,\text{lié}}^{m+1} = \mathbf{C}_l^T \Lambda^{m+1} \quad (11)$$

et l'équation (10) devient :

$$\Pi_h^1(\mathbf{C}_g \mathbf{V}_g^{m+1}) = \mathbf{C}_l \mathbf{V}_l^m + \frac{\Delta t_l}{2} \mathbf{C}_l \mathbf{M}_l^{-1} \mathbf{C}_l^T \Lambda^{m+1} + \mathbf{C}_l \frac{\Delta t_l}{2} (\mathbf{A}_l^m + \mathbf{A}_{l,\text{libre}}^{m+1}) \quad (12)$$

et enfin :

$$\left(\frac{\Delta t_l}{2} \mathbf{C}_l \mathbf{M}_l^{-1} \mathbf{C}_l^T \right) \Lambda^{m+1} = \Pi_h^1(\mathbf{C}_g \mathbf{V}_g^{m+1}) - \mathbf{C}_l \mathbf{V}_l^m - \mathbf{C}_l \frac{\Delta t_l}{2} (\mathbf{A}_l^m + \mathbf{A}_{l,\text{libre}}^{m+1}) \quad (13)$$

4.3 Résultats

Un cas bidimensionnel linéaire est analysé sous l'hypothèse de déformations planes.

Les données du problème sont :

- densité $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$;
- module d'Young $E = 210 \cdot 10^9 \text{ Pa}$;
- coefficient de Poisson $\nu = 0.3$;
- longueur de la structure (dimension horizontale) : $l = 30 \text{ m}$;
- hauteur de la structure (dimension verticale) : $h = 10 \text{ m}$;
- instant initial $t_0 = 0 \text{ s}$;
- instant final $t_{\text{fin}} = 0.5 \text{ s}$;
- pas de temps pour l'analyse globale $\Delta t_g = 0.4 \cdot 10^{-3} \text{ s}$;
- pas de temps pour l'analyse locale $\Delta t_l = 0.1 \cdot 10^{-3} \text{ s}$;
- effort de cisaillement $\bar{f} = 3 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ appliqué sur la partie du bord $\partial\Omega_f$.

Dans la suite, la méthode de substitution est comparée avec la méthode de référence avec décomposition de domaines (section 3). L'implémentation utilisée est décrite dans [2].

Les résultats numériques en terme d'accélération verticales aux point A et B (c.f. figure 6) sont représentés dans la figure 7. Les résultats de la méthode de substitution se superposent avec les résultats de la méthode de décomposition de domaines pendant toute la durée de l'analyse.

4.3.1 Étude de stabilité

Rappelons que l'algorithme de décomposition de domaines introduit dans [1] est stable mais introduit une dissipation liée aux multiplicateurs de Lagrange et due à l'interpolation linéaire des vitesses du domain grossier, l'algorithme conservatif décrit dans [2] est utilisée pour la comparaison des résultats dans la figure 7.

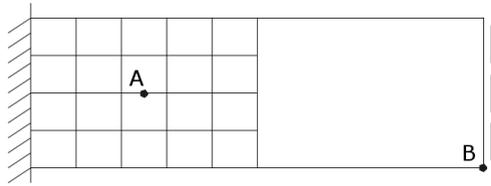
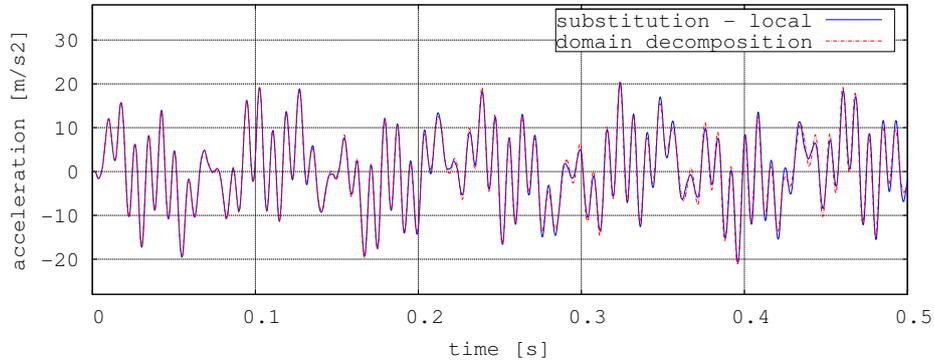
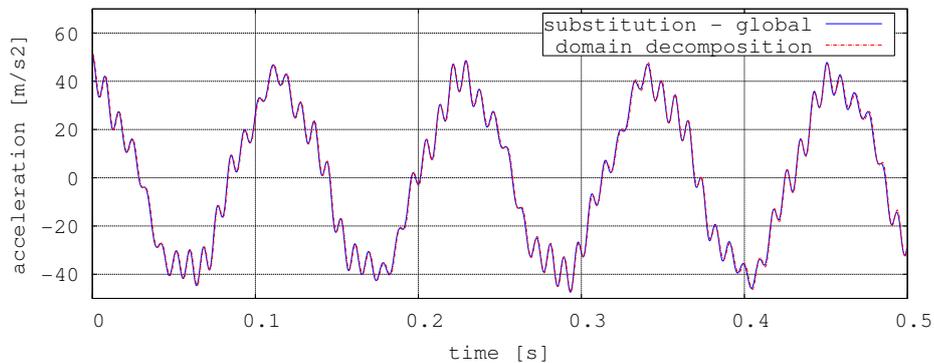


Fig. 6 – Points de vérification



(a) Point A (c.f. figure 6)



(b) Point B (c.f. figure 6)

Fig. 7 – Accélération verticales - comparaison entre la méthode de substitution et une méthode de décomposition de domaines conservative

L'objet de cette partie est d'analyser l'influence du critère de tolérance utilisé en terme d'énergie ou de puissance dissipée. Alors que dans la méthode de décomposition de domaines, les multiplicateurs de Lagrange sont définis en vérifiant l'équilibre à l'interface Γ_{12}^h (c.f. figure 2).

Dans la méthode de substitution, les multiplicateurs de Lagrange sont appliqués uniquement à l'interface de l'analyse locale et l'équilibre est vérifié avec les efforts de réaction globale à l'interface globale Γ_g^h (c.f. figure 3), avec un schéma itératif. La conservation de la puissance est liée au travail des efforts de réaction globale et au travail des multiplicateurs de Lagrange, calculés par interpolation cubique d'Hermite des vitesses de l'analyse globale. la somme des deux termes est représentée dans la figure 8 pour différentes tolérances $\bar{\epsilon}$.

Les résultats présentés figure 8, montrent qu'en diminuant la tolérance de convergence $\bar{\epsilon}$, la puissance résiduelle converge un des valeur oscillant autour de 0,03% de $\dot{P}_{100\%}$. Notons (c.f. figure9) que les niveaux de puissance dissipées exhibées par la méthode de substitution basée sur la version dissipative [1] sont environ 100 fois plus faible que celle-ci sans doute parce qu'une interpolation différente en temps est utilisée : interpolation d'Hermite pour la méthode de substitution, interpolation linéaire pour la méthode de décomposition de domaines.

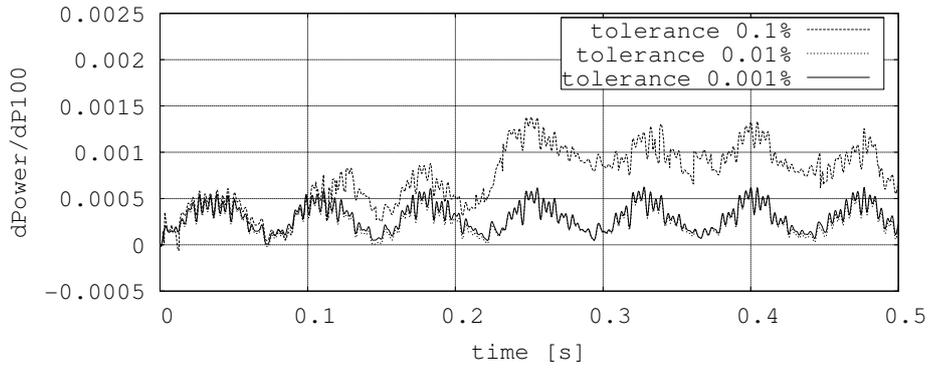


Fig. 8 – Bilan de la puissance résiduelle du couplage entre analyse globale et analyse locale dans la méthode de substitution pour trois niveaux de tolérance

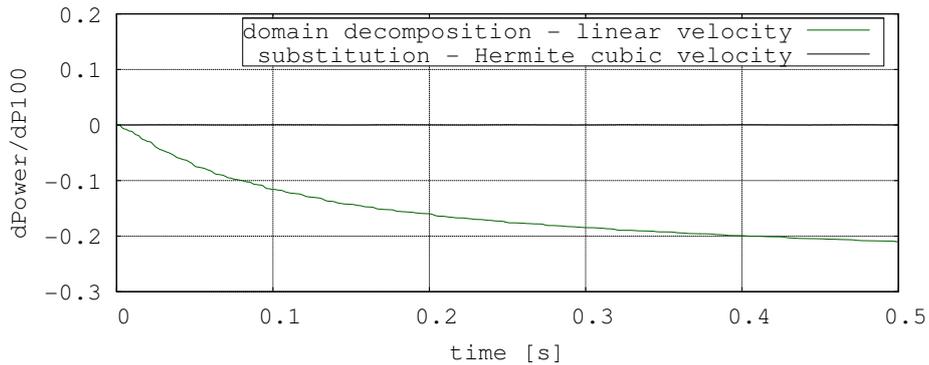


Fig. 9 – Comparaison entre puissance dissipée avec l’algorithme par décomposition de domaines [1] et par la méthode de substitution [5]

5 Conclusion

Dans cet article, la base d’une approche de substitution, proposée dans [5], permettant de garder le modèle global et le pas de temps associé inchangés, est présentée.

L’étape suivante consiste à appliquer la méthode aux cas de délaminages importants comme ceux qui peuvent se produire pour des larges structures stratifiées sous impact. Une première étape a été faite dans [3] où une méthode de décomposition de domaines proposée dans [1] a été testée avec succès dans un cas bi-dimensionnel de délaminage. Pour un tel cas, outre la simplification de la base de données et du codage, une étude interne réalisée par Victor Oancea (DS Simulia Providence) conduit à une estimation de l’économie de temps d’un minimum de 10x. Pour cela, une question est d’obtenir un nombre d’itérations le plus faible possible. Une première voie envisagée est d’utiliser une version non-intrusive d’une méthode de quasi-Newton tel que proposé dans [4]. Une seconde voie est d’utiliser des conditions mixtes quasi-optimales [6].

Références

- [1] A. Combescure, A. Gravouil. *A numerical scheme to couple subdomains with different time-steps for predominantly linear transient analysis*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1129-1157, 2002.
- [2] N. Mahjoubi, A. Gravouil, A. Combescure, N. Greffet. *A monolithic energy conserving method to couple heterogenous time integrators with incompatible time steps in structural dynamics*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1069-1086, 2011.
- [3] C. Dupleix-Couderc, O. Allix, F. Gatuingt, B. Malherbe. *Towards the multi-scale analysis of delamination in dynamics*, ECCM-2010 : 4th European Conference on Computational Mechanics : Solids, Structures and Coupled problems, Paris.

- [4] L. Gendre, O. Allix, P. Gosselet, F. Comte. *Non-intrusive and exact global/local techniques for structural problems with local plasticity*, Computational Mechanics, Springer, 233-245, 2009.
- [5] O. Bettinotti, O. Allix, B. Malherbe. *Space-time multi-scale strategy with a fixed global model for the simulation of impact in explicit dynamics*, Computational Mechanics, soumis.
- [6] L. Gendre, O. Allix, P. Gosselet. *A two-scale approximation of the Schur complement and its use for non-intrusive coupling*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, (87) 889-905, 2011.