



HAL
open science

Cartomagie : principes de Gilbreath (II) - Quelques applications

Aimé Lachal, Pierre Schott

► **To cite this version:**

Aimé Lachal, Pierre Schott. Cartomagie : principes de Gilbreath (II) - Quelques applications. *Quadrature*, 2012, 86, pp. 31-37. hal-00864409

HAL Id: hal-00864409

<https://hal.science/hal-00864409v1>

Submitted on 23 Sep 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Cartomagie : principes de Gilbreath (II)

Quelques applications

par Aimé LACHAL* et Pierre SCHOTT†

Résumé.

Les principes magiques de Gilbreath permettent, à partir d'un jeu de cartes préalablement classé de garder, après un mélange américain, ses propriétés de classement par bloc de cartes mais de façon éventuellement désordonnée (les cartes d'un même bloc n'étant plus dans l'ordre du classement initial). De telles propriétés permettent de voir se réaliser des prédictions malgré un vrai mélange !

Nous avons proposé dans un premier volet paru dans le numéro précédent de *Quadrature* un calcul de dénombrement des mélanges américains possibles ainsi qu'un algorithme permettant de les réaliser à partir d'un jeu de cartes donné. Dans ce second volet, nous donnons des applications des mélanges américains fondées sur les principes magiques de Gilbreath. Pour chacun d'entre eux, nous présentons un tour de magie. Les démonstrations de ces principes font l'objet d'un dernier volet qui apparaîtra dans le prochain numéro.

I Introduction

Les principes de Gilbreath [4], [5], [6] et leurs généralisations par le principe de Péristance [12] sont des principes passionnants, permettant de faire des tours de cartes extraordinaires. Des mathématiciens, des informaticiens et d'autres encore se sont penchés sur ces principes. Ces derniers nécessitent au préalable la réalisation d'un mélange « à la queue d'aronde », encore appelé mélange « à l'effeuillage » ou plus simplement mélange américain (et dans le vocable anglo-saxon, « riffle shuffle » ou « dovetail shuffle ») du jeu de cartes utilisé. Dans un article compagnon paru dans le numéro précédent de *Quadrature* [10], nous avons analysé en détail et dénombré les mélanges américains d'un jeu donné.

* INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE LYON, *Pôle de Mathématiques*,
20 av. A. Einstein, 69621 Villeurbanne Cedex.
aime.lachal@insa-lyon.fr

† ÉCOLE SUPÉRIEURE D'INFORMATIQUE, D'ÉLECTRONIQUE ET D'AUTOMATISME, *Pôle ARNUM*,
9 rue Vésale, 75005 Paris.
pierre.schott@esiea.fr, magie.carte@laposte.net

Dans le présent article nous décrivons en détail chacun des trois principes de Gilbreath tout en relatant leur historique (Section II), puis pour chacun d'entre eux, nous présentons un tour de magie (Section III). Le lecteur trouvera une démonstration concise du principe de Péristance englobant les principes de Gilbreath dans l'article de S. Willemin [14]. Nous proposerons dans un dernier volet [11] des démonstrations alternatives et complémentaires de tous ces principes.

Enfin, nous mentionnons comme références académiques les récents livres de J. Havil [7] (chapitre 12) et de P. Diaconis & R. Graham [1] (chapitres 5 et 6).

II Les trois principes de Gilbreath

N. L. Gilbreath a énoncé deux principes et D. Périn a généralisé le deuxième principe. Il y eut presque 50 ans d'écart entre ces principes. R. Vollmer a écrit une anthologie de tours utilisant les deux principes de Gilbreath [13]. Nous reprenons ses descriptions dans ce paragraphe.

II.1 Premier principe

Voici l'énoncé du premier principe de Gilbreath, tel que celui-ci l'a formulé dans son article du Linking Ring de juin 1966 [5]. La première utilisation par l'auteur lui-même eut lieu en 1958 [4].

« Si un jeu de cartes classé en rouges et noires alternées une à une est coupé en deux paquets, avec une carte noire sur la face de l'un des paquets et une carte rouge sur la face de l'autre, et si ces deux paquets sont mélangés l'un dans l'autre au moyen d'un mélange à la queue d'aronde, alors chaque paire de cartes consécutives du jeu sera composée d'une carte rouge et d'une carte noire. »

Le schéma suivant montre la disposition requise. La lettre R (resp. N) indique une carte rouge (resp. noire).

$$\underline{RN} \underline{RN} \dots \underline{RN} \underline{R} \quad \Bigg| \quad \underline{N} \underline{RN} \dots \underline{RN} \underline{RN}.$$

coupe

Après un mélange américain des deux paquets, le principe décrit stipule que l'on trouve une succession de paires de cartes de couleurs différentes. Voici un exemple d'une telle configuration :

$$\underline{RN} \underline{NR} \underline{NR} \dots \underline{RN} \underline{NR}.$$

On peut lire un peu plus loin dans [5] (p. 6) :

« Si l'on préfère laisser le spectateur couper le jeu faces en bas sans se soucier de la couleur des cartes qui se trouvent sur la face des deux paquets coupés, il suffit, une fois le mélange effectué, de procéder à l'ajustement suivant : prenez le jeu, retournez-le faces en haut, [...], repérez deux cartes de même couleur, [...], coupez au milieu de cette paire et complétez la coupe [...]. »

À l'issue de cet ajustement, la propriété d'alternance des couleurs pour chaque paire est alors retrouvée. Dans ce dernier énoncé, signalons qu'il est possible d'obtenir un jeu mélangé sans cartes consécutives de même couleur. Dans ce cas, le jeu est déjà correctement mélangé et il n'y a pas d'ajustement à faire.

Si, par exemple, à l'issue de la coupe par le spectateur, les cartes du dessus des deux paquets sont de même couleur, on obtient une répartition de la forme

$$\underline{RN} \underline{RN} \dots \underline{RN} \quad \Bigg| \quad \underline{RN} \dots \underline{RN} \underline{RN}.$$

coupe

Puis un certain mélange américain donne

$$\underline{RN} \underline{RR} \underline{NN} \underline{RR} \underline{NR} \dots \underline{NN} \underline{RN}$$

que le magicien recoupe entre deux cartes de même couleur, par exemple entre deux noires :

$$\underline{RN} \underline{RR} \underline{N} \quad \Bigg| \quad \underline{N} \underline{RR} \underline{NR} \dots \underline{NN} \underline{RN}.$$

coupe

En complétant la coupe, on obtient de nouveau une succession de paires de cartes de couleurs différentes :

$$\underline{NR} \underline{RN} \underline{R} \dots \underline{N} \underline{NR} \underline{NR} \underline{NR} \underline{RN}.$$

Plus formellement, le premier principe stipule que pour un jeu classé selon la répartition

$$\underbrace{RN}_{\text{série 1}} \underbrace{RN}_{\text{série 2}} \dots \underbrace{RN}_{\text{série } p},$$

le jeu mélangé selon les règles précédentes aura une constitution de la forme

$$\underbrace{\hat{f}_1(RN)}_{\text{série 1}'} \underbrace{\hat{f}_2(RN)}_{\text{série 2}'} \dots \underbrace{\hat{f}_p(RN)}_{\text{série } p'}$$

où pour chaque $j \in \{1, \dots, p\}$, $\hat{f}_j(RN)$ est une permutation des cartes R et N .

II.2 Second principe

Le second principe a été formulé par N. L. Gilbreath. C. Hudson en a obtenu une extension puis N. L. Gilbreath a trouvé une nouvelle généralisation des précédents énoncés. Nous présentons ci-après l'ensemble des énoncés.

II.2.1 Second principe : énoncé originel

Voici l'énoncé du second principe de Gilbreath, également formulé par son inventeur dans le même article du Linking Ring [5] :

« Si deux séries de cartes classées en ordre inverse l'une de l'autre sont mélangées ensemble avec un mélange à la queue d'aronde, les deux moitiés du groupe qui en résulte seront chacune composées de cartes similaires à celles des séries originelles. »

Le schéma ci-dessous montre le montage requis, dit en miroir. Les deux séries de cartes sont matérialisées par les successions de lettres numérotées $C_1 \dots C_r$ et $C'_1 \dots C'_r$.

$$\underbrace{C_1 \dots C_r}_{\text{première série}} \quad \Bigg| \quad \underbrace{C'_r \dots C'_1}_{\text{deuxième série inversée}}.$$

miroir

Un exemple de mélange américain est le suivant :

$$\underline{C_1 C'_r C'_{r-1} C_2 C_3 C_4 \dots} \quad \dots \quad \underline{C_3 C'_{r-2} C'_{r-1} C_2 C'_r C_1}.$$

Le jeu mélangé est constitué de deux séries, chacune contenant les cartes C_1 ou C'_1 , C_2 ou C'_2 , ..., C_r ou C'_r dans le désordre.

II.2.2 Second principe : généralisation

Deux mois plus tard, C. Hudson proposait une nouvelle formulation du second principe dans les colonnes du Linking Ring sous le nom de RS Principle, RS pour Repeating Series [8]. En voici l'énoncé :

« Lorsqu'une série répétée de cartes est mélangée à la queue d'aronde avec elle-même, les cartes de l'un des paquets étant classées en ordre inverse de celui des cartes de l'autre paquet, les cartes de chaque série restent les mêmes ; elles ne sont que désordonnées. »

Dans le numéro suivant de la même revue, C. Hudson formulait un principe plus général de la manière suivante [9] :

« Lorsqu'un nombre quelconque de cartes sont classées en séries répétées, elles peuvent être mélangées entre elles au moyen d'un mélange à la queue d'aronde sans altérer le contenu de chaque série, à condition que les cartes de l'un des deux paquets qui doit être mélangé avec l'autre soient inversées. »

Considérons un jeu de cartes composé de $2m$ séries identiques de r cartes comme suit :

$$\underbrace{C_1 \cdots C_r}_{\text{série 1}} \cdots \underbrace{C_1 \cdots C_r}_{\text{série } m} \underbrace{C_1 \cdots C_r}_{\text{série } (m+1)} \cdots \underbrace{C_1 \cdots C_r}_{\text{série } (2m)} \quad (*)$$

Coupons le jeu au milieu et inversons les cartes de l'un des deux paquets obtenus. Le dispositif ci-dessous indique la répartition des cartes (on dit que les séries sont montées en inverse) :

$$\underbrace{C_1 \cdots C_r}_{\text{série 1}} \cdots \underbrace{C_1 \cdots C_r}_{\text{série } m} \quad \Bigg| \quad \underbrace{C_r \cdots C_1}_{\text{série } (2m) \text{ inversée}} \cdots \underbrace{C_r \cdots C_1}_{\text{série } (m+1) \text{ inversée}}$$

Le principe de Hudson stipule qu'après un mélange américain, la composition du jeu devient

$$\underbrace{f_1(C_1 \cdots C_r)}_{\text{série } 1'} \cdots \underbrace{f_p(C_1 \cdots C_r)}_{\text{série } m'} \cdots \underbrace{f_{2p}(C_1 \cdots C_r)}_{\text{série } (2m)'} \quad (\star)$$

où pour chaque $j \in \{1, \dots, 2m\}$, $f_j(C_1 \cdots C_r)$ est une permutation des r cartes C_1, \dots, C_r .

Enfin, nous reprenons la dernière formulation en date du principe général, donnée par N. L. Gilbreath lui-même dans le numéro de mai 1989 de la revue *Genii* [6] :

« Choisissez une caractéristique des cartes à jouer telle que la couleur, la valeur, l'identité, le dessin du dos, etc., et constituez un groupe de cartes en vous fondant sur cette caractéristique. Puis constituez d'autres groupes composés de cartes similaires à celles du premier [...]. Classez toutes les cartes dans le même ordre dans chacun des groupes. Posez les groupes les uns sur les autres pour former une pile unique.

Cette pile est donc composée de groupes consécutifs de cartes similaires classées dans le même ordre. Si une pile composée de séries consécutives de cartes similaires classées dans le même ordre est coupée en deux paquets, si l'ordre des cartes de l'un de ces deux paquets est inversé, et si ces deux paquets sont mélangés l'un dans l'autre au moyen d'un mélange à la queue d'aronde, alors la pile de cartes qui en résulte sera toujours composée de séries consécutives de cartes similaires (dans la nouvelle pile résultant du mélange, les cartes ne seront pas nécessairement dans le même ordre dans chaque série). »

Afin de mieux comprendre ce dernier principe, nous prenons un jeu monté selon la composition (*). La coupe peut être effectuée à présent n'importe où du moment qu'aucune série de r cartes n'est coupée. Invertissons ensuite l'un des deux paquets obtenus. La configuration avant un mélange américain est la suivante :

$$\underbrace{C_1 \cdots C_r}_{\text{série 1}} \cdots \underbrace{C_1 \cdots C_r}_{\text{série } j} \quad \Bigg| \quad \underbrace{C_r \cdots C_1}_{\text{série } (2m) \text{ inversée}} \cdots \underbrace{C_r \cdots C_1}_{\text{série } (j+1) \text{ inversée}}$$

Après le mélange, le jeu est dans la configuration (*).

II.3 Troisième principe

D. Péris a énoncé en 2006 le principe de Péristance qui est une généralisation du second principe de Gilbreath et fut dénommé « Le troisième principe de Gilbreath » [12]. Nous remarquons que C. Hudson utilise ce troisième principe dès 1966 sans vraiment le formuler dans le tour « Determined future » décrit dans [8].

Nous reprenons la présentation de D. Péris, en reformulant d'abord le second principe généralisé dans sa première version en termes de fenêtre glissante, puis en définissant le mélange et le classement Péristance avant de terminer par l'énoncé du troisième principe.

♣ Reformulation du second principe généralisé

Le second principe généralisé formulé par C. Hudson a été énoncé par Mimosa dans [12, p. 3] comme suit en introduisant la notion de fenêtre glissante.

« Si dans un jeu de cartes étalé en ruban, il existe une fenêtre de r cartes consécutives et une valeur dépendant de ces r cartes telles que le déplacement pas à pas de cette fenêtre le long du ruban ne modifie en rien cette valeur, alors une fois ce jeu mélangé à la queue d'aronde avec un autre jeu arrangé en ordre inverse, cette valeur sera conservée lors du déplacement de cette fenêtre par bloc de r cartes le long du ruban obtenu après la fusion des deux jeux. »

En reprenant la numérotation $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$, la propriété d'invariance par bloc de r cartes entraîne successivement que $C_{r+1} = C_1, C_{r+2} = C_2, C_{r+3} = C_3$, etc. Nous schématisons ci-dessous la fenêtre glissante. Nous parlerons de circularité.

$$\begin{array}{c} \boxed{C_1 C_2 C_3 \dots C_r} C_{r+1} C_{r+2} \dots C_n \\ C_1 \boxed{C_2 C_3 \dots C_r C_{r+1}} C_{r+2} \dots C_n \\ C_1 C_2 \boxed{C_3 \dots C_r C_{r+1} C_{r+2}} \dots C_n \end{array}$$

Cette même propriété subsiste lorsque la fenêtre recouvre les extrémités du jeu. Nous voyons que $C_n = C_r, C_{n-1} = C_{r-1}, C_{n-2} = C_{r-2}$, etc. Le schéma ci-dessous montre la progression rétrograde de la fenêtre glissante.

$$\begin{array}{c} \boxed{C_1 \dots C_{r-2} C_{r-1} C_r} \dots C_{n-2} C_{n-1} C_n \\ \boxed{C_1 \dots C_{r-2} C_{r-1}} C_r \dots C_{n-2} C_{n-1} \boxed{C_n} \\ \boxed{C_1 \dots C_{r-2}} C_{r-1} C_r \dots C_{n-2} \boxed{C_{n-1} C_n} \end{array}$$

Ainsi, le jeu est nécessairement constitué de plusieurs séries de cartes $C_1 C_2 \dots C_r$ et le nombre de cartes n est un multiple de r .

Ce nouveau principe revient à considérer un jeu disposé en miroir comme présenté ci-dessous :

$$\underbrace{C_1 \dots C_r}_{\text{série 1}} \dots \underbrace{C_1 \dots C_r}_{\text{série } m} \quad \Bigg| \quad \text{miroir} \quad \underbrace{C'_r \dots C'_1}_{\text{série } m \text{ inversée}} \dots \underbrace{C'_r \dots C'_1}_{\text{série 1 inversée}}$$

◆ Définition du classement Péristance

Dans le troisième principe de Gilbreath, D. Péristance utilise implicitement la notion de *classement Péristance* sans vraiment en énoncer clairement la définition. Nous en donnons une ci-dessous :

« Un jeu de cartes a un classement Péristance lorsque dans ce jeu étalé en ruban, il existe une fenêtre de r cartes consécutives et une propriété dépendant de ces r cartes qui n'est pas affectée par le déplacement pas à pas de cette fenêtre le long du ruban. »

♥ Définition du mélange Péristance

Il définit (p. 10) le *mélange Péristance* comme suit :
 « Si on coupe un jeu de cartes autant de fois qu'on le désire (coupes complètes), si ensuite on distribue les cartes une à une et faces en bas jusqu'à environ la moitié des cartes (on n'est pas obligé d'arriver à la moitié des cartes) et si enfin on mélange à l'américaine les deux paquets de cartes ainsi constitués, alors on aura réalisé un mélange Péristance. »

Notons au passage qu'effectuer un nombre quelconque de coupes complètes revient à n'en effectuer qu'une seule. En effet, en numérotant les cartes du jeu $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$, une coupe complète entre les k^e et $(k+1)^e$ cartes fournit le jeu classé selon $C_{k+1} C_{k+2} \dots C_n C_1 C_2 \dots C_k$. Afin de réitérer ce processus de coupes successives, il est judicieux d'introduire des notations « modulo n » : $C_{n+1} = C_1, C_{n+2} = C_2, C_{n+3} = C_3$, etc. De manière plus générale, nous notons $C_{i+n} = C_i$ pour tout indices i et j . Cela revient à disposer d'une succession infinie de jeux identiques $C_1 C_2 C_3 \dots C_n$. Le jeu $C_{k+1} \dots C_n C_1 \dots C_k$ s'écrit alors simplement comme le jeu translaté $C_{k+1} C_{k+2} \dots C_{k+n}$. Effectuer ensuite plusieurs coupes complètes – entre les k_1^e et $(k_1+1)^e$ cartes lors de la première coupe, les k_2^e et $(k_2+1)^e$ cartes lors de la deuxième, les k_3^e et $(k_3+1)^e$ cartes lors de la troisième, etc. – fournit le jeu classé selon $C_{k_1+\dots+k_m+1} C_{k_1+\dots+k_m+2} \dots C_{k_1+\dots+k_m+n}$. Nous constatons que cette manipulation est équivalente à une seule coupe, entre les $(k_1 + \dots + k_m)^e$ et $(k_1 + \dots + k_m + 1)^e$ cartes du jeu initial.

♠ Énoncé du troisième principe de Gilbreath

Finalement le principe de Péristance peut s'énoncer de manière concise selon :

« Soit un jeu ayant un classement Péristance. Si nous le mélangeons suivant un mélange Péristance, alors, par bloc de r cartes, la propriété est conservée (seule la circularité est perdue). »

Le dispositif ci-dessous indique la répartition des cartes. Le jeu est composé de p séries identiques de r cartes numérotées C_1, \dots, C_r :

$$\underbrace{C_1 \dots C_r}_{\text{série 1}} \underbrace{C_1 \dots C_r}_{\text{série 2}} \underbrace{C_1 \dots C_r}_{\text{série 3}} \dots \underbrace{C_1 \dots C_r}_{\text{série } p}$$

La coupe peut être effectuée n'importe où : soit entre deux séries de numéros j et $(j+1)$, soit à l'intérieur d'une série de numéro j , entre deux cartes C_k et C_{k+1} , et l'un des deux paquets obtenus doit être inversé. Nous obtenons un premier paquet dans l'ordre initial et un deuxième dans l'ordre inverse. Cela conduit à la disposition suivante :

$$\underbrace{C_1 \dots C_r}_{\text{série 1}} \dots \underbrace{C_1 \dots C_k}_{\text{série } j \text{ tronquée}} \quad \Bigg| \quad \text{coupe} \quad \underbrace{C_r \dots C_1}_{\text{série } p \text{ inversée}} \dots \underbrace{C_r \dots C_{k+1}}_{\text{complémentaire de la série } j \text{ tronquée inversée}}$$

Figure 1. Dispositif relatif au troisième principe.

Puis nous procédons à un mélange américain de ces deux paquets.

II.4 Synthèse des principes

Pour terminer cette partie, nous proposons une synthèse de tous les principes précédemment formulés. En nous appuyant sur la figure 1, nous retrouvons suivant les différentes valeurs de p , r , j et k les divers énoncés des principes de Gilbreath, à savoir :

- lorsque $r = 2$, nous sommes en présence du premier principe avec des cartes sur le dessus des deux sous-paquets de couleurs différentes ;
- lorsque k coïncide avec r , nous sommes en présence du second principe généralisé formulé par N. L. Gilbreath en 1989, englobant
 - pour $p = 2$, le second principe originellement formulé par N. L. Gilbreath en 1966 ;
 - pour $j = p/2$, le second principe généralisé formulé par C. Hudson en 1966 ;
- lorsque k est inférieur à r , il s’agit du principe de Péristance.

Notons enfin que le premier principe relatif à deux sous-paquets avec des cartes sur le dessus de même couleur – situation pouvant se produire lorsque le deuxième tas n’a pas été retourné – n’est pas englobé dans le troisième principe.

III Tours de magie utilisant les trois principes de Gilbreath

Nous présentons dans cette partie quatre tours de magie simples, chacun utilisant un des principes de Gilbreath. À chaque fois, le magicien utilise un jeu préalablement classé (on dit alors que le jeu est arrangé ou monté). Nous utilisons le même montage pour les quatre tours (présenté à la figure 2) pouvant être vus sous le prisme de fenêtre glissante de différente longueur (2, 9, 3 et 6) et montrer en même temps les différences d’application entre les principes mais aussi leur complémentarité.

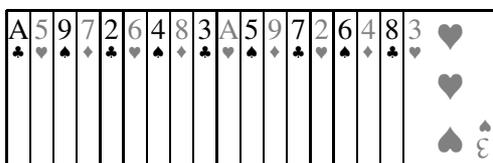


Figure 2. Montage préalable à l'utilisation de tous les principes.

III.1 Application du premier principe

Nous reprenons à l’identique le tour présenté dans [2]. Il s’agit de la bataille du tricheur qui utilise le premier principe de Gilbreath. On peut penser que ce tour est fondé sur une idée de G. Finell, auteur du tour « Color Prophecy » décrit dans [3].

Préparation avant le tour

Préparer à l’insu du spectateur un jeu de cartes en prenant alternativement une carte noire puis une carte rouge. Le jeu doit compter un nombre pair de cartes.

Déroulement du tour

- Prendre le jeu arrangé et demander au spectateur de le couper en deux parties et de compléter la coupe, c’est-à-dire que la deuxième partie du paquet initial se trouvera au-dessus du premier paquet (alors qu’avant la coupe on avait le contraire).
- Inviter le spectateur à effectuer autant de coupes complètes qu’il le désire, puis lui faire couper une dernière fois le jeu et l’inviter à mélanger les deux paquets obtenus à l’américaine.
- Une fois cela fait, sous prétexte de regarder si le jeu est bien mélangé, repérer un endroit où deux cartes de même couleur se succèdent et effectuer une coupe complète entre ces deux cartes.
- Rendre le paquet au spectateur et lui demander de donner alternativement une carte pour vous et une carte pour lui (comme pour la bataille).
- Expliquer au spectateur que vous allez jouer à la bataille, mais en modifiant légèrement les règles : si les cartes sont de même couleur alors il remporte le pli, sinon c’est vous.
- Vous jouez ensemble à la bataille et il ne fait aucun pli. Vous auriez pu parier préalablement cette réalisation...

Analyse du montage initial

Le montage initial (présenté à la figure 2) remplit la condition d’application du premier principe en prenant pour C_1 une carte noire et pour C_2 une carte rouge. Le magicien doit simplement suivre les instructions et le tour se réalise automatiquement.

On pourra consulter [13, pp. 19–21] pour un autre tour (« Further thoughts on Magnetic Colors » de R. Edwards) en utilisant le même montage initial.

III.2 Application du second principe

Ce tour est basé sur une idée développée dans « Determined future », décrit dans [8] et traduit en français dans [13, pp. 45–46].

Préparation avant le tour

- A l’insu du spectateur, dans un jeu de 52 cartes, mettre la dame de Coeur en 45^e position en partant du dessus du jeu. Puis faire le montage décrit à la figure 2. Placer ce montage de dix-huit cartes sur le dessus du jeu.

- Écrire la prédiction suivante : « Vous choisirez la dame de Cœur. »

Déroulement du tour

- Prendre le jeu en main gauche et faire défiler les cartes du dessus du paquet en éventail avec la main droite. Sans avoir l'air de compter les cartes, prendre en main droite les neuf premières cartes et les donner au spectateur.
- Demander au spectateur de compter, à voix haute, les cartes de son paquet en les posant une à une sur la table. Une fois cela fait, prendre les neuf cartes suivantes du gros paquet (sans en intervenir l'ordre), puis les lui tendre et lui demander de les mélanger à la queue d'aronde.
- Proposer au spectateur de faire un premier tas de neuf cartes et un second avec le reste des cartes. Lui demander de choisir un des deux tas. Le tas non choisi est remplacé par les soins du magicien sur le paquet de cartes restants.
- Demander au spectateur de compter mentalement la somme des valeurs faciales de chaque carte puis lui faire lire à voix haute la prédiction. Pendant ce temps reprendre les neuf cartes du tas du spectateur et les placer sur le dessus du paquet.
- Demander enfin de donner le nombre qu'il a calculé et de compter autant de cartes. Ne pas retourner la carte immédiatement et faire relire la prédiction. Retourner enfin la carte : la dame de Cœur surgit !

Analyse du montage et explication du tour

Le montage initial (présenté à la figure 2) comportant deux séries identiques de neuf cartes ($C_1 = A_s$, $C_2 = 5$, $C_3 = 9$, $C_4 = 7$, $C_5 = 2$, $C_6 = 6$, $C_7 = 4$, $C_8 = 8$ et $C_9 = 3$), suivi d'une coupe au milieu et du retournement d'un des deux paquets, remplit les conditions d'application du second principe. Les deux séries ont la propriété que la somme des valeurs des neuf cartes est égale à 45. Le magicien doit simplement suivre les instructions et le tour se réalise automatiquement.

III.3 Application du second principe généralisé

Cette routine est fondée sur le tour « Sur le bout des lèvres », décrit dans [12, pp. 25–27].

Préparation avant le tour

A l'insu du spectateur, faire le montage décrit à la figure 2 puis le placer sur le dessus du jeu.

Déroulement du tour

- Reproduire les deux premières étapes du tour précédent.
- Proposer au spectateur de faire autant de paquet de trois cartes consécutives que possible. Lui demander de choisir deux des six tas.
- Demander au spectateur d'additionner les valeurs des trois cartes pour chacun des deux tas choisis sans les montrer au magicien et sans énoncer les résultats, puis lui faire multiplier les deux nombres précédemment obtenus.
- Lui faire énoncer lentement tous les chiffres du résultat en omettant un et un seul chiffre.
- Au bout de quelques secondes, le magicien annonce à voix haute le chiffre manquant et immanquablement il aura raison !

Le tour peut être refait deux fois puisqu'il reste quatre tas de trois cartes.

Ce que le magicien doit faire

Le magicien doit additionner les chiffres énoncés par le spectateur. Le nombre obtenu est composé de plusieurs chiffres. Le magicien additionne de nouveau tous les chiffres composant le nombre et ainsi de suite jusqu'à obtenir un chiffre. Il soustrait alors ce dernier au chiffre 9. Si le résultat est 0, alors le spectateur a omis le chiffre 9 ou 0. Sinon le spectateur a omis le chiffre ainsi calculé.

Analyse du montage et explication du tour

Le montage initial (présenté à la figure 2) comportant plus de deux séries, suivi d'une coupe au milieu et du retournement d'un des deux paquets, remplit les conditions d'application du second principe généralisé formulé par C. Hudson. L'arrangement contient six séries de trois cartes ayant la propriété que la somme des valeurs des trois cartes consécutives est un multiple de 3 (les composants sont congrus à 1, 2 et 0 modulo 3, leur somme est donc congrue à 0 modulo 3). Le spectateur choisit deux tas dont les valeurs de cartes C_1, C_2, C_3 et C'_1, C'_2, C'_3 sont telles que $C_1 + C_2 + C_3$ et $C'_1 + C'_2 + C'_3$ sont des multiples de 3. Il calcule le nombre $N = (C_1 + C_2 + C_3)(C'_1 + C'_2 + C'_3)$ qui est alors un multiple de 9. Par ailleurs, le nombre 10 ainsi que toutes ses puissances étant congrues à 1 modulo 9, le nombre N est congru à la somme de ses chiffres modulo 9, qui elle-même, si ce n'est pas un chiffre est congrue à la somme de ses chiffres, et ainsi de suite jusqu'à obtenir pour dernière somme un chiffre.

III.4 Application du troisième principe

L'élément différenciant entre les deux premiers principes et le troisième est le fait de s'affranchir d'un en-

droit spécifique pour la coupe. Ainsi, lorsque le montage initial possède plusieurs fenêtres de longueurs différentes, en n'utilisant que les deux premiers principes, il est difficile d'utiliser toutes les potentialités du montage car il faut trouver un endroit pour la coupe qui soit divisible par les longueurs de fenêtre glissante que nous souhaitons utiliser. En utilisant le troisième principe, nous nous affranchissons de cette contrainte, seule la répartition des cartes compte.

Nous proposons ici une des nombreuses façons d'utiliser l'arrangement initial combinant les divers principes de Gilbreath.

Préparation avant le tour

A l'insu du spectateur, mettre la dame de Cœur en 45^e position en partant du dessus du jeu. Puis réaliser le montage décrit à la figure 2 puis le placer sur le dessus du jeu. Écrire les prédictions suivantes :

- « Dans le paquet de deux cartes, il y a exactement une carte rouge et une carte noire. »
- « Vous choisirez la dame de Cœur. »

Déroulement du tour

- Prendre le jeu en main gauche et faire défiler les cartes du dessus du paquet en éventail avec la main droite. Sans avoir l'air de compter les cartes, prendre en main droite les dix-huit premières cartes. Donner ce paquet à un spectateur.
- Proposer au spectateur de couper le paquet où bon lui semble puis de compléter la coupe ; lui proposer cette étape autant de fois qu'il le souhaite.
- Demander au spectateur de prendre la carte du dessus et de la poser sur la table ; lui proposer de réitérer cette opération autant de fois qu'il le souhaite. Enfin, lui demander d'effectuer un mélange à la queue d'aronde.
- Imposer au spectateur de distribuer les trois premières cartes du dessus du paquet mélangé en un seul et même tas, les trois suivantes en un autre tas, les deux suivantes en un troisième tas ; la carte d'après est remise au magicien et le reste des cartes est posé sur la table en un tas.
- Pour les deux premiers tas de trois cartes, exécuter le tour proposé à la section III.3. Reprendre les six cartes pour les remettre sur le reste du paquet, les regarder rapidement en les mémorisant.
- Pour le troisième tas (celui de deux cartes), proposer au spectateur de lire à voix haute la première prédiction, et la lui faire vérifier. Reprendre les deux cartes pour les remettre sur le reste du paquet, les regarder rapidement en les mémorisant.
- Pour le quatrième tas (celui d'une carte), demander au spectateur de prendre la carte, de la regarder

et de vous transmettre par télépathie la valeur de la carte. Au bout de quelques secondes, énoncer la valeur de la carte : c'est la seule carte manquante entre l'As et le neuf que vous n'avez pas vue. La remettre sur le paquet de cartes.

- Pour le cinquième et dernier tas (celui de neuf cartes), exécuter le tour proposé à la section III.2.

REMERCIEMENTS. Un grand merci à Gérald Mainart (président du club Magica) qui a fait découvrir à Pierre les principes de Gilbreath ainsi qu'à Francis Denise pour une relecture minutieuse de ce travail et ses remarques constructives.

Références

- [1] P. DIACONIS, R. GRAHAM, *Magical mathematics : the mathematical ideas that animate great magic tricks*, Princeton University Press, 2011.
- [2] D. DUVIVIER, *Cartomagie année 2001/2002*, 2002.
- [3] G. FINELL, *Color Prophecy*, Pallbearers Review, July 1968.
- [4] N. L. GILBREATH, *Magnetic colors*, The Linking Ring 38(5) (1958), 60.
- [5] N. L. GILBREATH, *Second Gilbreath principle*, The Linking Ring, June 1966.
- [6] N. L. GILBREATH, *Magic for an audience*, Genii 52(9-10-11) (1989).
- [7] J. HAVIL, *Impossible ? Surprising solutions to counterintuitive conundrums*, Princeton University Press, 2008.
- [8] C. HUDSON, *Repeating series*, The Linking Ring, August 1966.
- [9] C. HUDSON, *George Lord's repeating series*, The Linking Ring, September 1966.
- [10] A. LACHAL, P. SCHOTT, *Cartomagie : principes de Gilbreath (I) — Dénombrement de mélanges américains*, Quadrature 85 (2012), 24–35.
- [11] A. LACHAL, P. SCHOTT, *Cartomagie : principes de Gilbreath (III) — Diverses démonstrations*, Quadrature 87 (2013).
- [12] D. PÉRIS, *La Péristance (généralisation du second principe de Gilbreath)*, La boutique de l'illusion, Paris, 2006.
- [13] R. VOLLMER, *Le principe de Gilbreath : une anthologie des meilleurs tours fondés sur ce principe*, Magix unlimited, 2000.
- [14] S. WILLEMIN, *Principe de Gilbreath et mélange américain*, Quadrature 84 (2012), 31–36.