

Analyse Spectrale Paramétrique dans un contexte Smart-Grid

Vincent V. Choqueuse, El Houssin El Bouchikhi, Mohamed Benbouzid

▶ **To cite this version:**

Vincent V. Choqueuse, El Houssin El Bouchikhi, Mohamed Benbouzid. Analyse Spectrale Paramétrique dans un contexte Smart-Grid. GRETSI 2013, Sep 2013, France. pp.1-4. hal-00863015

HAL Id: hal-00863015
https://hal.science/hal-00863015

Submitted on 18 Sep 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Analyse Spectrale Paramétrique dans un contexte Smart-Grid

V Choqueuse[1], E.H El Bouchikhi[1], M Benbouzid[1]

[1]Laboratoire Brestois de Mécanique et des Systèmes (LBMS) - EA 4325
Université de Brest, 29238 Brest Cedex 03, France
vincent.choqueuse@univ-brest.fr

Résumé – Cette étude traite de l'estimation de la fréquence fondamentale dans les réseaux électriques. Nous proposons trois estimateurs de la fréquence fondamentale exploitant conjointement la structure harmonique et la nature multidimensionnelle du signal. Les résultats de simulation montrent que ces techniques permettent d'obtenir une estimation précise de la fréquence fondamentale même lorsque la longueur du signal à analyser reste très faible.

Abstract – This study focuses on the estimation of the fundamental frequency in smart grid. Specifically, we propose three estimators of the fundamental frequency that jointly exploit the harmonic and multidimensional structure of the electrical signals. Simulation results show that these techniques lead to precise frequency estimate, even for short data lengths.

1 Introduction

Pour répondre à de nouveaux enjeux écologiques, le réseau électrique a connu une profonde mutation ces dernières années. Cette mutation est essentiellement liée à deux facteurs: l'intégration de nouvelles sources d'énergies (éolien, solaire, hydrolien) dans le mix énergétique et l'apparition de nouveaux usages électriques (voitures électriques). En dépit de son intérêt écologique, cette mutation complexifie considérablement la gestion du réseau électrique. Pour résoudre ce problème, une solution prometteuse repose sur l'intégration des technologies de l'information et de la communication au sein même des réseaux électriques. Ces réseaux électriques de nouvelle génération, nommés sous l'anglicisme "smart-grid", devront prochainement être capables de surveiller leur installation, de détecter d'éventuelles anomalies et d'optimiser leur structure pour maintenir l'équilibre entre la production et la consommation d'énergie. Ces problématiques commencent à mobiliser la communauté du traitement du signal et ont fait récemment l'objet d'un numéro spécial de l'IEEE Signal Processing Magazine [1].

Un prérequis essentiel au développement des smart-grid réside dans l'élaboration d'algorithmes d'analyse spécifiquement dédiés aux signaux électriques. L'objectif de ces algorithmes est de fournir de l'information sur certaines grandeurs physiques du signal aux organes décisionnels du réseau. Parmi ces grandeurs, la fréquence fondamentale du signal électrique joue un rôle particulier. En effet, la présence de légères fluctuations au niveau de la fréquence fondamentale (standardisée à 50Hz en Europe et à 60Hz sur le continent américain) informe d'un décalage entre la production et la consommation d'énergie [2]. Pour ces raisons, de nombreuses études se sont intéressées à l'analyse spectrale des signaux électriques et en particulier des signaux de tension.

Depuis les travaux pionniers de J. Fourier, de nombreuses techniques d'analyse spectrale ont été proposées et appliquées aux signaux électriques [3, 4]. Toutefois, ces techniques sont générales et ne prennent pas en compte les particularités du signal électrique. Ces particularités sont de deux types: d'une part, le signal électrique est une grandeur multidimensionnelle composée à chaque instant de trois composantes, appelées phases, et d'autre part, le signal contient quasi-exclusivement des harmoniques. D'un point de vue statistique, ces particularités offrent des opportunités pour améliorer les performances des estimateurs spectraux. Plusieurs techniques d'analyse exploitant l'aspect multidimensionnel du signal sont disponibles dans la littérature [5, 6, 7]. Cependant, ces techniques initialement développées pour des signaux sinusoïdaux se comportent mal en présence d'harmoniques ou de déséquilibre entre phases. L'étude présentée dans [8] exploite le contenu harmonique du signal électrique pour estimer la fréquence fondamentale mais cette technique repose sur l'analyse d'une seule phase uniquement. Dans cette publication, nous proposons une technique d'analyse spectrale paramétrique exploitant conjointement l'aspect multidimensionnel et la structure harmonique du signal.

2 Modèle de signal

En présence d'harmoniques, un signal électrique triphasé peut s'exprimer sous la forme suivante:

$$x_m[n] = \sum_{k=1}^{L} a_{mk} \cos\left(2\pi k f_0 n + \varphi_{mk}\right) + b_m[n] \qquad (1)$$

où $x_m[n]$ correspond au n^{e} échantillon sur la m^{e} phase $(m = 0, 1, 2)$, $b_m[n]$ correspond à la composante du bruit,

L correspond au nombre d'harmoniques et f_0 représente la fréquence fondamentale normalisée par rapport à la fréquence d'échantillonnage. Les paramètres a_{mk} et ϕ_{mk} désignent respectivement l'amplitude et la phase initiale de la k e harmonique sur la m^{e} phase. Lorsque le système est équilibré, les signaux $x_m[n]$ sont simplement déphasés les uns des autres de $2\pi/3$ ce qui entraine les égalités $a_{mk} = a_{0k}$ et $\varphi_{mk} = \varphi_{0k} + \frac{2}{3}mk\pi$. Dans cette étude, nous relâchons cette contrainte car l'hypothèse d'équilibrage est rarement satisfaite au sens stricte [7] et nécessite une parfaite synchronisation lors de l'acquisition des signaux.

Soit $\mathbf{x}_m = [x_m[0], \cdots, x_m[N-1]]^T$, le vecteur colonne de taille N contenant les échantillons enregistrés durant N instants consécutifs sur la phase m et $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2]$ la matrice de taille $N \times 3$ contenant les échantillons enregistrés sur les 3 phases. En utilisant les identités trigonométriques, nous pouvons exprimer la matrice $\mathbf{X}$ sous la forme:

$$\mathbf{X} = \mathbf{G}(f_0)\mathbf{S} + \mathbf{B} \tag{2}$$

- où $\mathbf{G}(f_0)$ est une matrice de taille $N \times 2L$ paramétrée par f_0. Cette matrice est définie par:

$$\mathbf{G}(f_0) = [\mathbf{Q}(f_0) \ \cdots \ \mathbf{Q}(Lf_0)] \tag{3}$$

où

$$\mathbf{Q}(lf_0) = \begin{bmatrix} \cos(0) & \sin(0) \\ \cos(2\pi l f_0) & \sin(2\pi l f_0) \\ \vdots & \vdots \\ \cos(2\pi l f_0(N-1)) & \sin(2\pi l f_0(N-1)) \end{bmatrix}$$

- où $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_0, \mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2]$ est une matrice de taille $2L \times 3$ contenant les vecteurs de taille $2L$ définis par:

$$\mathbf{s}_m = \begin{bmatrix} a_{m1}\cos(\varphi_{m1}) \\ -a_{m1}\sin(\varphi_{m1}) \\ \vdots \\ a_{mL}\cos(\varphi_{mL}) \\ -a_{mL}\sin(\varphi_{mL}) \end{bmatrix} \tag{4}$$

- où $\mathbf{B}$ est une matrice de taille $N \times 3$ définie par

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_0[0] & b_1[0] & b_2[0] \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ b_0[N-1] & b_1[N-1] & b_2[N-1] \end{bmatrix} \tag{5}$$

Lorsque le paramètre L est connu ou préalablement estimé [9], nous montrons dans la section suivante comment estimer f_0.

3 Analyse spectrale paramétrique

Pour estimer la fréquence fondamentale f_0, nous proposons d'utiliser l'estimateur du Maximum de Vraisemblance (MV). Lorsque le bruit $b_m[n]$ est blanc et gaussien de distribution $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$, cet estimateur équivaut à l'estimateur des moindres carrés [10]. L'estimation de f_0 s'obtient alors en minimisant la fonction

$$\mathcal{J}(f; \mathbf{S}) = \|\mathbf{X} - \mathbf{G}(f)\mathbf{S}\|_F^2, \tag{6}$$

par rapport à f, où $\|.\|_F^2$ désigne la norme de Frobenius, qui est une extension matricielle de la notion de norme. Comme les paramètres a_{mk} et φ_{mk} sont inconnus, l'implémentation du MV nécessite une minimisation dans un espace de dimension $6L + 1$. Pour simplifier le problème, la fonction de coût est tout d'abord minimisée par rapport à la matrice $\mathbf{S}$. En développant $\mathcal{J}(f; \mathbf{S})$, il est démontré dans [3] que le minimum s'obtient pour

$$\widehat{\mathbf{S}} = (\mathbf{G}^T(f)\mathbf{G}(f))^{-1}\mathbf{G}^T(f)\mathbf{X}. \tag{7}$$

L'estimation de la fréquence fondamentale s'obtient ensuite en minimisant la fonction $\mathcal{J}(f; \widehat{\mathbf{S}})$, ce qui équivaut à la maximisation de la fonction mono-dimensionnelle suivante:

$$\mathcal{C}(f) = \text{Tr}[\mathbf{X}^T\mathbf{G}(f)(\mathbf{G}^T(f)\mathbf{G}(f))^{-1}\mathbf{G}^T(f)\mathbf{X}] \tag{8}$$

où Tr[.] désigne l'opérateur trace. A titre d'illustration, la figure 1 présente l'allure de la fonction de coût $\mathcal{C}(f)$ pour un signal électrique de fréquence fondamentale $f_0 =$ 50Hz. Cette fonction présente plusieurs maxima locaux et un maximum global en $f \approx f_0$. Pour les signaux électriques, il est important de souligner que l'espace de recherche de f_0 est particulièrement confiné. En effet par rapport à la valeur standardisée, des déviations de l'ordre du dixième de Hertz ont une probabilité d'occurrence très faible [2]. Concernant la complexité calculatoire, remarquons que l'étape la plus couteuse en temps de calcul concerne l'inversion de $\mathbf{G}^T(f)\mathbf{G}(f)$. Dans les paragraphes suivants, nous montrons que $\mathcal{C}(f)$ peut être évaluée sans inversion lorsque $L = 1$ ou $N \to \infty$.

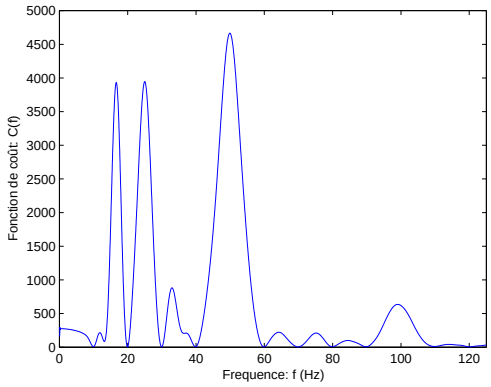


Figure 1: Allure de la fonction de coût pour un signal électrique triphasé de fréquence fondamentale $f_0 =$ 50Hz comportant $L = 3$ harmoniques.

3.1 Cas où $L = 1$

Dans les réseaux électriques, l'amplitude de la composante fondamentale est nettement supérieure à celles des autres

harmoniques. Lorque L est fixée à 1, $\mathbf{G}(f)$ est une matrice de taille $N \times 2$ égale à $\mathbf{Q}(f)$. En utilisant les identités trigonométriques, le produit matricielle $\mathbf{G}^T(f)\mathbf{G}(f)$ s'exprime alors sous la forme:

$$\mathbf{G}^T(f)\mathbf{G}(f) = \frac{N}{2}\mathbf{I}_2 + \frac{|q(f)|}{2}\begin{bmatrix} \cos(\phi(f)) & \sin(\phi(f)) \\ \sin(\phi(f)) & -\cos(\phi(f)) \end{bmatrix} \tag{9}$$

où

$$q(f) = |q(f)|e^{j\phi(f)} = \frac{1 - e^{4j\pi Nf}}{1 - e^{4j\pi f}} \tag{10}$$

En utilisant une décomposition en valeurs propres, ce produit s'écrit également:

$$\mathbf{G}^T(f)\mathbf{G}(f) = \mathbf{U}(f)\Lambda(f)\mathbf{U}^T(f) \tag{11}$$

où:

- $\Lambda(f)$ est une matrice diagonale de taille 2×2 définie par

$$\Lambda(f) \triangleq \frac{1}{2}\begin{bmatrix} N + |q(f)| & 0 \\ 0 & N - |q(f)| \end{bmatrix} \tag{12}$$

- $\mathbf{U}(f)$ est une matrice orthogonale de taille 2×2 définie par

$$\mathbf{U}(f) \triangleq \begin{bmatrix} \cos(\frac{\phi(f)}{2}) & \sin(\frac{\phi(f)}{2}) \\ \sin(\frac{\phi(f)}{2}) & -\cos(\frac{\phi(f)}{2}) \end{bmatrix} \tag{13}$$

Finalement, la fonction de coût se simplifie sous la forme:

$$\mathcal{C}(f) = \left\| \Lambda^{-\frac{1}{2}}(f)\mathbf{U}^T(f)\mathbf{Q}^T(f)\mathbf{X} \right\|_F^2 \tag{14}$$

3.2 Cas où $N \to \infty$

Lorsque le nombre d'échantillons tend vers l'infini, le produit $\mathbf{G}^T(f_0)\mathbf{G}(f_0)$ peut être approché par [10]:

$$\mathbf{G}^T(f)\mathbf{G}(f) \approx \frac{N}{2}\mathbf{I}_{2L} \tag{15}$$

En utilisant cette approximation, la fonction de coût se simplifie sous la forme

$$\mathcal{C}(f) \approx \frac{2}{N}\|\mathbf{G}^T(f)\mathbf{X}\|_F^2 \tag{16}$$

Il est également possible de réexprimer cette écriture matricielle en fonction du périodogramme des signaux $x_m[n]$. En effet en développant l'équation (16), nous obtenons

$$\mathcal{C}(f) \approx 2\sum_{m=0}^{2}\sum_{l=1}^{L} P_x(lf) \tag{17}$$

où

$$P_{x_m}(lf) \triangleq \frac{1}{N}\left| \sum_{n=0}^{N-1} x_m[n]e^{-2j\pi lfn} \right|^2$$

La fonction de coût correspond donc à la somme des périodogrammes évalués pour les trois phases aux fréquences lf $(l = 1, \cdots, L)$.

4 Exemple sur des signaux de simulation

Dans cette section, nous illustrons le comportement de nos estimateurs pour des signaux de fréquence d'échantillonnage F_e = 1kHz. Pour l'ensemble des simulations, les signaux générés comportent $L = 4$ harmoniques. Les paramètres de la composante fondamentale ($k = 0$) sont fixés à $f_0 = 50.05$Hz, $a_{00} = 1$, $a_{10} = 0.3$, $a_{20} = 1.1$ et $\varphi_{m0} = 2m\pi/3$. Pour les harmoniques de rang $k > 0$, les amplitudes a_{mk} sont générées via une loi de Rayleigh de paramètre σ_h et les phases φ_{mk} suivent une loi uniforme de support $[-\pi, \pi[$. Les estimateurs obtenus en maximisant les équations (8), (14) et (17), respectivement nommés MV, MV-mono et MV-approx, sont comparés à celui obtenu en maximisant le périodogramme du signal sur la première phase. Pour l'ensemble de ces techniques, l'étape de maximisation est réalisée en combinant une recherche par la section d'or et des interpolations paraboliques successives. Les performances d'estimation sont évaluées au moyen de l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) obtenue à partir de 1000 simulations de Monte-Carlo.

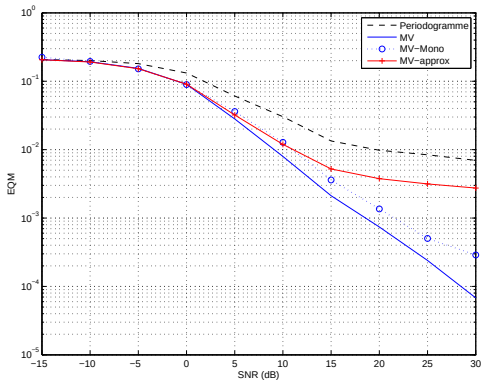


Figure 2: EQM en fonction du SNR ($\sigma_h^2 = 0.1$, $N = 128$).

La figure 2 présente l'évolution de l'EQM en fonction de rapport signal sur bruit pour $N = 128$ et $\sigma_h = 0.1$. Nous pouvons remarquer que l'ensemble des techniques offrent des performances supérieures à celle du periodogramme. En particulier pour un SNR élevé, les EQMs obtenues avec les techniques MV-approx, MV-mono et MV sont respectivement 2.5 fois, 25 fois et 130 fois inférieures à celles du periodogramme.

La figure 3 présente l'évolution de l'EQM en fonction de la taille du signal N pour un rapport signal sur bruit égal à 30dB. Globalement, les EQMs diminuent lorsque la taille du signal augmente. Lorsque $N \to \infty$, nous pouvons constater que les performances de la technique MV-approx convergent vers celles du MV. Nous pouvons également observer des comportements atypiques pour les techniques basées sur le periodogramme et MV-approx;

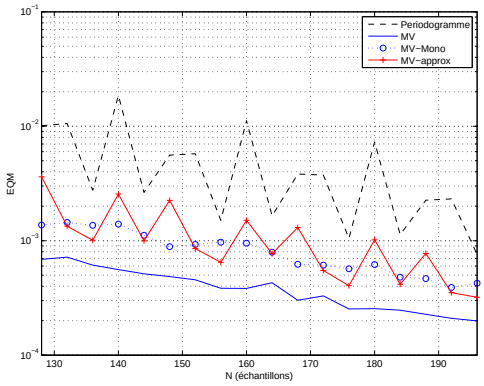


Figure 3: EQM en fonction de N ($\sigma_h^2 = 0.1$, $SNR = 20$dB).

les erreurs présentent des oscillations en fonction de N. Ce comportement s'explique par l'approximation asymptotique (15) sur laquelle repose ces deux techniques. En effet, cette approximation est également vérifiée partiellement lorsque N est un multiple de la période du signal.

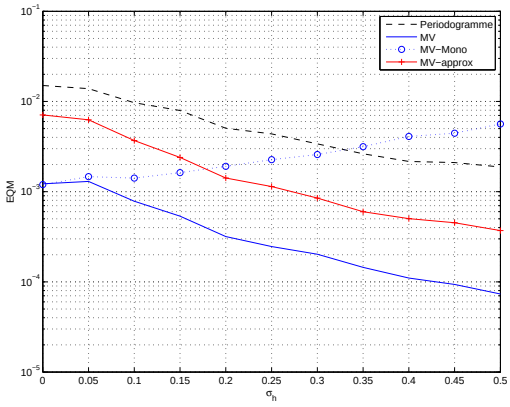


Figure 4: EQM en fonction du niveau d'harmoniques σ_h^2 ($N = 128$, $SNR = 20$dB).

La figure 4 présente l'évolution de l'EQM en fonction du niveau des harmoniques (variation de σ_h). A l'exception de la technique MV-mono, cette figure montre que les techniques exploitent correctement l'information apportée par les harmoniques, ce qui se traduit par une diminution de l'EQM. Concernant la technique MV-mono, ses performances sont similaires à celle du MV lorsque le niveau des harmoniques de rang $k > 0$ est nul ($\sigma_h \approx 0$). Lorsque le niveau de ces harmoniques augmente, les performances de la technique MV-mono se dégradent considérablement.

5 Conclusion

Cet article propose trois techniques permettant d'estimer la fréquence fondamentale des signaux électriques triphasés. La première technique, basée sur le MV, offre les meilleurs performances mais nécessite le calcul d'inversions matricielles. La seconde technique, nommée MV-mono, offre des performances similaires au MV en présence d'un faible taux de distorsion harmonique. La dernière technique, nommée MV-approx, offre des performances similaires au MV lorsque le signal comporte un nombre d'échantillons élevé.

References

[1] H. Gharavi, A. Scaglione, M. Dohler, and X. Guan, "Technical challenges of the smart grid: From a signal processing perspective [from the guest editors]," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 29, no. 5, pp. 12–13, 2012.

[2] P. Top, M. Bell, E. Coyle, and O. Wasynczuk, "Observing the power grid: Working toward a more intelligent, efficient, and reliable smart grid with increasing user visibility," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 29, no. 5, pp. 24–32, 2012.

[3] P. Stoica and R. Moses, *Introduction to spectral analysis*, vol. 89. Prentice Hall Upper Saddle River, NJ, 1997.

[4] T. Lobos, Z. Leonowicz, J. Rezmer, and P. Schegner, "High-resolution spectrum-estimation methods for signal analysis in power systems," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 55, no. 1, pp. 219–225, 2006.

[5] A. Pradhan, A. Routray, and A. Basak, "Power system frequency estimation using least mean square technique," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, no. 3, pp. 1812–1816, 2005.

[6] V. Choqueuse, M. Benbouzid, Y. Amirat, and S. Turri, "Diagnosis of three-phase electrical machines using multidimensional demodulation techniques," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, no. 4, pp. 2014–2023, 2012.

[7] Y. Xia, S. Douglas, and D. Mandic, "Adaptive frequency estimation in smart grid applications: Exploiting noncircularity and widely linear adaptive estimators," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 29, no. 5, pp. 44–54, 2012.

[8] R. Chudamani, K. Vasudevan, and C. Ramalingam, "Real-time estimation of power system frequency using nonlinear least squares," *Power Delivery, IEEE Transactions on*, vol. 24, no. 3, pp. 1021–1028, 2009.

[9] P. Stoica and Y. Selen, "Model-order selection: a review of information criterion rules," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 21, no. 4, pp. 36–47, 2004.

[10] S. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*. Prentice-Hall signal processing series, 1993.