



**HAL**  
open science

## Simulation numérique d'écoulements anisothermes de gaz en micro canal : effets de compressibilité et de glissement

Chahinez Tchekiken, Xavier Nicolas, L.-H. Baudey-Laubier, Guy Lauriat

► **To cite this version:**

Chahinez Tchekiken, Xavier Nicolas, L.-H. Baudey-Laubier, Guy Lauriat. Simulation numérique d'écoulements anisothermes de gaz en micro canal : effets de compressibilité et de glissement. 21ème Congrès Français de Mécanique - CFM2013, Aug 2013, Bordeaux, France. pp.1-6. hal-00862439

**HAL Id: hal-00862439**

**<https://hal.science/hal-00862439>**

Submitted on 16 Sep 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Simulation numérique d'écoulements anisothermes de gaz en micro canal : effets de compressibilité et de glissement

C. TCHEKIKEN\*, X. NICOLAS, L.-H. BAUDEY-LAUBIER, G. LAURIAT

Laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle, MSME UMR 8208 CNRS,  
Université Paris Est Marne la Vallée, 5 Boulevard Descartes, 77454 MARNE-LA-VALLÉE Cedex 2

## Résumé :

Les effets de compressibilité et de glissements dynamique et thermique d'un écoulement d'argon anisotherme dans des micro canaux plans, isothermes ou adiabatiques, de longueur 2,8 ou 15 mm et de hauteur 28  $\mu\text{m}$ , sont étudiés par simulations numériques pour des nombres de Knudsen variant entre 0,001 et 0,1 et des différences de pression allant de 0,003 à 0,5 bar. Les résultats sont comparés à un modèle analytique compressible isotherme et à des expériences. On montre que : les effets de compressibilité doivent être pris en compte lorsque la différence de pression entre l'entrée et la sortie est supérieure à 1,5 fois la pression moyenne ; le glissement thermique n'apparaît qu'en cas de forte détente du gaz et reste localisé à la sortie du canal.

## Abstract :

The effects of compressibility and velocity and thermal slips are studied by numerical simulations for an argon flow in isothermal or adiabatic micro channels of length 2,8 or 15 mm and height 28  $\mu\text{m}$ , for Knudsen numbers between 0,001 and 0,1 and pressure differences between 0,003 and 0,5 bar. The results are compared with an isothermal and compressible analytical model and with experiments. The compressibility effects are shown to be important only when the relative pressure difference between inlet and outlet is greater than 150%. The thermal slip effect is shown to appear only at channel outlet when gas expansion is high.

**Mots clefs :** micro canal, glissements dynamique et thermique, écoulement compressible

## 1 Introduction

Les écoulements de gaz dans des micros conduites ont suscité de nombreuses recherches ces vingt dernières années. Ces recherches, autrefois purement analytiques ou numériques, peuvent dorénavant être menées expérimentalement grâce au développement des MEMS (Micro Electro Mechanical Systems) qui ont permis la fabrication de micro et nano conduites. Le diamètre hydraulique  $D_h$  des conduites utilisées est en général de l'ordre de quelques dizaines de microns [1, 2] mais, très récemment, des nanoconduites ont pu être fabriquées [3]. A ces échelles, un phénomène bien connu de raréfaction est observé. Il peut être assimilé à du glissement à l'échelle du milieu continu car il en résulte un saut de vitesse (glissement dynamique) et un saut de température (glissement thermique) à l'interface fluide/paroi. Ce glissement est observé pour des nombres de Knudsen,  $Kn = \lambda / D_h$ , variant entre 0,01 et 0,1, où  $\lambda = k_B T / (\sqrt{2} \pi \sigma^2 p)$  est le libre parcours moyen des molécules,  $D_h$  le diamètre hydraulique,  $k_B$  la constante de Boltzmann,  $\sigma$  le diamètre des molécules et  $T$  et  $p$  la température et la pression du gaz. Pour les molécules d'air à pression atmosphérique,  $\lambda \sim 60$  nm. En conséquence, pour observer un régime continu avec du glissement prononcé ( $Kn \approx 0,1$ ), il est nécessaire d'utiliser des conduites telles que  $D_h < 1$   $\mu\text{m}$  si la pression reste autour de la pression atmosphérique et de fonctionner en régime raréfié, à basse pression, si  $D_h > 10$   $\mu\text{m}$ . Lorsque  $0,01 < Kn < 0,1$ , un modèle de glissement du premier ordre en  $Kn$  est souvent utilisé pour représenter les glissements dynamique (GD) et thermique (GT) :

$$u_g - u_p = \left( \frac{2 - \alpha_v}{\alpha_v} \right) Kn \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_p = A_I Kn \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_p \quad \text{et} \quad T_g - T_p = \left( \frac{2 - \alpha_T}{\alpha_T} \right) \frac{2\gamma}{\gamma + 1} \frac{Kn}{Pr} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_p \quad (1)$$

Il donne la vitesse tangentielle de glissement du gaz à la paroi,  $u_g$ , et sa température,  $T_g$ , en fonction de la vitesse,  $u_p$ , et de la température,  $T_p$ , de la paroi, de leurs gradients normaux (où  $n$  est la direction normale adimensionnelle à la paroi), de coefficients d'accommodation,  $\alpha_v$  et  $\alpha_T$ , du nombre de Prandtl,  $Pr$ ,

et de  $\gamma=C_p/C_v$  [4].  $\alpha_v$  et  $\alpha_T$ , peuvent être identifiés par dynamique moléculaire ou expérimentalement. Dans [1, 2],  $\alpha_v$  est identifié en comparant la mesure du débit massique dans des micro canaux de section rectangulaire reliant deux réservoirs différentiellement pressurisés et la valeur de ce débit calculée analytiquement [5, 6] pour un gradient de pression moyen connu, sous les hypothèses d'écoulement compressible, glissant et isotherme. Cependant, pour faire circuler un gaz dans des micros canaux, la différence de pression entre l'entrée et la sortie doit être relativement importante pour vaincre les forces visqueuses. Les effets de compressibilité peuvent devenir non négligeables et, en conséquence, les variations de température également. On conçoit alors que les hypothèses d'isothermicité nécessaires à l'identification de  $\alpha_v$  et  $\alpha_T$  puissent ne pas être toujours satisfaites.

Dans ce contexte, l'objectif de cette communication est de présenter des résultats de simulations numériques d'écoulements gazeux subsoniques en micro canal, en tenant compte de la compressibilité, des variations de température et des effets de glissement dynamique et thermique, afin d'analyser dans quelle mesure on peut négliger ou, au contraire, on doit prendre en compte les variations axiales non linéaires de pression et de température. Pour cela, une des configurations expérimentales étudiées dans [2] a servi de base de comparaison. Elle correspond à des écoulements d'argon dans un canal 2D, quasi isotherme, de longueur  $L=15$  mm et de hauteur  $H=28$   $\mu$ m soumis à une différence de pression,  $\Delta p_{es}=p_e-p_s$ , entre l'entrée et la sortie. Les expériences, réalisées pour des faibles valeurs de  $\Delta p_{es}$ , sont reproduites numériquement puis l'analyse est étendue à des valeurs de  $\Delta p_{es}$  plus importantes, allant jusqu'à 0,5 bar, afin de déclencher des écoulements compressibles subsoniques et non isothermes. Le cas de conduites plus courtes ( $L=2,8$  mm), sujettes à moins de dissipation visqueuse, est également étudié.

Après avoir présenté le modèle numérique, on expose les résultats de simulation, tout d'abord dans le cas d'un micro canal à parois minces isothermes (ce qui est considéré dans l'expérience [2]) et avec glissement dynamique. On considère ensuite le cas de micro canaux à parois minces isothermes et adiabatiques en tenant compte des glissements dynamiques et thermiques. On compare les valeurs de débits massiques mesurées expérimentalement et calculées numériquement en utilisant la valeur de  $\alpha_v$  identifiée dans l'expérience et on analyse l'évolution axiale des profils de pression, de température, de masse volumique et de vitesse en les comparant aux solutions du modèle analytique isotherme [5, 6].

## 2 Modélisation et simulations numériques

La géométrie 2D et les conditions aux limites du micro canal utilisé pour les simulations sont présentées dans la figure 1. Le canal est de hauteur  $H$ . Sur la paroi, en  $y=H/2$ , on impose soit une température  $T_e$ , soit un flux nul. Une différence de pression  $\Delta p_{es}=p_e-p_s$  est imposée aux extrémités de la conduite de telle sorte que  $0,001 \leq Kn = \lambda/(2H) \leq 0,1$  et que  $Ma < 1$ , où  $Ma$  est le nombre de Mach. Le gaz entre à la température  $T_e$  et sa température de sortie est variable en fonction de la dissipation visqueuse et de la détente dans le canal.

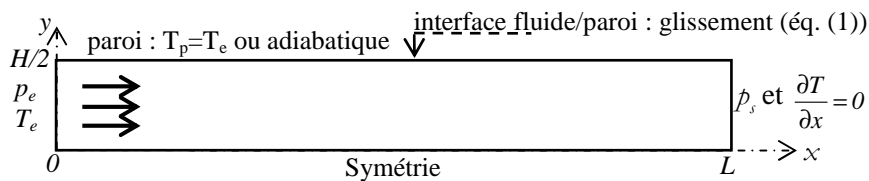


FIG. 1 – Géométrie et conditions aux limites

Les équations résolues sont celles d'un écoulement de gaz parfait de Newton-Stokes, stationnaire et compressible :

$$\text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (2)$$

$$\text{div}(\rho \vec{v} \otimes \vec{v}) = \vec{f} - \overrightarrow{\text{grad}} p + \overrightarrow{\text{div}} \vec{\tau} \quad \text{où} \quad \vec{\tau} = \mu [\overrightarrow{\text{grad}} \vec{v} + (\overrightarrow{\text{grad}} \vec{v})^t] - (2/3) \mu \text{div} \vec{v} \vec{I} \quad (3)$$

$$\rho C_p \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T = \text{div}(k \overrightarrow{\text{grad}} T) + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} p + \vec{\tau} : \overrightarrow{\text{grad}} \vec{v} \quad (4)$$

$$\rho = p/rT \quad \text{où} \quad r = C_p - C_v \quad (5)$$

Après avoir vérifié que l'effet du pompage thermique (thermal creep [7]) est négligeable dans cette étude, les conditions aux limites s'écrivent :

$$\text{en } x=0, \forall y \in [0; H/2], p=p_e \text{ et } T=T_e \quad (6)$$

$$\text{en } x=L, \forall y \in [0; H/2], p=p_s \text{ et } \partial T/\partial x = 0 \quad (7)$$

$$\text{en } y=0, \forall x \in [0; L], \partial \vec{v}/\partial y = 0 \text{ et } \partial T/\partial y = 0 \quad (8)$$

en  $y=H/2$ ,  $\forall x \in [0 ; L]$ , conditions de glissement données par les éqs. (1) avec  $u_p=0$  et  $T_p=T_e$  ou, dans le cas adiabatique, condition de glissement dynamique et  $\partial T/\partial y|_p = -(\mu/k)|_p \partial u/\partial y|_p$  [7, 8] (9)

Les équations de transport sont discrétisées par la méthode des volumes finis, avec un schéma décentré amont du second ordre pour les termes convectifs et un schéma centré pour les termes diffusifs, sur un maillage cartésien raffiné près de la paroi et dans la zone d'entrée. Les écoulements étant subsoniques, les équations (2-5) sont résolues de manière séquentielle et le couplage vitesse/pression est traité par l'algorithme SIMPLE. Le domaine de calcul est de dimension  $L \times H = 15,06 \text{ mm} \times 27,91 \text{ }\mu\text{m}$  pour la conduite longue ( $L/H=540$ ) et  $L \times H = 2,79 \text{ mm} \times 27,91 \text{ }\mu\text{m}$  pour la conduite courte ( $L/H=100$ ). Après analyse de la sensibilité au maillage des solutions calculées, le domaine de calcul est discrétisé en  $N_x \times N_y = 5000 \times 50$  cellules pour la conduite longue et  $N_x \times N_y = 2000 \times 50$  cellules pour la conduite courte.

Les propriétés de l'argon, utilisé dans les simulations, sont données dans le tableau 1 où la viscosité dynamique et la conductivité sont calculées par  $\mu = \mu_{ref}(T/T_{ref})^\omega$  et  $k = -7.10^{-4} + 7,19.10^{-5}T - 2,63.10^{-8}T^2 - 3,61.10^{-11}T^3 + 4,17.10^{-14}T^4$  même si l'influence des variations des propriétés thermiques avec T reste négligeable dans cette étude. Le tableau 2 présente les conditions aux limites et les caractéristiques à l'entrée du canal des six écoulements étudiés. Ces paramètres sont utilisés pour les conduites longue et courte, quel que soit le type de condition thermique à la paroi. Les cas (a) et (c) correspondent à deux expériences extraites de [2], dans lesquelles la paroi est très conductrice car les canaux sont gravés dans du silicium et recouverts d'une couche d'or. Les autres cas reprennent le cas expérimental (c) en maintenant la température d'entrée et la pression de sortie mais en faisant varier la pression d'entrée de telle sorte que  $\Delta p_{es}$  varie de 0,3 à 50 kPa entre les cas (b) et (f).

TAB. 1 - Propriétés de l'argon

Type	$k(T=300K)$ (W/m.K)	$C_p$ (J/kg.K)	$r$ (J/kg.K)	$\mu_{ref}.10^5$ (Pa.s)	$T_{ref}$ (K)	$\omega$	$M$ (g/mol)	$\alpha_v = \alpha_T$	$\sigma$ (Å)
Argon	0,0179	520,64	208,15	2,117	273,14	0,81	39,95	0,938	3,542

TAB. 2 - Conditions aux limites et caractéristiques à l'entrée du canal des écoulements compressibles étudiés

Cas	$p_e$ [kPa]	$p_s$ [kPa]	$\Delta p_{es}$ [kPa]	$T_e$ [K]	$Ma_e$	$Kn_e$ $\times 10^2$
(a)	125,1	97,2	27,9	295,5	0,015	0,11
(b)	1,74	1,44	0,30	297,4	0,0003	8,00
(c)	2,61	1,44	1,17	297,4	0,001	5,33
(d)	7,844	1,44	6,40	297,4	0,003	1,78
(e)	26,44	1,44	25,0	297,4	0,009	0,53
(f)	51,44	1,44	50,0	297,4	0,016	0,28

Le modèle analytique établi dans [5, 6] pour un écoulement de Poiseuille d'un gaz parfait compressible, entre deux plans parallèles isothermes et avec glissement dynamique du premier ordre, sert de base de comparaison pour les présentes simulations. On obtient les expressions analytiques suivantes pour le débit massique,  $\dot{m}$ , le profil axial de pression rapporté à la pression de sortie,  $p(x)/p_s$ , et la vitesse axiale,  $u(x, y)$  :

$$\dot{m} = \frac{H^3 p_m \Delta p_{es}}{12 \mu r TL} (1 + 12 A_I Kn_m) \quad \text{où} \quad p_m = \frac{p_e + p_s}{2}, \quad Kn_m = \frac{\lambda(p_m)}{2H} \quad (10)$$

$$\frac{p(x)}{p_s} = -12 A_I Kn_s + \sqrt{\eta^2 + 24 A_I Kn_s \eta + (12 A_I Kn_s)^2 + \left(1 + 24 A_I Kn_s (1 - \eta) - \eta^2\right) \frac{x}{L}} \quad \text{où} \quad \eta = \frac{p_e}{p_s} \quad (11)$$

$$u(x, y) = -\frac{H^2}{8\mu} \frac{dp(x)}{dx} \left(1 - 4 \left(\frac{y}{H}\right)^2 + 8 A_I Kn(x)\right) \quad \text{où} \quad A_I = \frac{2 - \alpha_v}{\alpha_v} \quad \text{et} \quad Kn(x) = \frac{\lambda(p(x))}{2H} \quad (12)$$

Dans la suite, on compare les profils analytiques et numériques des fonctions  $f(x)$  égales à  $u_g(x) = u(x, H/2)$ ,  $u_{axe}(x) = u(x, 0)$ ,  $p(x)$ ,  $\rho(x)$  et  $T(x)$  où  $T(x) = T_e$  dans la solution analytique. Pour chaque fonction  $f$ , l'écart entre la solution analytique et la solution numérique est calculé par la relation suivante:

$$e_f = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_x} (f_{num}(i) - f_{ana}(i))^2 \Delta x(i)} / \sqrt{\sum_{i=1}^{N_x} (f_{num}(i))^2 \Delta x(i)} \times 100 \quad (13)$$

### 3 Résultats et discussion

Les tableaux 3 et 4 présentent, pour les conduites longue et courte respectivement, les caractéristiques des écoulements simulés et les écarts au modèle analytique, lorsque la paroi est à  $T_p=T_e$  et qu'on ne tient compte que du glissement dynamique (noté GD; cf. Eq. (1)). Ils donnent les différences maximales de pression et de température entre l'entrée (indice  $e$ ) et la sortie (indice  $s$ ) du canal et les paramètres adimensionnels de l'écoulement : le nombre de Reynolds en sortie,  $Re_s = \rho \bar{v} H / \mu(T_s)$ , et les nombres de Mach maximum et de Knudsen moyens sur les sections d'entrée et de sortie. Les débits massiques,  $\dot{m}$ , obtenus par simulations, sont comparés à ceux calculés analytiquement et mesurés expérimentalement (cas (a) et (c) en conduite longue). Les deux dernières lignes de chaque tableau donnent les caractéristiques des derniers cas simulés (cas (f) pour la conduite longue et cas (e) pour la conduite courte) lorsque la paroi est isotherme et soumise à du glissement dynamique et thermique (noté GDT) et lorsque la paroi est adiabatique soumise à du glissement dynamique seul (noté GD,  $q_p=0$ ). Dans ce dernier cas, la condition d'adiabaticité fait intervenir le travail des forces de viscosité à la paroi (cf. [7, 8] pour une justification) et le gradient normal de température à la paroi est donc non nul (cf. Eq. (9)). Les profils axiaux de la pression, de la vitesse de glissement à la paroi,  $u_g$ , et de la vitesse sur l'axe,  $u_{axe}$ , sont donnés dans les figures 2 et 3 pour les cas (b), (c), (d) et (f) du tableau 3 (cas de la conduite longue avec GD). La figure 4 compare, dans le cas (e) de la conduite courte, les profils  $u_{axe}(x)$ ,  $u_g(x)$ ,  $p(x)$ ,  $\rho(x)$  et  $T_{axe}(x)$  obtenus par le modèle analytique isotherme (Eqs. (10) à (12)) et dans les trois derniers cas du tableau 4 (simulations avec  $T_p=T_e$  et GD, avec  $T_p=T_e$  et GDT et avec des parois adiabatiques et GD).

TAB. 3 – Résultats des simulations numériques dans une conduite longue à  $T_p=T_e$  avec glissement dynamique : caractéristiques principales et écarts au modèle analytique

Cas	Simulations numériques											Analyt. $\dot{m} \times 10^{10}$ (kg/s)	Exp. [2] $\dot{m} \times 10^{10}$ (kg/s)
	$\Delta p_{es}$ [kPa]	$\Delta T_{es}^{max}$ (K)	$Re_s$	$Ma_s^{max}$	$\overline{Kn}_s \times 10^2$	$e_p$ (%)	$e_T$ (%)	$e_\rho$ (%)	$e_{u_g}$ (%)	$e_{u_{axe}}$ (%)	$\dot{m} \times 10^{10}$ (kg/s)		
(a) GD	27,9	-0,04	22,9	0,0290	0,14	0,00	0,03	0,02	0,95	0,34	1380	1382	1350
(b) GD	0,30	0	0,007	0,0005	9,70	0,00	0,00	0,02	0,02	0,01	0,448	0,448	
(c) GD	1,17	0	0,032	0,0023	9,70	0,00	0,00	0,02	0,06	0,08	1,949	1,947	2,00
(d) GD	6,40	-0,002	0,296	0,021	9,70	0,00	0,00	0,02	0,04	0,02	17,85	17,84	
(e) GD	25,0	-2,39	2,82	0,196	9,65	0,00	0,14	0,08	1,4	0,75	170,4	170,5	
(f) GD	50,0	-25,48	10,6	0,641	9,17	0,00	0,76	0,32	14,2	7,08	609,6	611,9	
(f) GDT	50,0	-33,60	10,1	0,635	8,83	0,00	1,00	0,29	15,4	7,14	609,7	611,9	
(f) GD, $q_p=0$	50,0	-33,8	10,9	0,637	8,86	0,00	1,11	0,28	16,5	7,30	610,1	611,9	

TAB. 4 – Comme le tableau 3 pour une conduite courte

Cas	Simulations numériques											Analyt. $\dot{m} \times 10^{10}$ (kg/s)
	$\Delta p_{es}$ [kPa]	$\Delta T_{es}^{max}$ (K)	$Re_s$	$Ma_s^{max}$	$\overline{Kn}_s \times 10^2$	$e_p$ (%)	$e_T$ (%)	$e_\rho$ (%)	$e_{u_g}$ (%)	$e_{u_{axe}}$ (%)	$\dot{m} \times 10^{10}$ (kg/s)	
(a) GD	27,9	-0,04	117,02	0,146	0,14	2,8	2,8	2,9	8,9	7,3	7001	7404
(b) GD	0,30	0,00	0,04	0,003	9,70	0,00	0,00	0,02	0,02	0,01	2,402	2,400
(c) GD	1,17	0,00	0,17	0,012	9,70	0,00	0,00	0,02	0,04	0,02	10,43	10,43
(d) GD	6,40	-0,75	1,58	0,111	9,68	0,05	0,06	0,09	0,58	0,43	95,46	95,59
(e) GD	25,0	-50,01	16,4	0,88	8,64	1,6	1,4	1,5	31,3	16,4	888,9	913,3
(e) GDT	25,0	-57,78	17,0	0,85	8,22	1,0	1,6	1,3	30,7	16,0	884,6	913,3
(e) $q_p=0$	25,0	-57,48	17,0	0,87	8,28	1,0	1,7	1,4	32,6	16,3	891,4	913,3

Les tableaux 2 à 4 indiquent que le cas (a) correspond à un écoulement peu compressible : la variation relative de pression  $\Delta p_{es}/\bar{p}$  n'est que de 25% et le profil axial de pression est quasi linéaire (non présenté ici). Ce cas présente peu de glissement car il a lieu à une pression moyenne proche de la pression atmosphérique et à petit nombre de Knudsen ( $Kn \approx 10^{-3}$ ). Pour ce cas, on montre que des modèles incompressibles et compressibles, avec ou sans glissement, donnent des solutions proches qui concordent avec la mesure du débit massique [2] (cf. Tab. 3). Les tableaux 3 et 4 montrent que les écarts  $e_f$  (avec  $f=p, T, \rho, u_g, u_{axe}$ ) sont faibles (<9%) pour les deux conduites envisagées : les modèles compressibles numérique et analytique sont donc concordants.

Pour les cas (b) à (f) des tableaux 3 et 4, la température d'entrée et la pression de sortie ne varient pas, mais la pression d'entrée augmente. Dans chacun de ces cas, le nombre de Knudsen augmente de l'entrée vers la

sortie pour atteindre des valeurs supérieures à 0,086. Ainsi le glissement est toujours très important à la sortie de la conduite, mais il est faible, voire nul, à l'entrée pour les cas (d), (e) et (f) puisque  $Kn_e < 0,02$ . Ceci est mis en évidence dans la Fig. 3 qui montre clairement l'augmentation de  $u_g$  dans la direction  $x$ . Pour le cas (b), le glissement est très important dans tout le canal car  $Kn > 0,08$  partout (cf. Tab. 2 à 4). Pour ce cas, ainsi que pour le cas (c), nous avons vérifié que les solutions numériques de modèles incompressible et compressible tenant compte du glissement dynamique concordent et permettent de retrouver le débit massique mesuré expérimentalement (cf. tableau 3). Ceci est dû au fait que la compressibilité est négligeable :  $Ma \leq 0,01$ ,  $\Delta p_{es}/\bar{p} < 50\%$  et le profil axial de pression est quasi linéaire (cf. Fig. 2). En revanche, lorsque la différence de pression  $\Delta p_{es}$  atteint 0,5 bar pour la conduite longue (cas (f) du tableau 3) et 0,25 bar pour la conduite courte (cas (e) du tableau 4), la compressibilité est très importante :  $\Delta p_{es}/\bar{p}$  atteint 180% et  $Ma_s > 0,6$ . La pression chute rapidement, de manière non linéaire, en sortie (cf. cas (f) de la Fig. 2 et le profil de  $p(x)$  de la Fig. 4). Cela s'accompagne d'une détente et d'un fort refroidissement du gaz au cœur de l'écoulement (-27 à -50°C ; cf. Tab. 3 et 4). On pourrait donc s'attendre à ce que le modèle analytique isotherme soit mis en défaut dans ce cas là. Dans les faits, ce n'est pas tout à fait le cas car les variations relatives des températures absolues restent faibles et localisées à la sortie du canal. Ainsi, les tableaux 3 et 4 et la figure 4 montrent que les écarts entre les modèles analytiques et numériques sur les profils de pression et de masse volumique et sur le débit massique sont très faibles dans tous les cas étudiés (<3%). En revanche les écarts sur les vitesses  $u_g$  et  $u_{axe}$  sont plus élevés et peuvent même dépasser 30% lorsque le nombre de Mach atteint 0,9 dans le cas (e) pour la conduite courte. Cependant ces écarts sur les vitesses restent localisés en sortie de conduite (cf. Fig. 4).

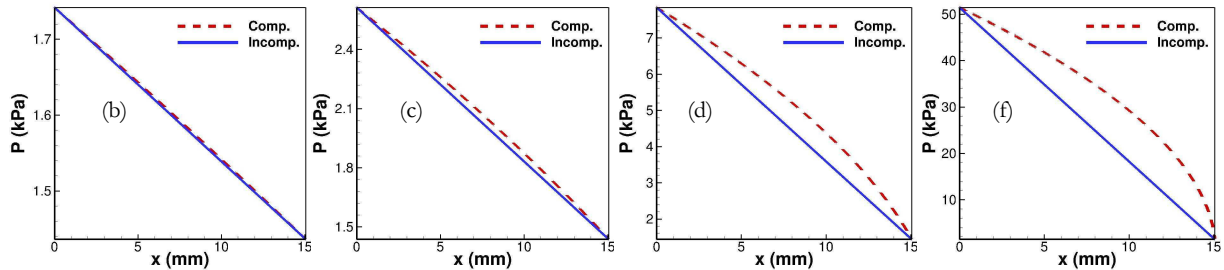


FIG. 2 – Variations de la pression le long de l'axe de la conduite pour les simulations compressibles avec GD des cas (b) à (f) du tableau 3 et comparaisons avec les profils linéaires d'un modèle incompressible.

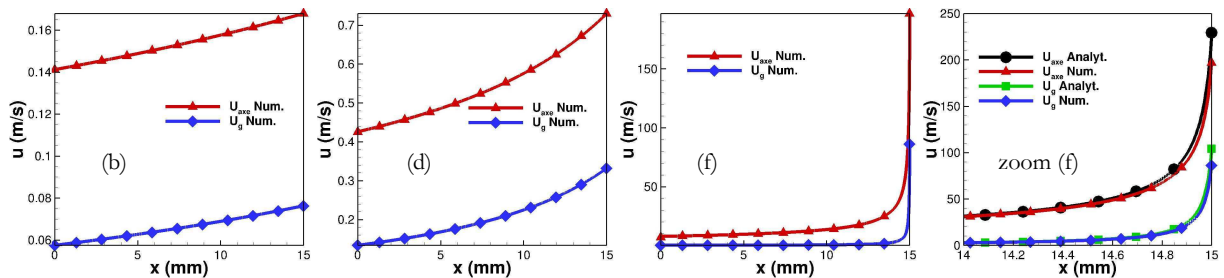


FIG. 3 – Evolution axiale de la vitesse sur l'axe,  $u_{axe}$ , et de la vitesse de glissement,  $u_g$ , pour les simulations compressibles avec GD des cas (b), (d) et (f) du tableau 3 et zoom sur la sortie du canal pour le cas (f)

La longueur  $L$  de la conduite courte étant 5,4 fois plus petite que celle de la conduite longue, pour une même différence de pression  $\Delta p_{es}$ , le gradient axial de pression dans la conduite courte est 5,4 fois plus grand et, en conséquence,  $Ma_s^{max}$ ,  $Re_s$  et  $\dot{m}$  sont environ 5 fois plus grands. Ainsi, pour  $\Delta p_{es}$  fixé, on s'attend à ce que la zone de détente et de refroidissement du gaz au centre du canal (là où la vitesse est la plus élevée) soit relativement plus étendue pour la conduite courte que pour la conduite longue. Ainsi, si la paroi est isotherme et maintenue à  $Te=297,4^\circ\text{C}$ , le gradient normal de température à la paroi devrait être grand et le glissement thermique également. Pour cette raison, nous avons étudié l'influence du glissement thermique en plus du glissement dynamique dans les cas avec une forte détente. Cette situation est notée GDT dans les tableaux 3 et 4 et la figure 4. Il apparaît que les écarts entre les cas notés GD et GDT sont en fait très petits : l'influence du glissement thermique reste donc très faible et localisée en sortie de canal.

Dans le cas où la paroi est isotherme, cette dernière joue le rôle de source de chaleur. Elle limite le refroidissement du gaz qui est soumis à une détente lorsque les variations de pression  $\Delta p_{es}$  sont importantes. Pour évaluer l'influence des conditions aux limites thermiques pariétales sur l'écoulement, nous avons simulé le

cas extrême du point de vue thermique d'une conduite à parois adiabatiques. Les dernières lignes des tableaux 3 et 4 et la figure 4 montrent que le gaz se refroidit à peine plus que dans le cas isotherme avec GD et autant que dans le cas isotherme avec GDT. La condition adiabatique a donc peu d'effet thermique car le travail des contraintes visqueuses à la paroi y apporte un flux de chaleur et limite le refroidissement dû à la détente.

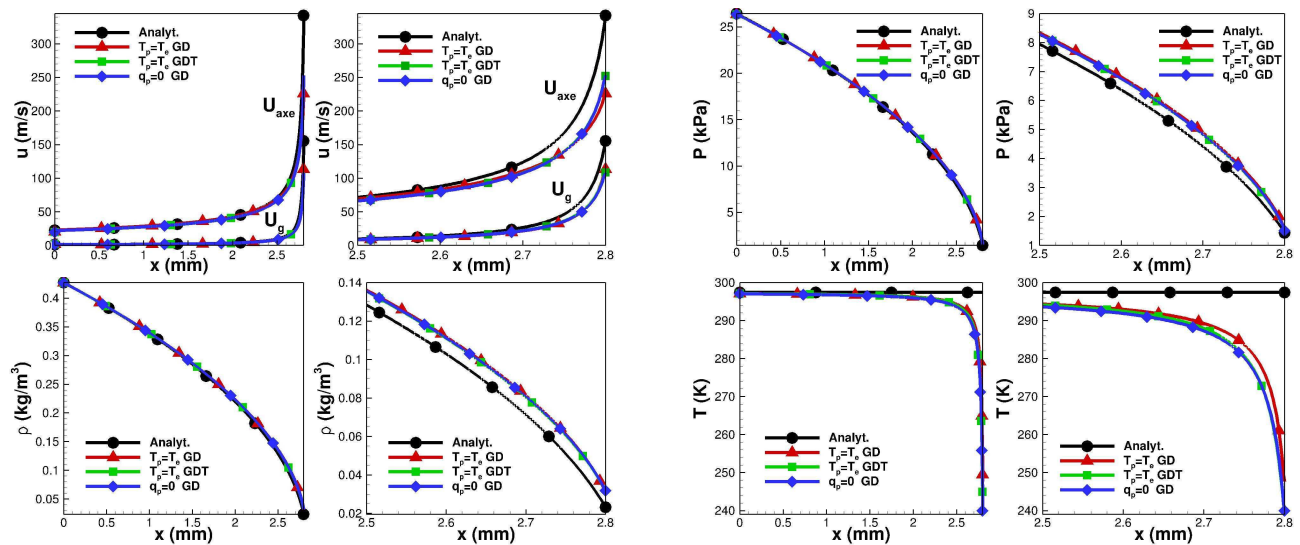


FIG. 4 – Profils axiaux des vitesses sur l'axe et de glissement, de la pression, de la masse volumique et de la température sur l'axe, pour les simulations avec des parois à  $T_p=T_e$  et GD, avec  $T_p=T_e$  et GDT et avec des parois adiabatiques et GD, pour le cas (e) en conduite courte. Comparaisons avec les profils analytiques.

## 4 Conclusion

Dans cette communication, des écoulements d'argon dans des micros canaux de 28  $\mu\text{m}$  de hauteur et 2,8 à 15 mm de long, utilisés pour des expériences, ont été simulés pour des conditions opératoires réalistes. Dans tous les cas étudiés (excepté un), le glissement dynamique est important, au moins en sortie de canal, car la pression de sortie est faible. Il apparaît que les écoulements peuvent devenir supersonique pour des différences de pression entre l'entrée et la sortie inférieures à 1 bar. Ces cas n'ont pas été étudiés ici : les simulations se limitent à des écoulements subsoniques pour des différences de pression de 0,5 bars au maximum. Dans ce cas les écoulements peuvent être compressibles mais les effets liés à la compressibilité (détente et refroidissement du gaz) se limitent à une petite zone en sortie de canal. Enfin, sur la gamme d'écoulements étudiés, l'effet du glissement thermique reste marginal et localisé à la sortie du canal. Le résultat intéressant de cette étude est de montrer que le modèle analytique d'écoulements compressibles isothermes, avec glissement dynamique du premier ordre, établi dans [5, 6], fournit des résultats sur la dynamique des écoulements (débit massique, profil axial de pression et champs de vitesse) qui sont très proches de ceux du modèle numérique complet (non isotherme, avec dissipation visqueuse, etc). Cela est valable pour tous les cas simulés, malgré un fort refroidissement lié à la détente du gaz en sortie de canal.

## References

- [1] Hadj Nacer M., Graur I., Perrier P., Mass flow measurement through rectangular microchannel from hydrodynamic to near free molecular regimes, *La Houille Blanche*, 4, 49-56, 2011.
- [2] Hadj Nacer M., Tangential momentum accommodation coefficient in microchannels with different surface materials (measurements and simulations), Thèse de l'Université d'Aix-Marseille, 2012.
- [3] Fissell W.H., Subhra Datta C., Magistrelli J. M. et al., High Knudsen number fluid flow at near-standard temperature and pressure conditions using precision nanochannels, *Microfluid Nanofluid*, 10, 425-433, 2011.
- [4] Colin S., Baldas L., Effets de raréfaction dans les micro-écoulements gazeux, *C. R. Physique*, 5, 521-530, 2004.
- [5] Arkilic E. B., Schmidt M. A., Breuer K.S., Gaseous slip flow in long microchannels, *J. MEMS*, 6(2), 167-178, 1997.
- [6] Graur I. A., Méolans J. G., Zeitoun D. E., Analytical and numerical description for isothermal gas flows in microchannels, *Microfluid Nanofluid*, 2, 64-77, 2006.
- [7] Colin S., Gas microflows in the slip flow regime: a critical review on convective heat transfer, *JHT*, 134, 020908, 2012.
- [8] Hong C., Asako Y., Some considerations on thermal boundary condition of slip flow, *IJHMT*, 53, 3075-3079, 2010.