



HAL
open science

Application d'une méthode de réduction de modèle au problème de fretting-fatigue

Claudio Montebello, Sylvie Pommier, Jean Meriaux, Julien Leroux

► **To cite this version:**

Claudio Montebello, Sylvie Pommier, Jean Meriaux, Julien Leroux. Application d'une méthode de réduction de modèle au problème de fretting-fatigue. 11eme colloque national en calcul des structures, May 2013, France. hal-00859716

HAL Id: hal-00859716

<https://hal.science/hal-00859716>

Submitted on 9 Sep 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Application d'une méthode de réduction de modèle au problème de fretting-fatigue

Claudio MONTEBELLO¹, Sylvie POMMIER^{2*}, Jean MERIAUX³, Julien LEROUX.

1 LMT-Cachan (ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris), Montebello@lmt.ens-cachan.fr

2 LMT-Cachan (ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris), Sylvie.POMMIER@lmt.ens-cachan.fr

3 SNECMA - Site de Villaroche, Jean.MERIAUX@sneema.fr

4 SNECMA - Site de Villaroche, Julien.LEROUX@sneema.fr

* Auteur correspondant

Résumé — Développer des modèles de prévision de la durée de vie et du risque de rupture en fatigue fondés sur les champs de contraintes locaux sous les contacts, requiert de développer des méthodes permettant d'estimer correctement les champs locaux sans avoir besoin de mettre en œuvre des maillages très fins sur les modèles des pièces industrielles.

Pour cela, une représentation simplifiée du problème du contact avec glissement partiel est mise en œuvre afin de caractériser la partie non-linéaire du problème (glissement partiel) de manière simplifiée. On s'appuie sur des calculs numériques par éléments finis pour mettre en place une représentation réduite du problème sous la forme d'une somme de termes exprimés chacun comme le produit d'un facteur d'intensité et d'une fonction de forme (connue *a priori*). Pour cela on utilise une méthode de réduction de modèle, *Proper Orthogonal Decomposition POD*, adaptée au problème du Fretting-Fatigue.

Mots clés — Fretting-fatigue, Problème de contact, Méthode de réduction de modèle (POD).

1. Introduction

Le fretting-fatigue est un phénomène complexe qui intervient à la surface de contact entre deux matériaux pressés l'un contre l'autre, et soumis à des micro-déplacements relatifs générés par des vibrations ou d'autres forces. Ces derniers engendrent un champ de contraintes cycliques qui présente des pics de cisaillement au voisinage des zones de glissement partiel. Ces pics peuvent permettre l'initiation de micro-fissures et causer une baisse substantielle de la durée de vie en fatigue de la pièce. Par ailleurs, le contact produit un fort gradient de contraintes qui décroît rapidement en s'éloignant de la surface. Dans cette configuration, où l'arrêt de fissure peut se produire, les critères de fatigue locaux sont mal adaptés et des approches non-locales, intégrant la présence du gradient, peuvent être mieux adaptées pour prévoir la vie moyenne de la structure.

En effet, on peut généralement prédire l'amorçage à travers le calcul analytique ou numérique du champ de contraintes pour la géométrie de l'essai considéré, et ensuite utiliser un des critères de fatigue multiaxial [1]. Si cette méthode se révèle assez précise dans la prédiction du point d'amorçage, lorsqu'on essaye de corrélérer les résultats expérimentaux du seuil d'amorçage avec les résultats analytiques/numériques, on s'aperçoit cependant que les différents critères de fatigue donnent une prévision trop conservatrice. La raison principale de ce conservatisme est que le fort gradient engendré par le contact n'est pas pris en compte. Afin de dépasser cet inconvénient, plusieurs auteurs ont proposé des démarches originales, qui ont toutes pour but la définition d'une longueur interne de référence sur laquelle moyenniser les contraintes obtenues analytiquement, avant d'appliquer un critère de fatigue basé sur ces contraintes moyennées. Fouvry [2] relie le volume de contrôle à la taille de grain du matériau, et pour des analyses 2D, plusieurs alternatives sont présentées : moyennation sur un rectangle [3], une ligne dans la profondeur [4], ou un disque [5].

Ces approches contiennent une composante empirique assez importante, c'est-à-dire qu'elles doivent être calées par rapport à l'expérience, donc, en général on définira le volume de contrôle, comme le volume qui permet de bien corréliser les résultats expérimentaux avec les prévisions du modèle. La généralisation et l'application des résultats obtenus pour d'autres matériaux ou configurations expérimentales peuvent se révéler compliquées.

La démarche introduite dans la suite de cet article nous permet d'avoir une description plus complète du champ analysé, au voisinage du front de contact, et de pouvoir, par la suite, définir un critère de fatigue basé sur des grandeurs qui décrivent le champ de manière univoque.

2. Application des techniques de réduction de modèles (POD) au fretting-fatigue

La POD (Proper Orthogonal Decomposition) est une technique de réduction de modèle qui est appliquée dans des domaines aussi variés que l'imagerie ou la mécanique des fluides. Ces dernières années, Sylvie Pommier [6] a utilisé cette approche dans le cadre de la mécanique élasto-plastique de la rupture, pour décrire le champ de vitesse au voisinage du front de la fissure dans un référentiel restant attaché au front de la fissure. Avec cette approche, on aboutit à une description du champ sous la forme d'une somme de termes exprimés chacun comme le produit d'un facteur d'intensité et d'une fonction de forme.

$$\mathbf{v}(x, y, t) \simeq \dot{\mathbf{K}}(t)\mathbf{u}^e(x, y) + \dot{\rho}(t)\mathbf{u}^c(x, y). \quad (1)$$

La méthode permet de condenser le comportement de la région entourant de front de la fissure, où se produisent les phénomènes non linéaire, à l'évolution des seuls facteurs d'intensité (scalaires) en fonction du chargement.

Si l'on considère maintenant le problème de la fatigue de contact, l'analogie avec la mécanique de la rupture est assez évidente. Le long de l'interface entre deux pièces en contact, on rencontre successivement une zone collée, une zone en glissement partiel avec frottement, dont la dimension augmente avec le rayon de contact, et une zone sans contact. Lorsque le rayon de courbure du contact tend vers zéro, le déplacement relatif entre les deux faces du contact présente alors une discontinuité au point de sortie de la zone collée et le problème mécanique présente une singularité. La forme de la solution est analogue à un problème de mécanique de la rupture et peut être traitée avec les mêmes outils, ce qui a été fait par Giannakopoulos et al. [8].

L'objectif est de généraliser la démarche à des problèmes pour lesquels le rayon de courbure ne tend pas vers zéro et pour lesquels la zone en glissement partiel a une dimension finie. Pour cela, l'idée à la base de cet article est l'hypothèse de pouvoir décrire le champ de vitesse de déformation produit par le phénomène de fretting-fatigue comme une somme des effets de la force normale et de la force tangentielle.

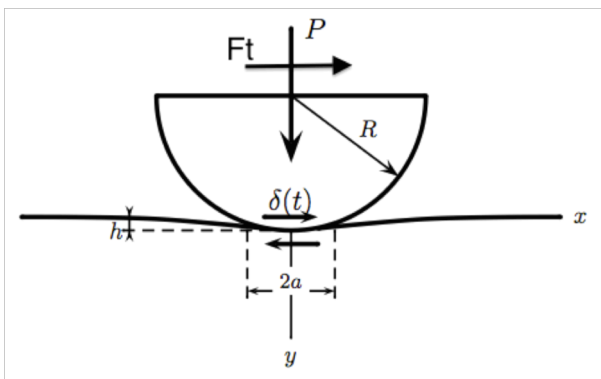


Figure 1: Phénomène de fretting-fatigue

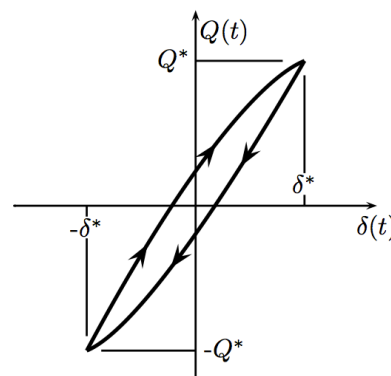


Figure 2: boucle F_T - δ

2.1. Calcul du champ de vitesse de déformation

Un calcul par la méthode des éléments finis a été mis en place afin de recréer la boucle $F_T-\delta$ observée classiquement par les expérimentateurs et de pouvoir avoir accès au champ de vitesse de déformation, $v(x, y, t)$, pour chaque pas de temps. On applique d'abord un effort normal P , puis en conservant cet effort normal constant, deux cycles de l'effort tangentiel Q sont appliqués.

Les paramètres utilisés dans le calcul sont les suivants :

- Rayon du patin = 10 mm
- Dimension de l'éprouvette = 20x10 mm
- Module de Young = 200 GPa
- Effort normal P par unité d'épaisseur = $4 \cdot 10^6$ N/m
- Coefficient de Poisson = 0.3
- Coefficient de Frottement = 0.8
- Taille minimum du maillage = 1 μ m.
- Effort Tangentiel par unité d'épaisseur $Q(t) = Q_0 \cos(t)$, avec $Q_0 = 2.21 \cdot 10^6$ N/m

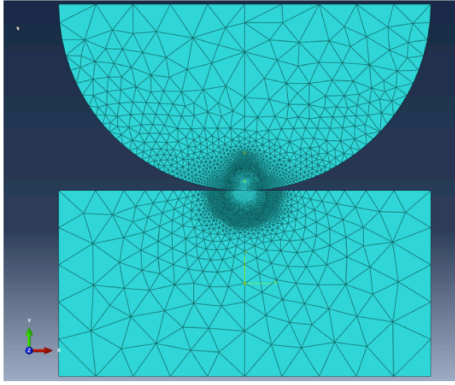


Figure 3: Calcul MEF.

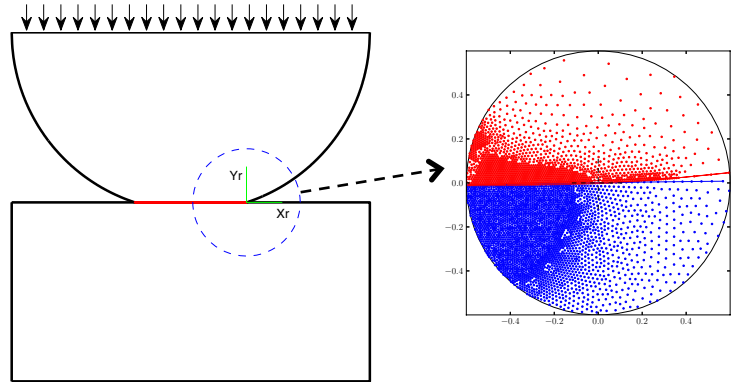


Figure 4: Référentiel local sur le front de contact.

Une fois le champ (x, y, t) obtenu, on définit un nouveau référentiel qui a comme origine la limite extérieure du contact. Les valeurs nodales du champ de vitesses sont collectées pour tous les points de la structure dans un cercle de rayon donné. La géométrie locale au voisinage du front de contact impose la forme des champs mécaniques locaux et le rayon choisi sera celui qui nous permet de conserver l'autosimilarité du champ analysé. Dans le cas étudié par la suite, la valeur retenue du rayon est de 0.6 mm. En suivant le processus explicité en **formule 1**, on définit deux champs de référence, U^N et U^T , qui représentent respectivement les champs produits par l'effet de la force normale et tangentielle en l'absence de non-linéarité. Ces champs sont obtenus lors d'une « décharge » élastique normale ou tangentielle. Une fois ces deux champs U^N et U^T de référence construits, on procède alors à leur projection sur le champ de vitesse $v(x, y, t)$. Le résultat de cette procédure est le facteur d'intensité de chacun des deux champs de référence :

$$\frac{dC^N(t)}{dt} = \frac{\int_{\Omega} v(P, t) \cdot U^N}{\int_{\Omega} U^N \cdot U^N}, \quad \frac{dC^T(t)}{dt} = \frac{\int_{\Omega} v(P, t) \cdot U^T}{\int_{\Omega} U^T \cdot U^T}. \quad (2)$$

On peut donc avoir une première approximation du champ $v(x, y, t)$ à travers une somme de termes qui prend en compte seulement la partie linéaire du phénomène de fretting-fatigue.

$$v(x, y, t) \simeq \dot{C}^N(t) \cdot U^N + \dot{C}^T(t) \cdot U^T. \quad (3)$$

Pour vérifier la validité de cette approximation, l'erreur relative est définie de la façon suivante :

$$\xi_e = \frac{\sqrt{\int_{\Omega} [v(x, y, t) - \dot{C}^N(t) \cdot U^N - \dot{C}^T(t) \cdot U^T]^2}}{\sqrt{\int_{\Omega} [v(x, y, t)]^2}}. \quad (4)$$

Comme on peut le voir en **figure 5**, l'erreur ξ_e associée à l'approximation explicitée en **formule 3**, est élevée. La raison réside dans la non-linéarité du phénomène de contact qui ne peut être représentée par les champs de référence \mathbf{U}^N et \mathbf{U}^T .

Cette non linéarité est entièrement décrite par le champ résiduel, \mathbf{U}^{res} .

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) = \dot{\mathbf{C}}^N(t) \cdot \mathbf{U}^N(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \dot{\mathbf{C}}^T(t) \cdot \mathbf{U}^T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \mathbf{U}^{res}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t). \quad (5)$$

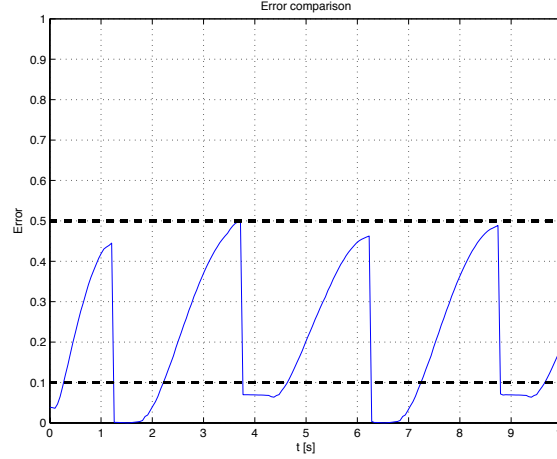


Figure 5: Erreur “élastique” ξ_e .

On applique au champ résidu \mathbf{U}^{res} , la POD [7] pour pouvoir découpler le champ en un produit entre deux fonctions, qui dépendent respectivement du temps et de l'espace. Les étapes suivies pour aboutir à cette représentation sont brièvement résumées ci-dessous.

$$\text{Matrice d'autocorrélation spatiale :} \quad \mathbf{C} = \mathbf{U}^{res} \cdot (\mathbf{U}^{res})^T, \quad (6)$$

$$\text{Détermination des vecteurs propres :} \quad \mathbf{C} \cdot \mathbf{F}_k = \lambda_k \cdot \mathbf{F}_k, \quad (7)$$

$$\text{Détermination du facteur d'intensité :} \quad \dot{\rho}(t) = (\mathbf{U}^{res})^T \cdot \mathbf{F}_1, \quad (8)$$

$$\text{Approximation du champ } \mathbf{U}^{res}: \quad \mathbf{U}^{res} \simeq \dot{\rho}(t) \cdot \mathbf{U}^c(\mathbf{x}, \mathbf{y}). \quad (9)$$

En remplaçant le résultat obtenu en **formule 9**, le champ de vitesse $\mathbf{v}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)$, est maintenant décrit par la relation approchée suivante

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) \simeq \dot{\mathbf{C}}^N(t) \cdot \mathbf{U}^N(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \dot{\mathbf{C}}^T(t) \cdot \mathbf{U}^T(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \dot{\rho}(t) \cdot \mathbf{U}^c(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (10)$$

Dans le développement du champ \mathbf{U}^{res} , seul le premier vecteur propre de la POD a été retenu. Ce choix nous permet de limiter au strict minimum le nombre de facteurs d'intensité (ou de variables) du problème, ce qui permet une interprétation physique de leur évolution. La qualité de cette approximation peut être vérifiée à travers le calcul de l'erreur commise.

$$\xi_T = \frac{\sqrt{\int_{\Omega} [\mathbf{v}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) - \dot{\mathbf{C}}^N(t) \cdot \mathbf{U}^N + \dot{\mathbf{C}}^T(t) \cdot \mathbf{U}^T - \dot{\rho}(t) \cdot \mathbf{U}^c(\mathbf{x}, \mathbf{y})]^2}}{\sqrt{\int_{\Omega} [\mathbf{v}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t)]^2}}. \quad (11)$$

L'erreur maximum commise après avoir introduit un terme supplémentaire $\dot{\rho}(t)$ qui prend en compte la non-linéarité du contact, est de 15 pour cent. C'est une valeur acceptable qui nous permet de valider l'hypothèse faite ci-dessus.

Aboutir à une telle représentation simplifiée du champ de vitesse dans un cadre non-linéaire est primordial pour la suite de nos travaux. Les trois champs de référence utilisés, \mathbf{U}^N , \mathbf{U}^T , \mathbf{U}^c peuvent être considérés comme des fonctions de forme puisqu'ils ne dépendent pas du temps et sont définis a priori

au voisinage du front de contact. De plus, étant donné que la géométrie locale du problème impose la forme des champs mécaniques locaux, pour une configuration donnée une fois déterminée ces fonctions, il suffira d'extraire les facteurs d'intensité pour avoir une bonne description du problème.

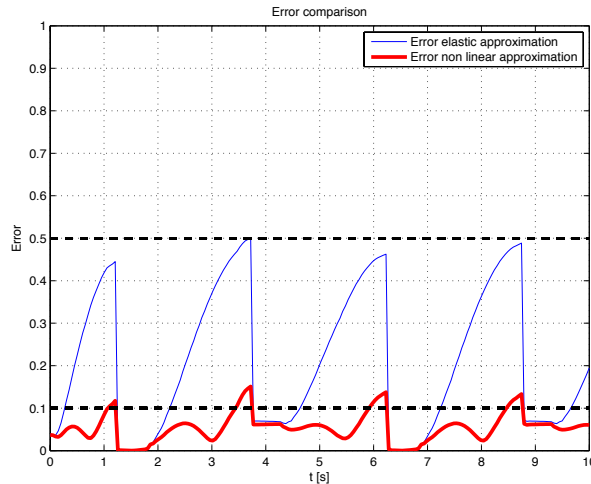


Figure 6: Comparaison entre ξ_e et ξ_T .

Pour comprendre l'avantage de ce type de représentations, il faut la contextualiser. Dans l'industrie un calcul comme celui qui a été fait pour pouvoir accéder aux informations locales sur les champs mécaniques, n'est pas faisable. Les tailles de maille requises pour ces calculs sont de un micromètre au niveau du front de contact. Cette précision ne peut pas être intégrée dans une simulation de contact entre pièces industrielles, dont les échelles sont beaucoup plus grandes et qui peuvent être tridimensionnelles. Grâce au fait que les fonctions de forme dépendent seulement de la géométrie locale du problème, elles peuvent être déterminées à l'aide d'un calcul à éléments finis très fin de la zone de contact, tel que celui réalisé ici, et ensuite dans le calcul « industriel » (avec un maillage nécessairement plus grossier) seules les facteurs d'intensité seront extraits. On aboutira donc à une bonne représentation des effets liés à la non-linéarité du contact tout en restant dans une échelle macro par rapport au problème du contact. On peut donc considérer le processus décrit ici comme une description multi-échelle du problème de fretting-fatigue dans un cadre non-linéaire.

2.2. Résultats

Si on représente le champ de vitesse de déformation, comme explicité en **formule 10**, on suppose que $\dot{\mathbf{C}}^N$, $\dot{\mathbf{C}}^T$ et $\dot{\boldsymbol{\rho}}$ sont linéairement indépendants, c'est-à-dire à dire que la réponse élastique de la structure est indépendante de la réponse plastique et que l'effet de l'application de la force normale peut être considéré indépendant de l'application de la force tangentielle. Cette supposition est confirmée dans la littérature [8], avec l'hypothèse que les deux surfaces ont le même module de Young et que le coefficient de frottement est inférieur à un.

La **figure 7** confirme les hypothèses faites ci-dessous. \mathbf{C}^N reste constant pour toute la durée du cycle de fretting, alors que l'on observe une variation de \mathbf{C}^T . Ce comportement est exactement celui qui est attendu puisque pendant le cycle de fretting, la force normale est maintenue constante. De plus la variation de \mathbf{C}^T est parfaitement en phase avec la force tangentielle appliquée sur le patin. En ce qui concerne la boucle $\mathbf{F}^T - \boldsymbol{\rho}$, une fois que la courbe est obtenue, on est capable de répéter l'analyse pour des rayons de la zone d'intérêt différents, le résultat restant inchangé.

Après avoir vérifié la cohérence des facteurs d'intensité calculés on peut analyser les champs de référence. Pour cela, on exprime **formule 10** en coordonnées cylindriques.

$$\mathbf{v}(\boldsymbol{\vartheta}, \mathbf{r}, \mathbf{t}) \simeq \dot{\mathbf{C}}^N(\mathbf{t}) \cdot \mathbf{U}^N(\boldsymbol{\vartheta}, \mathbf{r}) + \dot{\mathbf{C}}^T(\mathbf{t}) \cdot \mathbf{U}^T(\boldsymbol{\vartheta}, \mathbf{r}) + \dot{\boldsymbol{\rho}}(\mathbf{t}) \cdot \mathbf{U}^c(\boldsymbol{\vartheta}, \mathbf{r}). \quad (12)$$

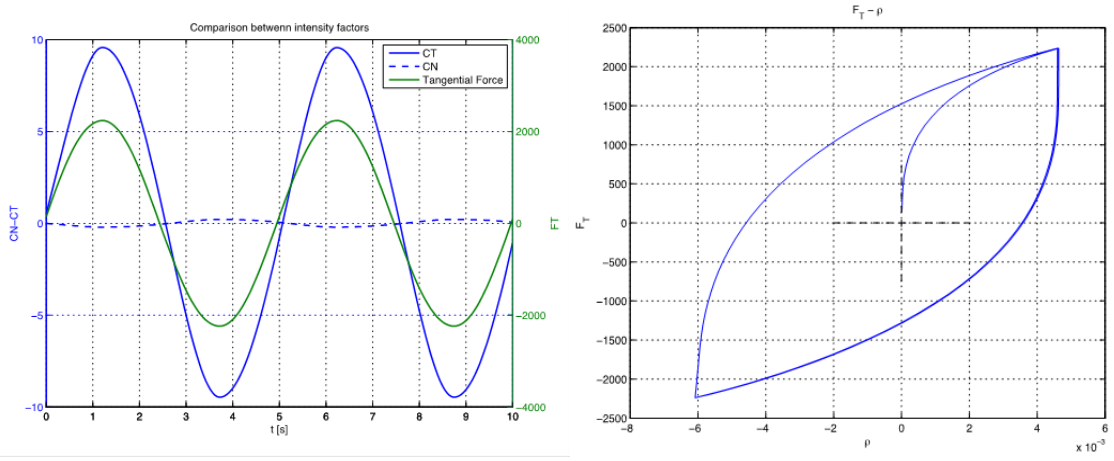


Figure 7: A gauche, les trois facteurs d'intensité sont tracés en fonction du temps, à droite ρ est tracé en fonction de l'effort tangentiel.

Précédemment, on a utilisé la POD pour découpler le champ de vitesse calculé, en une série de termes qui dépendent séparément du temps et de l'espace. On reprend ici cette procédure, sauf que cette fois le but est de découpler le champ spatial de référence en un produit entre une fonction qui dépend de r et une deuxième qui dépend de ϑ .

$$\mathbf{v}(\vartheta, r, t) \approx \dot{\mathbf{C}}^N(t) \cdot \mathbf{f}^N(r) \cdot \mathbf{g}^N(\vartheta) + \dot{\mathbf{C}}^T(t) \cdot \mathbf{f}^T(r) \cdot \mathbf{g}^T(\vartheta) + \dot{\rho}(t) \cdot \mathbf{f}^C(r) \cdot \mathbf{g}^C(\vartheta). \quad (13)$$

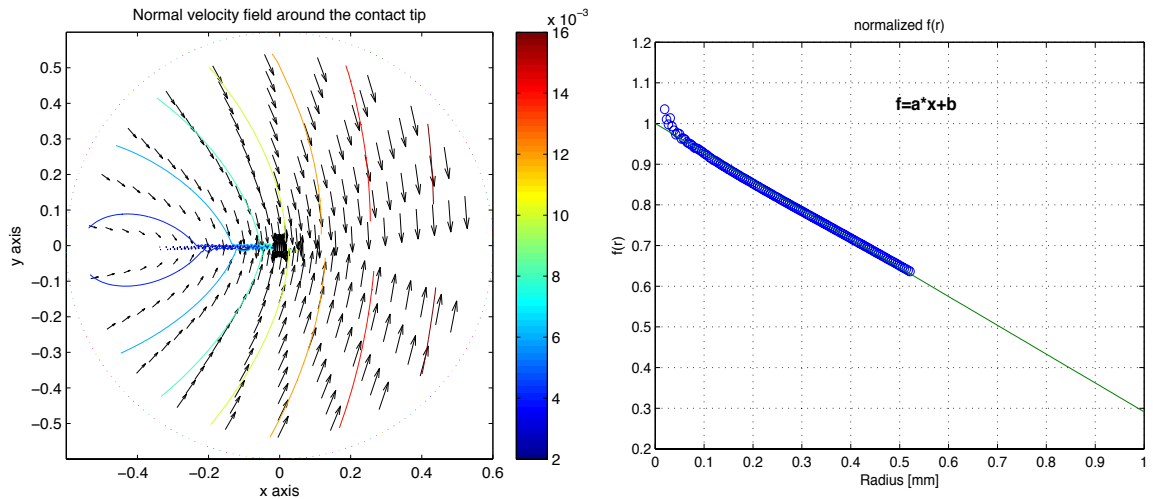


Figure 8: Champ de référence $U^N(\vartheta, r)$ lié à l'application de F^N

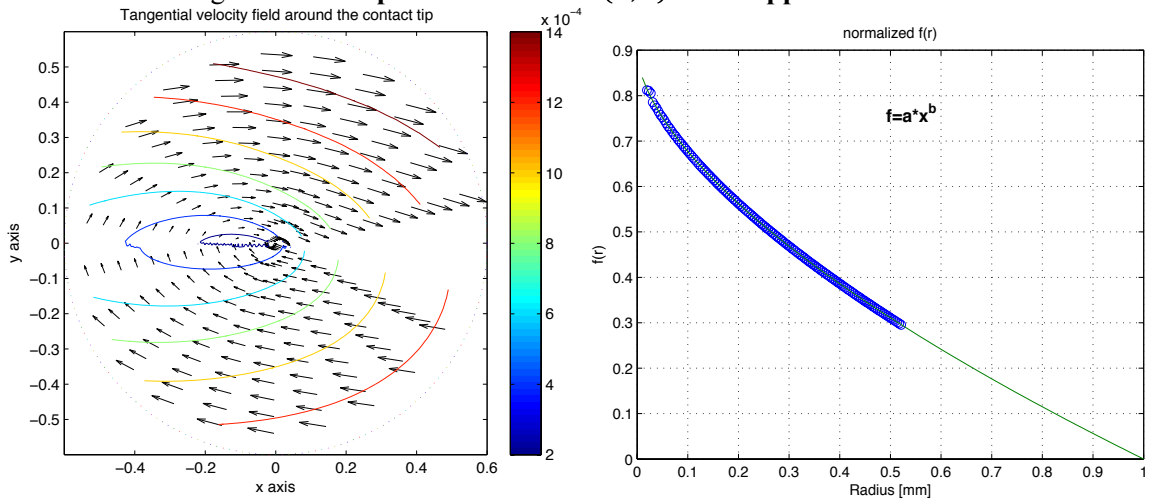


Figure 9: Champ de référence $U^T(\vartheta, r)$ lié à l'application de F^T

Pour chaque champ de référence, une représentation bidimensionnelle est présentée ainsi que le terme de dépendance radiale $f(r)$.

Le champ de référence U^N représente clairement une situation dans laquelle les deux surfaces sont pressées l'une contre l'autre, et, concernant l'amplitude $f(r)$ du champ de vitesse, on a une variation presque linéaire en s'éloignant du front de contact. En ce qui concerne U^T , il décrit un champ où les deux parties ont un déplacement relatif avec deux directions opposées. Cette fois la variation de $f(r)$ semble suivre une courbe puissance avec exposant égal à 0.5.

La figure 10, représente le champ complémentaire. Il est tout de suite évident que le champ de référence présente un pic marqué à proximité du front de contact et que la décroissance de son intensité $f(r)$ est ensuite rapide. La raison est liée au fait que ce champ est censé représenter la non-linéarité du phénomène de frottement partiel, phénomène localisé.

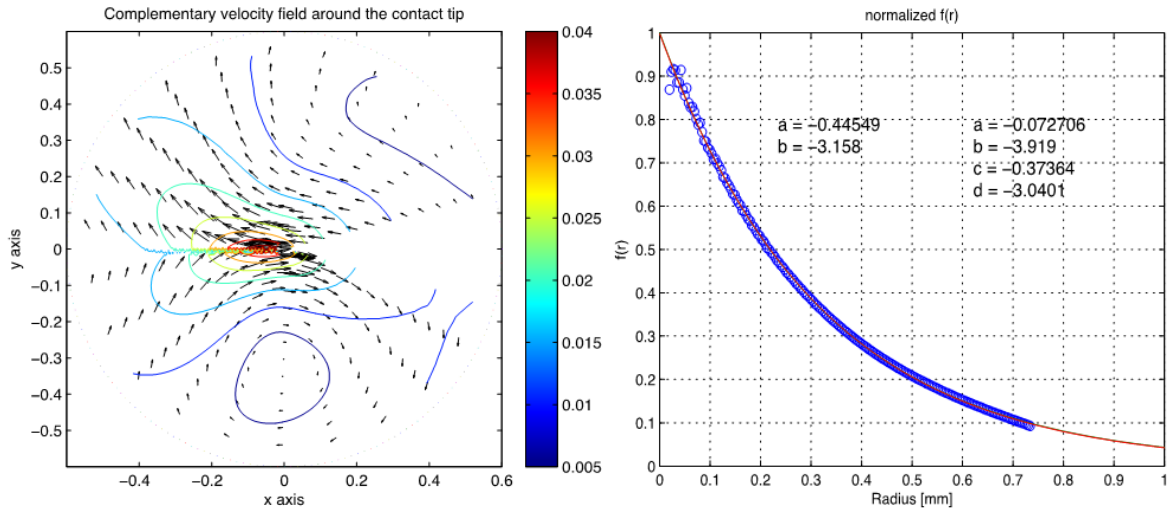


Figure 10: Champ de référence complémentaire $U^c(\vartheta, r)$ lié à l'existence de la zone en glissement partiel

Après avoir analysé la forme des champs de références qui ont été choisis, la comparaison avec la mécanique de la rupture est évidente. Dans [6], S. Pommier, montre la possibilité de reproduire le comportement du matériau en point de fissure, comme une somme de termes linéaires (K_I , K_{II}) et non-linéaires (ρ_I , ρ_{II}) pour chaque mode. Dans le cas étudié ici U^T est analogue au champ produit par K_{II} , alors que U^N peut être comparé à l'effet d'un K_I négatif. Cette analogie est bien connue dans la littérature [9], et montre que la méthode développée dans cet article est appropriée pour décrire les deux phénomènes, une possibilité qui sera sûrement explorée.

Tous les résultats montrés jusqu'ici ont été calculés en prenant un rayon de contrôle de 0.6 mm. Par la suite, une étude de sensibilité a été faite pour vérifier l'influence du rayon choisi sur la méthode.

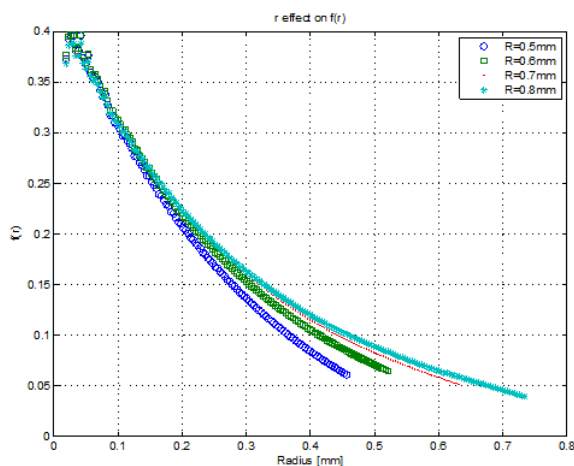


Figure 11: effet de r sur $f(r)$.

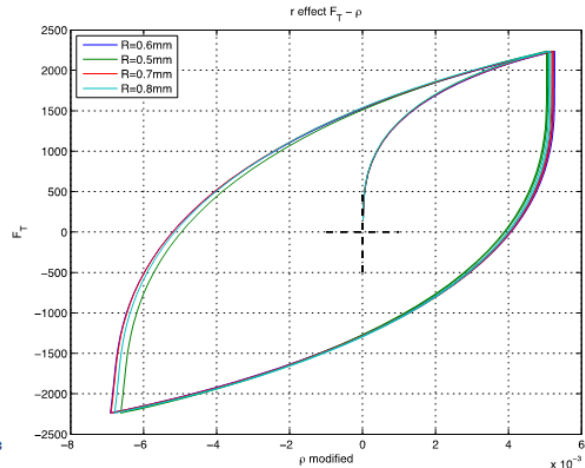


Figure 12: effet de r sur ρ

L'effet d'échelle est négligeable comme on peut le voir en **figure 11** et **figure 12**.

3. Perspectives et conclusions.

Dans l'article, on a présenté une méthode numérique pour décrire le phénomène du fretting-fatigue avec des grandeurs intégrales qui nous permettent d'avoir une bonne représentation condensée du champ de vitesse sans avoir un maillage très fin. Les avantages principaux de ce type de représentation sont le gain en temps de calcul et la généralité avec laquelle on peut décrire le champ considéré. De plus, plusieurs pistes d'améliorations sont envisagées, telles que la détermination d'une procédure pour extraire les facteurs d'intensité d'un calcul élément fini réalisé avec un maillage grossier ou l'application de cette démarche à la solution analytique du problème de fretting-fatigue, afin d'aboutir à des expressions analytiques des formes des champs de références au voisinage du front de contact. Ces champs pourront ensuite être utilisés pour réaliser des calculs par éléments finis avec des maillages grossiers mais une modélisation du contact intégrant la connaissance a priori de la forme des champs de contact. Par ailleurs, la méthode permettra de représenter les forts gradients dans les zones de contact via les facteurs d'intensité et pourra aboutir à un critère de fatigue non-local qui acceptera comme paramètres d'entrée les facteurs d'intensité trouvés grâce à la méthode présentée.

Références

- [1] M. P. Szolwinski, T. N. Farris, Mechanics of fretting-fatigue crack formation, *Wear*, Volume 198, Issues 1–2, October 1996, Pages 93-107.
- [2] S. Fouvry, P. Kapsa, L. Vincent, A multiaxial fatigue analysis of fretting contact taking into account the size effect, *Fretting Fatigue: current technology and practices*, ASTM STP 1367, 2000, Pages 167-183.
- [3] K. Kubiak, Quantification de la fissuration d'un contact soumis à des sollicitations complexes en fretting wear et fretting fatigue, PhD manuscript, 2006.
- [4] J.A. Araujo, and D. Nowell, The effect of rapidly varying contact stress field on fretting fatigue, *International Journal of Fatigue*, Volume 24, 2002, Pages 763-776.
- [5] H. Proudhon, S. Fouvry, and J.Y. Buffière, A fretting crack initiation prediction taking into account the surface roughness and the crack nucleation process volume, *International Journal of Fatigue*, Volume 27, 2005b, Pages 569-580.
- [6] S. Pommier, P. Lopez-Crespo and P. Y. Decreuse, A multi-scale approach to condense the cyclic elastic-plastic behaviour of the crack tip region into an extended constitutive model, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Volume 32, 2009, Pages 899-915.
- [7] M. Loève, *Probability Theory*, Van Nostrand, New York, 1955.
- [8] A.E. Giannakopoulos, S. Suresh, A three-dimensional analysis of fretting fatigue, *Acta Materialia*, Volume 46, Issue 1, 19 December 1998, Pages 177-192.
- [9] A.E. Giannakopoulos, T.C. Lindley, S. Suresh, Aspects of equivalence between contact mechanics and fracture mechanics: theoretical connections and a life-prediction methodology for fretting fatigue, *Acta Mater*, Volume 46, 1998, Pages 2955-2968.