



**HAL**  
open science

# Apports du massif de Winkler dans la construction d'un outil de calcul de structure multicouche fissurée reposant sur un sol

Frédéric Berthemet, Armelle Chabot

► **To cite this version:**

Frédéric Berthemet, Armelle Chabot. Apports du massif de Winkler dans la construction d'un outil de calcul de structure multicouche fissurée reposant sur un sol. 21ème Congrès Français de Mécanique, Aug 2013, France. 6p, schémas, fig., graphiques, bibliogr. hal-00858781

**HAL Id: hal-00858781**

**<https://hal.science/hal-00858781>**

Submitted on 6 Sep 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Apports du massif de Winkler dans la construction d'un outil de calcul de structure multicouche fissurée reposant sur un sol

F. BERTHEMET<sup>a</sup>, A. CHABOT<sup>a</sup>

*a. LUNAM Université, IFSTTAR, CS4, 44344 Bouguenais Cedex*

## Résumé :

*Afin de construire un outil de calcul rapide dédié à l'analyse des pathologies des chaussées, on associe, pour le sol, une fondation de Winkler (W) au Modèle Multi-particulaire des Matériaux Multicouches (M4) à  $5n$  champs cinématiques par couche ( $n$  : nombre total de couches). La structure de chaussée est de plus simplifiée par une structure tricouche équivalente. Dans le cas 2D des déformations planes, le système d'équations différentielles à résoudre est posé analytiquement. Sur un cas fissuré on montre l'efficacité de ce nouveau modèle par rapport à des simulations faites par éléments finis ou utilisant un massif de Boussinesq.*

## Abstract:

*The aim of this work is to develop a fast tool dedicated to the analysis of damage in a pavement structure. We combine the Multi-particle Modeling (M4) with  $5n$  kinematic fields per layer ( $n$ : total number of layers) and a Winkler (W) foundation for the soil. Moreover, the problem is reduced to three equivalent layers. Under plane strain assumptions, the system of differential equations to be solved is written analytically. On a cracking simulation case, this new modeling is efficient compared to some calculus made with the finite element method or using Boussinesq equations for the soil.*

**Mots clefs:** calcul, multicouche, fissure, Winkler, M4-5n

## 1 Introduction

Les modèles et méthodes pour décrire et prévoir les endommagements des structures multicouches consistent principalement à analyser, à l'état initial, les efforts à l'interface entre couches aux bords (ou près des fissures verticales). En ces endroits, les champs sont complexes et singuliers. Ils sont généralement calculés par des modèles assez sophistiqués. Pour l'ingénieur de bureau d'études, le besoin est de pouvoir disposer d'outils de calcul efficaces, simples et rapides à mettre en œuvre.

L'approche proposée ici consiste à adapter un modèle élastique spécifique emprunté aux structures composites afin de bâtir l'outil numérique souhaité. A partir d'une description 2D, le modèle Multi-particulaire des Matériaux Multicouches (M4) à  $5n$  champs cinématiques par couche ( $n$  : nombre total de couches  $i$ ), le M4- $5n$  utilisé pour ce faire, a l'avantage de pouvoir déterminer l'intensité des champs mécaniques 3D au droit des fissures sans rencontrer de problèmes de singularité [4]. Ce type de modélisation permet l'écriture aisée de critères d'initiation et de propagation de fissures en contraintes et en énergie [3] [6]. La thèse de Tran (2004) [9] a proposé une première adaptation aux chaussées de ce modèle multiparticulaire, mais l'utilisation d'un massif de Boussinesq pour le sol alourdit considérablement la résolution numérique du problème. Récemment, appliquée au cas réduit des déformations planes de chaussées bi et tri-couches reposant sur un sol, une solution beaucoup plus prometteuse en temps de calcul, utilisant un massif de Winkler, a été développée sous scilab [1-2]. L'objectif de ce papier est de présenter sur un cas de tricouche de chaussée fissurée les avantages d'une telle modélisation.

## 2 Le M4-5nW

Pour modéliser la structure multicouche de chaussée en élasticité on utilise le M4- $5n$ , modèle bien adapté au problème de flexion [4]. La construction du M4- $5n$  repose sur une approximation polynomiale des champs de contraintes membranaires de degré 1 en  $z$  par couche  $i$  d'épaisseur  $e_i = h_i^+ - h_i^-$ . Les fonctions associées

à ces polynômes sont reliés aux efforts généralisés de plaques de Reissner-Mindlin par couche  $i$ . La définition de champs de contrainte d'interface de cisaillement  $\tau_{\alpha}^{i,i+1}(x,y)$  ( $\alpha \in \{1,2\}$ ) et d'arrachement  $\nu^{i,i+1}(x,y)$  permet d'assurer la continuité des contraintes (1) entre les couches  $i$  et  $i+1$  (réciproquement pour  $i-1,i$ ).

$$\begin{cases} \tau_{\alpha}^{i,i+1}(x,y) = \sigma_{\alpha 3}(x,y, h_i^+) = \sigma_{\alpha 3}(x,y, h_{i+1}^-) \\ \nu^{i,i+1}(x,y) = \sigma_{33}(x,y, h_i^+) = \sigma_{33}(x,y, h_{i+1}^-) \end{cases} \quad (1)$$

L'écriture des équations d'équilibre 3D donne alors respectivement pour les contraintes de cisaillement et la contrainte normale des polynômes de degré 2 et 3 en  $z$  par couche  $i$ . Les champs de contraintes injectés dans la fonctionnelle d'Hellinger-Reissner (1951) rendent possibles la définition de classes d'équivalences des champs des cinq déplacements moyens par couches de Reissner-Mindlin, notés  $U_{\alpha}^i(x)$ ,  $\Phi_{\alpha}^i(x)$  et  $U_3^i(x)$ . Ces champs définissent ainsi respectivement, par couche  $i$ , les déplacements dans le plan de la couche avec leur rotation, et les déplacements verticaux du problème. Les stationnarités de cette fonctionnelle par rapport aux champs de contraintes et de déplacements ainsi définis permettent d'obtenir l'ensemble des équations du modèle mécanique en variables généralisées [4]. Ce modèle peut être vu comme une superposition suivant  $z$  de  $n$  particules ou plaques de Reissner où chaque champ mécanique inconnu ne dépend ainsi que des variables du plan  $(x,y)$ . Le problème mécanique est ainsi réduit d'une dimension. De plus, les champs étant écrit par couche, le grand avantage de ce modèle est qu'il permet l'introduction de discontinuités type fissures verticales. Selon la hauteur d'une fissure il est possible d'écrire sur une couche virtuelle ou non, d'épaisseur égale à la hauteur de cette fissure, les conditions aux limites M4-5n nulles en efforts généralisés de cette couche. Les intensités de contraintes d'interface des M4 étant finies près des bords ou fissures, l'utilisation de critères d'initiation de délaminage ou décollement en effort est alors possible [3] et rend l'utilisation de ce modèle efficace pour l'ingénieur.

Pour les structures multicouches de chaussées, on propose ici de prendre en compte le massif sol, sur lequel elle repose, par une fondation de Winkler (W) [10] (figure1). Est ainsi associé au M4-5n un ensemble de ressorts, de raideur  $k$  (3), assimilable à un liquide dense. Par rapport au modèle de Boussinesq (B), utilisé dans les travaux de Tran [5] [9], le grand avantage de ce modèle est sa simplicité. Son inconvénient majeur réside dans le fait qu'il ne permet pas de modéliser le cisaillement intervenant dans la fondation réelle car les ressorts se déforment indépendamment les uns des autres. Ainsi, la déflexion en un point donné ne dépend que de la contrainte en ce même point et n'exerce pas d'effet sur les autres points. Pour pallier cet inconvénient il est possible de compléter la modélisation du massif de sol par ajout d'une couche M4-5n « sol » virtuelle assurant le transfert des cisaillements entre la chaussée et le massif.

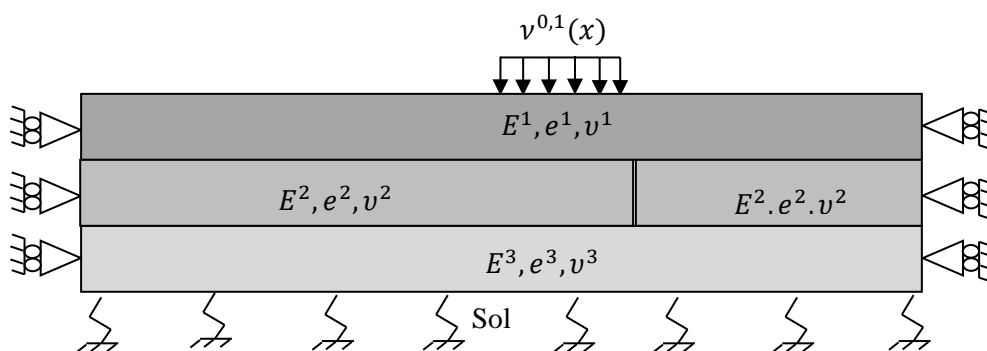


FIG.1 - Schéma de la structure mixte fissurée étudiée

Dans le cas, exposé dans ce papier, des déformations planes ne dépendant ainsi que de la variable  $x$ , et d'une chaussée tri-couche reposant sur un massif de Winkler, ainsi modélisée par le M4-5nW (figure1), l'hypothèse de continuité des déplacements verticaux entre la chaussée (les 3 couches de chaussées étant numérotées vers le bas) et le sol (indiqué par 4), implique les relations de conditions aux limites suivantes (2):

$$\begin{cases} \tau_1^{3,4}(x) = 0 \\ \nu^{3,4}(x) = -k U_3^3(x) \end{cases} \quad (2)$$

En notant respectivement  $E^i$  et  $E^S$ , les modules d'Young des couches  $i$  ( $i \in \{1,3\}$ ) et du sol, la raideur du ressort s'extrapole à trois couches [1] selon les formules d'Odemark données pour deux couches [7] comme suit (3) :

$$\left\{ k = \frac{E^S}{h^*} \text{ avec } h^* = 0.83e^1 \sqrt{\frac{E^1}{E^S}} + 0.90e^2 \sqrt{\frac{E^2}{E^S}} + 0.90e^3 \sqrt{\frac{E^3}{E^S}} \right. \quad (3)$$

### 3 Méthode de résolution

Pour écrire le système d'équations différentielles d'ordre 2 à résoudre, les travaux de Tran [9] sont utilisés. Ainsi après combinaison des différentes équations d'équilibre du problème avec les équations de compatibilité et les équations de comportement du M4-5n, le système principal à résoudre est réduit à l'obtention de  $3n$  inconnues cinématiques de couches regroupées dans le vecteur noté  $X$  et  $2(n-1)$  inconnues d'interface regroupées dans le vecteur noté  $Y^{1..n}$ . Nous posons ces vecteurs ci-dessous (4):

$$X = \begin{bmatrix} X^1 \\ \vdots \\ X^n \end{bmatrix}_{3n \times 1}; [X^i] = \begin{bmatrix} U_1^i \\ \phi_1^i \\ U_3^i \end{bmatrix}; Y^{0,1} = \begin{bmatrix} \tau_1^{0,1} \\ \nu^{0,1} \end{bmatrix}_{2 \times 1}; Y^{n,n+1} = \begin{bmatrix} \tau_1^{n,n+1} \\ \nu^{n,n+1} \end{bmatrix}_{2 \times 1}; Y^{1,n} = \begin{bmatrix} Y^{1,2} \\ \vdots \\ Y^{n-1,n} \end{bmatrix}_{2(n-1) \times 1} \quad (4)$$

Comme écrit précédemment, avec l'approximation faite par le modèle M4-5n de champs explicitement polynomiaux suivant  $z$  par couche, le problème en déformation plane se réduit à résoudre des champs inconnus uni axiaux suivant l'axe des  $x$  (figure 1). Dans la suite, nous notons par des « ' » les dérivées premières des champs et par « '' » les dérivées secondes des champs par rapport à cette variable. Après combinaison des équations d'interface, assemblé sur toutes les couches, ce problème uniaxial consiste à résoudre  $(3n)$  inconnues pour  $(3n)$  équations. Le système global se réduit alors à l'écriture du système (5):

$$AX'' + BX' + CX = DY^{0,1'} + EY^{n,n+1'} + FY^{0,1} + GY^{n,n+1} \quad (5)$$

[A], [B],[C],[D],[E] et [F] sont les matrices résultantes combinées de diverses matrices notées  $[M_k]$  pour  $k \in \{1, k\}$  et dépendant des paramètres géométriques et de matériaux du problème. Elles s'écrivent selon (6).

$$\left\{ \begin{array}{l} [A] = ([M_1] - [M_5][M_{13}]^{-1}[M_{10}]) \\ [B] = ([M_2] - [M_5][M_{13}]^{-1}[M_{11}] - [M_8][M_{13}]^{-1}[M_{10}]) \\ [C] = ([M_3] - [M_8][M_{13}]^{-1}[M_{11}]) \\ [D] = ([M_4] - [M_5][M_{13}]^{-1}[M_{12}]) \\ [E] = ([M_6] - [M_5][M_{13}]^{-1}[M_{14}]) \\ [F] = ([M_7] - [M_8][M_{13}]^{-1}[M_{12}]) \\ [G] = ([M_9] - [M_8][M_{13}]^{-1}[M_{14}]) \end{array} \right. \quad (6)$$

Par rapport aux travaux de Tran (2004), le massif de Winkler ainsi utilisé permet l'expression totalement analytique des matrices. Par arrangement astucieux, leur forme, non pleine, s'écrit explicitement en fonction des paramètres géométriques et des caractéristiques des couches [1]. Dans (7), nous donnons comme exemple la forme de l'expression explicite assez simple de la matrice A pour 3 couches en déformations planes obtenue après plusieurs manipulations analytiques à l'aide du logiciel Mathematica.

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{e^1 E^1}{(1-\nu^2)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{e^2 E^1}{5(1-\nu^2)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5E^1}{(1+\nu^1)} - \frac{12E^1 E^2}{e^2 \text{den}} \left( \frac{e^2(1+\nu^2)}{4E^2} + \frac{e^3(1+\nu^3)}{4E^3} \right) & 0 & 0 & -\frac{12E^1 E^2}{e^1 \text{den}} \left( \frac{e^2(1+\nu^2)}{3E^2} + \frac{e^3(1+\nu^3)}{4E^3} \right) & 0 & 0 & -\frac{e^1 E^1}{e^1 \text{den}} (1+\nu^2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{e^2 E^2}{(1-\nu^2)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{e^2 E^2}{5(1-\nu^2)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{12E^1 E^2}{e^2 \text{den}} \left( \frac{e^2(1+\nu^2)}{3E^2} + \frac{e^3(1+\nu^3)}{4E^3} \right) & 0 & 0 & \frac{5E^2}{(1+\nu^2)} - \frac{12E^1 E^2}{e^1 \text{den}} \left( \frac{e^1(1+\nu^1)}{4E^1} + \frac{2e^2(1+\nu^2)}{3E^2} + \frac{e^3(1+\nu^3)}{4E^3} \right) & 0 & 0 & -\frac{12e^3 E^1 E^2}{e^1 e^2 \text{den}} \left( \frac{e^1(1+\nu^1)}{4E^1} + \frac{e^2(1+\nu^2)}{3E^2} \right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{e^3 E^3}{(1-\nu^2)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{e^3 E^3}{5(1-\nu^2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{E^1(1+\nu^2)}{\text{den}} & 0 & 0 & -\frac{12E^1 E^2}{e^1 \text{den}} \left( \frac{e^1(1+\nu^1)}{4E^1} + \frac{e^2(1+\nu^2)}{3E^2} \right) & 0 & 0 & \frac{5E^2}{(1+\nu^2)} - \frac{12e^3 E^1 E^2}{e^1 e^2 \text{den}} \left( \frac{e^1(1+\nu^1)}{4E^1} + \frac{e^2(1+\nu^2)}{4E^2} \right) & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Avec  $v^i$ , les coefficients de Poisson de chaque couche  $i$ , et « den » la constante posée ci-dessous (8) :

$$den = \frac{144E^1E^2}{e^1e^2} \left( \frac{e^{2^2}(1+v^2)^2}{144E^{2^2}} - \left( \frac{e^1(1+v^1)}{4E^1} + \frac{e^2(1+v^2)}{4E^2} \right) \left( \frac{e^2(1+v^2)}{4E^2} + \frac{e^3(1+v^3)}{4E^3} \right) \right) \quad (8)$$

Pour résoudre le système (5) numériquement, on effectue alors tout d'abord une étape d'a-dimensionnement des différentes variables afin d'éviter des problèmes de mauvais conditionnement des matrices lors des manipulations numériques ultérieures. Puis, le schéma de Newmark est utilisé [9] en discrétisant le milieu multicouche étudié selon  $x$  en  $N$  points comme donné dans la figure (figure 2) suivante :

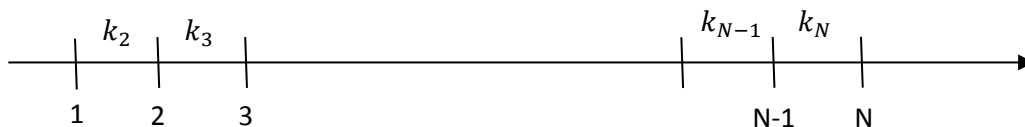


FIG.2 : Schéma de discrétisation du multicouche de chaussée sur sol considéré en déformations planes

Ce schéma consiste à relier la dérivée du vecteur inconnu  $X$  entre les points  $j$  et  $j+1$  en fonction de sa valeur en ces points et du pas de discrétisation noté  $k_{j+1}$  (9) :

$$\frac{X'_{j+1} + X'_j}{2} = \frac{X_{j+1} - X_j}{k_{j+1}} \quad (9)$$

avec  $k_{j+1} = x(j+1) - x(j)$  et  $x$  la coordonnée du nœud  $j$ .

Entre les points 2 et  $N-1$ , la relation (9) est utilisée deux fois pour réduire l'ordre des équations différentielles du système (5). Les points 1 et  $N$  correspondent quant à eux aux bords respectifs gauche et droit du multicouche sur lequel on peut écrire des conditions aux limites du problème de chaussée qui considère que la matière, loin de la charge, est bloquée en déplacement selon  $x$ . De même pour introduire une fissure, il suffit aux 2 nœuds des points encadrant la fissure, de la couche 2 considérée dans la figure 1, de remplacer dans les systèmes finaux les lignes et les colonnes par des conditions aux limites de bords libres.

Ainsi manipulé, le système (5) s'écrit finalement sous la forme (10) ci-dessous :

$$\mathbb{A}\mathbf{X}(x) = \mathbb{B}\mathbf{Y}^{0,1}(x) + \mathbb{C}\mathbf{Y}^{n,n+1}(x) \quad (10)$$

avec  $\mathbb{B}$  et  $\mathbb{C}$  les vecteurs résultants des forces de chargements et autres conditions aux limites s'exerçant respectivement, par l'intermédiaire des vecteurs  $\mathbf{Y}^{0,1}$  et  $\mathbf{Y}^{n,n+1}$ , au-dessus et au-dessous du multicouche.

## 4 Présentation des résultats

Dans cette section, nous isolons une partie de structure de chaussée mixte (sol support de type PF3 et trafic moyen) [8] sur une longueur totale égale à 3 m. La couche de roulement ne participant pas à la tenue de la chaussée n'est pas considérée ici. La charge à pression uniforme unitaire de 1MPa s'exerce sur le haut de la structure à gauche de la fissure sur une largeur de 150mm. La couche 1, d'épaisseur 120mm, correspond à un matériau bitumineux ( $E^1=9300\text{MPa}$  équivalent à 15°C,  $\nu^1=0.35$ ). La couche 2, d'épaisseur 200mm, est composée d'un matériau traité aux liants hydrauliques ( $E^2=23000\text{MPa}$ ,  $\nu^2=0.25$ ). Par le retrait inhérent du matériau hydraulique, la couche 2 peut se fissurer sur toute son épaisseur. Aussi une fissure verticale de largeur de 1 mm y est introduite (figure1). La couche 3, d'épaisseur 180mm, ( $E^3=120\text{MPa}$ ,  $\nu^3=0.35$ ), correspond à la plateforme support complétant ainsi, par une couche pouvant contenir du cisaillement, la modélisation du sol ( $E^s=120\text{MPa}$ ,  $\nu^s=0.35$ ).

Dans la suite, pour l'exemple posé sur la figure 1, nous comparons les résultats de calcul du M4-5W à ceux du M4-5nB de Tran [9] et d'une simulation réalisée par éléments finis sous Cast3M (notée FEM pour Finite Element Method sur les courbes de résultats des figures 3 et 4). Les résultats présentés sont réalisés avec un nombre de 3000 mailles pour le M4-5nW et le M4-5nB, soit une maille tous les 1 mm. Les simulations faites dans [1] montrent que la précision des résultats sur les contraintes d'interfaces pour ce maillage est suffisante

et de l'ordre de  $10^{-3}$  MPa. Sous Castem, le maillage élément fini est considéré uniforme avec des éléments Q8 de la même taille en x que pour les modèles M4-5nW et M4-5nB.

Sur la figure 3, sont reportées, pour les différents modèles utilisés, un zoom sur les contraintes normalisées d'arrachement à l'interface entre les couches 1 et 2. Quel que soit le maillage choisi, les éléments finis ne donnant pas des valeurs d'intensités finies sur ces champs près de la fissure positionnée entre les points  $x=1575\text{mm}$  et  $x=1576\text{mm}$ , la normalisation est faite suivant le maximum obtenu par ce modèle pour le maillage ainsi arbitrairement choisi sous Castem. On remarque les différents modèles donnent une allure de ces contraintes d'arrachement d'interface relativement semblables à gauche et à droite de la fissure. L'allure des résultats du M4-5nW semble plus proche des résultats éléments finis essentiellement à gauche de la fissure.

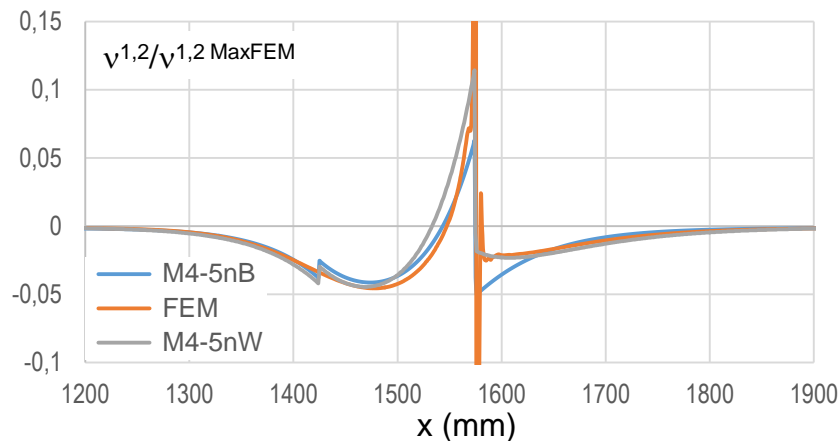


FIG3 : Comparaison entre modèles des  $\nu^{1,2}(x)$  normalisés et zoomés sur la fissure

De même, un zoom sur les contraintes de cisaillement sur l'interface entre les couches 1 et 2 est reporté sur la figure 4 ci-dessous. Comme précédemment, on constate une meilleure concordance des résultats entre le M4-5nW et les simulations éléments finis. La longueur de l'élément de structure de chaussée choisie semble par contre limite pour la charge s'exerçant sur lui.

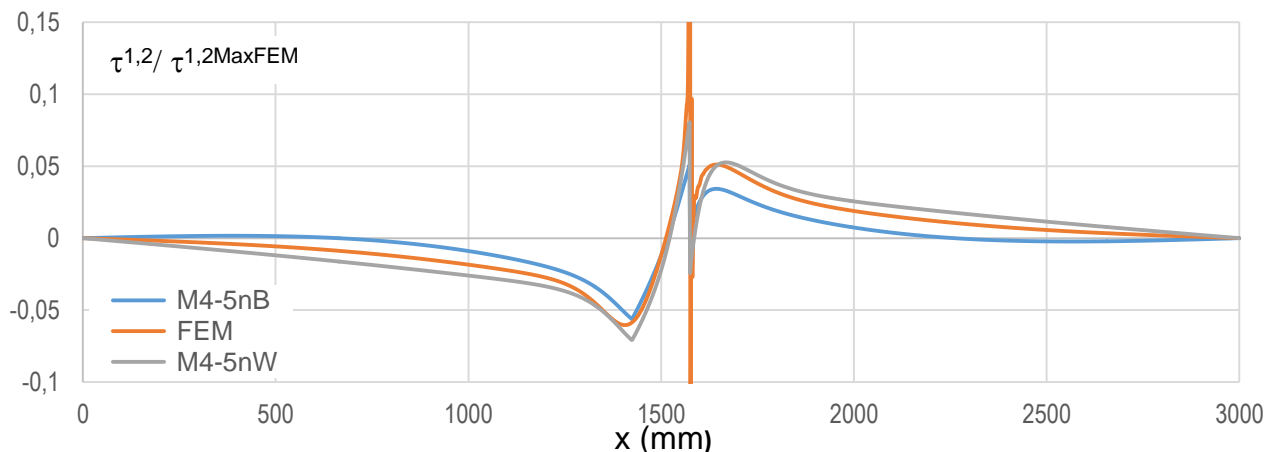


FIG4 : Comparaison entre modèles des  $\tau^{1,2}(x)$  normalisés et zoomés sur la fissure

Sur le tableau 1 suivant on reporte de plus les temps de calcul CPU obtenus pour les différentes modélisations utilisées ici dans le cadre des déformations planes. On remarque le temps obtenu pour le M4-5nW est très intéressant comparé aux autres modèles et répond à l'objectif de construire in fine un outil de calcul rapide en vue de l'utiliser pour des calculs itératifs de propagation de fissure.

TAB 1 : Comparaison des temps de calcul CPU des différents modèles pour la chaussée tricouche fissurée

	M4-5nW	M4-5nB	FEM
Temps CPU (s)	84	351	420

Ces premiers résultats montrent clairement que l'état des contraintes proche de la fissure est mixte en arrachement et cisaillement et qu'il est nécessaire, pour caractériser les interfaces entre ces matériaux bitumineux et hydrauliques, de pouvoir réaliser des essais en mode mixte [6]. Bien sûr, on doit nuancer ces premiers résultats car l'approximation en déformations planes est loin d'être la bonne hypothèse pour les chaussées [9]. Cependant ces résultats montrent que l'on peut poursuivre dans la voie du M4-5nW pour modéliser ainsi les chaussées 3D et offrir à l'ingénieur un outil de calcul efficace et utile pour ces analyses.

## 5 Conclusion

Dans ce papier, les bases d'un outil de calcul semi-analytique dédié à l'analyse initiale des pathologies et des solutions de renforcement des structures de chaussées sont proposées. Pour simplifier au maximum le problème final à résoudre, la chaussée est assimilée à une structure tri-couche équivalente possédant ou non une fissure verticale à travers l'épaisseur d'une couche [1]. Elle est modélisée par le Modèle Multiparticulaire des Matériaux Multicouches (M4) à cinq champs cinématiques par couche (5n, n : nombre total de couche). L'avantage de ce modèle est de réduire d'une dimension la résolution des équations et de rendre finie les intensités des contraintes au droit des fissures à l'interface entre couches [3-6]. Cette structure repose sur un massif de sol semi-infini modélisé par un massif de Winkler (W) [10]. Les efforts de réaction du sol sont assimilés à des ressorts n'introduisant ainsi qu'une seule inconnue principale. Le modèle complet résultant est nommé le M4-5nW [1-2]. L'outil numérique est présenté ici dans le cas 2D déformations planes. Les conditions aux limites de couche fissurée sont clairement introduites dans le système d'équations analytiques différentielles d'ordre 2 final à résoudre. Le problème complet 1D résultant est résolu par la méthode des différences finies utilisant le schéma de Newmark. Les solutions du logiciel, ainsi programmées dans Scilab, sont obtenues plus rapidement que celles utilisant un massif de Boussinesq pour le sol [5] [9] et au moins cinq fois plus rapidement qu'un calcul effectué sous Castem pour un nombre de mailles équivalent dans le sens des x. Ces résultats sont prometteurs pour l'outil numérique final qui reste à développer en 3D.

## Références

- [1] Berthemet F., Contribution au développement d'un outil de calcul rapide pour chaussées fissurées, Rapport de Stage de Master Pro Mécanique Numérique des Structures de l'Université de Nantes, 2012.
- [2] Bürkli L., Contribution au développement d'un outil d'analyse mécanique pour chaussées fissurées, Rapport de Stage de Master Pro Mécanique Numérique des Structures de l'Université de Nantes, 2010.
- [3] Caron J. F., Diaz Diaz A., Carreira R. P., Chabot A., Ehrlacher A., Multi-particle modelling for the prediction of delamination in multi-layered materials, *Composites Sciences and Technology*, 66 (6), 755-765, 2006.
- [4] Chabot A., Ehrlacher A., Modèles Multiparticulaires des Matériaux Multicouches M4\_5n et M4\_(2n+1)M pour l'étude des effets de bord, *Comptes rendus aux 11ème Journées Nationales sur les Composites (JNC11)*, 18-20 nov, Arcachon, 3, 1389-1397, 1998.
- [5] Chabot A., Tran Q. D., Ehrlacher A., A simplified Modeling for Cracked Pavements - Modèle simplifié pour le calcul des chaussées, *Bulletin des Laboratoires des Ponts et chaussées*, (258-259), 105-120, 2005.
- [6] Chabot A., Hun M., Hammoum, F., Mechanical analysis of a mixed mode debonding test for "composite" pavements, *Construction and Building Materials*, 40, 1076-1087, 2013.
- [7] Salasca S. Calcul par éléments finis des états de contraintes dans les chaussées rigides : Evaluation des phénomènes de contact associés aux effets de retrait et de température, application à l'interprétation d'expérimentations sur site. Thèse de Doctorat de l'Ecole Centrale de Nantes, 1998.
- [8] SETRA-LCPC, Catalogue des structures types de chaussées neuves, Guide technique, 1998.
- [9] Tran Q. D., Modèle simplifié pour les chaussées fissurées multicouches, Thèse de doctorat spécialité structures et matériaux, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2004.
- [10] Westergaard H.M. Stresses in concrete pavements computed theoretical analysis, *Public Roads* 7, 1926.