HAL
open science

Hermann Weyl et la question du temps

Bernard Julien

To cite this version:

Bernard Julien. Hermann Weyl et la question du temps. Journée d'Etudes "Les usages de la phénoménologie : temps vécu et temps cosmique.", org. F. de Gandt et C.Majolino., Jun 2013, Lilles (Lilles 3), France. hal-00857930

HAL Id: hal-00857930

https://hal.science/hal-00857930v1

Submitted on 4 Sep 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Hermann Weyl et la question du temps, de la phénoménologie à la physique

Journée « Les usages de la phénoménologie : temps vécu et temps cosmique », Lille, 19 juin 2013, org. par F. de Gandt.

Julien Bernard (CEPERC, Aix-Marseille-Université)
(Version provisoire, projet)

4 septembre 2013

Table des matières

1 PREMIERE PARTIE
Le problème du temps dans la période relativiste d'H. Weyl (1917-1923) **2**

1.1 Pourquoi la période 1917-1923 ? 2

1.2 Un problème de second plan, devancé par la question de l'espace 2

1.3 La question du temps dans l'introduction d'*Espace-Temps-Matière* 3

1.4 Continu intuitif et continu mathématique Temps phénoménal et temps objectif 6

2 DEUXIEME PARTIE.
Les apports majeurs de Weyl à la question du temps (temps-coordonnées et relativité restreinte) **10**

2.1 Un résidu du sujet phénoménologique : le temps-coordonnées. 10

2.2 Le problème de l'inter-subjectivité 13

2.3 La relativité du temps : lignes d'univers, temps propres. 14

2.4 Les apports spécifiques à Weyl par rapport à Minkowski. 21

3 TROISIEME PARTIE.
Les apports majeurs de Weyl à la question du temps (relativité générale et cosmologie) **22**

3.1 Le temps comme structure infinitésimale et comme structure locale (finie). 22

3.2 Le temps cosmique et le principe de Weyl. 25

3.3 Conclusion 28

1 PREMIERE PARTIE
Le problème du temps dans la période relativiste d'H. Weyl (1917-1923)

1.1 Pourquoi la période 1917-1923 ?

Nous allons nous intéresser à la manière dont Weyl a traité la question du temps dans la période 1917-1923. Il s'agit de la période pendant laquelle les travaux de Weyl sont focalisés autours de la théorie de la relativité et des fondements de la géométrie [1]. C'est la période pendant laquelle Weyl a apportés ses contributions majeures à la question du temps : 1) ses réflexions sur les cônes de lumières, 2) sur la structure causale de l'espace-temps, 3) sur la nature de la signature spatio-temporelle, 4) sur le problème du continu, 5) sur la place du sujet dans l'élaboration de la chrono-géométrie, et enfin 6) sur le principe de Weyl sur le temps cosmique.

Nous affirmons donc à la fois que la période 1917-1923 contient les apports majeurs de Weyl concernant la question du temps, et que, cependant, même pendant cette période, la question du temps reste en un certains sens, un problème de second-plan. Pourquoi de second plan ?

1.2 Un problème de second plan, devancé par la question de l'espace

En disant que c'est un problème de second plan, je ne veux surtout pas minimiser ce problème ou insinuer qu'il serait considéré comme sans importance par Weyl, loin de là. Je veux simplement dire qu'il y a un problème qui a volé la vedette à la question du temps pendant cette période, à savoir la question de l'espace. On peut le comprendre facilement, en première approximation, en remarquant que le travail de Weyl est pour une grande part une réflexion à partir de la théorie de la relativité *générale*. Or, en 1905, la relativité restreinte, avait certes effectivement contribué au plus haut point à révolutionner notre compréhension du temps ; mais ce n'est plus vraiment le cas en 1915 avec la relativité générale. Weyl présente fidèlement l'essence de cette nouvelle théorie comme une remise en question de notre compréhension de la nature de l'espace et de ses structures, et donc de la nature de la géométrie. La manière dont le temps y est traité n'est, pour l'essentiel, qu'un héritage de la relativité restreinte, celle-ci ayant montré comment les dimensions spatiales et temporelles devaient être traitées simultanément dans une *chrono-géométrie*.

Je me permets une petite anecdote personnelle parce qu'elle permet d'illustrer ce que j'aimerais dire sur le statut de la question du temps chez Weyl. Voici l'anecdote. Lorsque j'ai développé dans ma thèse les principales problématiques du travail de Weyl sur l'espace-temps, j'écrivais toujours ainsi espace temps : « espace(-temps) » . Il ne s'agissait pas directement de transcrire un usage de Weyl. Il n'écrit pas lui-même quelque chose comme Raum(-Zeit). Cependant, cette écriture illustre un fait avéré dans la pensée de Weyl de cette époque, à savoir que le temps n'y apparait le plus souvent que comme une

1. A côté de la focalisation massive de Weyl autours de la théorie de la relativité et de la géométrie, pendant cette période, Weyl fait quelques incursions très importantes dans d'autres domaines comme les fondements de l'analyse et plus généralement les fondements intuitionnistes des mathématiques. Ces aspects sont importants, et en particulier pour la question du temps que j'ai à traiter, mais je ne ferai que les effleurer étant donné que, d'après le programme du séminaire, vous avez dû aborder ces thèmes au mois de mars avec l'intervention de Mark van Atten.

4e dimension qui vient s'ajouter, ou non, aux trois dimensions spatiales sans que cela change fondamentalement la nature des problèmes traités.

Je prends deux exemples majeurs chez Weyl, où nous allons voir que le temps n'est traité que comme une simple coordonnée supplémentaire accessoire.

Premier exemple. Weyl s'intéresse éminemment à la question des relations de dépendance, en relativité générale, entre la matière et les structures métriques, et sur les changements épistémologiques majeurs que cette dépendance entraine. Pour ce problème, que les relations métriques considérées soient des relations purement *spatiales*, ou comme c'est en fait le cas en relativité générale, qu'elles soient des relations *spatio-temporelles*, cela ne change pas fondamentalement le problème. Au point que les exemples développés par Weyl sont toujours ou presque toujours des exemples *statiques*, donc des exemples où la dimension temporelle a été pour ainsi dire neutralisée, mise de côté comme accessoire.

Deuxième exemple. Weyl s'intéresse de manière tout aussi importante à la question de la justification (question de fondements) du fait que la métrique sur laquelle on doit appuyer la théorie physique soit une forme quadratique. La physique à laquelle pense Weyl est la relativité bien sûr. Ainsi, c'est une métrique spatio-*temporelle* qui est en jeu. Malgré cela, Weyl appelle de manière significative ce problème « problème de l'espace » et non pas le problème de l'espace-temps [2]. C'est que, dans cette question absolument centrale, que la forme quadratique s'applique à des mesures purement spatiales, ou à des mesures spatio-*temporelles*, ne change rien fondamentalement au problème. C'est pourquoi Weyl traite sur le même plan, la géométrie d'Euclide et la chrono-géométrie de Minkowski. Le temps apparait souvent comme une dimension supplémentaire que l'on peut considérer ou non dans la réflexion sur les fondements de la géométrie. D'un point de vue mathématique, il suffit de changer ce qu'on appelle la signature de la métrique [3].

1.3 La question du temps dans l'introduction d'*Espace-Temps-Matière*

Pourtant, rien ne laisse présager cette mise au second plan de la question du temps quand on lit l'introduction de l'ouvrage majeur de Weyl pendant cette période, à savoir *Espace-Temps-Matière*. En effet, cet ouvrage débute par ces phrases :

> **Texte 1 L'espace et le temps sont communément compris comme les formes d'existence du monde réel, tandis que la matière en est la substance.**

2. Bien sûr il y a des raisons historiques à cette appellation, mais je pense qu'il est significatif que Weyl conserve ce terme de « problème de l'espace » même quand la métrique en jeu est spatio-temporelle.

3.

> **Nous avons à distinguer trois choses, 1. L'espace, ou plus généralement, si on y ajoute le temps, le milieu étendu du monde extérieur [extensive Medium der Außenwelt], 2. Sa structure métrique, 3. Son contenu matériel avec son quale variant d'un lieu à l'autre.**

Analyse mathématique du problème de l'espace, p. 1

La manière dans ce texte dont Weyl traite le temps comme une 4e dimension que l'on peut ajouter ou non à l'espace pour traiter les problèmes, est vraiment le point de vue le plus courant dans l'approche de Weyl de cette période. Nous pourrions citer plusieurs textes du même genre. A la fin des conférences transcrites dans ce texte, Weyl démontrera le théorème qui résout le problème de la forme quadratique de la métrique, en prenant comme corps de scalaires les nombres complexes plutôt que les nombres réels. Cela lui permet de ne pas avoir à considérer la signature de la métrique, donc à ne pas avoir à différencier l'espace, de l'espace-temps.

Après cette affirmation, Weyl va proposer une sorte d'esquisse très grossière du cheminement historique accompli autours de la question des rapports de l'espace, du temps, et de la matière. Dans cette esquisse historique, nous allons voir que le temps joue un rôle fondamental.

Selon Weyl, après Descartes et l'époque moderne, les sciences exactes vont avoir pour fonction de décrire tout phénomène en le ramenant à une mise en rapport particulière des trois notions fondamentales de l'espace, du temps et de la matière. Le temps joue en particulier un rôle important car, je cite :

> **Texte 2 Depuis que l'esprit humain s'est éveillé de son sommeil, et a pris son autonomie, il n'a jamais cessé de sentir la nature profondément mystérieuse de la conscience du temps, du progrès du monde dans le temps, du Devenir. C'est un de ces problèmes métaphysiques ultimes que la philosophie a tenté d'élucider et de démêler à chaque étape de son histoire.**

Ibid, p. 1

Dans l'esquisse historique qui suit, Weyl présente en premier la vision qu'il appelle « naïvement réaliste ». Selon cette vision, les choses matérielles auraient en soi des propriétés sensibles, et les événements physiques auraient en soi des caractéristiques temporelles et spatiales qui s'identifieraient à celles qui nous apparaissent immédiatement dans nos actes perceptifs.

Weyl montre ensuite comment l'histoire de la pensée va rencontrer une prise de recul progressive par rapport à cette vision naïvement réaliste à l'égard du temps, de l'espace et de la matière.

Dans le domaine de la philosophie, dit-il, ce sont d'abord les qualités sensibles de la matière qui sont reconnues comme subjectives, avec Galilée, Descartes et Hobbes ; puis Kant va mettre en évidence le caractère tout aussi subjectif des caractéristiques temporelles et spatiales des phénomènes.

Dans le domaine de la physique, la relativité d'Einstein va achever de montrer que le temps et l'espace, ces formes qui constituent notre intuition, n'ont aucun rôle à jouer dans la description du monde physique objectif. Le monde de la physique est *aspatial* et *atemporel* dira encore plus radicalement Weyl dans un autre texte [4].

4.

> **Ainsi, chaque individu vit son histoire. Leurs flux de conscience entretiennent mutuellement des relations qui sont restreintes dans leur possibilité par la structure de l'espace-temps que nous avons décrite. Mais, le monde lui-même n'a pas d'histoire. Par conséquent, longtemps après que la physique se soit libérée des qualités sensibles, la philosophie moderne met en avant avantageusement la grande découverte de Kant selon laquelle le temps et l'espace ne sont que des formes de notre intuition sans signification objective. En reconnaissant sa différence avec la philosophie kantienne, la physique a le courage de pénétrer [ergründen] et de représenter en symboles mathématiques le domaine[Reich] aspatial et intemporel des « choses en soi » qui est caché derrière les apparences.**

« Die Einsteinsche Relativitätstheorie », *Schweizerische Bauzeitung*, (1920/1921)

Bien que le monde physique de la relativité, une fois constitué, soit en un certain sens (que nous préciserons plus tard), aspatial et atemporel, il faut néanmoins insister sur le fait que

> **Texte 4 Le monde réel ainsi que chacun de ses constituants (avec leurs diverses caractéristiques), ne nous sont donnés, et ne peuvent nous être donnés, que comme des objets intentionnels des actes de la conscience.**

Espace-Temps-Matière, p. 4

En tant que tel, le monde nous est irrémédiablement donné avec une temporalité qui ne lui appartient en soi, mais est projeté sur lui par la conscience.

Ici, et dans ce qui suit, Weyl dit simplement suivre la ligne directrice des *Ideen* de Husserl. Ainsi, pour fonder ultimement le savoir scientifique, nous devons mettre entre parenthèse la thèse de la réalité des objets apparents, et redescendre au niveau phénoménologique du donné absolu, immanent à la conscience. Et dans ce domaine du phénoménal, du vécu de la conscience, les objets ont bien une dimension temporelle puisque, je cite

> **Texte 5 Le temps est la forme primitive du flux de la conscience. C'est un fait, aussi obscur et intriguant qu'il soit à nos esprits, que les contenus de conscience ne se présentent pas simplement comme étant [...] mais comme étant-maintenant, remplissant la forme du présent perdurant malgré la variation de son contenu. De telle sorte qu'on ne dit pas que cela est mais que cela est-maintenant, ou cela n'est-plus-maintenant. Si nous nous projetons en dehors du flux de la conscience et représentons son contenu comme un objet, cela devient alors un événement qui se passe dans le temps, ses différentes étapes entretenant entre elles des relations d'antériorité ou de postériorité.**

Ibid., p. 5

Mais Weyl insiste évidemment sur le fait que ce prima du vécu de conscience pour fonder ultimement la science n'a rien à voir avec la vision naïvement réaliste, bien au contraire. Il ne faut pas interpréter le prima phénoménologique en pensant que la notion de temps qui doit intervenir dans la physique serait une simple représentation conceptuelle du temps immanent de la conscience, qui ne ferait que le préciser sans le dénaturer. Ce serait un contre-sens radical car le donné immanent n'est bien sûr que le point de départ de la justification des concepts scientifiques, et non pas le point d'aboutissement. C'est pourquoi, selon Weyl

> **Texte 6 [...] une enquête philosophique à propos de la thèse de la vérité, doit nous mener, et nous mènera effectivement à la conclusion selon laquelle aucun des actes de notre perception, de notre mémoire, etc., qui nous présentent les expériences à partir desquelles nous saisissons la réalité, ne nous donne un droit légitime à attribuer aux objets perçus une existence et une constitution telles qu'ils sont perçus.**

Ibid., p. 5

Le contexte de cette citation montre qu'en particulier les caractéristiques temporelles des objets, telles qu'elles se présentent immédiatement à la conscience, ne peuvent être attribuées aux objets transcendants de la physique.

Pour saisir l'écart posé par Weyl entre le temps vécu immanent à la conscience, et le temps comme concept physique, il faut nous plonger quelque peu dans le paragraphe 6 du second chapitre de son autre grand œuvre de 1918, *Le Continu*.

1.4 Continu intuitif et continu mathématique Temps phénoménal et temps objectif

Dans ce paragraphe, intitulé « continu intuitif et continu mathématique », il va s'agir pour Weyl, comme le titre l'indique, de thématiser les rapports entre deux types de continuité. Cependant, c'est le temps qui va servir de ligne directrice car il est le prototype même d'un continuum :

> **Texte 7 Afin de mieux comprendre le rapport entre un continu intuitivement donné et le concept de nombre [le continu numérique], restons-en au temps comme continu fondamental. Tenons-nous en au temps phénoménal (en contraste avec le temps objectif), à cette forme de mes expériences conscientielles, qui fait que ces expériences m'apparaissent comme se déroulant en succession. (Par « expériences » on entendra ce que j'éprouve tel que je l'éprouve, non pas des processus réels correspondants, qui auraient lieu dans un individu psycho-physique, ni des processus psychiques ou physiques qui appartiendraient à un univers matériel.)**
>
> *Le Continu*, p. 109

Comment penser les rapports entre le temps phénoménal et le temps objectif de la physique ? Tenons-nous en pour le moment au temps linéaire de la physique newtonienne. Pendant quelques pages, Weyl feint d'explorer une voie. Il se dit : le temps objectif de la physique ne serait-il en fait qu'une reconstruction conceptuelle qui ne fait que rendre plus exacte, plus précise, une structure qui est déjà appréhendée intuitivement avec le temps phénoménal ? Il y aurait alors une sorte d'isomorphisme imparfait, approché, entre temps phénoménal et temps physique.

Cette hypothèse rencontre une difficulté immédiate à travers le fait que ces deux types de temps diffèrent déjà profondément par le *type de continuité* qu'on y trouve. La continuité du continu numérique admet une définition où on quantifie sur l'ensemble des nombres réels appartenant à un certain voisinage. En raison de cette quantification, la continuité d'un mouvement fondé sur un tel continu numérique est révisable, sitôt qu'on découvre quelques nouveaux points de l'intervalle qui nous avaient échappé [5].

Mais à cette continuité numérique, au statut précaire, Weyl oppose la continuité directement intuitionnée qui est propre au temps phénoménal. Voici son exemple. Quand j'observe un crayon qui repose pendant un certains laps de temps sur une table, la continuité de cette expérience de repos m'est donnée comme quelque chose de primitif, qui ne dépend pas d'hypothétiques instants ponctuels composant la durée. Il serait absurde dit

5. Weyl se réfère ici à la définition usuelle de la continuité, à laquelle on est habitué depuis le XIXe, disons « par les epsilon et les delta ». Imaginons maintenant que l'ensemble des nombres réels soit *ouvert* dit Weyl. Cela veut dire que les principes de définition qui permettent de caractériser les réels ne sont pas fixés une fois pour toute mais de nouveaux principes peuvent s'ajouter progressivement. (Pensez pour ceux qui connaissant à la théorie des types ramifiés, où on élargit progressivement le domaine des nombres réels avec des réels de premier niveau, puis de second niveau, etc.) Avec la continuité au sens du continu numérique, qui dépend d'une quantification sur les éléments individuels (nombres) composant le continu, alors une fonction qui était considérée comme continue à un certain moment de la construction du continu numérique, pourra perdre sa continuité au moment où on rajoute de nouveaux nombres réels.

Weyl de penser que, comme pour le cas du continu mathématique, nous puissions réviser ultérieurement la continuité de cette expérience de repos, comme s'il était possible, je cite,

> **Texte 9 [que] des instants échappés à notre intuition, au cours desquels ce crayon se serait trouvé au voisinage de Sirius [...] avaient pu venir s'insérer dans la durée.**

Ibid., p. 109

En fait, cette différence sur la nature de la continuité n'est qu'une différence parmi de nombreuses qu'on pourrait exhiber entre le temps phénoménal et le temps mathématisé de la physique [6].

Weyl va développer les conditions de cette correspondance envisagée entre temps phénoménal et temps mathématisé. Puis, soudain, il coupe brusquement son discours et donne de manière abrupte sa conclusion :

> **Texte 10 Je crois que nous demandons là un *non-sens* évident. A ces questions, l'intuition du temps, dont nous attendons justement l'éclaircissement conceptuel de la nature de son flux temporel permanent, est incapable de fournir une réponse, comme on est incapable de répondre à des questions qui ne vous sont visiblement adressées qu'à la suite d'une confusion, et qui pour cela sont incompréhensibles tant qu'elles sont adressées à vous. [...] La philosophie bergsonienne a eu le mérite de placer l'accent sur l'hétérogénéité du monde conceptuel mathématique par rapport à la continuité immédiatement expériencée du temps phénomal (« la durée »).**

Ibid., p. 111

A la suite de quoi, Weyl donne une description qui se veut fidèle du contenu du temps phénoménal. L'hétérogénéité entre temps phénoménal et temps objectif y apparait clairement. Le temps phénoménal n'est pas composé primitivement d'une infinité d'instants qui seraient ces composants. Plutôt, la durée continue d'une expérience est un donné primitif qui précède toute considération d'instants ponctuels. Les instants ne sont pas isolés mais ne sont que des points de transition. De plus, Weyl place dans l'essence du temps phénoménal que rien n'y soit fixable que de manière approchée. Enfin, Weyl décrit dans son vocabulaire le système des rétentions qui donne une double dimension au temps phénoménal [7].

---

6. Weyl nous dit que, pour qu'on puisse mettre en correspondance le temps phénoménal et le temps objectif (mathématisé), même si on ne cherche qu'une correspondance approchée, il faudrait que le temps phénoménal soit tel que :

1. Il soit décomposable en instants individuels isolés, strictement ponctuels : $O, E, A, B, ...$
2. Que deux instants soient toujours comparables entre eux par la relation d'antériorité (ou de postériorité) chronologique. $A < B$
3. Qu'on ait l'intuition immédiate de l'égalité de durée de deux segments temporels $AB = A'B'$.

Alors, l'intuition du repos du crayon pendant une certaine durée [OE] sera retraduite par l'intuition du repos du crayon en chacun des instants ponctuels composant le segment [OE]. Et pour achever la correspondance entre le temps phénoménal et le temps mathématisé, il resterait à se demander si à chaque instant L de l'intervalle [OE] du temps phénoménal correspond un nombre réel λ de $[0, 1]$ tel que $OL = \lambda.OE$, et réciproquement.

7. Il semble fidèle ici, me semble-t-il (mais il faudrait entrer dans les détails du texte pour en être sûr) avec le propos de Husserl non seulement dans les *Ideen* (que citent Weyl), mais aussi avec ses cours *Sur la Phénoménologie de la conscience intime du temps.*

Ainsi, il ne faut pas penser les relations entre le temps phénoménal et le temps objectif comme étant une sorte d'isomorphisme, même imparfait. Au contraire, l'hétérogénéité entre ces deux concepts est totale. Cette hétérogénéité n'est pourtant pas un échec de la théorie mathématique du temps. L'écart entre temps phénoménal et temps objectif doit au contraire être accepté positivement comme inévitable car

> **Texte 11 Des motifs raisonnables dans notre effort en vue de comprendre le monde nous font franchir [le profond abîme qui sépare le continu intuitif du continu mathématique]. Ce sont les mêmes motifs raisonnables qui poussent l'étude de la nature à passer de la réalité où nous vivons en tant qu'êtres humains naturels, et qui se construit dans les actes d'expériences - à passer de cette réalité au monde physique « caché derrière ». [...] Il y a si l'on veut [...] une *théorie du continu* (et donc une théorie du temps objectif) qui [...] se doit justifier raisonnablement de la même manière qu'une théorie physique.**
>
> *Ibid.*, p. 113

Ainsi, au vu des différents textes de Weyl, on peut reconstituer le cheminement philosophique qu'il faut achever afin de répondre au problème philosophique du temps. Ce cheminement est le suivant :

1. Description phénoménologique du temps immanent à la conscience.
2. Etude de la genèse qui mène du temps immanent au temps physique qui, une fois constitué, n'a plus du tout les mêmes propriétés que le temps immanent. (Dans cette genèse, le travail phénoménologique est encore certes présent, mais il ne suffit pas. Comme le montre le texte cité, l'écart assumé entre temps immanent et temps objectif ne peut être pleinement justifié que par l'immersion du temps objectif au sein de la théorie physique).
3. Une fois le(s) temps objectif(s) constitué(s), il y a de nombreux problèmes philosophiques restant. Citons notamment les problèmes suivant :
   (a) Eclaircir et justifier les rapports entre temps (objectif) et espace (objectif). C'est le problème de la relativité.
   (b) Délimiter la part de la convention au sein du temps physique.
   (c) Eclairer les fondements philosophiques des structures temporelles.
   (d) Délimiter et justifier les rôles respectifs des mathématiques et de la physique au sein de cette construction.

Or, Weyl, pour ce qui est des étapes 1) et 2), se reposera toujours sur la figure de Husserl (et d'autres auteurs, comme Bergson) et se contentera des quelques esquisses que nous abordons ensemble. Il repoussera toujours à plus tard le développement de cette partie de la question philosophique du temps qu'il juge non-urgente. Ainsi, il conclut le chapitre du *Continu* par ces mots :

> **Texte 12 Les réflexions de cette section ne sont qu'un substitut peu instructif à une vraie philosophie du continu. Eu égard au manque d'urgence et au caractère mathématique plutôt qu'épistémologique de notre travail, on en reste là.**
>
> *Ibid.*, p. 116

On pourrait citer ici d'autres textes où Weyl confirme cette mise au second plan des problèmes indiqués dans les étapes 1) et 2) [8]. Ainsi, il faut remarquer que Husserl et Weyl semblent d'accord sur le découpage des problèmes philosophiques. Mais, comme l'a remarqué F. De Gandt (cf. notamment son abstract), Husserl a consacré toute son énergie aux étapes 1) et 2). Il a montré notamment que le passage du vécu phénoménal au temps objectif physique était étagé et contenait de nombreuses difficultés philosophiques à éclaircir. Weyl, quant à lui, s'appuyant sur Husserl, place l'accent dans son travail sur la dernière étape, à peine ébauchée dans les *leçons sur la phénoménologie de la conscience intime du temps* de Husserl [9].

Selon notre opinion, l'urgence épistémologique qui pousse Weyl à négliger les étapes 1) et 2) c'est l'émergence de la relativité générale. En effet, celle-ci bouscule fondamentalement les rapports du mathématique au physique dans la constitution objective de l'espace-temps (étape 3)), mais qui ne touche pratiquement pas aux étapes 1) et 2) [10].

---

8. Une autre référence sur la mise au second plan du problème du temps : ce texte est issu des premières pages de l'*Analyse mathématique du problème de l'espace*(1923), mais il peut être décontextualisé tant il résume bien la position générale de Weyl :

> **Le mathématicien, par son abstraction, ne conserve de l'essence de l'espace qu'une vérité : c'est un continu tridimensionnel. Si on intègre le temps au milieu étendu complet pris dans sa globalité, alors le nombre de dimensions devient quatre. Nous laissons de côté de grandes difficultés intuitives et conceptuelles qui sont encore inhérentes à cette formulation. C'est de toute façon mon intention, dans les présentes conférences, de parler uniquement de l'analyse mathématique de la *structure de l'espace* [Raumstruktur], dont le profit est nettement plus important.**
>
> *Analyse mathématique du problème de l'espace*, p. 2

La dernière phrase est ambigüe. Il y a deux lectures tout aussi pertinentes de cette phrase, suivant là où on place l'accent sur le terme « Raumstruktur ».

Ou bien on place l'accent sur « Raum » et alors on voit que Weyl est en train d'affirmer qu'il y a plus de profit, dans l'immédiat, (c'est-à-dire à son époque, celle de la relativité générale) à se centrer sur la notion d'*espace* plutôt que sur le temps. La relativité générale a bousculé nos convictions sur l'espace. Il y a donc une sorte d'urgence épistémologique à repenser notre rapport à l'espace. L'idée est donc que le temps a été l'urgence épistémologique en 1905 mais qu'en 1915 c'est l'espace qui est porté par l'avancée de la science au cœur de la réflexion épistémologique.

Maintenant, si on place l'accent sur « Struktur », alors on voit que Weyl est en train d'affirmer qu'il y a plus de profit à étudier ce qu'il y a de structurel ou de conceptuel, à propos de l'espace-temps, plutôt que de ce qu'il y a d'intuitif. Avec cette lecture, nous comprenons la phrase comme signifiant qu'une partie des problèmes concernant l'espace-temps sont mis de côté, à savoir ce qui concerne le purement intuitif, par opposition à ce qu'il y a de structurel dans l'espace-temps. Et ici, l'intuitif semble désigner la partie topologique de l'analyse de l'espace-temps, pour laquelle est primordiale la considération de la dimension phénoménologique. Cette deuxième lecture du texte sera confirmée quelque pages plus loin quand Weyl opposera la dimension intuitive de l'espace-temps qu'il rattache aux idées topologiques de continuité, de voisinage, etc. à la dimension proprement structurelle de l'espace-temps, dans laquelle il place les strates projectives, affines et métriques de la chrono-géométrie.

9. De même, l'introduction d'*Espace-Temps-Matière* contient une remarque similaire. Pour résoudre pleinement le problème du temps et de l'espace, il faut prendre en compte une dimension mathématique du problème, une dimension physique, et une dimension philosophique et en particulier phénoménologique. Mais, eu égard à la moindre urgence de la partie phénoménologique, et au caractère encore immature de la dimension philosophique du problème, Weyl dit devoir se focaliser sur les rapports du mathématique au physique. Bien sûr, cette articulation entre mathématique et physique n'est pas un problème technique éloigné de la philosophie. C'est au contraire le lieu majeur où va se jouer la production philosophique d'Hermann Weyl. Weyl nous explique simplement que ces autres questions philosophiques qui sont liées aux rapports entre temps phénoménal et temps physique sont moins urgentes à traiter.

10. Ainsi, on pourrait conclure cette première partie de l'exposé ainsi. On a vu qu'une partie de la question du temps est mise au second plan dans la pensée de Weyl en au moins deux sens. D'abord, au sens où c'est la question de l'espace qui prime, notamment pour des raisons contextuelles liées à l'émergence de la relativité générale. Ensuite, plus précisément, parce que la question de la description du temps immanent et surtout de la genèse qui conduit de ce temps immanent (temps vécu) à l'*espace-temps*

2 DEUXIEME PARTIE. Les apports majeurs de Weyl à la question du temps (temps-coordonnées et relativité restreinte)

2.1 Un résidu du sujet phénoménologique : le temps-coordonnées.

Conformément au point de vue de Weyl que nous avons exposé, les apports majeurs de cet auteur à la question du temps concernent le temps objectif de la physique, et les rapports de ce temps aux autres concepts de la science : l'espace, la causalité, etc. En particulier, ce qu'il y a d'objectif dans le temps ce sont les *structures* temporelles (ou en fait spatio-temporelles). Ces structures, décrites par la chrono-géométrie, sont les structures d'ordres, les structures projectives, affines, conformes, métriques, etc. Nous allons y venir.

Puisque ce sont ces structures qui donnent leur contenu objectif à la notion de temps, on pourrait imaginer se contenter, en physique mathématique, de donner ces structures par une description axiomatique. Il est en effet possible de décrire axiomatiquement la structure du temps. Mettons comme Weyl provisoirement de côté la question du temps relativiste, et concentrons nous d'abord sur le temps newtonien. Sa structure est donnée à la fin de l'introduction d'*Espace-Temps-Matière*[11]. Voici cette structure :

1) Le temps est un continuum composés d'instants individuels.	$O, E, A, B, C...$
2) Une relation d'antériorité est définie sur ces instants. De deux instants, je peux dire ou qu'ils sont identiques, ou que l'un des deux est antérieur à l'autre. On pose la proposition fondamentale selon laquelle cette relation est une relation d'ordre totale.	$A < B$
3) Enfin, il y a une relation d'égalité de durée. Etant donné quatre instants A, B, A', B', nous disposons d'une relation qui nous dit si oui ou non la durée représentée par l'intervalle $[AB]$ est la même que la durée représentée par l'intervalle $[A'B']$.	$AB = A'B'$

Weyl donne une explication sur ce que signifie l'égalité de durée. Le fait que les segments temporels [AB] et [A'B'] soient de même durée signifie qu'ils peuvent accueillir le même contenu. Un point intéressant ici : cette définition tient, selon Weyl, aussi pour la durée phénoménale vécue par la conscience ; deux durées égales peuvent accueillir alors le même contenu de conscience. Pour le temps physique, il faut plutôt dire que deux durées égales peuvent accueillir le même déroulement d'événements physiques. Que signifie ici « même déroulement d'événements physiques » ? Pour le comprendre, il faut recourir à la notion d'*horloge*, au sens technique abstrait du terme. On appelle horloge tout système physique isolé dont le fonctionnement interne est tel que le système revient cycliquement dans un même état physique, qu'on peut appeler le TIC de l'horloge. Avec cette notion

objectif mathématisé de la physique est un thème reconnu par Weyl comme légitime et important mais comme pouvant être relégué à plus tard comme non urgent, et comme n'étant pas fondamentalement ce qui est en jeu avec l'émergence de la relativité générale.

11. On reconnait qu'il s'agit en fait de la même structure qui apparaissait aussi dans *Le Continu*, au moment où Weyl feignait d'adopter la fausse attitude qui consistait à identifier structurellement le temps phénoménal et le temps objectif.

abstraite d'horloge, on comprend que, dire que deux intervalles temporels [AB] et [A'B'] sont égaux en durée, signifie qu'une même horloge, quel que soit son fonctionnement, voire deux horloges de même constitution physique, fonctionnant au sein de ces deux intervalles temporels, produiront le même nombre de TICS.

Pourquoi, quand on s'intéresse à la *mesure du temps objectif* de la physique, ne peut-on pas ce contenter de cette axiomatique qui décrit abstraitement le temps comme un continu ordonné linéairement et muni d'une relation quaternaire d'égalité des durées $AB = A'B'$?

Si on se contente de cet aspect purement structurel, on dispose d'un temps qui est inapplicable à la réalité physique concrète car il manque un moyen d'individualiser les instants de ce continuum temporel, afin de pouvoir, dit Weyl, « **ancrer cette structure abstraite dans la réalité effective** ».

Pourquoi ne peut-on, à partir de la structure temporelle elle-même, individualiser les instants temporels ? Cela tient à l'*homogénéité* de cette structure. Ici, « homogénéité » a un sens technique très précis. On dit qu'un ensemble structuré de points est homogène si toute propriété bien définie, purement conceptuelle, ne peut s'appliquer à un point de notre ensemble structuré sans qu'il ne s'applique indifféremment à TOUS les points [12].

Le temps est non seulement homogène, mais il est même 2-homogène, au sens où il est homogène à l'égard des *couples* d'instants. Toute propriété (bien définie) qui vaut pour un certain couple (A, B) d'instants temporels, vaudra pour *tous* les couples.

Par contre, le temps n'est pas 3-homogène. C'est-à-dire que tout triplet (O, E, A) d'instants temporels vérifie certaines propriétés que ne possèdent pas d'autres triplets. En particulier, il existe un nombre λ particulier qui est tel que :

$$OA = \lambda.OE \tag{1}$$

Le lambda est ici dépendant du triplet (O, E, A) donné. Une fois qu'on s'est donné le couple (O, E), alors tout instant du temps est individualisé par la donné du nombre réel λ qui permet de le mettre en relation avec O et E selon l'équation ci-dessus. Ce *lambda* est alors appelé la coordonnée temporelle de l'instant A, et le couple (O, E) est appelé le *système de coordonnées*. Vous pouvez le voir ici comme la donnée d'une origine temporelle O, et d'une unité (Einheit) temporelle E. Ce système de coordonnées est ce minimum qu'il faut se donner pour pouvoir ensuite individualiser tous les instants temporels. Weyl va produire une analyse épistémologique très profonde concernant la nature du système de coordonnée et sa fonction dans l'activité de mesure, et la représentation mathématique du monde physique et de ses structures temporelles.

On a vu que ce système de coordonnées est en un certain sens un minimum. Mais c'est aussi un maximum. En effet, cela ne sert à rien de se donner un triplet (O, E, A) d'instants temporels comme système de coordonnées. Deux suffisent. Avec un triplet d'instants temporels on est déjà dans quelque chose de plus riche que la simple donnée d'un système de coordonnées. Le système de coordonnées, dans le cas du temps, est la donnée uniquement de deux points, car c'est la structure la plus riche que l'on puisse se donner à l'égard de laquelle le temps est homogène. En effet, on a vu que le temps était 2-homogène, mais non pas 3-homogène.

12. Plus précisément, ici, par « propriété bien définie », il faut comprendre une propriété que l'on peut décrire à partir des relations fondamentales de la structure, des connecteurs logiques, et de l'idée d'itération. Sur le cas particulier du temps, cela veut dire qu'une propriété décrite à l'aide des seules relations fondamentales ($<$, $=$, cf. ci-dessus) et prenant pour argument un instant temporel, ne pourra avoir que deux extensions possibles. Soit elle ne s'applique à aucun instant temporel, soit elle s'applique à tous. En particulier, on ne peut trouver de propriété qui ne conviendrait qu'à un unique instant, qui définirait un singleton temporel.

Revenons à la fonction de ce système de coordonnées. On a dit qu'une fois que l'on s'est donné le système de coordonnées, (deux instants temporels), alors on peut coordonner les points du temps, c'est-à-dire individualiser les instants en leur attribuant univoquement à chacun une étiquette numérique, une *date*, qui les positionne individuellement au sein du continuum temporel.

Mais que veut dire *se donner* le système de coordonnées ? Ici, ce n'est pas évident de comprendre ce que veut dire cette donation, car on a vu que, par construction même de la notion de système de coordonnées, le temps est homogène vis-à-vis de tous les systèmes de coordonnées. Il n'y a aucune propriété objective que vérifierait un système de coordonnée particulier, sans que tous les systèmes de coordonnées ne la vérifient également. Ainsi la donation du système de coordonnées ne peut pas être une donation *conceptuelle*, une donation par une définition conceptuelle. Weyl va dire que, de par sa nature, le système de coordonnées peut être seulement *montré*, donné à l'*intuition*.

Le système de coordonnées est en fait un élément subjectif donné intuitivement. Bien que subjectif, cet élément, nous l'avons vu, est indispensable pour que le schème abstrait des structures temporelles ne reste précisément pas seulement un schème abstrait, mais qu'il s'ancre dans la réalité effective, par l'activité de mesure opérée par le sujet physicien.

Ainsi, Weyl conclut ces réflexions par un texte magnifique qui synthétise sa pensée :

> **Texte 14 Les nombres nous donnent la possibilité de distinguer conceptuellement, c'est-à-dire objectivement et clairement, tous les points du continuum temporel, relativement à un segment unitaire $[OE]$.**
>
> **Mais cette objectivation par exclusion du moi et des démarches immédiates de son intuition n'est pas complète ; le système de coordonnées (approximativement représentatif seulement) établi par une action individuelle reste comme le résidu nécessaire du moi, après cette arithmétisation du temps.**

Espace-Temps-Matière, p. 8

Interrompons ici le texte. Le temps arithmétisé est ce temps objectif que Weyl avait opposé dans *Le Continu* au temps phénoménal comme flux de la conscience. Pour parvenir au temps objectif, il faut dit Weyl, « exclure le moi et les démarches immédiates de son intuition ». Il faut en quelque sorte se débarrasser du sujet phénoménologique. Mais le texte dit clairement que le système de coordonnées subsiste comme un résidu de ce sujet. En fait, mis-à-part les textes cités dans notre première partie où le sujet phénoménologique est au centre du discours de Weyl, la notion de sujet qui est omniprésente dans son travail scientifique est cette notion de sujet en tant que système de coordonnées. Nous l'appellerons le *sujet-coordonnées*. Même si le texte ci-dessus présente cette notion de sujet comme un résidu du sujet phénoménologique, il est clair que ce résidu a des propriétés qui le différencient radicalement du sujet phénoménologique. En effet, si le sujet-coordonnées permet d'ancrer la structure du temps (et de l'espace) dans la réalité effective, c'est parce que d'une certaine manière, par l'entremise de son corps, il fait lui-même partie de cette réalité effective. Cela devient clair d'autre texte où Weyl annonce explicitement que ce sujet-coordonnées est un sujet *psycho-physique*, une conscience incarnée dans un corps, que Weyl représentera par un *oeil-ponctuel*. Donc, ce sujet psycho-physique est déjà le produit d'une objectivation à partir du sujet phénoménologique originel. De plus, ce sujet psycho-physique est simplifié à l'extrême, il subit une idéalisation mathématique, pour ne faire subsister de lui que ce résidu qu'est le système de coordonnées, la pure position occupée par le sujet dans le monde, qui permet d'ancrer les concepts mathématiques, en particulier la chronométrie, dans la *réalité effective*.

2.2 Le problème de l'inter-subjectivité

Chaque sujet-coordonnées va produire cet ancrage de la structure temporelle dans la réalité effective, d'une manière qui lui est propre. Ainsi, deux sujets-coordonnées différents fournissent aux mêmes propriétés physiques temporelles des valeurs numériques différentes. Par exemple la valeur numérique de la durée d'un événement, ou le nombre qui fixe la date d'un événement seront différents, suivant le moment que je choisis comme origine O et suivant l'étalon de temps choisi.

Ainsi, les sujets-coordonnées fournissent autant de points de vue observationnels différents sur le monde qui vont se traduire par des représentations numériques différentes du monde. Cette notion du sujet résiduel a donc une allure qui le rapproche du sujet monadologique de Leibniz. Il y a autant de possibilités de représenter numériquement le monde qu'il y a de sujets-coordonnées. Alors, pour obtenir un seul et unique monde physique objectif derrière cette pluralité de représentations numériques, il faut se poser la question de la possibilité de la communication *entre ces points de vue*. C'est ce dont va s'occuper la fin du texte que nous avions tronqué ci-dessus. Cela nous conduit à la signification générale que donne Weyl à l'expression *théorie de la relativité* :

> **Je crois que l'on saisit bien, par cette définition de la mesure du temps, comment la mathématique s'introduit dans la physique. Pour mesurer une grandeur, il faut faire une différence essentielle entre le « donné » d'un objet (expérience individuelle) d'une part, et d'autre part la conceptualisation de ce donné. Cette dernière opération n'est possible que relativement à des objets qui sont immédiatement représentés. C'est pourquoi à la mesure, est attachée toujours une *théorie de la relativité*.**
>
> **Le problème que celle-ci se pose en général pour un objet quelconque se présente de la manière suivante**
>
> **1) Quels sont les caractères qui doivent être explicités afin de pouvoir caractériser, avec un degré arbitraire de précision et d'une manière conceptuelle, un objet particulier P se trouvant dans la portion continûment étendue de la réalité, qui est en question ? Ce qui permet l'explicitation, c'est le système de coordonnées, la définition conceptuelle s'appelle alors la coordonnée (ou abscisse) de P dans ce système. Deux systèmes de coordonnées différents sont objectivement équivalents ; il n'y a aucune propriété saisissable conceptuellement, qui s'appliquant à l'un, ne s'applique pas à l'autre ; sinon alors trop de choses seraient explicitées immédiatement.**
>
> **2) Quelle relation y a-t-il entre les coordonnées d'un seul et même objet P, dans deux systèmes de coordonnées différents ?**
>
> Ibid., p.9 ?

Si on sait répondre à ces deux questions, alors l'objectivité de la physique est possible, au-delà de la pluralité infinie des points de vues, par la neutralisation de ce qu'il y a de singulier dans chaque point de vue.

Weyl va expliquer que la subjectivité du point de vue apportée par le sujet-coordonnées va être neutralisée par le fait que l'on sait fixer conceptuellement, par des transformations mathématiques, la manière dont on passe d'un point de vue à un autre. Plus précisément on sait caractériser mathématiquement le *groupe des transformations* qui permettent de faire passer d'un sujet-coordonnées à l'autre.

Appliquons tout cela à la question du temps. Dans ce cadre, nous avons déjà vu la réponse à la première question, celle de la nature du système de coordonnées. Pour le temps newtonien, un tel système de coordonnées est la donnée d'un instant originel O et d'une unité de mesure OE des durées.

La réponse à la seconde question est la suivante. Passer d'un sujet-coordonnées à un autre, en ce qui concerne la mesure du temps (newtonien), c'est changer d'origine des temps et d'unité de mesure des durées. Alors la coordonnée temporelle t devient t' et les deux coordonnées sont liées entre elles par une relation affine du type :

$$t = a.t' + b(\text{avec } a > 0) \tag{2}$$

Et on vérifie bien que ces transformations forment une structure mathématique de groupe, garante de l'intersubjectivité des mesures [13].

2.3 La relativité du temps : lignes d'univers, temps propres.

La réflexion épistémologique accomplie par Weyl, à propos du rôle du système de coordonnées en chronométrie, est répétée à propos de l'espace en géométrie. Ainsi, dans une première approche, espace et temps sont traités comme des entités indépendantes en ce qui concerne leurs structures, et la façon dont on les mesure. Ce n'est que dans le troisième chapitre d'*Espace-Temps-Matière* que Weyl va dépasser cette approche séparée du temps et de l'espace pour rentrer dans les problèmes d'articulation des mesures spatiales et temporelles, telles qu'ils ont été mis à jour dans l'histoire de la physique.

Avec Weyl, nous allons distinguer trois moments dans l'histoire de l'idée de relativité. Donnons-nous d'abord un peu de vocabulaire.

On appellera « événement » la donnée conjointe d'un instant temporel, et d'un point spatial. Un événement est un *Ici et Maintenant* si on veut. C'est par exemple l'instant et la place où a lieu l'étincelle au bout d'une allumette. Ainsi, en plus du sens concret qu'a habituellement le terme « événement », qui lui permet par exemple de se rapporter à l'étincelle elle-même produite par l'allumette, on donne au mot « événement » un sens abstrait qui désigne conjointement une position et une date, comme un point abstrait d'une structure qu'on appellera parfois l'*espace-temps* (Raumzeit) ou qu'on appelle parfois l'*Univers* (Welt). C'est une équivoque du même type que quand on emploie le mot « lieu » ou « position » parfois pour désigner un environnement physique, et parfois pour désigner un point d'une structure mathématique, l'espace.

Suivons à présent la vie d'un morceau de substance, en situant spatio-temporellement les uns après les autres tous les états physiques qu'elle traverse successivement. En physique classique, on dirait volontiers qu'on se donne ainsi la *trajectoire*, ou le *mouvement* de notre morceau de substance. En physique relativiste, après Minkowski, le vocabulaire change et on parlera plutôt de la « *ligne d'univers* » de notre morceau de substance. Et là aussi, il y a aura un sens concret au terme « ligne d'univers » comme quand on parle de la ligne d'univers de telle substance. Et il y aura un sens abstrait, une ligne d'univers désignant simplement une ligne continue tracée dans l'espace-temps comme structure abstraite.

13. La connaissance de ce groupe, qui dérive naturellement de la structure conceptuelle du temps, permet indifféremment le passage d'un sujet-coordonnées à l'autre. Malgré le caractère arbitraire des valeurs numériques du temps dans *un* système de coordonnées donné, nous savons néanmoins caractériser à travers ces valeurs numériques subjectives, une et une seule structure objective qui s'exprime à travers ces lois de transformation.

Avec ce vocabulaire, parcourrons avec Weyl les trois étapes de l'idée de relativité, en s'aidant de représentations graphiques. Pour simplifier, les graphiques ne représenteront qu'une seule dimension spatiale (les X).

Dans un premier temps de la réflexion sur la mesure de l'espace et du temps, on pourrait penser que le temps et l'espace soient des entités objectivement totalement indépendantes l'une de l'autre. L'espace, de son côté, est muni d'une structure ; à savoir il est un espace euclidien. Tandis que le temps est muni d'une autre structure, à savoir celle du temps newtonien que nous avons décrite auparavant. Mais, dans l'hypothèse de l'indépendance totale des deux structures, aucune structure transversale [14] n'opérerait sur la totalité spatio-temporelle.

Que temps et espace soient des entités objectivement indépendantes qu'est-ce que cela signifie ?

Postulat 1 : Que le temps soit objectivement indépendant de l'espace, cela signifie que cela un sens objectif que de déterminer, pour deux événements donnés, *même s'ils sont éloignés spatialement*, si oui ou non ces événements ont été simultanés, ou si l'un a été antérieur à l'autre. L'objectivité signifie que cette décision sur la simultanéité ou l'antériorité de deux événements spatialement éloignés ne doit pas dépendre du sujet-observateur. Ainsi, si cette hypothèse est vraie, relativement à chaque instant t du temps on dispose d'une hypersurface que l'on peut considérer comme représentant l'état dans lequel se trouve le *monde* au temps t. Cet état du monde au temps t est alors structuré spatialement comme un espace euclidien. C'est l'espace dans sa globalité vu à un certain instant t du temps. Puis à un instant ultérieur, on retrouve le monde toujours spatialement euclidien, dans un nouvel état, etc.

Postulat 2 : Réciproquement, que l'espace soit objectivement indépendant du temps, cela signifie que cela a un sens objectif que de déterminer, pour deux événements donnés, *même s'ils sont éloignés temporellement*, si oui ou non ces événements ont eu lieu au même emplacement. On veut décider s'il y a *co-localisation* des deux événements ou non. Ici aussi, l'objectivité signifie que cette décision sur la colocalisation ne doit pas dépendre du sujet-observateur. Ainsi, si cette hypothèse est vraie, à chaque emplacement X de l'espace, on associe objectivement sa ligne d'univers. C'est la ligne de vie pour ainsi dire, qu'aurait une personne qui reste immobile à l'emplacement X, à supposée que cette immobilité ait un sens absolu.

Relativité cinématique. Mais très tôt dans la réflexion physique (au moins dès Aristote dit Weyl), on a su que l'espace n'était pas objectivement indépendant du temps. Deux observateurs qui sont en mouvement l'un par rapport à l'autre ne peuvent pas être d'accord quant à savoir si deux événements non-simultanés ont effectivement eu lieu à la même position ou non. Exemple connu. Un navire va de Venise à Alexandrie. A son bord un écrivain écrit le journal de bord. Quelles ont été les positions traversées par la plume de l'écrivain pendant le voyage ? Du point de vue de l'écrivain, la plume est restée au repos, elle n'a pas bougé de sa main, ou du moins si elle a bougé ce n'est que de ces petits mouvements qui lui ont permis de tracer les lignes d'écriture sur le papier. La ligne d'univers de la plume, du point de vue de l'écrivain, est une ligne d'univers de repos, à X constant. Par contre, du point de vue d'un vénitien qui est resté à quai, la plume a changé conséquemment de position, elle a parcouru, avec le navire, les nombreux kilomètres qui séparent Venise d'Alexandrie. La ligne d'univers de la plume n'est donc pas une ligne de repos pour le second observateur. L'espace n'a de sens que relativement à un observateur en mouvement. Si on donne le droit à tout sujet-observateur, quelque soit son mouvement, de fournir un point de vue légitime pour les mesures spatiales, alors on est dans le cadre

14. Sinon le simple produit des deux structures indépendantes...

de la *relativité cinématique*.

(Illustration sur Geogebra)

Relativité C-G-N. Le deuxième moment du développement de la relativité est associé par Weyl aux noms de Copernic, Galilée et Newton. Copernic remarque que le point de vue d'un observateur fixé sur le Soleil et dont les axes fondamentaux sont dirigés vers les étoiles fixes va décrire le système solaire d'une manière beaucoup plus simple qu'un observateur terrestre. Galilée et Newton vont ajouter des arguments dynamiques qui vont appuyer cette non-équivalence de tous les systèmes de coordonnées pour représenter le monde. Il va être alors clair qu'il existe au contraire une classe de systèmes de coordonnées, ou de « référentiels » privilégiés. On les appellera de façon moderne les « référentiels inertiels ». Ce n'est que lorsqu'on se place dans ces référentiels que les lois de la physique adoptent une forme mathématique simple. En particulier, seulement dans ces référentiels, observe-t-on la loi d'inertie, à savoir qu'un corps isolé, soumis à aucune force, va suivre une trajectoire rectiligne uniforme s'exprimant par des équations linéaires. Cette particularité des référentiels inertiels est attribuée à la structure de l'espace-temps lui-même, si bien que les seuls systèmes de coordonnées légitimes pour représenter la structure spatio-temporelle seront les référentiels inertiels. Or, le passage d'un tel système de coordonnées à un autre s'effectue par un mouvement rectiligne uniforme. Aussi, les changements de coordonnées permis dans l'espace-temps, pour respecter sa structure galiléenne, s'exprime comme des transformations affines. Weyl dit qu'on découvre avec cette relativité galiléenne que l'*espace-temps* possède une structure affine. Mais bien sûr, puisqu'on suppose toujours que le *temps* est objectivement indépendant de l'espace, on n'acceptera pas toutes les transformations affines, mais seulement celles, qui laissent stables les hypersurfaces représentant le temps constant et la direction du temps.

(Illustration sur Geogebra)

La relativité einsteinienne. Seulement avec Einstein et la relativité restreinte (1905), on se libère du deuxième postulat d'absoluité, celui qui concerne le temps. On garde l'idée que les seuls référentiels légitimes (vis-à-vis du respect de la structure spatio-temporelle) sont des référentiels en mouvements rectilignes uniformes les uns par rapport aux autres, appelés « référentiels inertiels ». Par contre, les lois mathématiques qui expriment les changements de coordonnées, dans le passage d'un référentiel inertiel à un autre, vont différer de celles qui étaient acceptées dans la physique classique. Dans le passage d'un système de coordonnées inertiel à un autre, ce n'est pas seulement l'axe des temps qui est déplacé mais aussi l'axe spatial.

(Illustration sur Geogebra)

Dans le passage d'un système de coorodnnées inertiel à un autre, le changement du temps et le changement de l'espace sont parfaitement corrélés mathématiquement pour répondre à l'axiome de la constance de la vitesse de la lumière [15].

15. L'axiome de la constance de la vitesse de la lumière était fortement appuyé depuis le XIXe siècle à la fois par les expériences sur l'Ether, et par les suggestions théoriques liées à l'électromagnétisme. Je n'ai malheureusement pas le temps ici de développer les raisons physiques de cette nouvelle loi de transformation. Je vais discuter avec vous seulement des conséquences mathématico-philosophiques de cette nouvelle loi.

L'axiome de la constance de la lumière, couplé avec le principe de relativité restreint (associé aux mouvements inertiels) entraine de lourdes conséquences sur la nature de l'espace-temps. En effet, que les axes du temps et de l'espace soient tous deux modifiés au moment d'un changement de coordonnées, cela signifie que, par principe, les observateurs non seulement ne peuvent être d'accord sur la colocalisation ou non de deux événements (mais c'était connu depuis longtemps) mais ils ne peuvent pas non plus être d'accord sur leur simultanéité ou non. Ainsi, après la relativité restreinte, ni le temps, ni l'espace ne sont plus des réalités absolues. Est-ce que cela signifie qu'il n'y a plus de structure spatio-temporelle objective, que tout est tombé du côté de la subjectivité ? Non. Quand Einstein a fait connaître pour la première fois sa théorie, les aspects « subjectifs » étaient mis en avant, à la fois par la présentation propre à Einstein de sa théorie, et par le nom malheureux de « théorie de la relativité ». Dire que le relativité restreinte a mis à jour la subjectivité de la simultanéité, au même titre que la subjectivité de la colocalisation, cela ne recouvre en fait que la moitié de la vérité. En effet, cette nouvelle conquête de la subjectivité ne se fait que sur fond de la mise en place de nouveaux absolus (comme la constance de la vitesse de la lumière). L'accent va être mis sur ces nouveaux absolus de la relativité restreinte grâce à la mise en forme géométrique de cette théorie par Hermann Minkowski. C'est cette mise en forme géométrique de la théorie que je vous présente ici à travers les graphiques. Hermann Minkowski était un important mathématicien de l'école de Göttingen qui avait le professeur d'Hermann Weyl. En 1908, il va prononcer une très célèbre conférence, *Espace et Temps*, Raum und Zeit, qui va faire connaître sa vision géométrique de la théorie de la relativité restreinte, à partir de laquelle Weyl développera sa propre présentation de la théorie.

Selon Minkowski, repris par Weyl, il y a un nouvel absolu avec la théorie d'Einstein. Mais ce n'est ni l'espace ni le temps mais une structure unifiée, l'espace-temps. Si les différents sujets-observateurs ne peuvent se mettre d'accord ni sur la simultanéité, ni sur la colocalisation, ni sur la durée écoulée entre deux événements, ni sur la distance spatiale qui sépare deux événements, il y a par contre un absolu. Cet absolu c'est d'abord la structure mathématique du cône de lumière, c'est-à-dire de cette hypersurface représentant la propagation d'une source lumineuse dans le vide depuis un événement originel, un flash ponctuel si vous voulez. Bien que deux observateurs ne soient pas d'accord sur les instants et les lieux que l'on doit associer à chaque événement situé sur le cône de lumière, en revanche les deux observateurs sont d'accord sur le fait que les lignes qui composent le cône de lumière, les droites nulles, vérifient l'équation $(X^2 + Y^2 + Z^2) = T^2$. Autrement dit, les observateurs sont d'accord sur le fait qu'une source lumineuse ponctuelle dans le vide se propage selon un front d'onde sphérique qui se déplace à une vitesse constante $= 1$ ($= c$, la vitesse de la lumière, dans un autre système d'unités).

(Illustration sur Geogebra)

Au-delà du simple cône de lumière, Minkowski va montrer que l'espace-temps possède une structure objective plus vaste : la métrique spatio-temporelle. Bien qu'aucune des coordonnées (t, x, y, z), prise isolément, ne représente un absolu, en revanche l'expression $t^2-(x^2+y^2+z^2)$, que l'on doit comprendre comme une « métrique spatio-temporelle » mesurant la distance entre l'origine et l'événement (t, x, y, z), est un absolu. On montre même que cette conservation de la métrique spatio-temporelle est une condition nécessaire et suffisante pour caractériser les transformations de la relativité restreinte.

Géométriquement, cela signifie que les hypersurfaces d'équation :

$$t^2 - (x^2 + y^2 + z^2) = R \qquad (-\infty < R < +\infty) \tag{3}$$

sont des absolues. Le cas $R = 0$ correspond au cône de lumière tandis que les autres cas correspondent à des hypersurfaces hyperboliques.

(Illustration sur Geogebra)

Comment interpréter physiquement, d'une part cette absoluité du cône de lumière, et d'autre part l'absoluité de la métrique spatio-temporelle ? Ici, Weyl a joué un rôle par l'introduction d'un vocabulaire adapté et un travail de distinction mathématique systématique entre ce qui a trait à la simple mise en ordre chronologique des événements, et ce qui a trait à la dimension proprement métrique (la mesure des durées spatio-temporelles).

Imaginons un sujet qui parcourt une ligne d'univers et considérons un point de cette ligne que nous prendrons comme origine du repère.

Le cône de lumière sépare l'Univers en trois parties connexes [16]. La nappe supérieure du cône (pour les t>0) isole du reste de l'espace-temps la région que Weyl appelle le « futur actif », composée de tous les événements sur lesquels l'événement origine *Ici et Maintenant* pourra avoir un effet causal. C'est également l'ensemble des événements par lesquels ma ligne d'Univers pourra éventuellement passer [17]. Tout ce qui est en dehors de cette zone est ce que Weyl appelle le « passé actif », c'est-à-dire l'ensemble des événements de l'Univers sur lesquels j'ai pu éventuellement agir par le biais de mes actions passées, mais pour lesquels il n'est plus possible, *dans l'instant présent*, d'avoir une action causale.

Considérons réciproquement la deuxième nappe du cône de lumière, pour les $t < 0$. Cette dernière isole du reste de l'espace-temps la région que Weyl appelle le « passé passif », composé de tous les événements qui ont pu avoir un effet causal sur l'événement origine *Ici et Maintenant*. C'est également l'ensemble des événements par lesquels ma ligne d'Univers a pu éventuellement passé. Tout ce qui est en dehors de cette zone est ce que Weyl appelle le « futur passif », c'est-à-dire l'ensemble des événements de l'Univers qui pourront éventuellement avoir un effet sur mon moi futur, mais qui en tous cas sont trop éloignés pour avoir pu agir sur mon moi présent. L'*ailleurs* est cette zone de l'espace-temps, à la conjonction du futur passif et du passé actif, l'ensemble des points qui n'ont aucun lien causal possible, ni comme cause ni comme effet, avec l'événement origine *Ici et Maintenant*.

Une fois fixé l'*Ici-et-Maintenant* (origine), en raison de l'absoluité du cône de lumière, on voit qu'il est déterminé absolument, i.e. indépendamment du sujet-coordonnées, quels sont les événements futurs (au sens du futur actif) *relatifs à cette origine*, et quels sont les événements passés (au sens du passé passifs) *relatifs cette origine*. Enfin, il est bien sûr absolument déterminé quels sont les événements qui sont précisément sur le cône de lumière.

En revanche, ce qui n'est pas fixé absolument c'est la simultanéité, l'antériorité ou la postériorité des événements de l'*Ailleurs* par rapport à l'*Ici et Maintenant*. Prenons un événement compris dans cet Ailleurs. On montre qu'en changeant de référentiel, on peut le considérer au choix soit comme simultané, soit comme antérieur, soit comme postérieur à l'origine.

Ainsi, pour résumer, pour caractériser ce qu'il y a d'objectif dans l'espace-temps, du point de vue purement de la structure d'ordre, il faut dire que les événements de l'Univers, en relativité restreinte, ne sont muni que d'une relation d'ordre *partielle*. Seuls sont objectivement ordonnés chronologiquement les événements qui ne sont pas trop éloignés

16. Le graphique simplifié avec une seule dimension d'espace en montre faussement quatre.
17. Si on prend comme seul critère l'impossibilité de franchir la vitesse de la lumière

spatio-temporellement. Cela veut dire : les événements qui ont pu être reliés causalement par une action physique se propageant au plus vite comme la lumière. Pour deux événements trop éloignés spatio-temporellement, les notions d'antérieur, postérieur ou simultané n'ont aucun sens objectif.

Parenthèse : reformulation relativiste du problème phénoménologique du temps

Avant d'aller plus loin, je voudrais insister sur les conséquences de cette relativisation du temps par rapport à la problématique de la genèse qui mène du temps immanent, flux de la conscience, au temps objectif de la physique. En physique newtonienne, il y avait un présent objectif, représenté par un ensemble d'événements simultanés qui se répartissaient sur la totalité de l'espace. Mais en relativité restreinte, nous avons vu que le présent objectif ne se réduisait qu'à un point isolé, le sommet du cône de lumière. Et si le présent perd son objectivité, alors le passé et le futur aussi perdent leur objectivité, du moins au sens où c'est seulement l'*ordre entre les événements* (et encore n'est-ce qu'un ordre partiel) qui est objectif, et non pas une hypothétique distinction ternaire entre les événements qui seraient objectivement présents, les événements qui seraient objectivement passés, et les événements qui seraient objectivement futurs.

Weyl annonce dans certains textes, de manière un peu énigmatique, que le temps et l'espace n'ont qu'un statut purement subjectif, et que la physique parvient à se référer à une réalité aspatiale et atemporelle, cachée derrière les apparences du temps et de l'espace. Nous comprenons maintenant ce que cela veut dire. Tout ce que nous comprenons habituellement dans la notion du temps newtonien n'est pas passé totalement du côté de la subjectivité. En particulier, pas la relation d'ordre chronologique, ni même la métrique, nous le verrons. En revanche, c'est le *présent* comme mode déterminé de la temporalité définissant une hypersurface dans l'Univers qui a perdu son objectivité. C'est pourquoi Weyl aurait dû peut-être plutôt s'exprimer ainsi :

Avec Einstein, le *Maintenant* a perdu son objectivité, comme l'Ici avait déjà perdu son objectivité à divers niveaux avec Aristote, puis Copernic, Galilée, etc.

Une conséquence de cela est qu'il faut, pour donner sa cohérence au discours de Weyl, reformuler ce qu'il dit des rapports entre le temps immanent, et le temps objectif de la physique.

Première solution de reformulation : on met le temps objectif au pluriel, et on parle du questionnement à propos du chemin qui conduit des temps phénoménaux immanents aux temps objectifs de la physique.

Deuxième solution de reformulation, si on veut insister sur l'unicité de la structure physique objective, alors on doit parler du questionnement à propos du chemin qui conduit des temps phénoménaux à l'unique *espace-temps* objectif de la physique. Et il faut alors comprendre que cet unique espace-temps objectif de la physique est muni d'une structure d'ordre partielle, et d'une structure métrique, mais non pas d'une notion de simultanéité. En particulier, c'est un espace-temps sans Présent, sans Devenir, dit Hermann Weyl.

Par ailleurs, que dans notre quotidien, par opposition à ce qui advient dans un laboratoire de particules relativistes, nous ayons bien un unique temps en commun sur lequel nous réglons nos actions communes, cela n'est bien sûr pas un démenti de la relativité restreinte. Car la théorie prévoit que les temps mesurés par des observateurs qui ne sont qu'en mouvement relatif très peu rapide –par exemple une personne à quai et une personne voyageant en TGV– ne diffèrent que d'un rapport si faible que cette différence est

indétectable par nos outils de mesure chronologique quotidien, ma simple montre à quartz. La divergence entre nos temps objectifs existe mais est si faible que nous pouvons, en gardant un très haut degrés de précision, mais qui a toute de même ses limites, faire *comme si*, il y avait un temps unique objectif commun à tous. La tâche philosophique de mettre au clair les rapports du temps phénoménologique aux temps objectifs, se complexifie donc pas la nécessité de comprendre l'illusion (ou l'approximation physiquement inexacte) que constitue le temps objectif unique et commun de notre quotidien.

(fin de la parenthèse)

Passons à la **MÉTRIQUE SPATIO-TEMPORELLE**. Il y a un invariant absolu en relativité restreinte, la métrique spatio-temporelle $t^2 - (x^2 + y^2 + z^2)$. Il reste à voir ce que signifie *physiquement* cet absolu.

Prenons un événement E relié causalement à l'événement-origine. Par exemple, situé dans son futur actif. Prenons deux référentiels inertiels de même origine. Comme nous l'avons dit, deux observateurs ne seront pas d'accord ni sur la position spatiale ni sur la date temporelle de l'événement E. Pour l'un ce sera (t, x, y, z) pour l'autre (t', x', y', z'). Malgré ce désaccord, les deux observateurs seront d'accord sur la distance spatiotemporelle entre O et E, à savoir :

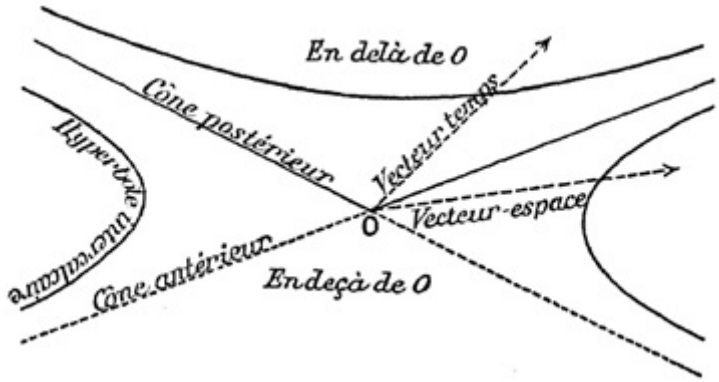
$$t^2 - (x^2 + y^2 + z^2) = t'^2 - (x'^2 + y'^2 + z'^2). \tag{4}$$

Il va y avoir pour ce couple d'événements (O, E), un observateur inertiel privilégié, à savoir l'unique observateur pour lequel ces deux événements ont lieu à la même position spatiale. Selon cet unique observateur, les coordonnées spatiale de E sont $X = Y = Z = 0$, si bien que la seule coordonnées non nulle est la coordonnées temporelle T. Et l'objectivité de la métrique spatio-temporelle entraine alors que :

$$T^2 = t^2 - (x^2 + y^2 + z^2). \tag{5}$$

En particulier, on a toujours $|T| < |t|$. Autrement dit, bien que chaque observateur évalue différemment la durée écoulée entre O et E, il y a un observateur pour qui cette durée est minimale, c'est l'observateur qui « colocalise » les événements O et E. Le temps mesuré par cet observateur correspond précisément à la « durée » spatio-temporelle invariante donnée par la métrique. C'est pourquoi on appelle cette durée la *durée propre* associée à cet intervalle spatio-temporel [18].

18. Cette notion de durée propre ou de temps propre, qui est un absolu lié à un intervalle d'espace-temps, ne doit pas être confondue avec une autre notion : la durée propre, ou le temps propre d'une horloge. Cette dernière notion correspond au temps en tant qu'il est mesuré par une horloge qui voyage dans l'espace temps entre les événements O et E. Si le voyage est en fait un repos permanent, alors en effet le temps propre de l'horloge sera le temps propre (au sens absolu) de l'intervalle spatio-temporel considéré. Mais pour une horloge animée d'un tout autre mouvement que le repos, il faudra, pour évaluer le temps propre qu'elle mesure, connaître précisément sa ligne d'univers et la décomposer en une infinité de segments infinitésimaux. Le temps mesuré par l'horloge est alors la somme intégrale des durées propres de chacun de ces segments spatio-temporels infinitésimaux composant le voyage complet. (Mais cette décomposition n'est valable que pour des accélérations peu fortes, quand on peut considérer que l'horloge passe en permanence d'un état d'équilibre à un autre, sans phase de déséquilibre ?) Ainsi, le temps propre d'une telle horloge n'est plus un absolu mais une mesure liée à la singularité de la trajectoire parcourue par l'horloge.



2.4 Les apports spécifiques à Weyl par rapport à Minkowski.

Le développement chrono-géométrique de la relativité restreinte que nous venons d'esquisser est à mettre au compte de Minkowski pour l'essentiel. Dans les chapitres d'*Espace-Temps-Matière* consacrés spécifiquement à la relativité restreinte, Weyl ne se cache d'ailleurs pas de reprendre pour l'essentiel le discours de Minkowski. Il y a cependant quelques apports spécifiques à Weyl sur lesquels nous insistons maintenant.

D'abord, Weyl est l'auteur nous semble-t-il des termes PASSÉ/FUTUR ACTIF/PASSIF pour penser la signification des différentes zones connexes délimitées par le cône de lumière. Minkowski, quant à lui, dans le texte de *Raum und Zeit*, préfère parler de l'« Au-delà de 0 », l'« en-deçà de 0 », et ne nomme pas l'ailleurs.

En réintroduisant les termes de futur actif et de passé passif pour parler de la structure spatio-temporelle, Weyl insiste sur les relations entre la chrono-géométrie et la notion physique de causalité. Ce premier apport, disons *linguistique*, va de pair avec le second apport d'ordre conceptuel.

L'apport principal de Weyl concerne une meilleure compréhension des structures métriques de l'espace-temps de Minkowski, en les décomposant en sous-structures. Je m'explique.

Depuis le XIXe siècle, la géométrie est organisée en domaines emboités que l'on peut appeler des strates. La géométrie euclidienne, pris au sens moderne, qui attribue aux segments une longueur, est une géométrie métrique. Cependant, en-deçà de la structure métrique de l'espace euclidien, on trouve des sous-structures qui co-déterminent le niveau métrique de la géométrie. Ce sont les strates (topologiques), projectives, affines, conformes et métriques (FAIRE LE SCHÉMA DES INTERRELATIONS ENTRE CES STRATES).

Weyl va participer à montrer comment ces strates de la géométrie opèrent pour la géométrie de Minkowski. Sur le plan projectif et même affine, la géométrie de Minkowski ne diffère pas de celle d'Euclide. L'espace de Minkowski est un espace-temps affinement plat à 4 dimensions. Par contre, c'est au niveau conforme (et donc métrique=projectif+conforme) que la géométrie de Minkowski va différer de celle d'Euclide.

Weyl montre comment la strate conforme de la géométrie de Minkowski se laisse entièrement décrire en prenant pour seul invariant le cône de lumière émergeant de chaque point, c'est-à-dire l'ensemble des directions spatio-temporelles de mesure nulle [19].

19. Habituellement, dans le cadre strictement euclidien, la géométrie conforme signifie « la géométrie qui conserve les angles ». Pour le cas de Minkowski, il faut plutôt parler de la géométrie qui prend pour invariant les rapports entre les longueurs (ici : les longueurs spatio-temporelle) infinitésimales prises au même point de l'espace(-temps).

Le plus intéressant est sans doute que Weyl arrive à corréler cette décomposition *mathématique* de la géométrie en géométrie projective, affine, conforme et métrique, avec une décomposition *physique* du contenu de la théorie de l'espace-temps. Weyl montre que la structure projective de l'espace-temps correspondant à la donnée de la trajectoire inertielle des corps. Par contre, la structure conforme de l'espace-temps, par le biais du cône de lumière, correspond à la « structure causale », c'est-à-dire à la donnée de la relation d'ordre partiel chronologique qui lie les événements causalement reliés entre eux [20].

Ainsi, pour se donner l'espace-temps de Minkowski, selon Weyl, il faut se donner deux choses : la structure objective d'un côté, et un sujet-coordonnées légitime (adapté à la structure) de l'autre. La structure est donnée par le développement mathématique de Minkowski. Grâce aux éclaircissements de Weyl, on voit que le sujet-coordonnées adapté à la chronogéométrie de Minkowski, est donné expérimentalement en observant d'une part les mouvements inertiels de projectiles émis depuis l'événement origine (cela nous donne la structure projective), et d'autre part la propagation de la lumière à partir de ce moment origine (cela donne la structure conforme).

Pour conclure ce paragraphe, l'analyse mathématique opérée par Weyl des strates géométriques composant la chrono-géométrie de Minkowski, conduit à montrer la similarité entre les structures objectives spatiales de la géométrie d'Euclide, et les structures objectives spatio-temporelles de la géométrie de Minkowski. Les deux géométries sont similaires sur le plan affine et ne diffèrent que sur le plan conforme, en fait uniquement par la signature de la métrique qui est un invariant de la forme quadratique définissant la notion de mesure.

Ainsi, sur le plan des structures objectives, l'espace-temps est caractérisé en définitive par cette structure métrique de Minkowski, qui se laisse réduire à l'idée d'une forme quadratique de signature - + + +. Cette signature est finalement la seule marque, au niveau objectif, de la spécificité de la dimension temporelle sur les autres dimensions de l'espace-temps. Hermann Weyl, dans les textes de la période relativité, est obligé de considérer cette signature comme une donnée sans justification plus profonde que l'appel à l'expérience. Mais il est intéressant de noter qu'il est très insatisfait de ce replis sur l'appel à l'expérience, et qu'il cherche à trouver des hypothèses qui légitimeraient a priori la spécificité à la fois du nombre de dimension de l'espace-temps, à savoir 4, et sur la spécificité de la signature spatio-temporelle.

3 TROISIEME PARTIE. Les apports majeurs de Weyl à la question du temps (relativité générale et cosmologie)

3.1 Le temps comme structure infinitésimale et comme structure locale (finie).

Je ne pourrai qu'effleurer grossièrement cette dernière partie qui demanderait un lourd bagage technique et donc nous demanderait donc trop de temps pour être développée.

Après sa rencontre avec la relativité générale, Weyl va développer une philosophie de l'espace-temps très profonde et complexe qui va donner des fondements épistémologiques différents à l'espace et au temps *suivant l'« échelle » à laquelle on se place.*

20.

En relativité générale, à travers l'adoption de la géométrie différentielle de Riemann et de ses continuateurs, la structure infinitésimale de l'espace, c'est-à-dire la structure telle qu'elle se développe au voisinage infiniment proche d'un point-événement, est fixée *a priori*. C'est une structure partout et toujours la même, sur laquelle on peut développer une chrono-géométrie exacte, de même statut épistémologique que la géométrie d'Euclide. C'est pourquoi Weyl pourra défendre une forme d'idéalisme transcendantal limité à ses structures infinitésimales.

Concrètement, l'espace-temps de la relativité générale est tel que, dans le voisinage de tout point-événement, l'espace-temps a la structure de l'espace de Minkowski, avec son cône de lumière, etc.

(Illustration sur Geogebra)

La différence avec la relativité restreinte est que, quand on passe de l'échelle infinitésimale à l'échelle finie, alors la manière dont se connectent, s'orientent mutuellement les structures infinitésimales repectivement associées à chaque point n'est pas fixée *a priori*. Il faut pourtant bien connecter ensembles ces espaces-temps infinitésimaux, sans quoi n'aurions pas un unique espace-temps objectif, mais autant d'espace-temps subjectifs qu'il y a de sujet-coordonnées possibles. On serait dans une forme de solipsisme. L'essence de la théorie d'Einstein consiste à affirmer que la connexion qui relie les structures infinitésimales les unes aux autres (et ici connexion a un sens mathématique précis) prend des valeurs qui dépendent du contenu matériel de l'espace-temps. On peut dire grossièrement que la présence de masse, déforme, courbe l'espace-temps. Ainsi, en faisant varier la manière dont se distribue le contenu matériel de l'espace-temps, on va orienter différemment les structures infinitésimales, et en particulier les cônes de lumière.

La conséquence de tout cela est que la structure temporelle (spatio-temporelle en fait) considérée à l'échelle finie (et non pas infinitésimale), n'est plus un donnée *a priori*, au sens où ce est une structure qui est posée une fois pour toute en amont de la théorie. Plutôt, elle est le produit de l'interaction de la matière avec le champ métrique d'Einstein, qui est une sorte de trame métrique déformable.

On comprend alors qu'on ne peut défendre, dans le cadre de la relativité générale, d'idéalisme transcendantal, en ce qui concerne la structure métrique de l'espace-temps à l'échelle finie. La dépendance de cette structure métrique à l'égard du contenu physique de l'espace-temps est responsable du fait que cette structure est hétérogène (et non plus homogène), et dépendante à chaque fois de la singularité de l'environnement matériel dans lequel se trouve le sujet-coordonnées. En particulier, sauf cas très particuliers, la structure de l'espace-temps à l'échelle finie ne sera pas identique à celle de l'espace de Minkowski. Ainsi, le temps, par exemple pourra avoir des comportements extrêmement particuliers et étranges à proximité d'une masse importante comme un trou noir. La théorie prévoit même des situations encore plus étranges voire même paradoxales, comme des retours dans le temps (boucle temporelle), des corps qui projettent une multiplicité d'images d'eux-mêmes décalées temporellement, etc.

Je ne peux développer ces étrangetés, mais je voulais simplement insister sur le point capital pour la philosophie de l'espace-temps, à savoir que la structure métrique, à une échelle finie, échappe au sujet, elle est un produit de la matière et de sa distribution contingente, et en tant que telle cette structure échappe aux seules déterminations de la Raison.

Quels sont les apports majeurs de Weyl concernant cette question du temps, *en relativité générale* ? D'abord, d'un point de vue mathématique, Hermann Weyl va parvenir

à montrer comment la stratification de la géométrie sous forme de géométrie projective, affine, conforme, puis métrique subsiste, bien que sous une forme beaucoup plus complexe, dans la géométrie infinitésimale caractéristique de la relativité générale. Ainsi, les interprétations physiques de ces structures, présentées d'abord par Weyl dans le cadre de la relativité restreinte, et donc d'une chrono-géométrie synthétique, s'exporteront très bien en relativité générale et donc pour une géométrie analytique infinitésimale. Là aussi, il y aura une structure projective de l'espace-temps, caractérisant les mouvements inertiels des corps, et d'autre part une structure conforme, caractérisant la structure causale de l'espace-temps. La différence est que, à l'échelle finie, ces structures ne seront pas fixes mais influencées par la matière, et ne pourront donc être données *a priori*.

Structure inertielle. La structure projective de la géométrie infinitésimale continue à nous fournir la structure inertielle de l'espace-temps, mais cette structure inertielle prend un nouveau sens inertio-gravitationnel. Se donner les structures projectives de l'espace-temps, revient à se donner toutes les courbes géodésiques passant par un point origine *Ici et Maintenant*. Ces courbes représentent les trajectoires d'une entité, partant du point origine avec une vitesse vectorielle instantannée donnée, qui se laissent guider par les seules lignes du champ d'Einstein. La différence avec l'espace-temps de la relativité restreinte, c'est que ces lignes de champs inertiels ne sont désormais plus des droites au sens usuel du terme. Ce sont des lignes influençables, « courbables » par la présence de matière-énergie. Se donner cette structure inertielle suffit donc pour connaître toutes les lignes d'Univers possibles passant par un point-événement, qui peuvent être suivies par des corps en chute libre.

Structure causale En revanche, avec cette seule structure inertielle, on n'a pas encore toute l'information sur le temps propre lié à ces mouvements inertiels. On ne peut pas encore, par exemple, calculer quel temps propre sera mesuré par telle horloge voyageant en chute libre depuis un événement A jusqu'à un événement B. Pour cela, il faut encore la donnée de la structure conforme, i.e. causale. Ce stade de la construction consiste notamment à exprimer comment les différents cônes de lumière infinitésimaux associés respectivement à chaque point de la variété espace-temps sont « orientés » les uns par rapports aux autres. Alors seulement toute la structure métrique spatio-temporelle est connue. En particulier, on peut déterminer par exemple quels sont tous les événements qui sont à une distance propre de l'origine égale à 1. Ce sont tous les événements atteignables depuis l'origine en une seconde de temps propre disons. Et, ici, encore une fois, il ne s'agira pas d'une forme fixe (d'une surface hyperbolique comme dans le cas de la relativité restreinte) mais une surface complexe influencée par la distribution contingente de la matière.

(? ? Il serait long d'exposer ici, exactement exactement ce que signifie cette courbure de la trame spatio-temporelle par la présence de masse. On peut tout de même prendre un exemple connu : la présence d'un corps massif à proximité d'un point de l'espace ralentit le temps qui s'écoule en ce point, par rapport au temps qui s'écoule loin de toute masse. On a donc ici un ralentissement du temps qui n'est pas un simple effet de perspective, du au mouvement de l'observateur, mais un fait objectif du à l'interaction de la masse considérée (par exemple un trou noir ou une planète) avec la trame métrique spatio-temporelle.

D'autre part, Weyl a joué également un rôle important concernant l'accès expérimental que nous avons à la trame métrique de l'espace-temps courbe d'Einstein. En relativité restreinte, les notions de règles rigides et d'horloges permettaient de donner sens aux mesures spatiales et temporelles. Pour la relativité générale, il vaut nécessairement en venir à des dispositifs plus fondamentaux, et de tailles théoriquement nulles, infinitésimales. Weyl va montrer que la considération de la chute libre des *points matériels*, et le suivi de la propagation des signaux lumineux suffit à connaître théoriquement, par l'expérience,

en un point, la valeur de la métrique spatio-temporelle.

3.2 Le temps cosmique et le principe de Weyl.

J'avais commencé cet exposé en expliquant que la question proprement temporelle avait un statut la plupart du temps secondaire dans les écrits de Weyl de la période 1917-1923. Il y a cependant une exception à cette mise au second rang. Cette exception est la place toute singulière qu'occupe le temps dans les considérations cosmologiques d'H. Weyl qui occupent au moins 4 articles spécialisés [21] et plusieurs paragraphes ajoutés dans les 4e et 5e éditions d'*Espace-Temps-Matière* [22].

Comme nous l'avons brièvement évoqué, la relativité générale se fonde en partie sur l'idée que la structure locale, dans le sens d'infinitésimale, est celle de la relativité res-

21. 1919 : Über die statischen kugelsymmetrischen Lösung von Einsteins « Kosmologischen »Gravitationsgleichungen, 1923 : Entgegnung auf die Bemerkungen von Herrn Lanczos über die de Sittersche Welt, 1919 : Bemerkung über die axialsymmetrischen Lösung der Einsteinschen Gravitationsgleichungen, 1922 : Neue Lösungen der Einsteinschen Gravitationsgleichungen. 1919 Sur la solution à symétrie sphérique statique de "cosmologiques" gravitationnelles équations d'Einstein, 1923 : une réponse aux observations formulées par M. Lanczos sur le de Sittersche Monde 1919 : Remarques sur la solution à symétrie axiale des équations d'Einstein, 1922 : Nouvelles solutions des équations d'Einstein.

22. On sait qu'Einstein, en 1917, 2 ans après la publication de sa relativité générale, publie un premier modèle cosmologique relativiste, c'est-à-dire un modèle mathématique basé sur la relativité générale et qui est cosmologique au sens où c'est une solution exacte aux équations de la gravitation qui se veut une solution complète et cohérente décrivant l'*évolution complète* d'un univers dans toute son étendue spatio-temporelle. Vraisemblablement, Einstein n'était pas intéressé premièrement par la vérité de son modèle cosmologique, par le fait qu'il décrirait réellement l'évolution complète des structures spatio-temporelles et de la distribution de la matière de notre Univers. Il avait surtout besoin d'achever un modèle mathématique cohérent et complet basé sur sa relativité générale, pour en assurer la cohérence logique, en attendant plus de confirmations expérimentales de la théorie.

Bien sûr, la résurgence d'une discipline au statut épistémologique aussi problématique que la cosmologie, science de la totalité du monde physique, est un problème philosophique fondamental, sur lequel a insisté Jacques Merleau-Ponty. Je voudrais insister sur le fait que le statut de la cosmologie est particulièrement problématique face au type d'épistémologie développé par Weyl dans ses années relativistes. En effet, son épistémologie est ce que j'ai appelle un « idéalisme dans l'infinitésimal ». C'est l'idée que les structures infinitésimales de l'espace-temps sont fixées *a priori* par la Raison, tandis que les structures à distance finie ne sont accessibles qu'empiriquement, par le couplage entre la théorie physique (qui décrit mathématiquement l'interaction entre matière et structure spatio-temporelle) et la mesure expérimentale de la distribution de la masse. Ainsi, les structures à distance finies sortent de la sphère dans laquelle la raison pure a le droit de légiférer et d'imposer une *forme a priori*. Ainsi, il semble que dans l'esprit de l'épistémologie de l'infinitésimal développée par Weyl, tout ce qui se passe au-delà de la sphère infinitésimale où règne le sujet, soit soumis au règne de l'Empirie. En particulier, une cosmologie ne serait donc pensable que sous la forme problématique d'un rapport empirique que nous aurions à la totalité du cosmos.

A ma connaissance, Weyl ne thématise pas le problème philosophique de la légitimité ou non de la science cosmologique, contrairement aux longs développements qu'il donne sur la philosophie de la relativité générale. Mon point de vue pour le moment (mais je connais encore très peu les articles cosmologiques de Weyl) est que Weyl, vis-à-vis de la cosmologie relativiste, adopte une posture très pragmatique. Il ne prend pas en charge la réflexion philosophique sur la pertinence épistémologique de cette nouvelle discipline. Il prend simplement acte de l'émergence de cette nouvelle théorie, et essaie d'apporter sa puissance mathématique au profit de

1. la découverte de nouvelles solutions cosmologiques exactes,

2. et l'éclaircissement de certains points de la polémique qui s'était ouverte entre Einstein et de Sitter à propos des premières solutions cosmologiques qu'ils avaient respectivement proposées. C'est à ce propos qu'il développera ce qu'on a appelé son « principe de Weyl »pour l'introduction du temps cosmique.

treinte. Cela a pour conséquence que, pour un région de l'espace-temps suffisamment petite, les propriétés de l'espace-temps seront à peu près celles de l'espace de Minkowski. Et, en particulier, on conserve l'idée que la simulatanétié n'a aucun sens objectif, et dépend du sujet-observateur.

Cependant, les choses prennent un aspect très différent sitôt qu'on quitte la théorie de la relativité générale proprement dite pour entrer dans la cosmologie relativiste. La cosmologie relativiste est une discipline, fondée sur la relativité générale, qui tente de saisir dans son unité la globalité de tout l'espace-temps de l'Univers, et non pas simplement une région finie.

Etant donné qu'en relativité générale, la métrique spatio-temporelle est en interaction avec la matière, pour pouvoir construire une chronogéométrie à un niveau cosmique, qui nous parle métriquement des intrications du temps et de l'espace à l'échelle de l'Univers, il faut donc poser des hypothèses cosmologiques qui concernent la distribution globale de la matière et son mouvement sur toute l'étendue du cosmos. Le physicien Einstein en 1917, et l'astronome De Sitter en 1920, sont les premiers à avoir construits de telles cosmologies relativistes, et ils ont engagés un débat à ce propos.

Hermann Weyl, à partir de 1920, suit la polémique entre Einstein et De Sitter. Les modèles cosmologiques d'Einstein et de De Sitter diffèrent quant aux hypothèses sur la distribution de la matière dans l'Univers, et donc aussi quant à la structure chronogéométrique globale qui en émerge. Cependant, Weyl remarque qu'on peut formuler une hypothèse, qu'il appelle « l'hypothèse de Weyl »(et que nous appelons de nos jours plutôt le *principe cosmologique de Weyl*). Cette hypothèse, comme toute hypothèse de nature cosmologique, n'est pas une conséquence directe de la relativité générale. Elle nécessite de prendre parti sur la structuration globale de l'Univers. En revanche, c'est une hypothèse assez générale pour englober la cosmologie d'Einstein de 1917, la cosmologie de De Sitter de 1920, et d'autres modèles que Weyl tente de caractériser. Mais, répétons qu'il s'agit d'une authentique hypothèse supplémentaire à rajouter, non déductible des principes de la relativité générale. Le principe de Weyl a pris une importance par la suite car on découvrira que les cosmologies du type Friedman-Lemaître-Robertson-Walker, qui allaient devenir les plus importantes du XXe siècle, notamment par le biais de la théorie du Big Bang, répondent toutes, ou presque toutes, au principe de Weyl. Il y a plusieurs formulations non équivalentes du principe de Weyl. Nous donnons une présentation modernisée de la chose :

Principe de Weyl et introduction du temps cosmique
Il est possible de définir *globalement* un découpage de l'espace-temps en *Espace + Temps*. C'est à dire qu'on peut définir, d'une part, une famille de géodésiques de type « temps », et d'autre part une famille d'hypersurfaces de type « espace » qui sont telles que :

1. Chacune de ces deux familles forment une partition de l'espace-temps cosmique en entier. Autrement dit, pour chaque événement cosmique, il est possible d'indiquer où et quand il a eu lieu, relativement à ce découpage.

2. (Ces géodésiques partent toutes d'une même région infiniment passée vers une autre région infiniment future)
3. Les deux familles sont partout orthogonales entre elles.

Conséquence : introduction d'un *temps cosmique*
Ces suppositions permettent de définir un temps (et un espace) qui prend un sens global sur tous l'Univers. Ainsi, les hypersurfaces introduites vont représenter des surfaces de simultanéité pour ce temps cosmique, tandis que les géodésiques de type temps introduites représentent la ligne d'univers d'un point fixé de l'espace.

Si il y avait une infinité de tels découpages centre le temps et l'espace, au niveau cosmique, alors la situation ne serait pas différente de celle en relativité restreinte. Il y aurait simultanéité, certes, mais une simulanéité seulement subjective, dépendante du référentiel choisi. On montre cependant que, soit en ajoutant un argument topologique, soit par le couplage en relativité générale entre l'espace-temps et la matière, on parvient à l'idée d'un temps cosmique unique, où la notion de simultanéité a lieu.

Donner l'argument topologique Opposition espace de Minkowski — espaces Einstein (ou De Sitter). Infini a une seule — deux composante(s) connexe(s).

Dans les modèles cosmologiques les plus simples vérifiant l'hypothèse de Weyl, il n'y a en généralqu'un seul référentiel privilégié. C'est celui dans lequel l'hypothèse globale sur la répartition de la matière est valide(c'est une immobilité statistique de la matière pour Einstein (1917), ou bien homogénéité et isotropie statistique de la matière dans les modèles de Lemaître, Friedman, etc.)

Ainsi, à un niveau cosmique, on a retrouvé les deux vieux postulats d'indépendance de l'espace et du temps l'un par rapport à l'autre de la physique pré-aristotélicienne. Cela reprend un sens objectif, à un niveau cosmique, pour deux événements 1) d'être situés au même point, 2) d'être simultanés. C'est pourquoi, par exemple, une question du type comment était l'univers il y a 10 milliards ?, question qui est insensée en relativité restreinte où la simulaténité avait perdu tout son sens, reprend son droit en cosmologie relativiste, pour les modèles répondant au principe de Weyl. Tout se passe comme si l'espace-temps à un niveau cosmologique, par son interaction avec la matière, ou par une hypothèse topologique *ad hoc*, redonnait ses droits à la notion de simultanéité, et à une forme de temps indépendant de l'espace.

Je termine cet exposé en prévenant contre une mauvaise interprétation des rapports de Husserl à Weyl, qui pourrait être suggérée par les réflexions cosmologiques que je viens de présenter. Cette mésinterprétation contre laquelle je voudrais vous prévenir tient à l'usage de l'expression « temps cosmique ». En effet, Husserl comme Weyl utilise cette expression. Cependant, c'est un sens radicalement différent de celui de Husserl qu'on donne au terme « temps cosmique », quand on parle du principe de Weyl et de la cosmologie relativiste. Quand Husserl emploie le terme « temps cosmique », me semble-t-il, mais vous le savez bien mieux que moi, il semble que c'est un qualificatif qu'il accole au terme de temps pour

appuyer la différence entre d'un côté, le temps immanent de la conscience, et de l'autre, un temps constitué qui vise une forme de transcendance à travers une attitude naturaliste. Cela désigne un temps chosique, un temps de la nature, un temps physique, mais sans que le terme « cosmique »ne renvoie à proprement parler aux théories de la cosmologie comme sous-displine bien identifiée au sein des sciences physiques. Sans doute Husserl désigne-t-il ce temps comme cosmique car il a en tête l'idée d'une unicité de ce temps transcendant, par opposition à la pluralité des vécus du temps immanent. A mon sens, quand, dans ses *leçons sur la phénoménologie de la conscience interne du temps*, Husserl pense ainsi l'opposition entre d'un côté une pluralité de vécus du temps immanent, et de l'autre une unicité du temps cosmique, on ne peut pas accepter cette description que si on pense ce temps cosmique à la façon du temps physique classique, celui de Newton, dans un cadre pré-relativiste en tous cas, où la frontière entre le temps de la physique et le temps chosique intersubectif de notre quotidien était plus resserré, chacun étant pensé comme constituant un flux unique.

Mais nous avons vu qu'en relativité restreinte, et donc en relativité générale, tant qu'on ne s'intéresse qu'à une région finie de l'espace-temps, alors il y a précisément impossibilité de se référer au temps physique comme quelque chose d'un, d'unifié. C'est pourquoi, il faudrait légèrement réviser, sans que cela ne change la valeur de son travail, certaines des affirmations de Husserl, au moins dans ses *leçons sur la phénoménologie de la conscience intime du temps*, pour penser les rapports entre les vécus temporels immannents de la conscience et leS tempS de la physique. Husserl ne doit pas être incriminé pour cette difficulté car son écrit ne concerne pas prioritairement le temps physique, et encore moins le temps relativiste, mais d'abord les différents étages de constitution qui mènent du temps vécu immanent au temps physique, pour lesquels le thème de l'unité du temps est absolument fondamentale, même si celle-ci sera en définitive remise en question à la fin de la constitution du temps relativiste. D'ailleurs, Weyl parle lui aussi souvent au singulier du temps de la physique, comme dans le chapitre 6 *du Continu*, sans préciser systématiquement que cette singularité du temps ne vaut que pour le temps newtonien et non pas pour le temps relativiste.

En fin d'exposé, le principe de Weyl en cosmologie nous a montré comment la physique relativiste a renoué à partir de 1917, et dans certains modèles cosmologique seulement, avec un temps et un espace indépendants l'un de l'autre. Alors, à un niveau local, on ne peut toujours pas décider objectivement de la simultanéité ou non entre eux événements. Deux observateurs en mouvements l'un par rapport à l'autre ne seront jamais d'accord sur ce point. Mais, à un niveau cosmologique, au sens technique très précis de la prise en compte de la totalité de l'espace-temps, et de son interaction relativiste avec l'intégralité de la matière du cosmos, alors on retrouve la possibilité d'un temps unique qu'on appelle LE temps cosmique. Il y a une infinité de temps régionaux, mais un seul temps global.

3.3 Conclusion

Nous avons cherché à caractériser les apports de Weyl à la question du temps en insistant sur ses rapports à Husserl. Nous avons d'abord montré comment la question du temps, chez Hermann Weyl, était mise au second plan, comme secondaire par rapport à celle de l'espace que la relativité générale faisait plus pressante. Cette mise au second plan se caractérisait d'abord par un traitement systématique du temps comme une dimension qu'on peut ajouter ou non, à l'espace pour traiter les problèmes de fondements de la métrique et de son rapport à la matière. D'autre part, nous avons vu que Weyl déclarait fréquemment son adhésion au point de vue phénoménologique suivant lequel la constitution de l'objectivité scientifique devait reposer en dernier lieu sur les données

immanentes de la conscience. Cependant, ces actes de foi en la justesse du point de vue phénoménologique sont tempérés par des déclarations d'immaturité de la philosophie, qui conduit Weyl à toujours repousser à plus tard la difficile question de la genèse qui conduit de la temporalité phénoménologique à la temporalité de la science.

Après cette description de la position philosophique générale de Weyl, nous sommes entrés dans ses apports à la description de la temporalité de la science. Nous avons vu d'abord comment Weyl insistait sur l'impossibilité de réduire le temps (tout comme l'espace) à une structure abstraite. On a besoin en plus d'un ancrage de la structure abstraite dans la réalité effective. Et cet ancrage est permis par le sujet-coordonnées, sorte de résidu naturalisé du sujet phénoménologique, sujet psycho-physique ponctuel qui fournit un point de vue singulier sur le monde. Il s'agit alors de neutraliser la singularité de chacun de ces points de vue par ce que Weyl appelle la *théorie de la relativité*, au sens purement mathématique de la connaissance du groupe des transformations qui assurent le passage d'un point de vue à l'autre.

Cependant, en rentrant dans la relativité restreinte, on a vu que l'intersubjectivité obtenue par cette neutralisation des points de vue, ne pouvait s'obtenir que sur fond de la disparition complète d'une notion objective de *présent* et donc de *devenir*. Weyl va jusqu'à dire que le monde physique est aspatial et atemporel. Ce qui est objectif ce sont seulement les structures, structures d'ordre partielle, structures projectives, affines, conformes et métrique dont Weyl a participé à éclairer les relations mathématiques, et les interprétations physiques.

Le passage à la relativité générale ne permet pas de retrouver une unicité du temps. A la pluralité irréductible des temps propres viennent s'ajouter des complexités venant des interactions posées entre la matière et la trame métrique de l'espace-temps : boucles temporelles, rallenti du temps par la présence de masses, etc.

Par contre, en passant de la relativité générale à la cosmologie relativiste, nous avons vu ressurgir une notion absolue de temps, et même d'espace. Le principe de Weyl en cosmologie a mis en évidence cette spécificité de nombreux modèles cosmologiques du XXe siècle, basés sur des hypothèses d'homogénéité du comportement de la matière cosmique qui lisse pour ainsi dire les difficultés, et nous ramène en quelque sorte à l'enfance de la physique du temps. Je suis cependant très sceptique, pour des raisons sur lesquelles nous pouvons revenir dans les discussions, sur la crédibilité que Weyl accordait à ces constructions cosmologiques.

Je vous remercie