



**HAL**  
open science

## Conception et diffusion de ressources en ligne pour gérer la diversité cognitive des élèves et favoriser leur réussite dans l'apprentissage de l'algèbre

Françoise Chenevotot, Élisabeth Delozanne, Brigitte Grugeon-Allys, Julia Pilet, Dominique Prévit, Soraya Bedja, Yvonnick Labed

### ► To cite this version:

Françoise Chenevotot, Élisabeth Delozanne, Brigitte Grugeon-Allys, Julia Pilet, Dominique Prévit, et al.. Conception et diffusion de ressources en ligne pour gérer la diversité cognitive des élèves et favoriser leur réussite dans l'apprentissage de l'algèbre. PICRI "Partenariats Institutions - Citoyens pour la Recherche et l'Innovation", Conseil Régional d'Ile de France. 2012. hal-00853670

**HAL Id: hal-00853670**

**<https://hal.science/hal-00853670>**

Submitted on 6 Sep 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**P.I.C.R.I. 2009**

**PROJET PEPIMEP**

**Conception et diffusion de ressources en ligne  
pour gérer la diversité cognitive des élèves  
et favoriser leur réussite dans l'apprentissage de l'algèbre.**

**Rapport final de décembre 2012**

**Coordonné par :**

**B. GRUGEON-ALLYS, E. DELOZANNE**

**Rédigé par :**

Brigitte GRUGEON-ALLYS<sup>1</sup>, Elisabeth DELOZANNE<sup>2</sup>, Françoise CHENEVOTOT<sup>1</sup>, Julia PILET<sup>1</sup>,  
Dominique PREVIT<sup>2</sup>, Aso DARWESH<sup>2</sup>, Soraya BEDJA<sup>1</sup>, Yvonnick LABED

<sup>1</sup>*Laboratoire André Revuz, Didactiques des mathématiques et des sciences physiques (DIDIREM-LDSP), université Paris Diderot-Paris 7*

<sup>2</sup>*Laboratoire d'informatique de l'université UPMC Paris Universitas (LIP6)*



## Table des matières

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Présentation du rapport final</b>   | <b>7</b>  |
| B. Grugeon-Allys et E. Delozanne   |           |
| <b>Contribution du LIP6 pour la partie informatique de la recherche</b>  | <b>9</b>  |
| Coordonnée par E. Delozanne  |           |
| <b>1. Interface dédiée aux enseignants pour exploiter les bilans de compétence et les parcours d'enseignement différencié (livrable 5)</b> | <b>9</b>  |
| <b>2. Indexation des exercices (livrable 5)</b>  | <b>13</b> |
| <b>3. Mise au point de PépiPad (livrable 4.2)</b>  | <b>13</b> |
| <b>4. Conception d'exercices avec aide interactive (livrables 4 et 5)</b>  | <b>15</b> |

**Contribution du LDAR pour la partie didactique de la recherche 17**

Coordonnée par B. Grugeon-Allys

**5. Conception didactique des parcours d'enseignement différencié (livrable 4.1) 17**

**6. Validation des parcours d'enseignement différencié 22**

**6.1. Expérimentation des parcours d'enseignement différencié :  
Analyse de l'évolution des bilans de compétence sur un ensemble d'élèves  
(livrable 6) 26**

**6.2. Expérimentation des parcours d'enseignement différencié : analyse de  
leurs usages par les enseignants (livrable 7) 31**

**Contribution de Sésamath 41**

Coordonnée par Arnaud Rommens et Sébastien Hache

**Partage et dissémination des connaissances 42**

Coordonnée par F. Chenevotot

**Résultats et perspectives 47**

B. Grugeon-Allys et E. Delozanne

**Bibliographie 49**

Coordonnée par F. Chenevotot

## **Annexes**

### **Annexe 1 (livrable 5) p.3**

**Interface d'exploitation des bilans de compétence et des parcours d'enseignement différencié pour les enseignants**

Y. Labed

### **Annexe 2 (livrable 5) p.15**

**Documentation technique de PépiPad**

D. Prévit

### **Annexe 3 (livrable 5) p.40**

**Documentation technique sur les exercices avec aides interactives**

Y. Labed

### **Annexe 4 (livrable 4) p.46**

**Parcours différenciés proposés dans les classes en 2011 et 2012**

J. Pilet

### **Annexe 5 (livrable 6 et 7) p.130**

**Liste des expérimentations menées dans les classes en 2011 et 2012 : données analysées**

J. Pilet et S. Bedja

## **Annexe 6 (livrable 6)**

**p.303**

### **Analyse des expérimentations côté élèves :**

- Le cas de Garance

J. Pilet

## **Annexe 7 (livrable 7)**

**p.382**

### **Analyse des expérimentations côté enseignants : usages des ressources de différenciation par les enseignants**

- Les travaux du groupe IREM
- Bilan des enseignants

J. Pilet et S. Bedja

## Présentation du rapport final

Ce rapport final de décembre 2012 rend compte du travail réalisé dans le cadre du projet *PépiMeP*, convention n° 09 003412, en réponse à l'appel à projets P.I.C.R.I. 2009, résultant d'une collaboration entre les équipes de recherche des laboratoires LDAR de Paris Diderot – Paris 7, du LIP6 de l'UPMC et de l'association *Sésamath*.

L'objectif du projet *PépiMeP* est de transférer des résultats de recherche dans une communauté d'enseignants et d'accompagner l'évolution des rapports entre conception, développement et usage de ressources en ligne, pour favoriser des apprentissages en mathématiques. En particulier, un des enjeux de ce projet est d'adapter un outil de diagnostic, le logiciel Pépite, issu de la recherche dans le cadre du projet Lingot (Delozanne et al. 2005) pour le mettre à disposition d'une communauté d'enseignants, via l'association *Sésamath* qui développe la plateforme en ligne *LaboMep*. L'évolution des ressources s'est appuyée sur la mise au point itérative de parcours d'enseignement différencié. Rappelons que l'idée fondatrice du projet consiste à s'appuyer sur un modèle multidimensionnel de la compétence algébrique à la fin de la scolarité obligatoire (Grugeon 1995, 1997) pour, d'une part, analyser sur le long terme l'enseignement dispensé aux élèves dans différentes institutions (collège, lycée professionnel, lycée) et, d'autre part, construire pour chaque élève, un profil cognitif permettant de situer les compétences qu'il a construites au cours de sa scolarité par rapport aux compétences que l'institution scolaire estime exigibles à ce niveau d'étude. Avant le début du projet *PépiMep*, ces analyses avaient déjà donné lieu à plusieurs collaborations dans les domaines des EIAH et de la Didactique des Mathématiques qui ont conduit à la réalisation de prototypes (Jean 2000, Vincent et al. 2005) au cours de plusieurs projets de recherche dont le projet Cognitique (Delozanne et al. 2005).

L'objectif opérationnel du projet est atteint puisque les logiciels ont été livrés et sont maintenant utilisés par les enseignants sur la plateforme *LaboMep* de l'association *Sésamath*. Entre septembre 2012 et novembre 2012, 106 enseignants ont fait passer un test pépite à 1548 élèves et 62 séances de travail sur *Labomep* ont été créées à partir des parcours d'enseignement différencié proposés en s'appuyant sur le diagnostic automatique.

Ce rapport final présente le travail et les résultats obtenus pour la partie informatique de la recherche puis pour la partie didactique. Il renvoie en annexe vers des développements théoriques, techniques ou expérimentaux. Il prend en compte les résultats de recherche obtenus par l'ensemble de l'équipe composée de chercheurs, d'enseignants et de développeurs, mais aussi d'étudiants que nous avons formés à la recherche dans le cadre :

- de la thèse d'Aso Darwesh, encadrée par Elisabeth Delozanne et soutenue en décembre 2010 à l'UPMC,
- du contrat post-doctoral de Naïma El Kechaï sur l'année 2011 au LIP6 à l'UPMC,
- de la thèse de Julia Pilet, encadrée par Brigitte Grugeon-Allys à l'université Paris Diderot et soutenue en décembre 2012,
- de la thèse en cours de Soraya Bedja, encadrée par Brigitte Grugeon-Allys et Claire Cazes à l'université Paris Diderot,
- des stages de master de Nahla Gueria (2010), de Yvonnick Labeled (septembre 2011 à juin 2012, , mention TB), de Kaoutar Hniki (abandon pour raisons de santé en novembre 2012) et de Aous Karoui (2012),
- du stage de Rebecca Freund (stagiaire du MIT) de septembre 2011 à février 2012),
- du stage d'élève ingénieur de Josselin Allys (2010).



# Contribution du LIP6 pour la partie informatique de la recherche

Coordonnée par E. Delozanne

En 2010 (cf. rapport intermédiaire de 2010), nous avons travaillé en lien avec A. Rommens de l'association Sésamath sur la *modélisation des exercices de diagnostic* (livrable 2), sur la mise au point du *système de diagnostic* automatique Pépite (livrable 3) et sur leur portage sur la plateforme LaboMep de l'association Sésamath. Enfin nous avons élaboré une première interface permettant aux enseignants de *télécharger une liste d'exercices* adaptés à chacun des six groupes de profils d'élèves de la classe (livrable 5).

En 2011 (cf. rapport intermédiaire de 2011), nous avons fiabilisé les livrables de 2010 et développé les trois axes de recherche du projet. Nous avons d'abord mis en ligne trois tests diagnostic (un pour le début de la classe de troisième, un pour fin de troisième et un pour la seconde) (livrable 2) et fiabilisé les algorithmes de diagnostic des réponses des élèves aux tests et les algorithmes de constitution des groupes pour mettre en place des apprentissages différenciés (livrable 3). Ce travail a donné lieu à une publication (El-Kechaï et al. 2011). L'essentiel du travail de 2011 a porté sur la modélisation des parcours d'enseignement différencié. Ces travaux ont abouti à la définition d'une ontologie pour indexer les exercices et sur la conception d'un logiciel appelé *PépiPad* pour générer les exercices à proposer aux élèves en fonction du diagnostic établi par le logiciel de test Pépite, des étapes d'enseignement (par exemple introduction, révision) et des choix de l'enseignant.

En 2012, nos efforts ont porté sur quatre points :

1. Travail sur les interfaces pour les enseignants s'appuyant sur les retours des enseignants utilisateurs du diagnostic automatique,
2. Peuplement des parcours d'enseignement en indexant les exercices disponibles sur *LaboMep* (exercices interactifs de *LaboMep*, exercices des manuels de Sésamath et exercices proposés sur papier par l'équipe Lingot),
3. Tests du logiciel PépiPad qui génère les parcours et mise au point des filtres pour sélectionner les exercices les plus pertinents,
4. Conception d'un exercice proposant des aides contextuelles pour déstabiliser des erreurs récurrentes.

## 1. Interface pour les enseignants (livrable 5)

Un travail en commun avec des membres de Sésamath (en particulier A. Rommens) et avec des enseignants de mathématiques du groupe IREM (voir la section sur les travaux des didacticiennes) a fait remonter certaines incompréhensions et certains besoins. Y. Labed, dans le cadre de son stage de M2, a réorganisé l'interface pour prendre en compte les besoins exprimés. A. Karoui a complété ce travail sur des demandes apparues ultérieurement. De nouvelles fonctionnalités ont été ajoutées (par exemple : imprimer un fichier pdf avec les copies d'écran du test, disposer des réponses de tous

les élèves d'une classe et de leur diagnostic dans une feuille de calcul d'un tableur, afficher les réponses correctes et les réponses incorrectes de l'élève).

Voici figures 1, 2 et 3, la présentation de l'interface destinée aux enseignants et les évolutions subies suite au travail en collaboration avec les enseignants :

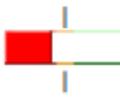
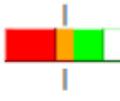
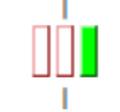
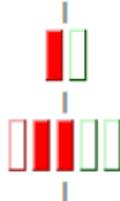
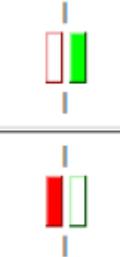
| Composantes   | Caractéristiques  | Repères   |
|---|---|---|
| <p><b>Calcul algébrique</b></p>  <p>Calcul algébrique mobilisant des règles parfois fausses et sans contrôle</p> | <p>Taux de réussite sur les questions techniques</p> <p>Nombre de questions réussies sur nombre de questions posées : <b>5 sur 13</b></p>   |    |
|   | <p>Taux de réussite sur les questions mettant en oeuvre l'interprétation des expressions algébriques</p> <p>Nombre de questions réussies sur nombre de questions posées : <b>19 sur 23</b></p> <p>● Leviers</p> <p>Maîtrise des règles</p> <p>Bonne maîtrise</p> <p>Interprétation des expressions</p> <p>Interprétation appropriée des expressions</p> |    |
|   | <p>● Fragilité</p> <p>Maîtrise du calcul algébrique</p> <p>Maîtrise défaillante</p>   |    |
| <p><b>Usage de l'algèbre</b></p>  <p>Non motivé et non compris</p>   | <p>Taux de réussite sur les questions de mathématisation</p> <p>Nombre de questions réussies sur nombre de questions posées : <b>1 sur 12</b></p>   |  |
|   | <p>● Fragilités</p> <p>Maîtrise de l'outil algébrique</p> <p>Maîtrise défaillante</p> <p>Type de justification</p> <p>Justification de type scolaire prééminente</p>  |  |
| <p><b>Traduction algébrique</b></p>  <p>Traduction fréquemment sans reformulation</p>                          | <p>Taux de réussite sur les questions mettant en oeuvre l'utilisation de l'outil algébrique pour mettre en équation</p> <p>Nombre de questions réussies sur nombre de questions posées : <b>11 sur 28</b></p>   |  |
|   | <p>● Levier</p> <p>Traduction des relations mathématiques</p> <p>Bonne traduction</p> <p>● Fragilité</p> <p>Maîtrise de la traduction algébrique</p> <p>Maîtrise insuffisante</p>   |  |

Figure 1 : Première interface pour afficher le diagnostic d'un élève (2010)

| Composantes  | Caractéristiques   | Repères  |
|--|--|--|
| <p><b>Calcul algébrique :</b><br/>mobilisant des règles parfois fausses et sans contrôle</p>  | Taux de réussite sur les questions techniques*                     | <p>5 sur 13</p>     |
|  | Taux de réussite sur l'interprétation des expressions algébriques* | <p>19 sur 23</p>    |
|  | Maîtrise des règles  | Bonne  |
|  | Interprétation des expressions                                     | Appropriée   |
|  | Maîtrise du calcul algébrique                                      | Défaillante  |
| <p><b>Usage de l'algèbre :</b><br/>non motivé et non compris</p>                             | Taux de réussite sur les questions de mathématisation*             | <p>1 sur 12</p>     |
|  | Maîtrise de l'outil algébrique                                     | Défaillante  |
|  | Type de justification  | Scolaire prééminente   |
| <p><b>Traduction algébrique :</b><br/>fréquemment sans reformulation</p>                    | Taux de réussite sur la mise en équation*                          | <p>11 sur 28</p>  |
|  | Traduction des relations mathématiques                             | Bonne  |
|  | Maîtrise de la traduction algébrique                               | Insuffisante   |
| *Nombre de questions réussies sur nombre de questions posées   |  |  |

Figure 2 : Interface révisée en 2012 (a) pour afficher le diagnostic d'un élève

Bilan détaillé de l'élève C [REDACTED] (3A)

Usage de l'Algèbre (UA)

| Réponses / Validités | Questions | Réponse | Démarche   | Analyse de la réponse   |
|----------------------|-----------|---------|--|---|
| correct (4)          | 2 - 1     | vrai    | $(a * a * a) * (a * a) = a^5(5)$   | Définition correcte algébrique  |
|                      | 4 - 1     | faux    | $3 + 2 = 5$ pour les exposants   | Règle correcte instanciée   |
|                      | 4 - 3     | faux    | $a^2 = a * a$ et non $a + a$   | Règle correcte algébrique   |
|                      | 4 - 5     | faux    | $n + ma \neq (n + m)a$   | Règle correcte algébrique   |
| incorrect (5)        | 2 - 2     | vrai    | $2 \text{ au carré} = 4 = 2 * 2$   | Preuve par l'exemple et règle incorrecte qui linéarise  |
|                      | 2 - 3     | vrai    | Car $2a^2 = 2a * 2a = (2a)^2$  | Règle incorrecte partiellement instanciée : erreur de parenthèse  |
|                      | 4 - 2     | faux    | $4a^3 + 3a^2 = 12a^5$  | Règle incorrecte exprimée qui assemble  |
|                      | 4 - 4     | vrai    | $(a + 2)(a + 2) = a * a + 2 * 2$   | Règle incorrecte exprimée symboliquement : erreur de parenthèse   |
|                      | 10 - 1    | vrai    | $(x+8)^3 = 3x+24 \#$<br>$3x+24-4+x = 4x+20 \#$<br>$(4x+20)/4=x+5 \# x+5+2-x=7$ | Démarche de preuve algébrique : l'énoncé est traduit par des calculs pas-à-pas séparés mais des erreurs de calcul conduisent à un résultat faux ou une égalité non justifiée. |

Calcul Algébrique (CA)

| Réponses / Validités | Questions | Réponse  | Démarche   | Analyse de la réponse  |
|----------------------|-----------|--|--|--|
| correct (6)          | 1 - 2     | $(-3)^2=9 \# -3^2=-9$                          |  | Toutes les bonnes réponses   |
|                      | 1 - 3     | $\text{SQR}((-3)^2)=3$                         |  | Une partie des bonnes réponses   |
|                      | 2 - 1     | vrai   | $(a * a * a) * (a * a) = a^5(5)$   | Définition correcte algébrique   |
|                      | 4 - 1     | faux   | $3 + 2 = 5$ pour les exposants   | Règle correcte instanciée  |
|                      | 4 - 3     | faux   | $a^2 = a * a$ et non $a + a$   | Règle correcte algébrique  |
|                      | 4 - 5     | faux   | $n + ma \neq (n + m)a$   | Règle correcte algébrique  |
| incorrect (12)       | 1 - 1     | $5^2 * 5^3 = 5^6 \#$<br>$5^2 + 5^3 = 5^5$      |  | Règle erronée du type $a^n * a^p = a^{n*p}$ et calculs incorrects avec règles de regroupement              |
|                      | 1 - 4     | $(1/2) + (1/3) = (3/2)$                        |  | Calcul incorrect basé sur le produit en croix  |
|                      | 2 - 2     | vrai   | $2 \text{ au carré} = 4 = 2 * 2$   | Preuve par l'exemple et règle incorrecte qui linéarise   |
|                      | 2 - 3     | vrai   | Car $2a^2 = 2a * 2a = (2a)^2$  | Règle incorrecte partiellement instanciée : erreur de parenthèse   |
|                      | 3 - 2     | $a + b(a + 3) \# (a + b)(a + 3) \# 3ab + 3a^2$ |  | Réponses incorrectes liées à une erreur de parenthèses et à une écriture regroupant les termes et aucun T4 |
|                      | 4 - 2     | faux   | $4a^3 + 3a^2 = 12a^5$  | Règle incorrecte exprimée qui assemble   |
|                      | 4 - 4     | vrai   | $(a + 2)(a + 2) = a * a + 2 * 2$   | Règle incorrecte exprimée symboliquement : erreur de parenthèse  |
|                      | 5 - 1     | $4x^2 - y^2$                                   |  | Confusion entre carré d'une différence et différence des carrés  |
|                      | 5 - 2     | $(x+2) + (x-3)$                                |  | Règle incorrecte qui linéarise les termes  |
|                      | 5 - 3     | $-5/3$   |  | Résolution incorrecte d'équation : diviser par l'opposé du coefficient de x                                |
|                      | 5 - 4     | 0  |  | Une seule solution pour une équation produit de deux facteurs  |
|                      | 10 - 1    | vrai   | $(x+8)^3 = 3x+24 \#$<br>$3x+24-4+x = 4x+20 \#$<br>$(4x+20)/4=x+5 \# x+5+2-x=7$ |  |

Traduction Algébrique (TA)

| Réponses / Validités | Questions | Réponse  | Démarche   | Analyse de la réponse  |   |
|----------------------|-----------|--|--|--|---|
| correct (5)          | 3 - 1     | $a^2 + ab + 3a + 3b$                           |  | expression de l'aire obtenue en additionnant les aires des différents rectangles                           |   |
|                      | 8 - 1     | 010011010                                      |  | Solution correcte  |   |
|                      | 9 - 2     | $2(x+3)$                                       |  | a faire  |   |
|                      | 11 - 1    | T2=bleu T1=rouge                               |  | Réponse correcte   |   |
|                      | 11 - 3    | 7  |  | Erreur d'arrondi   |   |
| incorrect (5)        | 3 - 2     | $a + b(a + 3) \# (a + b)(a + 3) \# 3ab + 3a^2$ |  | Réponses incorrectes liées à une erreur de parenthèses et à une écriture regroupant les termes et aucun T4 |   |
|                      | 6 - 1     | $p=6e$   |  |  |   |
|                      | 9 - 1     | $10^x$   |  | Réponses incorrectes formule fausse (confusion aire rectangle)   |   |
|                      | 10 - 1    | vrai   | $(x+8)^3 = 3x+24 \#$<br>$3x+24-4+x = 4x+20 \#$<br>$(4x+20)/4=x+5 \# x+5+2-x=7$ |  | Démarche de preuve algébrique : l'énoncé est traduit par des calculs pas-à-pas séparés mais des erreurs de calcul conduisent à un résultat faux ou une égalité non justifiée. |
|                      | 11 - 2    | $8n\#4n+30$                                    |  | inversion linéaire affine  |   |

Figure 3 : Interface révisée en 2012 (b) pour afficher le diagnostic des réponses d'un élève

## 2. Indexation des exercices (livrable 5)

En utilisant le logiciel *PépiIndexation*, nous avons indexé 130 exercices concernant l'algèbre élémentaire (figure 4) dans les différentes ressources disponibles sur *LaboMep*. Il s'agit pour un tiers d'exercices interactifs disponibles sur LaboMep, pour un autre tiers d'exercices papier/crayon proposés dans les manuels de Sésamaths et pour le tiers restant d'exercices proposés par Julia Pilet pour combler des lacunes sur les capacités travaillées dans les deux précédentes catégories d'exercices. Ce travail a été mené en deux temps. Dans le premier, J. Pilet, F. Chenevotot, R. Freund et E. Delozanne ont fait une première indexation des ressources. Une seconde phase a été nécessaire lors de la mise au point de PépiPad, pour compléter voir corriger cette première indexation. Ceci nous amène à nous questionner sur l'expertise nécessaire pour indexer les ressources.

Figure 4 : Indexation des exercices dans le projet PépiMep

## 3. Mise au point de PépiPad (livrable 4.2)

Rappelons que PépiPad prend en entrée les groupes d'élèves qui ont en commun certaines caractéristiques, une étape d'enseignement, un objectif que l'enseignement veut travailler, l'indexation des exercices, et il produit une liste d'exercices adaptée au profil de chaque groupe. La mise au point a consisté à éliciter et implémenter les critères de choix des exercices.

La figure suivante (figure 5) donne une vision synthétique de l'architecture fonctionnelle de PépiPad et l'annexe 2 décrit la conception informatique du logiciel.

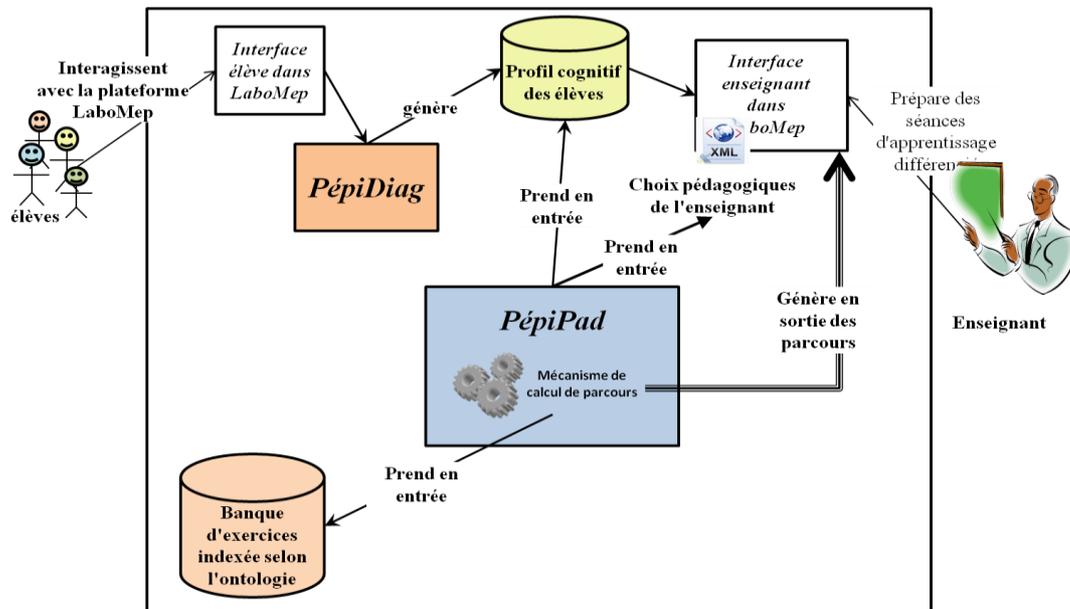


Figure 5: Architecture générale de PépiPad

La méthode adoptée pour la mise au point du logiciel est une méthode inductive.

Dans le cadre de sa thèse, Julia Pilet a particulièrement étudié deux étapes d'enseignement (Prendre un bon départ et s'entraîner) et huit objectifs d'enseignement (par exemple travailler sur l'équivalence d'expressions, sur les règles de transformations) pour lesquels elle a sélectionné des exercices pertinents et ce pour chaque groupe sur les deux niveaux scolaires de troisième et de seconde. Nous avons ainsi constitué une base de tests de 48 parcours différenciés.

Nous avons travaillé avec la didacticienne J. Pilet pour éliciter les raisons de ses choix dans les termes de l'ontologie qui a servi de base à l'indexation. Pour chaque parcours, nous avons précisé de façon itérative les éléments à prendre en compte et à exclure en comparant les résultats de PépiPad avec la base de tests. Ce travail nous a amené à corriger l'indexation de nombreux exercices qui s'est avérée incomplète voire erronée. Au bout de trois itérations, les résultats ont concordé et Pépipad a même quelques fois suggéré des exercices pertinents qui n'avaient pas été envisagés de prime abord par l'experte. Ces critères et la mise en œuvre des filtres pour sélectionner les exercices sont présentés dans l'annexe 2. La figure suivante (figure 6) montre un parcours sur *LaboMep* du point de vue d'un enseignant.

The screenshot shows a web browser window with the URL `www.labomep.net/interface_formateur/testSeance.php?seance_id=602846`. The interface is titled 'Composition de la séance' and 'Groupe A+'. On the left, a tree view shows the session structure with folders for 'Ressources', 'Elèves', and 'Test d'égalités' for various groups (A+, A-, B+, B-, C-, Absents) and exercises (10, 11, 12). The main content area displays 'Ressource n°1 : Exercice 10' with a progress indicator '1' and a red 'X' icon. Below this, the text reads 'Exercice 10' and 'Cliquez ici pour un peu d'aide'. The exercise content is as follows:

Voici trois expressions :

- $A(x) = (x - 2)(x + 2)$
- $B(x) = x^2 - 4$
- $C(x) = x^2 - 2x - 4$

1. Les trois expressions sont-elles égales pour tout  $x$ ? Justifie.
2. Utilise les questions précédentes pour calculer mentalement  $98 \times 102$

Figure 6 : Un parcours différencié sur LaboMep (2012)

#### 4. Conception d'exercices avec aides interactives (livrables 4 et 5)

Les expérimentations des parcours dans les classes ont montré l'importance des aides contextuelles et des rétroactions à fournir aux élèves. Nous avons travaillé sur un exercice qui apparaît central aux didacticiennes de l'équipe et qui vise à déstabiliser des erreurs de formation et de transformation d'expressions algébriques. Il s'agit de faire travailler l'élève sur les conventions d'écriture algébrique, sur le rôle des parenthèses, sur la structure d'une expression algébrique et sur les règles de calcul. Il a pour objectif de déstabiliser des interprétations erronées en fournissant plusieurs représentations qui permettent de donner du sens aux écritures littérales. Par ailleurs, c'est un exercice qui est peu proposé dans l'enseignement usuel. Il est proposé, dans les parcours différenciés, aux élèves qui donnent peu de sens au calcul algébrique (Groupe C) et à ceux qui ne maîtrisent pas les transformations algébriques usuelles (Groupe B).

Un gros travail a été accompli d'abord pour différencier les types d'aide, puis pour fluidifier l'interaction et enfin pour réaliser le logiciel (Y. Labeled). Ce travail est décrit dans l'annexe 3. La figure suivante (figure 7) présente un écran d'aide.

Aide
Méthode
Quitter

**Question 1**

L'égalité  $3p =$

**Aide 2/3 la fonction  $3p$  :**

Complète le tableau avec des valeurs entre 1 à 5 pour  $p$ .

| $p$     | 1   | 2  |
|---------|---|--|
| $3 + p$ | <input style="width: 40px;" type="text" value="4"/> | $3 + 2 =$ <input style="width: 40px;" type="text" value="5"/>      |
| $3p$    | <input style="width: 40px;" type="text" value="3"/> | $3 \times 2 =$ <input style="width: 40px;" type="text" value="8"/> |

Fermer



— Fonction :  $p \rightarrow 3p$

— Fonction :  $p \rightarrow 3 + p$

[Suivant](#)

Mentions légales - Crédits

Figure 7 : un exemple d'aide interactive pour déstabiliser une erreur

## Conclusion

L'essentiel du travail de modélisation a été accompli en 2010 avec la finalisation du diagnostic automatique à partir des résultats des élèves au test et en 2011 avec la création par N. El-Kechai d'une ontologie pour caractériser les ressources afin de constituer le parcours. Cette année 2012 a été centrée sur la finalisation du modèle (E. Delozanne) et la mise en œuvre informatique (essentiellement réalisée par D. Prévit). Le travail informatique s'est fait en étroite collaboration avec les didacticiennes et l'équipe de Sésamath.

# Contribution du LDAR pour la partie didactique de la recherche

Coordonnée par B. Grugeon-Allys

En 2010 (cf. rapport intermédiaire de 2010), nous avons réalisé une étude des ressources existantes dans la base d'exercices en ligne Math en Poche (MeP) en étudiant plus précisément le rapport au calcul algébrique privilégié dans MeP. Cela nous a permis de proposer de nouvelles ressources et de nouveaux outils de diagnostic ainsi que des parcours différenciés (livrable 1). J. Pilet, F. Chenevotot et B. Grugeon-Allys ont proposé la stratégie retenue pour regrouper les bilans de compétence des élèves obtenus automatiquement après le test diagnostic pour organiser les parcours d'enseignement différencié adaptés à chacun d'eux et ont illustré trois parcours proposés, à partir d'exercices qui les constituent.

En 2011 (cf. rapport intermédiaire de 2011), Julia Pilet dans l'équipe des didacticiennes, a poursuivi le travail théorique pour déterminer un modèle de parcours d'enseignement différencié adaptés à 6 groupes d'élèves regroupant des élèves ayant des profils cognitifs en algèbre élémentaire « proches » (C-, C+, B-, B+, A-, A+), profils construits automatiquement après la passation du test diagnostique sur la plateforme en ligne *LaboMep* (livrable 4). Une présentation du modèle de parcours différenciés, construit par Julia Pilet, a insisté sur l'articulation entre plusieurs approches théoriques (approches épistémologique et cognitive, approche anthropologique, approches situationnelle et ergonomique) pour prendre en compte différents niveaux d'échelle. De nombreuses expérimentations ont été menées depuis 2010 pour étudier l'activité mathématique des élèves et l'évolution de leurs profils cognitifs en algèbre élémentaire. Elles ont été menées dans des classes de troisième (F. Madkaud au collège Alain Fournier à Paris 12e, C. Boclé au collège Marais-de-Villiers à Montreuil, B. Dharreville au collège Henri Baumont à Beauvais) et dans des classes de seconde (F. Pilorge au lycée Claude Monet à Paris 13e, F. Heulot au lycée Gabriel Fauré à Paris 13e). Les premières analyses, à la fois du côté des élèves et du côté des usages des ressources de diagnostic et de différenciation par les enseignants, ont révélé des premiers résultats prometteurs (livrables 5 et 6).

En 2012, nos efforts ont porté sur trois points en articulation étroite avec les informaticiens et les enseignants du groupe IREM et les développeurs de Sésamath :

- Conception didactique des parcours d'enseignement différencié,
- Validation externe et interne des parcours d'enseignement différencié à partir d'une expérimentation pour étudier :
  - l'évolution de l'activité algébrique des élèves,
  - l'usage des ressources de diagnostic et de différenciation par les enseignants.

## 5. Conception didactique des parcours d'enseignement différencié (livrable 4.1)

Nous organisons la présentation selon trois entrées :

- la démarche itérative et collaborative avec les enseignants et les chercheurs en informatique,
- les questions centrales de la modélisation,
- la description du modèle des PED et la définition d'un parcours d'enseignement différencié relatif au calcul sur les expressions algébriques.

### 5.1 La démarche itérative et collaborative avec les enseignants et les chercheurs en informatique

Pour prendre en compte, dans la conception du modèle, non seulement les spécificités de l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre en France mais aussi les contraintes des enseignants et celles de l'implémentation informatique, nous avons organisé la collaboration avec les partenaires du projet dans les différentes itérations du modèle de PED. Cette collaboration joue un rôle important voire essentiel dans la conception du modèle de PED pour permettre la viabilité des PED comme nous le verrons plus tard et est illustrée par la figure 8 ci-dessous.

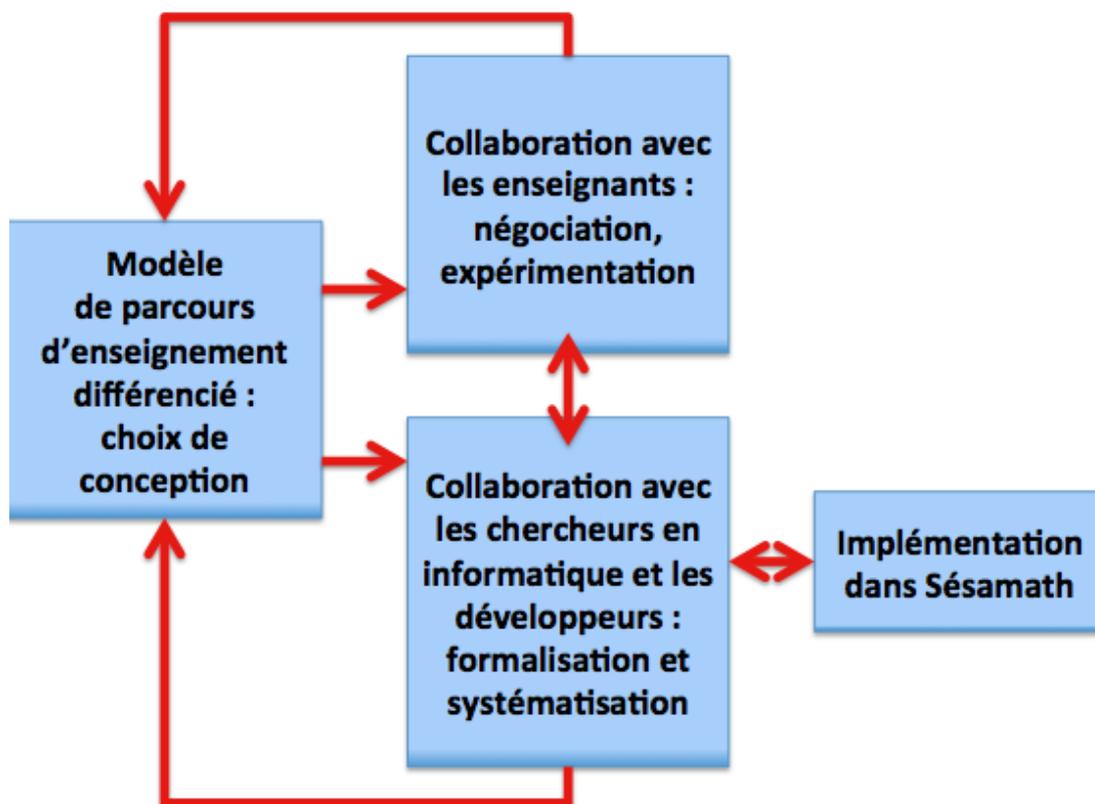


Figure 8 : Schéma général de la démarche itérative et collaborative avec les enseignants, les chercheurs en informatique et l'association Sésamath

La collaboration associe des chercheurs en didactique des mathématiques, des chercheurs en informatique, des membres de l'association Sésamath, des développeurs et des enseignants. La démarche itérative ( figure 8) consiste à affiner un modèle didactique issu au départ de la recherche en didactique des mathématiques par des itérations successives suite à la collaboration avec les différents partenaires du projet. L'objectif est, du côté informatique, de le systématiser, de dégager un prototype d'indexation des exercices pour automatiser la proposition des PED et le peupler

d'exercices et, du côté des élèves et des enseignants, de questionner l'efficacité et la viabilité des PED avec les pratiques d'enseignement de l'algèbre et de différenciation de l'enseignement.

## 5.2 Questions centrales dans la modélisation

La conception du modèle de parcours d'enseignement différencié pose différentes questions liées à deux aspects interdépendants : l'évolution des apprentissages des élèves en algèbre et la régulation par l'enseignant du dispositif de différenciation en lien avec l'organisation didactique de l'enseignement en algèbre. L'une des contraintes importantes de l'enseignement est d'assurer l'avancée du temps didactique tout en s'adaptant à l'hétérogénéité des élèves relativement aux éléments technologico-théoriques qu'ils mobilisent dans la résolution des tâches.

## 5.3 Description du modèle de PED

### *Le modèle de PED*

La description du modèle de parcours d'enseignement différencié s'appuie sur différents choix effectués qui sont présentés dans les paragraphes suivants. Nous nous référons au schéma ci-dessous (figure 9), version évoluée de celle présentée dans le rapport intermédiaire de 2011.

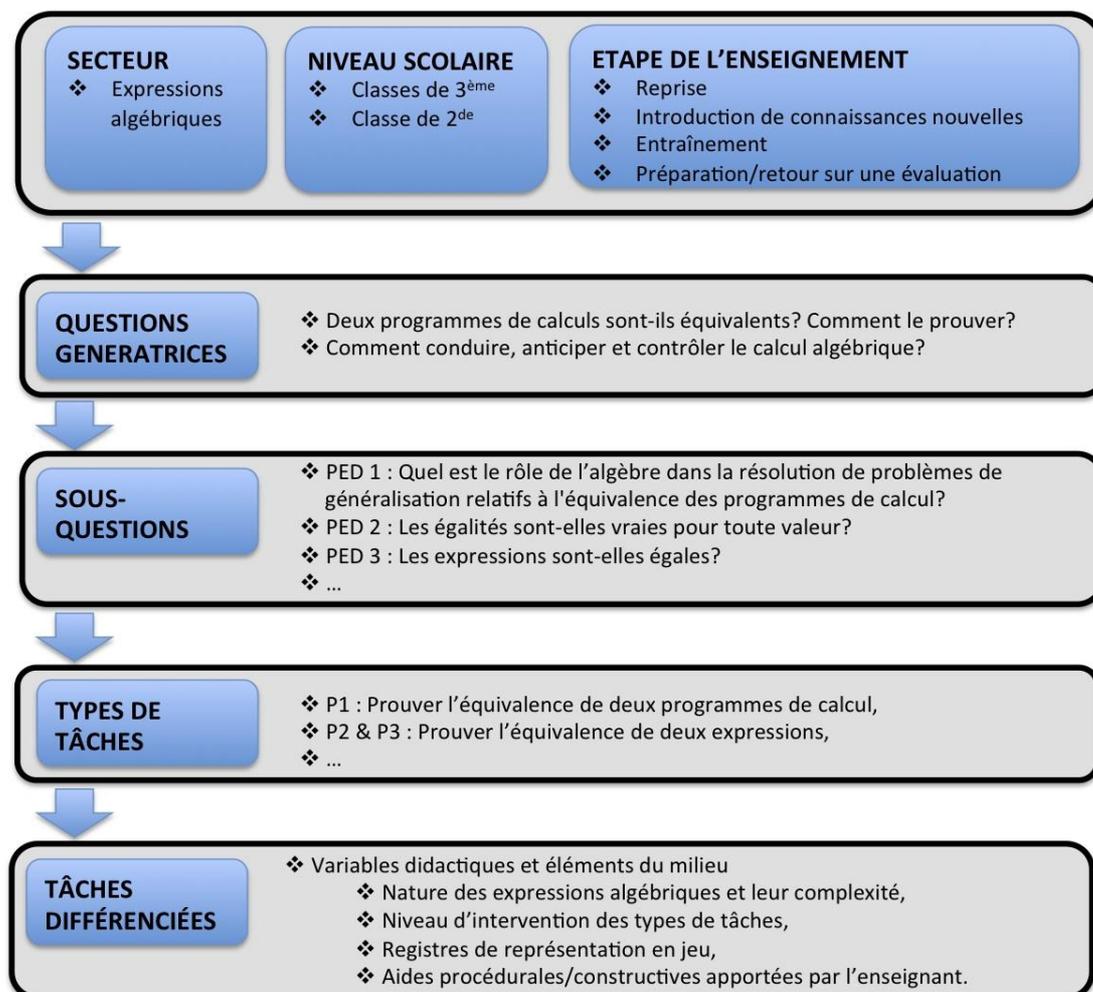


Figure 9 : Représentation schématique du modèle de PED (Pilet 2012)

Le professeur peut proposer des parcours d'enseignement différencié à des groupes d'élèves d'un niveau scolaire donné (3<sup>ème</sup> ou 2<sup>nde</sup>), selon l'étape de l'enseignement (retour sur des connaissances anciennes pour déstabiliser des connaissances erronées, acquisition de nouvelles connaissances par les élèves, consolidation des connaissances après le chapitre, etc.)<sup>1</sup>, le secteur d'étude travaillé, en référence aux niveaux de codétermination didactique (Chevallard 2002), ici secteur du calcul algébrique sur les expressions algébriques.

### **Approches théoriques**

Dans le cadre sa thèse, J. Pilet (2012) articule plusieurs approches théoriques pour prendre en compte différents niveaux d'échelle : En amont, les approches anthropologique et cognitive permettent de caractériser les différents aspects de la référence épistémologique qui fondent la génération des expressions algébriques, du calcul sur ces expressions et de leur utilisation dans des contextes intra ou extra-mathématiques (l'équivalence des programmes de calcul et des expressions algébriques, la dialectique de l'algébrique et du numérique, les aspects procédural et structural des expressions, l'interprétation des expressions algébriques en articulation avec d'autres registres de représentation). Cette référence épistémologique sert de fondement pour définir une OM épistémologique de référence, composée de trois OM locales (OM1 sur la génération des expressions algébriques, OM2 sur l'équivalence des expressions algébriques et OM3 sur l'algèbre des polynômes). L'OM épistémologique de référence sert à étudier l'écart entre les OM à enseigner (programmes, manuels) et les OM apprises par les élèves dans une institution donnée, organisations mathématiques apprises regroupées en six groupes selon les niveaux technologiques dominants privilégiés.

A un niveau global, l'approche anthropologique permet de concevoir les **questions génératrices et les sous-questions génératrices**.

A un niveau local :

- a. l'approche situationnelle permet de définir les **tâches différenciées** à travailler dans chaque groupe, les variables didactiques en jeu et les rétroactions au milieu construit ;
- b. l'approche ergonomique permet de caractériser les aides et le rôle du professeur en fonction des profils cognitifs des élèves pendant le déroulement des séances.

### **Les PED**

Les parcours d'enseignement différencié se caractérisent par :

- Des questions génératrices qui déterminent des sous-questions génératrices,
- Des types de tâches pour aborder ces sous-questions génératrices,

---

<sup>1</sup> Ces étapes correspondent soit aux moments de l'étude de Chevallard, soit au moment de reprise défini par (Larguier 2009, 2012). Il s'agit de repérer l'étape à laquelle le parcours d'enseignement différencié est mis en place relativement au déroulement de l'enseignement en algèbre organisé par l'enseignant. Nous pouvons associer l'étape d'introduction de nouvelles connaissances aux moments de la première rencontre ainsi que de construction du bloc technico-théorique. Nous pouvons associer l'étape d'entraînement des connaissances en cours d'acquisition au moment du travail de la technique. Nous proposons des parcours pour les étapes de reprise et d'entraînement des connaissances en cours d'acquisition.

- Des tâches différenciées issues d'un jeu sur des variables didactiques et des éléments du milieu en fonction des groupes.

#### *Les questions génératrices*

Les questions génératrices sont issues de l'étude de l'OM à enseigner relativement à l'OM de référence (Pilet 2012) :

- Deux programmes de calculs sont-ils équivalents? Comment le prouver?
- Comment conduire, anticiper et contrôler des transformations algébriques?

#### *Les sous-questions génératrices et les types de tâches*

Les sous-questions génératrices et les types de tâches qui leur sont associés permettent de définir des enjeux d'apprentissage communs à une classe. Les sept sous-questions génératrices sont issues de la mise en évidence d'apprentissages implicites de l'OM à enseigner repérés dans les OM apprises de chaque groupe. Ils concernent la faible prise en compte de l'équivalence des programmes de calcul et des expressions algébriques, de la dialectique de l'algébrique et du numérique et des aspects procédural et structural. Les sept questions sont les suivantes :

- Quel est le rôle de l'algèbre dans la résolution de problèmes de généralisation relatifs à l'équivalence des programmes de calcul ?
- Les égalités sont-elles vraies pour toute valeur ?
- Les expressions sont-elles équivalentes ?
- Comment interpréter des expressions dans différents registres sémiotiques pour appréhender la structure des expressions en lien avec le rôle des opérateurs et des délimitants ?
- Comment interpréter des expressions pour appréhender leur structure et leur équivalence et anticiper les calculs algébriques ?
- Comment contrôler et conduire un calcul algébrique ?
- Comment mobiliser et conduire un calcul algébrique dans la résolution de problèmes du domaine algébrique ?

Les types de tâches sont énumérés dans (Pilet 2012, chapitre 4).

Les sous-questions génératrices et les types de tâches qui leur sont associés permettent de définir **des enjeux d'apprentissage communs à la classe**. Une organisation didactique commune guide, à un niveau plus fin, l'organisation des phases individuelles (temps de recherche, apport d'aides) et collectives (processus de dévolution, phases de débat, institutionnalisation) dans la mise en œuvre du parcours en classe. A chaque sous-question génératrice, sont définies des tâches et des stratégies différenciées, adaptées aux besoins d'apprentissage de chaque groupe d'élèves.

#### *Les tâches différenciées*

Un jeu sur les variables didactiques et les éléments du milieu à faire intervenir permet de définir les **stratégies différenciées** et comment le ou les types de tâches visés sont convoqués **en fonction des groupes**. Ces choix reposent, d'une part, sur les technologies dominantes de chaque groupe et, d'autre part, sur les éléments technologiques que l'on souhaite faire mobiliser par les élèves.

Les variables didactiques concernent la nature et la complexité des expressions, le registre sémiotique utilisé, le niveau d'intervention des types de tâches impliqués dans les tâches à résoudre (Castela 2008) ainsi que les éléments intervenant dans le milieu. Il s'agit des aides apportées par l'enseignant et des registres de représentation mis en jeu, par exemple l'intervention du registre des schémas de calcul peut aider à identifier un processus de calcul et à le traduire par une expression algébrique. Concernant les aides apportées par l'enseignant, nous faisons ici référence au cadre théorique de la double approche (Robert 2005). Nous reprenons la distinction entre aide procédurale et aide constructive.

### ***Définition d'un parcours d'enseignement différencié***

Nous définissons un parcours d'enseignement différencié de la façon suivante (Pilet 2012). Un PED est défini par rapport à un secteur d'enseignement, un niveau scolaire et une étape du déroulement de l'enseignement en algèbre organisé par l'enseignant. Il porte sur une sous-question génératrice, qui est le fil directeur des éléments à institutionnaliser et de la gestion didactique des différentes phases individuelles et collectives dans la mise en œuvre du parcours en classe. Il s'agit de redonner des raisons d'être aux éléments à travailler et des raisons de les institutionnaliser. La sous-question est associée à un ou des types de tâches. Les tâches dans lesquelles il(s) est (sont) convoqué(s), sont différenciées en fonction des groupes : les technologies dominantes doivent être adaptées à chacun. La différenciation des tâches porte sur un jeu sur les variables didactiques, les éléments du milieu utilisés et les aides apportées. La combinaison du choix du type de tâches du jeu sur les variables didactiques, des milieux choisis, des aides apportées par l'enseignant et des déroulements retenus ont pour objectif de travailler les différents savoirs et savoir-faire implicites de l'OM à enseigner, liés à une faible prise en compte de l'équivalence des programmes de calcul, de l'équivalence des expressions, de la dialectique de l'algébrique et du numérique et des aspects procédural et structural.

Sept parcours d'enseignement différencié sont proposés. Comme seuls trois d'entre eux ont été travaillés avec les enseignants, nous les avons retenus pour présenter les analyses *a priori* des potentialités des tâches retenues, des aides et des déroulements prévus. Il s'agit des parcours 1, 2 et 3 (Pilet 2012). Les parcours d'enseignement différenciés (livrable 4) définis *a priori* puis ceux proposés dans les classes de 3<sup>e</sup> et de 2<sup>nde</sup> sont présentés en annexe 4.

## **6. Validation des parcours d'enseignement différencié**

De nombreuses expérimentations ont été menées de 2011 à 2012 pour étudier d'une part l'activité mathématique des élèves et l'évolution de leurs profils cognitifs en algèbre élémentaire et d'autre part les usages des ressources de diagnostic et de différenciation.

### ***Questions en jeu pour étudier la validation des PED (Pilet 2012)***

Les parcours d'enseignement différencié ont-ils permis de revenir sur les raisons d'être des expressions algébriques et des propriétés du calcul algébrique et de travailler sur les enjeux didactiques prévus?

L'enjeu est d'étudier l'évolution des praxéologies des expressions algébriques construites par les élèves compte-tenu de l'organisation didactique mise en place par les enseignants. Cette évolution est questionnée à deux niveaux : localement, sur le temps de la mise en œuvre du parcours et globalement, sur les organisations didactiques et mathématiques construites relativement à l'algèbre.

L'analyse a pris appui sur la complémentarité des cadres théoriques (Artigue 2006, 2008) de la théorie anthropologique du didactique, de la théorie des situations didactiques et de la double approche pour les analyses *a priori* des tâches et des déroulements prévus et les analyses *a posteriori*. Notre questionnement est d'abord en lien avec la théorie anthropologique du didactique (Chevallard 1992) :

- Les OM convoquées dans les parcours et les OD mises en place par l'enseignant favorisent-elles une évolution des OM apprises des élèves en algèbre ?
- Les raisons d'être des OM convoquées dans les parcours et les enjeux didactiques sont-ils explicités ?
- Les techniques envisagées (envisageables, non attendues et erronées) *a priori* sont-elles apparues ? Le parcours a-t-il permis de les faire évoluer ?
- Les types de tâches intermédiaires ou implicites convoqués sont-ils pointés par l'enseignant ?
- Quelles technologies ont été travaillées ? À quel niveau de justification se situent les pratiques algébriques des élèves et de l'enseignant ?
- Quelle est la place donnée à la dialectique des ostensifs et des non-ostensifs dans le discours des élèves et des enseignants ?

Mais la TAD ne permet pas d'interroger sous quelles conditions les raisons d'être et les enjeux didactiques des parcours ont été présentés aux élèves. C'est pourquoi nous utilisons les outils de la théorie des situations didactiques (Brousseau 1988) :

- La présentation des parcours a-t-elle favorisé le processus de dévolution de la tâche visée dans les parcours et de ses enjeux ?
- Les milieux créés étaient-ils adaptés aux objectifs des parcours et aux élèves de chaque groupe pour permettre une évolution des techniques et des technologies pour les OM convoquées ?
- Le contrat didactique a-t-il permis de valider les techniques et l'équivalence de programmes de calcul à partir de leurs résultats ?

Nous aurons parfois recours à la double approche (Robert et Rogalski 2002) pour mettre en perspective l'activité de l'enseignant avec celles des élèves. Nous cherchons à analyser l'influence des interventions de l'enseignant, en particulier les aides qu'il apporte, sur l'activité des élèves parce qu'elles peuvent modifier la tâche prescrite et le contrat didactique initialement prévus par des valeurs ajoutées ou des dénaturations.

### ***Méthodologie utilisée pour mener les expérimentations***

La liste des expérimentations et les données recueillies sont fournies en annexe 5. Elles ont été menées en classe de troisième (F. Madkaud au collège Alain Fournier à Paris 12e, C. Boclé au collège Marais-de-Villiers à Montreuil, B. Dharreville au collège Henri Baumont à Beauvais, M. Trividic en 2012) et en classe de seconde (F. Pilorge au lycée Claude Monet à Paris 13e, F. Heulot au lycée Gabriel Fauré à Paris 13e).

Pour faciliter la mise en place des expérimentations, un groupe IREM « Différenciation des apprentissages en algèbre élémentaire » a été créé à l'IREM de l'université Paris Diderot – Paris 7. Le travail dans ce groupe a permis d'organiser la mise en place d'un dispositif de différenciation sur l'enseignement de l'algèbre dans les classes de troisième ou de seconde. Les professeurs ont mobilisé les ressources de diagnostic et de différenciation dans leurs pratiques habituelles de différenciation. Les comptes rendus des réunions sont donnés en annexe 7.

### ***Organisation de l'expérimentation***

L'expérimentation a été organisée à partir des dispositifs suivants :

- Proposition des parcours initiaux par J. Pilet ;
- Entretiens entre les enseignants expérimentateurs et des chercheurs de l'équipe du LDAR pour déterminer les exercices retenus dans les séances, les aides associées et le scénario prévu : enregistrement vidéo et audio des entretiens avant et après les expérimentations en classe pour définir les nouvelles séances différenciées ;
- Expérimentation en classe : enregistrement vidéo et audio, productions des élèves, entretien avec l'enseignant après la séance ;

Protocole d'expérimentation en 3e (voir en 2nde en annexe) :

- Passage du test Pépite (test début troisième ou fin troisième-début seconde) avant de commencer le chapitre relatif à l'algèbre,
- Séance(s) différenciée(s) pour revenir sur les connaissances anciennes,
- Déroulement du (ou des) chapitre(s) d'algèbre,
- Séance(s) différenciée(s) en cours de chapitre pour travailler les connaissances nouvelles, organiser le travail de la technique et préparer aux évaluations,
- Pour les classes de troisième, passage du test Pépite (test fin troisième-début seconde) dans le courant du mois de mai pour préparer le Brevet.
- Travail dans le cadre du groupe IREM pour analyser les choix et la mise en œuvre des parcours différenciés d'enseignement : enregistrement vidéo et audio des séances d'IREM.

### ***Méthodologie d'analyse des données***

Plusieurs choix organisent la méthodologie d'analyse des données :

- ***Le choix d'analyser finement les données d'une classe, la classe de 3<sup>e</sup> de Garance***

L'analyse de l'activité des élèves nécessitant une analyse fine de leurs productions et de leurs échanges en classe et les données recueillies étant nombreuses, nous avons sélectionné celle de Garance. Seules les données d'une classe de 3e sont analysées.

#### ***Des données analysées en plusieurs étapes***

L'analyse des données recueillies dans la classe de Garance s'organise en plusieurs étapes.

Premièrement, nous analysons la progression en algèbre proposée par l'enseignante sur l'année scolaire et les cahiers des élèves à partir de l'OM de référence. Nous relevons les types de tâches travaillés et leur niveau d'agrégation en OM locales. Nous en dégageons l'OM à enseigner définie par Garance relative aux expressions algébriques dans cette classe. Cette analyse nous permet de situer les enjeux des parcours d'enseignement différencié choisis par l'enseignante par rapport à son projet

global sur l'année. Selon nous, les parcours d'enseignement différencié ne peuvent avoir un effet à moyen voire à long terme sur les techniques et les technologies par les élèves que s'ils sont en cohérence avec les OM à enseigner et enseignée et l'OM didactique proposée par l'enseignante. Aussi, pour compléter, et avoir accès à l'OM effectivement enseignée, nous analysons une séance de classe habituelle portant sur le calcul algébrique. Cette séance est « habituelle » dans le sens où nous ne sommes pas intervenus sur le choix des tâches, de l'OM et de l'OD

Deuxièmement, nous présentons les répartitions des élèves en groupe proposées par le test Pépité au début de l'année scolaire (octobre 2011) et en fin d'année scolaire (mai 2012). Cela nous donne la géographie de la classe en algèbre et son évolution au cours de l'année scolaire. Nous identifions quelques élèves pour lesquels leurs stéréotypes ont évolué. Nous analysons plus attentivement l'évolution de leurs réponses au test Pépité entre le premier et le second passage du test.

Troisièmement, les données relatives au déroulement de chaque parcours sont analysées à partir des analyses a priori présentées dans (Pilet 2012, chapitre 4). Garance a retenu les parcours d'enseignement différencié 1, 2 et 3. Ils se sont déroulés sur trois séances différenciées. La première porte sur le parcours 1, la seconde sur les parcours 1 et 2 et la troisième sur le parcours 3. Les enregistrements vidéo et audio sont transcrits et présentés dans l'annexe E. Pour chaque parcours, les énoncés et les éléments du milieu à faire intervenir choisis par Garance sont présentés et interrogés par rapport aux modifications qu'ils impliquent dans les analyses a priori. Ensuite, nous décrivons la trame des séances en déterminant la durée des différentes étapes du déroulement prévu a priori. Les productions des élèves sont analysées à partir des critères issus de l'analyse a priori. Cette vision d'ensemble des techniques utilisées par les élèves nous guide pour analyser leur activité en classe. Nous mettons en perspective les productions des élèves relativement aux conditions mises en place par Garance : le processus de dévolution de la tâche, le contrat didactique mis en place, les adaptations du déroulement prévu en fonction de la réaction des élèves ou des incidents, la nature de ses interventions auprès des élèves (alliée ou antagoniste). L'activité des élèves est analysée relativement aux interventions de Garance et relativement au rôle joué par le milieu dans l'évolution des techniques et des niveaux technologiques prévue dans l'analyse a priori.

- ***Une analyse quantitative des stéréotypes présents et des évolutions au cours d'une année scolaire***

La dernière analyse concerne celle des bilans de compétence rencontrés sur l'ensemble des élèves ayant passé le test. Il s'agit d'interroger :

1. nos choix de regroupement des bilans de compétence,
2. l'évolution de la répartition en groupe des élèves en fonction du niveau scolaire et de la période l'année scolaire,
3. l'évolution de la répartition en groupe des élèves ayant passés deux fois le test Pépité en cours d'année et ayant expérimenté les parcours d'enseignement différencié.

L'étude quantitative porte sur un échantillon d'élèves encore petit pour tirer des conclusions définitives. Néanmoins, cette étude donne une image locale des catégories de praxéologies apprises en algèbre avant le test et suite à l'expérimentation.

Nous présentons d'abord une analyse quantitative de l'évolution des bilans de compétences d'élèves ayant travaillé sur les PED puis une analyse qualitative à partir de l'expérimentation menée dans la classe de Garance.

## **6.1. Expérimentation des parcours d'enseignement différencié : analyse de l'évolution des bilans de compétence sur un ensemble d'élèves (livrable 6)**

Après avoir présenté les graphiques, nous en tirons quelques éléments d'analyse concernant la répartition des élèves en groupe et l'évolution des niveaux technologiques dominants des élèves entre le début de la classe de troisième et la fin de la classe de seconde. L'analyse des bilans de compétence en algèbre élémentaire des élèves présents dans les classes de l'expérimentation (annexe 6) renforce la pertinence des choix didactiques du modèle de diagnostic, donne à voir leur répartition selon les niveaux de classe et la période de l'année.

### ***Analyse d'un point de vue quantitatif***

Dans chaque expérimentation, les élèves des différentes classes ont passé un test diagnostique sur la plateforme LaboMep. Les bilans de compétence des élèves ont été calculés automatiquement ainsi que les groupes constitués. Les bilans de compétence obtenus suite au test diagnostique ainsi que les groupes constitués sont présentés complètement en annexe 6 ainsi que les analyses.

Le livrable 6 présente l'analyse des bilans de compétence en algèbre des élèves issus des classes des professeurs associés aux expérimentations. L'ensemble des bilans de compétence établis par Pépité pour tous les élèves ayant passé le test Pépité sur les expérimentations de janvier 2011 à mai 2012 apparaît dans le graphique ci-dessous (figure 10). Ce graphique présente les bilans de compétence rencontrés et le pourcentage d'élèves par bilans de compétence en fonction du niveau scolaire et de la période de l'année sur l'ensemble des classes expérimentatrices.

Ces expérimentations ont confirmé le grand nombre de bilans de compétence en algèbre envisageables : vingt-six bilans de compétence sur les trente-six possibles (figure 10) sont présents dans les classes expérimentatrices.

Premièrement, les trois bilans de compétence (CA3 UA3 TA3), (CA3 UA3 TA2) et (CA2 UA3 TA3) ont des effectifs importants par rapport aux autres. En effet, plus de la moitié des élèves de début de seconde ont le bilan de compétence (CA2 UA3 TA3) et la majorité des élèves de 3e se trouvent en (CA3 UA3 TA3) et (CA3 UA3 TA2). Un calcul algébrique non contrôlé, basé sur des règles syntaxiques majoritairement erronées, semble lié à un usage non adapté de l'outil algébrique pour résoudre des problèmes et à un faible sens donné au symbolisme algébrique. Cette corrélation est cohérente avec notre interprétation des groupes en technologie dominante.

Deuxièmement, les bilans de compétence (CA3, UA1, TA1 ou 2 ou 3), (CA2, UA4, TA1 ou 2 ou 3) et (CA1, UA4, TA1, ou 2 ou 3), qui traduisent une incohérence, du point de vue des éléments technologiques dominants (groupes C- et A-), ou une instabilité des apprentissages, n'apparaissent

quasiment pas dans l'échantillon que nous analysons. Il semble difficile d'avoir un niveau fort (1 ou 2) en calcul algébrique et un niveau faible (4) en usage de l'algèbre et vice-versa.

Troisièmement, l'équilibre qui se forme entre les groupes B+ et B- à partir de la fin de troisième (figures 11 et 12), c'est-à-dire entre un usage de l'algèbre majoritairement adapté pour résoudre des problèmes et un peu adapté, montre une évolution du développement conceptuel des élèves du début de troisième à la fin de la seconde en cohérence avec ce qui est attendu dans les programmes des deux institutions.

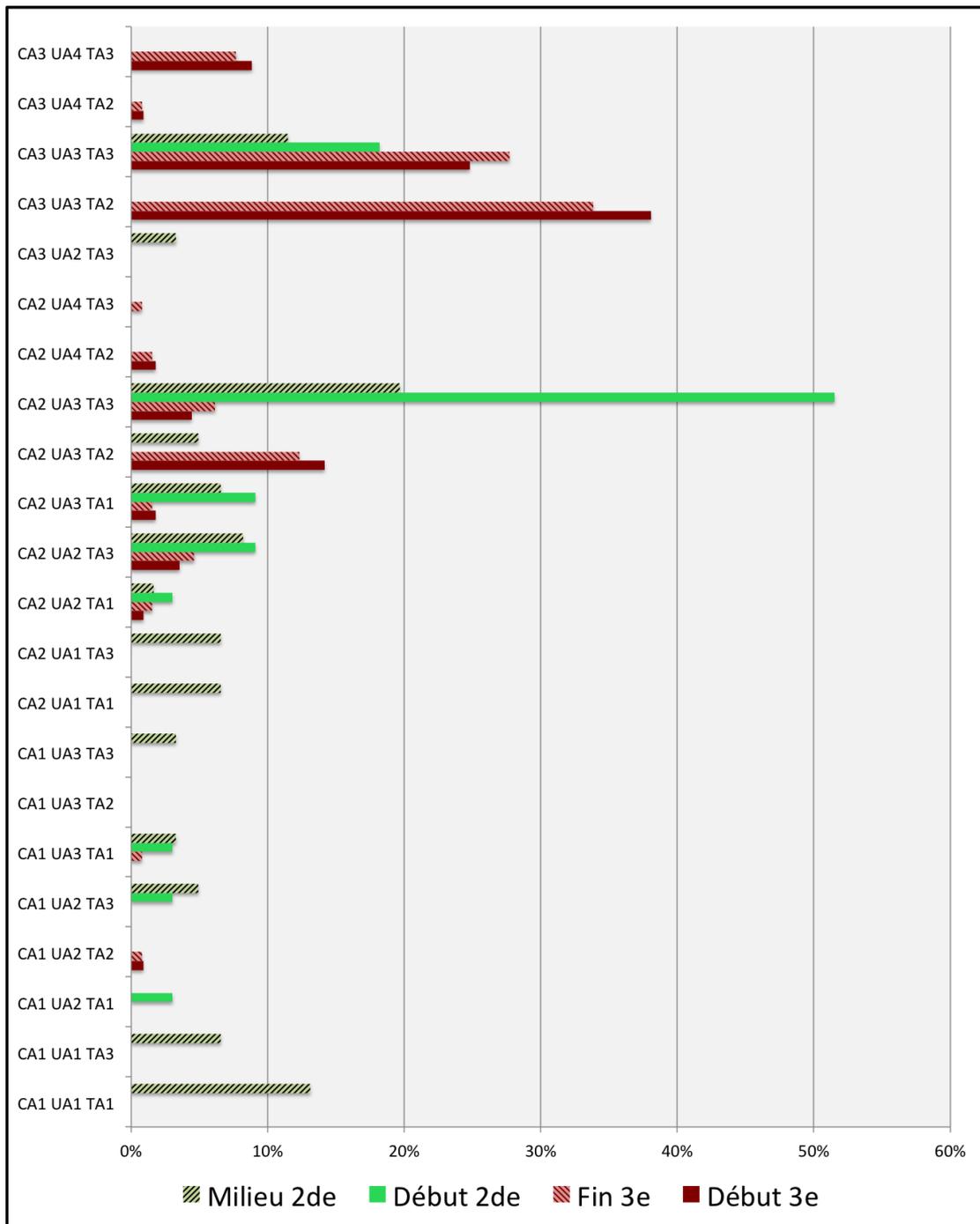


Figure 10 : Total des bilans de compétence rencontrés

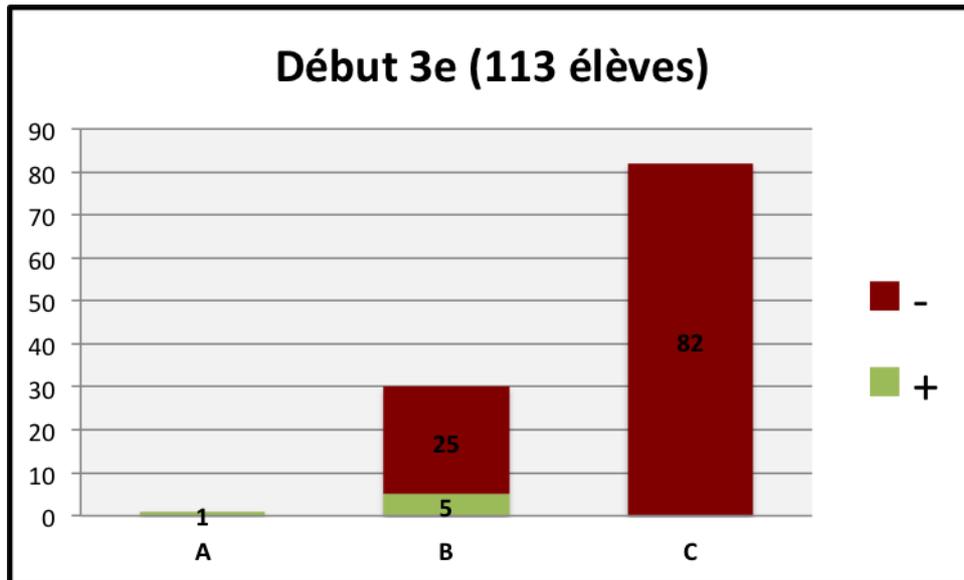


Figure 11 : Répartition des groupes en début de 3e

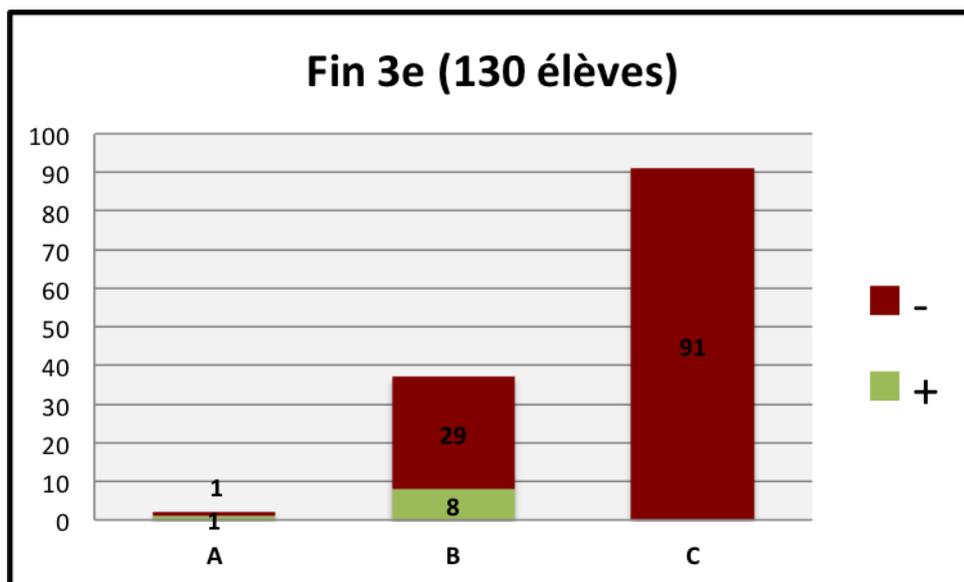


Figure 12 : Répartition des groupes en Fin de 3e

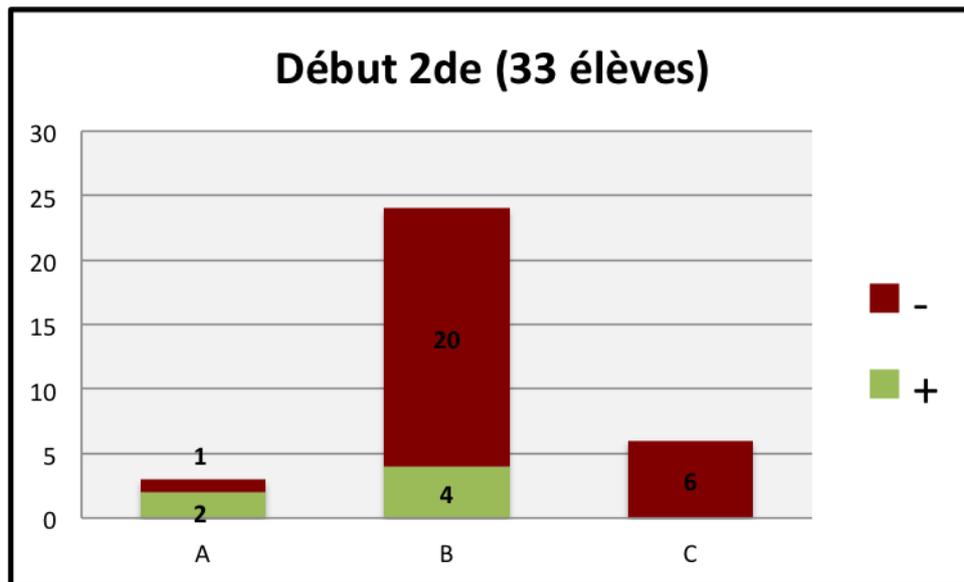


Figure 13 : Répartition des groupes en début de 2de

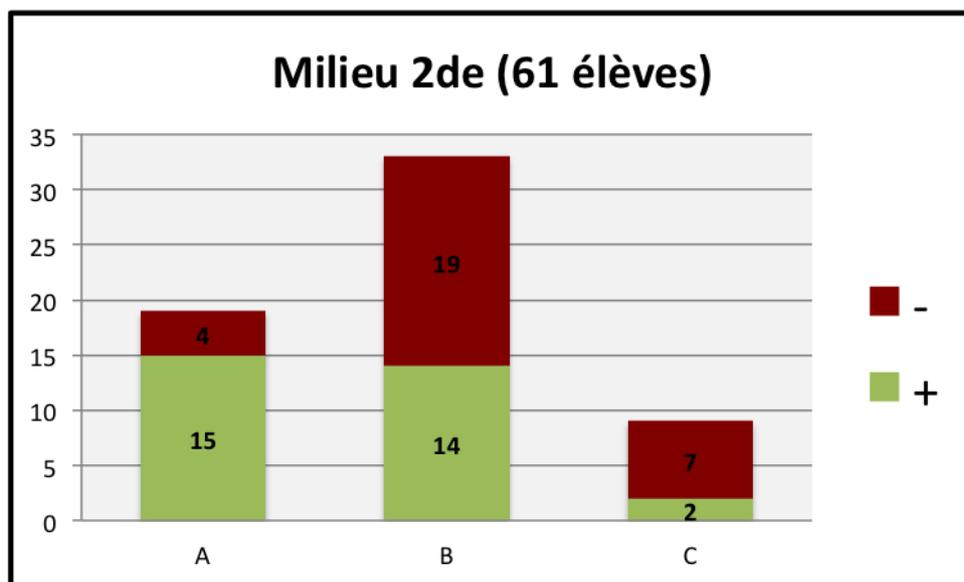


Figure 14 : Répartition des groupes en milieu de 2de

Ces graphiques (figure 11 à 14) présentent la répartition des élèves en groupe en début et en cours d'année et par niveaux scolaires sur l'ensemble des classes. On y trouve les mêmes résultats que dans le graphique précédent mais présentés relativement aux groupes. En troisième, la majorité des élèves sont dans le groupe C- avec une légère évolution de la répartition en cours d'année. Au début de la seconde, les élèves sont majoritairement dans le groupe B avec une évolution en cours d'année vers le groupe A.

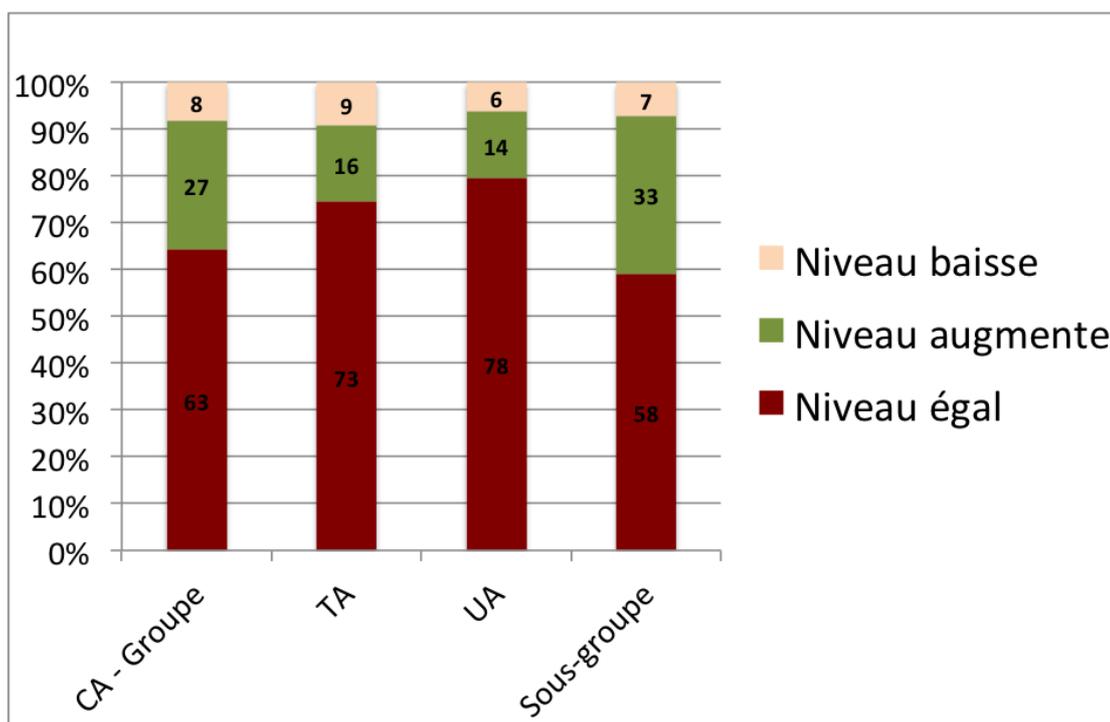


Figure 15 : Flux global du niveau de chaque composante du bilan de compétences des élèves de 3e entre le premier et le second passage du test

Concernant les élèves ayant suivi les parcours d'enseignement différencié et ayant passé le test deux fois en cours d'année, nous repérons une évolution non négligeable de la répartition entre les groupes. L'interprétation du graphique (figure 15) montre que vingt-sept pour-cent des élèves ont une évolution positive sur la composante CA et donc changent de groupe. Un tiers des élèves du groupe C- de début de troisième évolue positivement car la majorité passe dans le groupe B- et une minorité (4 élèves) passent dans le groupe A.

Une analyse plus complète des évolutions est présentée en annexe 6.

#### **Analyse d'un point de vue qualitatif (Expérimentation en 3<sup>ème</sup> dans la classe de Garance)**

Quant à l'expérimentation menée en liaison avec Garance, les analyses *a posteriori* montrent que les techniques et certains éléments du bloc technologique utilisés par les élèves commencent à évoluer vers ce qui était visé dans les objectifs du parcours. Par exemple, les réponses des élèves au test, ainsi que leurs productions lors des évaluations proposées par Garance (figure 16) font apparaître un résultat prometteur : ils mobilisent la substitution par une valeur numérique et font référence à la dialectique de l'algébrique et du numérique pour contrôler la non équivalence d'expressions. Toutefois les élèves continuent à utiliser majoritairement des démarches arithmétiques dans des problèmes de preuve et de généralisation. Ce constat nous amène à souligner que, nécessairement, il faut du temps pour que les technologies utilisées par les élèves puissent évoluer vers celles attendues. Il convient de mettre en relation l'évolution des organisations mathématiques apprises avec les conditions mises en place par l'enseignante.

**Exercice 3 :** Les égalités suivantes sont-elles vraies pour tout a ? Justifier.  
Si elles sont fausses, les modifier pour qu'elles soient vraies

| Egalité                               | Vraie/Fausse | Justification  | Modification |
|---------------------------------------|--------------|--|--------------|
| $(2a)^2 = 4a^2$                       | Vrai         | $(2a)^2 = 2 \times 2 \times a \times a = 4a^2$   |              |
| $(5a + 1)^2 = 5a^2 + 10a + 1$         | Faux         | Si $a=2$<br>$(5 \times 2 + 1)^2 = 5^2 + 2 \times 5 \times 2 + 2^2 =$<br>$25 + 20 + 4 = 5 \times 2^2 + 10 \times 2 + 1 =$<br>$49 \neq 20 + 20 + 1 = 41$     |              |
| $-4(2x - 11) = -8x + 44$              | Vrai         | $-4(2x - 11) = -4 \times 2x - 4 \times (-11)$<br>$= -8x + 44$  |              |
| $(3x - 5)(-1 + 7x) = 21x^2 - 32x + 5$ | Faux         | Si $x=2$<br>$(3 \times 2 - 5)(-1 + 7 \times 2) = 1 \times 13 =$<br>$13$<br>$21 \times 2^2 - 32 \times 2 + 5 =$<br>$84 - 64 + 5 = 20 + 5 =$<br>$29 \neq 13$ |              |

Extrait

Figure 16 : Extrait de la copie de Laure à l'évaluation de novembre 2011

Dans la classe, l'évolution des OM des élèves en algèbre n'a probablement pas été favorisée par deux éléments prioritaires.

- Premièrement, les conditions mises en place par Garance ont montré encore quelques pratiques anciennes : la faiblesse du processus de dévolution de la tâche visée et de ses enjeux didactiques, le manque d'explicitation des raisons d'être des OM convoquées, le caractère encore trop implicite des types de tâches intermédiaires, l'utilisation trop prononcée d'un discours technologique porté par des formulations d'ordre légal. En effet, il est difficile de faire évoluer le niveau de justification des pratiques algébriques des élèves si le discours de l'enseignant se situe encore du côté d'une justification formelle.
- Deuxièmement, force est de constater que Garance n'a pas encore intégré l'importance de certains éléments nécessaires à la mise en place des parcours. Il est difficile de présenter clairement les enjeux didactiques des parcours, les aspects épistémologiques liés aux expressions algébriques. En effet, l'équipe du groupe IREM n'a certainement pas suffisamment pris conscience des pratiques habituelles des enseignants et des décalages avec les pratiques de différenciation proposées. Le même constat a été pointé sur les expérimentations menées avec Caroline, l'enseignante de seconde : mêmes difficultés à laisser vivre la conjecture et la nécessité de la valider et à solliciter les aspects procédural et structural des expressions dans la mise en œuvre des parcours.

## 6.2. Expérimentations des parcours d'enseignement différencié : analyse de leurs usages par les enseignants (livrable 7)

Dans le cadre des expérimentations menées en 2011 et 2012, il s'agissait d'étudier les usages de nouvelles ressources, ici le logiciel de diagnostic et les parcours d'enseignement différencié, essentiellement en papier-crayon, proposés aux enseignants d'Ile-de-France participant au projet et les évolutions de leurs pratiques de différenciation. Un questionnaire et des entretiens réalisés par Soraya Bedja ont été réalisés pour dégager leurs conceptions de la différenciation et leurs pratiques initiales de différenciation. Le questionnaire et les réponses sont présentés en annexe 7.

### ***Eléments théoriques***

S. Bedja a commencé une étude théorique dans le cadre de sa thèse. Les pratiques de différenciation des enseignants seront analysées à partir des cinq composantes des pratiques (Robert et Rogalski 2002), composante personnelle, cognitive, médiative, institutionnelle et sociale.

Pour prendre en compte différents niveaux d'échelle, S. Bedja prévoit d'analyser des usages des ressources de différenciation en s'appuyant sur plusieurs approches théoriques (Grugeon 2008). Une première ébauche est présentée :

- A un niveau global, l'approche anthropologique sera utilisée pour dégager en termes d'organisations mathématique et didactique, le choix des types de tâche et des situations différenciées par rapport aux objectifs d'apprentissage visés dans les séances et aux besoins des groupes de la classe repérés après le diagnostic. Plusieurs critères seront pris en compte dans l'analyse : l'articulation entre les tâches de différenciation et les tâches habituelles, les genèses instrumentales, l'articulation entre les connaissances nouvelles et anciennes, leur reprise dans des séances ultérieures *via* la mémoire didactique ;
- A un niveau local, les approches situationnelle et ergonomique seront mobilisées à travers plusieurs critères :
  - L'adaptation des types de situation travaillés dans chaque séance selon le moment de l'étude (en lien avec les variables didactiques en jeu) par rapport aux apprentissages visés ;
  - L'adaptation des aides et le rôle du professeur en fonction des profils cognitifs des élèves pendant le déroulement des séances ;
  - La présence de phases collectives de bilan et d'institutionnalisation à l'issue des séances de différenciation pour organiser la mémoire didactique.

### ***Premiers analyses et résultats***

A partir de l'analyse des données recueillies, transcriptions des observations des séances de classes, entretiens avec les enseignants pendant les réunions du groupe IREM « différenciation en algèbre élémentaire », nous avons pointé des évolutions dans les pratiques des enseignants ainsi que dans leurs usages des ressources de différenciation.

- *Des modifications des pratiques habituelles de différenciation*

Les premières réunions avec les enseignants impliqués dans l'expérimentation dans le cadre du groupe IREM « Différenciation dans l'enseignement de l'algèbre élémentaire » ont mis en évidence des modifications et des déstabilisations importantes des pratiques habituelles de différenciation quant à l'usage des parcours d'enseignement différencié proposés dans le contexte du projet. Avant l'expérimentation, les enseignants ne pratiquaient pas une différenciation appuyée sur une évaluation diagnostique. Ils proposaient des exercices techniques aux élèves plus fragiles pour travailler essentiellement la technique et peu de problèmes de généralisation ou de preuve nécessitant l'usage de l'outil algébrique pour redonner du sens aux expressions algébriques.

Ces changements de pratique sont apparus particulièrement au niveau du choix des types d'exercices en fonction des besoins d'apprentissage des élèves repérés après le test diagnostic en

algèbre et de leur gestion des séances différenciées. L'analyse des transcriptions vidéo, des séances du groupe IREM et des bilans des enseignants de fin d'année 2012, a mis en évidence que les enseignants ont fait évoluer progressivement leur pratique de différenciation en adaptant les ressources de différenciation proposées.

Pour chaque enseignant, nous proposons une analyse en fonction des critères suivants :

- Evolution des OM et OD dans l'enseignement du calcul sur les expressions algébriques
  - Différenciation des Devoirs à la Maison et d'exercices dans d'autres domaines
- Evolution du niveau des justifications et du niveau technologique
- Evolution de la place des mises en commun et des institutionnalisations lors des séances de différenciation

### 1. Le cas de Caroline

Caroline, enseignante dans un lycée avait peu l'habitude d'organiser un enseignement différencié en seconde par manque de temps. L'utilisation des résultats du test diagnostique, lui a permis d'organiser des séances différenciées à partir des groupes calculés par le logiciel et des exercices des parcours d'enseignement différencié associés. Au début, elle a éprouvé des difficultés à faire travailler les élèves de sa classe en groupe et sur des sujets différents selon les bilans de compétence des élèves de la classe, bien que les exercices proposés dans les PED correspondant aux mêmes objectifs d'apprentissage et permettent de faire travailler l'ensemble des élèves sur les mêmes connaissances. Elle a également eu des difficultés d'appropriation des scénarios lors du déroulement de la première séance. Elle a exprimé ceci dans les quelques phrases suivantes :

*« J'ai eu des difficultés à m'approprier quelque chose que je n'ai pas fait moi-même bien que j'étais d'accord avec le scénario sur le déroulement de la séance. J'ai eu l'impression qu'il fallait que je récite une leçon, une impression de ne pas avoir bien appris le texte et donc de ne pas avoir dit les choses les plus importantes au moment où il aurait fallu que je le dise [...] J'ai eu peur du travail en groupe (34 élèves dans la classe). J'ai eu du mal à gérer la séance, je l'ai mal vécu »*

Caroline ajoute concernant le moment de la mise en commun :

*« J'ai eu envie de faire échanger les exercices entre les élèves pour que chacun puisse voir ce que l'autre a fait, mais je n'ai pas eu le temps pour faire une bonne mise en commun. [...]. La mise en commun est une étape un peu difficile.»*

En ce qui concerne l'aide proposée aux élèves dans la dernière page des parcours différenciés elle souligne :

*« Je n'ai pas utilisé l'aide en papier. L'aide est plus utile lorsque l'élève n'a pas la chance d'avoir le professeur à ses côtés. En classe, le professeur est l'aide. La troisième page (ou il y avait l'aide), si elle n'y était pas, ceci n'aurait pas changé grand-chose ! »*

- Evolution des OM et OD dans l'enseignement du calcul sur les expressions algébriques

Lors de la seconde année d'expérimentation, son discours a radicalement changé. En effet, Caroline se montre beaucoup plus à l'aise dans cette « nouvelle pratique ». Elle a réussi à s'approprier les ressources de différenciation que nous lui proposons. Elle a inclus les nouveaux

exercices en faisant évoluer l'organisation mathématique relatif au calcul algébrique sur les expressions algébriques et en incluant des nouveaux types de tâches pour travailler l'équivalence des expressions dans des tâches pour étudier si des égalités sont toujours vraies ou la preuve de propriétés. Caroline exprime ceci dans les phrases suivantes :

*« Ce qui m'a surtout frustré l'an dernier, c'est que j'avais totalement détaché ce qui a été fait ici (au sein du groupe IREM) de ce que je faisais dans ma progression. J'aimerais cette année intégrer ce que nous faisons un peu plus dans ma progression [...] Je comprends mieux les objectifs, je peux donc réutiliser ce que qu'il y a déjà dans le test Pépite pour, par exemple, lancer mon chapitre. » (..)*

Elle indique que

*« Le test de début d'année (sur Labomep) m'a paru très intéressant notamment par les exercices posés et par l'implication des élèves au cours de ce test. Cette année, ce test a été plaqué sur ma progression : je pense qu'il faudrait faire ce test vraiment en tout début d'année (avant tout travail en calcul littéral), se servir de la correction pour retravailler certaines notions et bâtir la progression de l'année en calcul littéral ou au moins les premières séances de liaison entre le collège et le lycée ; cela permettrait de construire plus de séances différenciées avec, par exemple, l'utilisation des exercices interactifs présents sur Sésamath (cela permettrait d'utiliser la motivation des élèves face à l'outil informatique - je vais d'ailleurs tester dès cette année une séance de ce type avec mes élèves et même si je ne pourrais pas bien en mesurer l'impact, elle me permettra d'avoir une base pour l'année prochaine). »*

C'est ce qu'elle a mis en place cette année avec une assez grande satisfaction quant à la cohérence obtenue sur sa progression en algèbre.

De plus, la collaboration au sein du groupe IREM avec des chercheuses en didactique et des enseignants de collège semble avoir beaucoup influé sur les conceptions d'enseignement de Caroline.

*« Je suis toujours ressortie de ces réunions en ayant fait bougé ma réflexion et mes « certitudes » : cela s'est ressenti dans mon travail avec ma classe cette année (discours de transmission des connaissances un peu différent) mais devrait surtout modifier mon travail l'année prochaine : je pense intégrer le test et les différentes séances différenciées de manière plus précise dans ma progression. Enfin, lors du contrôle commun de seconde, le professeur qui a corrigé les copies de mes élèves a remarqué leur volonté de traiter les questions de calcul littéral (« ils calculent davantage que les autres » m'a-t-elle dit, ce qui n'a pas été le cas des autres classes) et avec une certaine réussite dans ce traitement. »*

- *Différenciation des Devoirs à la Maison et d'exercices dans d'autres domaines*

Désormais, Caroline n'utilise pas ces ressources uniquement dans le cadre du calcul algébrique mais aussi dans d'autres domaines de l'algèbre et de la géométrie. Effectivement, depuis le début de cette nouvelle année scolaire, Caroline a fait des séances différenciées sur *LaboMeP* en classe avec ses élèves de seconde, elle a également fait des devoirs maisons différenciés en se basant sur les résultats du test Pépite et sur ses représentations personnelles des élèves de cette seconde.

- *Evolution de la place des mises en commun et des institutionnalisations lors des séances de différenciation*

Cette année, elle s'est sentie plus à l'aise dans la gestion de sa séance différenciée (gestion des différents groupes d'élèves et du moment de la mise en commun) grâce à son expérience de l'année précédente et aux échanges lors du groupe IREM portant sur l'organisation des phases de mise en commun et d'institutionnalisation.

*« Je vais également prendre les résultats de ce test pour faire des petits groupes et leur faire des exercices que j'aurais trouvé sur Sésamath. J'envisage de le faire régulièrement »*

- **Evolution du niveau des justifications et du niveau technologique**

Caroline ne cesse de faire évoluer son usage des ressources de différenciation que nous lui avons proposées. Elle intègre davantage les justifications s'appuyant sur l'équivalence des expressions et des modes de contrôle mobilisant des raisonnements sur la structure des expressions, la dialectique algébrique / numérique, au cours du calcul algébrique

## 2. Le cas de Garance

Garance, enseignante dans un collège a expérimenté les pratiques de différenciation proposées ainsi que les ressources associées dans deux de ses classes de troisième durant l'année scolaire 2011/2012. Elle a également éprouvé des difficultés d'appropriation de ces ressources lors de sa première expérience mais elle a été déjà plus à l'aise lors de l'expérimentation avec la deuxième classe. Elle exprime ceci comme suit :

*« Je n'ai pas très bien vécu la première séance différenciée, j'étais très stressée du fait que le plan de classe soit tellement différent, j'ai eu l'impression que les élèves n'étaient pas très motivés [...] à la mise en commun, finalement, je me suis rendue compte qu'il y a eu beaucoup de choses qui sont ressorties et que les élèves ont travaillé. La deuxième séance s'est mieux passée car j'ai fait évoluer les scénarios comme je l'ai senti »*

- **Evolution des OM et OD dans l'enseignement du calcul sur les expressions algébriques**

Depuis 2011, Garance a mis en place des séances de « calcul mental sur les expressions algébriques » pour travailler des types de tâches peu travaillés.

*« L'impact essentiel sur ma pratique a été de confirmer l'utilité de la pratique des calculs de début d'heure et d'en faire évoluer leur contenu (égalités vraies pour toutes les valeurs, propositions à démontrer, vérification). »*

Elle a donc fait évoluer l'organisation mathématique globale relative au calcul algébrique sur les expressions en incorporant des types de tâches absentes ainsi que l'organisation didactique en donnant plus d'importance à l'institutionnalisation sur des modes de justification utilisés pendant le contrôle du calcul algébrique. Elle a proposé d'autres types d'exercices comme elle l'indique dans son bilan :

*« --- Le travail sur les égalités. Il permet de faire émerger des erreurs, de les analyser et ainsi de les proscrire mais aussi de travailler sur le statut de la lettre, qui peut être remplacée par n'importe quel nombre et insister sur le fait que les règles de calculs restent les mêmes ( $3x$  n'est pas égal à  $3 + x$ ). Il amène à introduire la notion de contre exemple et de vérification. Ce type d'exercice est très complet, facile à mettre en œuvre et rentre tout à fait dans mes exercices de début d'heure. C'est un moyen efficace de travailler l'algèbre sous toutes ses formes et toute l'année.*

*--- Les énoncés à démontrer du type : le carré d'un nombre pair est---il toujours un nombre pair ? Ils ont permis d'accentuer le statut de la lettre comme un outil de preuve et d'utiliser les règles de calculs algébriques. Ces exercices justifient l'utilisation de l'algèbre. De la même manière que les égalités, ce sont des exercices de début d'heure complets et pratiques. Les exercices concernant les aspects structural et procédural des expressions en les associant à d'autres représentations et les changements de cadres (numériques et géométriques) n'appartiennent pas du tout à ma pratique. Il me semble intéressant de les intégrer. Une idée pour l'année prochaine... »*

Tout comme Caroline, Garance n'avait pas perçu l'utilité de donner une page apportant de l'aide aux élèves pendant la séance différenciée et particulièrement à la façon la plus appropriée de les gérer. A la fin de l'année scolaire 2011/2012 Garance a fini par intégrer ce fonctionnement dans sa pratique en classe d'une manière assez spontanée. En effet, maintenant, lorsque Garance prévoit de faire une séance d'exercices différenciés (séances proposées assez régulièrement), elle prévoit une page donnant de l'aide aux élèves.

- *Evolution du niveau des justifications et du niveau technologique*

Garance a réfléchi sur les justifications utilisées pour contrôler les étapes du calcul algébrique et a fait évoluer le niveau des justifications utilisées.

*« (...) Ce travail m'a également fait réfléchir sur les méthodes de contrôle que je transmettais à mes élèves et comment je les transmettais. J'ai réalisé à quel point c'était implicite et que je n'explicitais les vérifications que lorsque c'était faux. J'ai institutionnalisé dans le cours différentes techniques de vérification mais finalement la véritable institutionnalisation s'effectue dans la répétition. « Comment je fais pour vérifier que mon calcul est vrai » « Pourquoi je suis sûre que ce qu'il a fait est faux ? ». Les calculs de début d'heure se prêtent particulièrement à ce genre de travail. Cette prise de conscience m'a permis d'explicitier les moyens de vérifications avec d'autres classes notamment en 6ème avec la notion d'ordre de grandeur pour les opérations, de cohérence pour les grandeurs (conversions, utilisations du rapporteur.. .) ou encore vérifier que l'hypoténuse est le plus grand côté lorsqu'ils utilisent Pythagore ou la trigonométrie. La vérification ne prend sens que lorsqu'elle est intégrée au travail mathématique et pas seulement en algèbre et en 3ème. »*

- *Evolution de la place des mises en commun et des institutionnalisations lors des séances de différenciation*

Cette nouvelle pratique s'est étendue sur sa classe de 6<sup>e</sup>.

*« Mon troisième questionnement se rapportait à la mise en place dans ma pratique de la différenciation en algèbre. Comment j'allais faire lorsque Julia et Soraya ne seraient plus là ? J'ai réfléchi à comment je pouvais concevoir une séance de différenciation sans que cela me prenne 3 heures de préparation et en me facilitant l'institutionnalisation. Le plus efficace était pour moi de donner le même exercice (l'objectif est clairement le même) mais avec des « valeurs » des variables didactiques différentes. J'ai compris l'utilité de l'aide, qui jusqu'à présent ne m'était pas apparue. Je n'ai pas encore conçu d'exercices se rapportant à l'algèbre en 3ème mais cette idée a conduit à la mise en place d'exercices différenciés en 6ème. »*

### 3. Le cas de Fabien

Fabien, enseignant au collège a commencé à travailler avec nous (avant l'existence du groupe IREM « différenciation dans l'enseignement de l'algèbre » c'est-à-dire courant l'année scolaire 2010/2011).

- *Evolution des OM et OD dans l'enseignement du calcul sur les expressions algébriques*

Les difficultés de cet enseignant liées aux changements de pratique, comme pour les deux précédents, s'est située au niveau de l'appropriation de scénarios et d'objectifs qui n'étaient pas pensés par lui-même. Il a exprimé ceci comme suit :

*« Comme pour tout dispositif, la difficulté a été pour moi de m'approprier des objectifs et modalités qui n'avaient pas été pensés par moi même, d'arriver à insérer ce travail dans mon travail avec les classes concernées, et enfin de créer (...) les articulations entre le travail différencié, et l'avant et l'après »*

Après une première expérimentation de Fabien courant l'année scolaire 2010/2011 qui lui a paru loin d'atteindre les objectifs fixés, il a finalement, réussi courant l'année 2011/2012 à être davantage satisfait de son travail ainsi que de celui de ses élèves lors des séances différenciées et il en est de même pour sa séance faite cette année. Il a inséré les nouveaux types de tâches proposés dans sa progression pour travailler des aspects de l'algèbre peu présents : équivalence des expressions, appui sur la structure des expressions pour mobiliser une propriété adaptée en fonction du calcul effectué, ... Il a exprimé ceci comme suit :

*« Je trouve que la séance (2011) était productive, j'étais un peu plus sollicité que d'habitude, les élèves essayaient vraiment mais beaucoup n'étaient pas autonomes »*

Fabien souligne dans le bilan sur sa collaboration au sein du groupe IREM :

*« Le fait de retravailler la différenciation maintenant avec mon expérience et dans ce groupe m'a sans aucun doute permis de donner plus facilement une place et des utilisations possibles à ce dispositif de différenciation par rapport aux autres modalités de travail que je me suis déjà appropriées. La différenciation a ainsi gagné un espace de faisabilité dans ma pratique »*

Désormais, cette nouvelle pratique d'enseignement différencié en algèbre élémentaire ainsi que l'utilisation des ressources qu'elle implique est devenu une activité presque « ordinaire » dans l'enseignement que Fabien offre à ses élèves.

Il souligne ainsi à la fin de l'année scolaire 2011/2012:

*« Cette deuxième année, ce travail s'est assez bien intégré dans mon travail avec la classe. C'était un (ou plusieurs) maillon à part entière de ma séquence. J'ai ainsi vu qu'il était possible de faire travailler les élèves sur des supports différents, avec néanmoins le même objectif de notion ou de méthode à acquérir. Cela m'a incité à oser tenter seul l'expérience avec la même classe un peu plus tard, avec un sujet pas très réfléchi fait par moi-même »*

Durant cette année, Fabien continu a intégrer les ressources de différenciation dans sa pratique en classe, il a fait passer le test Pépite, fait la séance différenciée en choisissant lui-même et sans notre aide (comme pour les deux autres enseignants) les parcours qui lui semblaient le plus adaptés pour remédier aux difficultés de ses élèves. Il a exprimé ceci comme suit :

*« L'an dernier ça faisait déjà la deuxième année dans laquelle j'ai travaillé avec vous. L'an dernier ça commençait à avoir déjà plus de sens pour moi et ça rentrait déjà un peu plus dans ce que je faisais. En fait, j'avais réussi à l'inclure. Dans l'utilisation que nous faisons dans la classe, il y a beaucoup de chose : le test, les séances différenciées qui se sont bien callées (elles ont fini par faire entièrement partie de ma progression). En revanche, le test je ne l'ai pas réutilisé mais je l'ai utilisé uniquement pour me débarrasser de cette question des groupes. Je dis me débarrasser parce que je ne me vois pas faire tout le test seul et revenir dessus avec les élèves (pour une question de temps) mais je pense que l'idée de cibler les exercices est intéressante soit pour démarrer quelque chose soit revenir sur quelque chose [...]. J'envisage même de faire des séances différenciées même en dehors de l'algèbre ».*

- *Evolution de la place des mises en commun et des institutionnalisations lors des séances de différenciation*

Il a continué à mettre en place des phases de mise en commun pour comparer les procédures des élèves en termes de justifications utilisées et de coût, et à conclure par une phase d'institutionnalisation pour dégager les savoirs à retenir.

#### 4. Le cas de Bruno

Pour terminer nous présentons l'évolution des Bruno sur la conception et l'organisation de la différenciation de l'enseignement :

*« Il s'agissait (...) d'appréhender l'apprentissage de l'algèbre par un travail de différenciation, « chose » jusqu'alors un peu floue pour moi. Je « gérais l'hétérogénéité » pendant des séances où je retrouvais mes élèves en demi-classe ou en très petits groupes (5-7 élèves), mais rarement en classe entière et surtout l'objectif de la séance n'était pas le même pour tout le monde. C'est ce qui a été nouveau pour moi cette fois-ci : l'idée d'enseigner la même chose aux élèves en adaptant l'apprentissage me paraît maintenant une évidence qui répond précisément aux impératifs d'apprentissage dont tout élève doit pouvoir bénéficier. »*

- **Evolution des OM et OD dans l'enseignement du calcul sur les expressions algébriques**

Bruno a beaucoup fait évoluer l'organisation mathématique relatif à l'algèbre élémentaire et les objectifs d'apprentissage visés. Il a complété les genres de tâches « développer, factoriser » par des genres de tâches impliquant l'algèbre comme outil de résolution de problème et comme moyen de trouver des stratégies de calcul adaptés au but visé en prenant en compte la structure des expressions et leur équivalence.

*« Ce travail m'a fait totalement redéfinir les objectifs de ma séquence dédiée au développement des expressions littérales en algèbre en classe de 3e (et en 4e par ricochet). De « savoir développer, savoir calculer une expression pour une valeur donnée » (...) ils ont évolué en « comprendre l'utilité du passage à l'algèbre et l'utilité de savoir transformer les expressions » et un travail sur l'identification de la lettre comme variable. Autrement plus ambitieux, plus intéressant, et surtout plus efficace car à l'arrivée les élèves ont bien mieux négocié ce chapitre que ceux des années précédentes me semble-t-il.*

- **Evolution du niveau des justifications et du niveau technologique**

Bruno a considérablement fait évoluer le niveau des justifications et a modifié l'usage de l'interprétation des expressions et de la vérification des transformations dans son enseignement du calcul algébrique.

Nous rendons compte de cette évolution à travers une partie du bilan écrit par Bruno :

**« La dynamique des expressions littérales**

*J'ai beaucoup plus travaillé sur le sens de la lettre dans une formule et sur la perception d'une expression littérale comme un objet mathématique dynamique, c'est-à-dire d'une part pouvant « changer d'apparence » sans changer son résultat, et d'autre part pouvant aboutir à des résultats différents pour un choix différent de la valeur donnée à la variable. Les élèves ont donc été amenés à manipuler, voire à torturer les expressions afin d'en tirer le meilleur, à savoir : les comparer, permettre la résolution de problèmes ou d'équations, ... Présentant alors un intérêt manifeste, les élèves leur ont donné plus de sens. En guise d'outils, les programmes de calcul ont pris beaucoup plus de place dans mon enseignement cette fois-ci.*

**La comparaison d'expressions**

*J'ai dû insister plusieurs fois sur la méthode de comparaison d'expressions (je ne le faisais pas jusqu'à lors, prenant déjà pas mal de temps pour apprendre à bien transformer les expressions correctement). Chez les plus faibles, l'idée qu'elles pouvaient être égales pour le choix de 15 valeurs mais différentes pour la 16e avait du mal à passer. L'un d'eux m'a d'ailleurs donné une très bonne image (à mon avis) pour le faire comprendre : ça n'est pas parce qu'en lançant 5 fois une pièce de monnaie on a obtenu 5 fois pile, que cela sera vrai la 6e fois aussi ! Quand aux meilleurs, certains d'entre eux, dans un souci de rapidité, ne testaient pas les expressions en choisissant des valeurs mais passaient tout de suite à la transformation. Ils n'allaient d'ailleurs en général pas jusqu'au bout lorsqu'ils « voyaient » qu'elles étaient différentes ( $2x + 3$  et  $2x - 5$  par exemple) et n'effectuaient donc pas un calcul qui permettrait de les distinguer rigoureusement. Difficile de les en blâmer lorsque cette pratique ressemble d'assez près à la mienne...*

**La vérification**

*J'ai par ailleurs beaucoup plus insisté sur la vérification des résultats cette fois-ci, sans pour autant*

*l'institutionnaliser formellement. Mais il s'est avéré qu'à chaque fois celle-ci permettait de redonner du sens à la lettre ou à l'expression en tant que telle. Je compte lui donner une place plus grande dans les limites du temps supplémentaire qu'elle nécessite. A l'instar de quelques bons élèves qui m'ont dit : « je n'ai pas besoin de vérifier, je sais que je ne me suis pas trompé ». Et en effet, ils ne s'étaient pas trompés...*

*Mes dernières évaluations comportaient par ailleurs une question du genre : « explique comment tu as fait pour vérifier ta réponse ». Cette question s'est avérée très pertinente : elle demande à l'élève la mise en œuvre d'une nouvelle connaissance et l'oblige à vérifier. Faut-il y voir un lien ? Pour la première fois de ma longue et riche carrière, et cela concernait une autre question, une élève a fait apparaître sur sa copie un « ? » après avoir mis en évidence deux résultats distincts pour une même question. L'un avait été obtenu par l'application d'une formule à une valeur, l'autre par l'application à cette même valeur du programme de calcul correspondant. (...)*

*J'ai aimé enseigner ce chapitre, contrairement aux années précédentes où je m'y ennuyais terriblement. J'ai découvert une façon pertinente de pratiquer la différenciation, que j'ai appliquée par la suite à ma classe de 4e. »*

En conclusion, même si les ressources de différenciation que nous proposons sont très différentes à utiliser et à mettre en place par rapport aux dispositifs habituels, car construites sur les besoins d'apprentissage des élèves repérés à partir d'un test diagnostique, les usages des ressources ont beaucoup évolué comme en témoignent nos expérimentations avec les enseignants ainsi que leurs témoignages et commencent à favoriser certains aspects de l'activité algébrique des élèves comme en témoignent l'évolution de leur bilan de compétence présentés dans le paragraphe 6.1.

## Contribution de Sésamath

Coordonnée par Arnaud Rommens et Sébastien Hache

La première contribution de Sésamath a consisté à régler les problèmes techniques posés par le déploiement sur la plateforme *LaboMep* des logiciels développés par les chercheurs. Ces problèmes et leurs solutions ont été décrits dans le rapport intermédiaire de 2011.

La deuxième contribution, non moins importante, porte sur la conception des interfaces à destination des enseignants. Pour ceci, une méthodologie de conception participative a été mise en place afin de faciliter la prise en main par les enseignants des outils développés par les équipes de recherche. Ces éléments sont présentés dans les annexes 5 (interface) et 4 (parcours différenciés).

La troisième contribution concerne l'indexation des exercices des parcours différenciés décrite dans l'annexe 5 (ontologie).

# Partage et dissémination des connaissances

Coordonnée par F. Chenevotot

Les deux équipes universitaires sont déjà fortement investies dans des formations, soit professionnelles, soit par la recherche, à destination des enseignants. L'expérience de collaboration avec Sésamath a permis à des étudiants en formation initiale d'effectuer des stages sur des sujets novateurs et à des enseignants en formation continue de faire évoluer leur pratique ou de suivre une formation diplômante de niveau master.

De façon plus précise, nous avons proposé :

## **1. Organisation de formations à destination d'enseignants de mathématiques dans les 3 académies d'Ile de France**

*Type de manifestation* : Formation continue des enseignants du second degré, inscrite au PAF.

*Action envisagée* : Stage de 2 jours.

*Public visé* : Enseignants utilisateurs (ou souhaitant le devenir) de la plateforme de Sésamath.

*Partenaires* : PAF des académies de Paris, Créteil et Versailles, IREM de Paris 7.

*Objectifs* : Usages des outils et ressources de la plateforme de Sésamath dans le but de différencier les apprentissages grâce à des parcours différenciés d'apprentissage.

## **2. Création d'un groupe IREM « Différenciation de l'enseignement en algèbre élémentaire »**

Ce groupe existe depuis 2011 et a pour objectif de concevoir et tester les parcours d'enseignement différencié. Il regroupe six enseignants de la région parisienne. Il se réunit une fois par mois pour organiser la conception et la mise en place des expérimentations en classe puis leur analyse. Nous sommes actuellement en cours de conception et de rédaction d'une brochure IREM pour accompagner des enseignants aux usages des ressources de diagnostic et de différenciation en algèbre, ressources papier crayon et numériques sur *LaboMep*.

## **3. Création d'un site d'autoformation des enseignants sur la différenciation des apprentissages en algèbre**

Mise en ligne des parcours avec accompagnement sur la plateforme *LaboMep*. Ce travail se poursuit dans le cadre du groupe IREM

## 4. Formation en master recherche et master professionnel en didactique des mathématiques

*Action ayant eu lieu en 2011, 2012 pour le master recherche* : Module TICE sur le thème des technologies de l'informatique, ressources numériques pour l'enseignement des sciences et leurs usages.

*Public visé* : Étudiants, enseignants.

*Partenaire* : Université Paris Diderot-Paris 7.

*Action ayant eu lieu le jeudi 25 octobre 2012 pour le master professionnel.*

## 5. Formations en informatique

*Type de manifestation* : formation des enseignants

*Action envisagée* : un DU (Diplôme **d'université**) mis en place en collaboration avec la formation continue sur l'utilisation des TICE et un **master 2** spécialité « Ingénierie de la formation en ligne » (une année de formation.)

[http://www.upmc.fr/fr/formations/diplomes/sciences\\_et\\_technologies2/masters2/master\\_sciences\\_et\\_management\\_m1/ingenierie\\_de\\_la\\_formation\\_en\\_ligne.html](http://www.upmc.fr/fr/formations/diplomes/sciences_et_technologies2/masters2/master_sciences_et_management_m1/ingenierie_de_la_formation_en_ligne.html)

*Public visé* : Étudiants, enseignants

*Partenaire* : Université UMPC Paris-Universitas (en collaboration avec le Plan Académique de Formation du rectorat de Créteil).

## 6. Participation à des colloques nationaux et internationaux

ICWL 2011, Ecole d'été sur les ontologies 2011, EMF2012, ICME 2012, CERME 2013, CITAD4 2013

*Public visé* : Chercheurs, Doctorants, Enseignants de Sésaprof, membres de Sésamath

## 7. Participation à des séminaires

Séminaire AIDA- équipe projet soutenu par la région IDF

Séminaire du LDAR Laboratoire André Revuz de l'université Paris Diderot-Paris 7

*Public visé* : Chercheurs, Doctorants, Enseignants de Sésaprof, membres de Sésamath

## 8. Publications

Nos travaux ont fait l'objet de plusieurs publications :

En 2010 : un article de revue.

En 2011 : une communication dans un congrès international d'informatique, deux communications dans des congrès internationaux de recherche sur l'enseignement des mathématiques, deux communications par affiche dans des congrès internationaux, un article dans une revue professionnelle.

En 2012 : un article de revue et trois communications dans des congrès internationaux de recherche sur l'enseignement des mathématiques.

### **Thèses**

Pilet J. (2012) Parcours d'enseignement différencié en algèbre élémentaire : de la modélisation didactique à l'évaluation de leurs usages dans l'enseignement. Thèse de doctorat de l'Université Paris Diderot - Paris 7.

Darwesh A. (2010) Diagnostic cognitif en EIAH : Le système PépiMeP. Thèse de doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie.

### **Articles de revues à comité de lecture**

Grugeon-Allys B., Pilet J., Chenevotot-Quentin F., Delozanne E. (2012) Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. In Coulange L., Drouhard J.P., Dorier J.L. & Robert A. (Eds.), Recherche en Didactique des Mathématiques, Enseignement de l'algèbre élémentaire, Bilan et perspectives, hors-série (pp.137-162). Paris : La pensée sauvage.

Delozanne E., Prévit D., Grugeon-Allys B., Chenevotot-Quentin F. (2010) Vers un modèle de diagnostic de compétence. Revue Techniques et Sciences Informatiques, 29(8-9), 899–938.

### **Communications avec acte dans des congrès internationaux**

Pilet J. (accepté) Implicit learning in the teaching of algebra: designing a task to address the equivalence of expressions. In proceedings of the Eighth Congress of the European society for Research in Mathematics Education CERME8. Antalya, Turquie, 6 au 10 février 2013. 10pp.

Pilet J., Chenevotot F., Grugeon B., El-Kechaï N., Delozanne E. (accepté) Bridging diagnosis and learning of elementary algebra using technologies. In proceedings of the Eighth Congress of the European society for Research in Mathematics Education CERME8. Antalya, Turquie, 6 au 10 février 2013. 10 pp.

Pilet J. (à paraître) Vers la conception d'un modèle de parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. In Bronner A. (Ed.), actes de la 16ème Ecole d'été de Didactique des Mathématiques. Carcassonne, France, 21 au 28 août 2011. 5pp.

Grugeon-Allys B., Chenevotot-Quentin F., Pilet J., Delozanne E. (à paraître) Development and use of a diagnostic tool in elementary algebra using an online item bank. In Proceedings of International Congress on Mathematical Education ICME2012. Séoul, Corée, 8 au 15 juillet 2012. 9 pp.

Chenevotot-Quentin F., Grugeon B., Pilet J., Delozanne E. (2012) De la conception à l'usage d'un diagnostic dans une base d'exercices en ligne. In Dorier J.L. (Ed) Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF2012, Enseignement et contrat social : enjeux et défis pour le 21<sup>ème</sup> siècle (pp. 808-823). Genève, Suisse, 3 au 7 février 2012.

El-Kechaï N., Delozanne E., Prévit D., Grugeon B., Chenevotot F. (2011) Evaluating the performance of a diagnosis system in school algebra. In Leung H. et al (Eds.) Proceedings of ICWL 2011, LNCS 7048 (pp. 263–272). Berlin Heidelberg : Springer-Verlag.

Chenevotot-Quentin F., Grugeon B., Delozanne E. (2011) Vers un diagnostic cognitif dynamique en algèbre élémentaire. In Kuzniak A., Sokhna M. (Eds.) Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF2009, Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation (pp. 827–842). Dakar, Sénégal, du 5 au 10 avril 2009.

Pilet J. (2010) Differentiated learning routes for school algebra using on online database systems. In proceedings of the Fifth YERME Summer school. Poggio San Francesco, Italie, 19 au 24 août 2010 (10pp.).

#### **Communications par affiche avec actes dans un congrès international ou national**

Chenevotot-Quentin F., Grugeon-Allys B. (2011) PepiMEP project: online database systems and differentiated learning routes for school algebra. In Pytlak M., Rawland T. & Swoboda E. (Eds.) Proceedings of the Seventh Congress of the European society for Research in Mathematics Education CERME7 (pp. 2991-2992). Rzeszow, Pologne, 9 au 13 février 2011.

Pilet J. (2011) Differentiated learning routes for school algebra using on online database systems. In Pytlak M., Rawland T. & Swoboda E. (Eds.) Proceedings of the Seventh Congress of the European society for Research in Mathematics Education CERME7 (pp.2918-2919). Rzeszow, Pologne, 9 au 13 février 2011.

#### **Article dans une revue professionnelle**

Grugeon-Allys B., Pilet J., Delozanne E., Chenevotot F., Vincent C., Prévité D., El Kechai N. (2011) PépiMep : différencier l'enseignement du calcul algébrique en s'appuyant sur des outils de diagnostic. *Revue MathémaTICE* 24. 14 pp.

## **9. Formation de jeunes chercheurs au LDAR (Université Paris Diderot)**

Tout d'abord, nous nous sommes investies dans la formation de jeunes.

Julia Pilet a commencé sa thèse en septembre 2009 et l'a soutenue le 11 décembre 2012. Elle a conçu les modèles de parcours d'enseignement différencié et étudie les effets sur l'activité des élèves.

Soraya Bedja a commencé sa thèse en septembre 2010 et est actuellement en 3ème année de thèse. Elle étudie les pratiques d'intégration des ressources de différenciation dans les pratiques des enseignants.

Rebecca Freund, stagiaire du MIT au LDAR a effectué un stage d'une durée de 5 mois de septembre 2011 à février 2012.

## **10. Formation de jeunes chercheurs au LIP6 (Université UPMC)**

Nous nous sommes investies dans la formation de jeunes.

Aso Darwesh (ex- doctorant LIP6) qui a travaillé avec nous en 2010 et obtenu sa thèse en décembre 2010, a obtenu un poste d'enseignant à l'université of Human Development, Sulaiman, Kurdistan irakien.

Josselin Allys (stagiaire ingénieur, 2° année) a terminé son école d'ingénieur et obtenu un CDI dans une société de services informatiques.

Naïma El-Kechaï, dans le cadre de son post-doc, a participé à une université d'été européenne sur les ontologies ; elle a pu mettre à jour ses compétences techniques sur les technologies XML et JAVA et a obtenu un CDI dans une entreprise de e-learning sur un projet voisin de PépiPad.

Yvonnick Labed (stagiaire de M2 en alternance) s'est formé dans le cadre du projet PepiMep en méthodologie de la recherche, en conception centrée utilisateurs et en conception de logiciels pédagogiques et a obtenu son master avec mention TB. Il est actuellement salarié en CDD.

Aous Karoui (stagiaire de M2 en alternance) s'est aussi formé dans le cadre du projet PepiMep en méthodologie de la recherche, en conception centrée utilisateurs et en conception de logiciels pédagogiques.

## Résultats et perspectives

B. Grugeon-Allys et E. Delozanne

L'objectif de ce projet était d'une part de transférer, dans une communauté d'enseignants, des résultats de recherche et d'autre part d'accompagner l'évolution des rapports entre conception, développement et usage de ressources en ligne, pour favoriser des apprentissages en mathématiques. Plus précisément, l'objectif était double :

- Du point de vue de l'association Sésamath, bénéficiant de la mise en place d'une nouvelle version de la plateforme de l'association pour l'enrichir d'outils de diagnostic et de différenciation des apprentissages,
- Du point de vue recherche, bénéficiant d'une plateforme utilisée de façon massive par des enseignants et des élèves pour recueillir des corpus permettant d'évaluer, sur une grande échelle et dans des conditions réelles d'usage, des propositions issues des laboratoires de recherche relatives au diagnostic cognitif et aux stratégies de différenciation des apprentissages.

### Résultats

#### Volet recherche

Les objectifs visés ont été en partie remplis.

D'une part, la collaboration avec l'association Sésamath a permis d'enrichir la nouvelle plateforme *LaboMep* de l'association Sésamath de ressources de diagnostic et de différenciation en algèbre élémentaire dans la transition Troisième / Seconde.

Depuis 2010, un diagnostic automatique en algèbre élémentaire, finalisé en 2011 et 2012 à partir des résultats des élèves au test, est disponible sur *LaboMep* sous plusieurs versions. Une interface retravaillée cette année fournit aux enseignants les bilans de compétences des élèves de leur classe de troisième ou de seconde ayant passé le test diagnostique en algèbre, leur regroupement et des PED adaptés aux besoins d'apprentissage des élèves par groupe (C- à A+), en fonction des objectifs d'apprentissage visés par le professeur. Les parcours d'enseignement différenciés sont en partie développés sur *LaboMep*. Le travail informatique s'est fait en étroite collaboration avec les didacticiennes et l'équipe de Sésamath. Il s'est appuyé sur la conception didactique du modèle des PED (Pilet 2012) puis la formalisation informatique des PED et a bien conduit à la création de ressources de différenciation pour les enseignants. Ce projet a permis d'accompagner l'évolution des rapports entre conception, développement et usage de ressources en ligne, pour favoriser des apprentissages en mathématiques.

Le modèle des PED a été validé d'un point de vue interne et externe.

- Validation Interne
  - La méthode de conception pluridisciplinaire (didactique, informatique, enseignant) a permis la réalisation des PED. L'implémentation du modèle et leur génération automatique a conduit à la caractérisation et au développement de PED valides.
- Validation externe
 

La mise en place des expérimentations dans des classes de troisième et de seconde avec des enseignants du groupe IREM « Différenciation de l'enseignement de l'algèbre élémentaire » a permis

une évolution des usages des ressources de différenciation dans les pratiques habituelles des enseignants (Cf. paragraphe 6.2), une évolution de leur rapport à l'algèbre et à son enseignement, des évolutions des praxéologies apprises de leurs élèves (Cf. Paragraphe 6.1).

Ces résultats sont à confirmer dans des expérimentations à plus large échelle et lors d'usages des ressources de diagnostic et de différenciation sur *LaboMeP* en dehors de l'équipe de recherche.

### **Volet formation**

En *informatique*, Aso Darwesh (ex- doctorant LIP6), Naïma El-Kechaï ex Post-doc et les étudiants en master 2, ont acquis dans ce projet une expérience de développement collaboratif et de mise en application des normes et standards concernant l'indexation pédagogique. Aso Darwesh, Josselin Allys, Naïma El-Kechaï, Yvonnick Labed ont très rapidement trouvé un emploi.

En *didactique des mathématiques*, J. Pilet, S. Bedja et les étudiants en master2 de didactique des disciplines, ont acquis des connaissances théoriques et méthodologiques relatives à la didactique de l'algèbre, aux technologies informatiques, à leurs usages et intégration dans l'enseignement des mathématiques. J. Pilet a terminé sa thèse et l'a soutenu brillamment le 11 décembre 2012. Le jury a vivement apprécié son travail de recherche mené dans le contexte du projet PICRI qui articule travail théorique, développement informatique, production de ressources issues de la recherche et usages dans l'enseignement.

Les enseignants d'Ile-de-France bénéficient dès maintenant de l'utilisation de la plateforme et des enseignants ont bénéficié de quatre types de formation :

- En informatique à l'UPMC-Paris Universitas (avec le Plan Académique de Formation de Créteil) :
  - o Un DU (Diplôme d'université) mis en place en collaboration avec la formation continue sur les limites et l'utilisation des TICE,
  - o Un master 2 spécialité « Informatique pour la formation en ligne » ;
- en didactique, sur le thème « nouvelles technologies », en particulier des ressources numériques pour l'enseignement des sciences et de leurs usages :
  - o En didactique des mathématiques : le module "TICE" du Master Didactique des disciplines, de l'université Paris Diderot-Paris7,
  - o En formation continue : des stages de formation continue dans le cadre du PAF pour le second degré, des académies de Paris, Créteil et Versailles sont prévus ont 2013.

### **Volet dissémination**

Le projet visait, d'une part, la mise à disposition libre et gratuite, sur une plateforme fréquentée par des milliers d'élèves et d'enseignants, d'outils de diagnostic et de différenciation conçus dans le monde de la recherche et adaptés pour une utilisation par un large public. Cet objectif est largement réalisé : dès le quatrième semestre 2012, 106 séances de tests diagnostiques ont été créées par 106 professeurs, 1548 élèves ont effectué au moins un test, 62 séances LaboMeP ont été créées avec les PED (version statique).

D'autre part, ce projet a déjà soutenu la réalisation de 2 thèses et a permis la réalisation de stages de master. Il a donné lieu à des publications scientifiques (STICEF, RDM) ou associées à des colloques nationaux et internationaux (ICWL 2011, EMF2012, ICME 2012, CERME 2013) (Cf. paragraphe publication), à des séminaires (séminaire AIDA- équipe projet soutenue par la région IDF, séminaire du laboratoire André Revuz de l'université Paris Diderot-Paris 7).

### **Perspectives**

Plusieurs perspectives sont envisagées dans différentes directions :

- Il s'agit d'abord de poursuivre l'analyse des usages de PED par les enseignants, tant dans le cadre du groupe IREM que sur *LaboMeP*, pour confirmer les résultats obtenus, préciser les évolutions des bilans de compétences des élèves, affiner voire catégoriser les usages de ressources de différenciation par les enseignants.

Une des perspectives est de poursuivre la création de ressources pour accompagner les enseignants dans la mise en œuvre des PED. C'est un des objectifs de la thèse en cours de S. Bedja.

- Une perspective à moyen terme est de transférer la méthodologie de recherche pour concevoir des PED au-delà du domaine des expressions algébriques.
- Une autre perspective à moyen terme est de réaliser une analyse quantitative à grande échelle de l'évolution des OM apprises des élèves suite à l'utilisation des PED. Pour ceci, il sera nécessaire de concevoir et de développer des ressources interactives pour peupler les PED et permettre ainsi la constitution de traces puis leur analyse, tant du côté de l'apprentissage des élèves que du côté des usages des PED par les enseignants.



## Bibliographie

Coordonnée par F. Chenevotot

Abboud-Blanchard M., Cazes C., Vandebrouck F. (2008) Des enseignants intégrant des ressources de mathématiques en ligne dans leurs classes. In *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 319-344). Toulouse : Octarès.

Abboud-Blanchard M., Cazes C., Vandebrouck F. (2007) Teachers' activity in exercises-based lessons, some case studies. In *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education CERME* (pp. 1827-1836).

Artigue M., Gueudet G. (2008) Ressources en ligne et enseignement des mathématiques. In *Actes de l'Université d'été de mathématiques, Saint-Flour*. [http://www3.ac-clermont.fr/pedago/math/pages/UE2008/prog\\_UE\\_2008.htm](http://www3.ac-clermont.fr/pedago/math/pages/UE2008/prog_UE_2008.htm)

Artigue M. (dir), Abboud-Blanchard M., Cazes C., Vandebrouck F. (2006) Suivi de l'expérimentation de la région Ile de France : ressources en ligne pour l'enseignement des mathématiques en classe de seconde. Rapport interne IREM de Paris 7.

Brousseau (1988) Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(3), 303–336.

Bruillard E., Delozanne E., Leroux P., Delannoy P., Dubourg X., Jacoboni P., Lehuen J., Luzzati D., Teutsch P. (2000) Quinze ans de recherche sur les sciences et techniques éducatives au LIUM. *Education et informatique. Hommage à Martial Vivet. Sciences et Techniques éducatives*, 7(1) 87-145.

Castela C. (2008) Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'apprentissage. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 28(2), 135–182.

Chenevotot-Quentin F., Grugeon B., Pilet J., Delozanne E. (2012) De la conception à l'usage d'un diagnostic dans une base d'exercices en ligne. In Dorier J.L. (Ed) *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF2012, Enseignement et contrat social : enjeux et défis pour le 21ème siècle* (pp. 808-823). Genève, Suisse, 3 au 7 février 2012.

Chenevotot-Quentin F., Grugeon-Allys B. (2011) PepiMEP project: online database systems and differentiated learning routes for school algebra. In Pytlak M., Rawland T. & Swoboda E. (Eds.) *Proceedings of the Seventh Congress of the European society for Research in Mathematics Education CERME7* (pp. 2991-2992). Rzeszow, Pologne, 9 au 13 février 2011.

Chenevotot-Quentin F., Grugeon B., Delozanne E. (2011) Vers un diagnostic cognitif dynamique en algèbre élémentaire. In Kuzniak A., Sokhna M. (Eds.) *Actes du colloque Espace*

Mathématique Francophone EMF2009, Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation (pp. 827–842). Dakar, Sénégal, du 5 au 10 avril 2009.

Chevallard Y. (2002) Structures & fonctions. In Dorier J.-L., Artaud M., Artigue M., Berthelot R., Floris R. (Eds.) Actes de la XI<sup>ème</sup> école d'été de Didactique des Mathématiques (pp.3–32). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Chevallard Y. (1992) Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 73-111.

Darwesh A. (2010) Diagnostic cognitif en EIAH : Le système PépiMeP. Thèse de doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie.

Delozanne E., Prévit D., Grugeon-Allys B., Chenevotot-Quentin F. (2010) Vers un modèle de diagnostic de compétence. *Revue Techniques et Sciences Informatiques*, 29(8-9), 899–938.

Delozanne É., Prévit D., Grugeon B., Chenevotot F. (2008) Automatic Multi-criteria Assessment of Open-Ended Questions: a case study in School Algebra. In proceedings of ITS'2008. Montréal, Canada, juin 2008. LNCS 5091, Springer, 101-110.

Delozanne E. (2006) Interfaces en EIAH. Environnements informatiques pour l'apprentissage humain, Collection IC2. In Grandbastien M., Labat J.-M. (Eds.), chapitre 10, (pp. 223-248). Paris : Hermes-Lavoisier.

Delozanne É., Vincent C., Grugeon B., Gélis J.-M., Rogalski J., Coulange L. (2005) From errors to stereotypes: Different levels of cognitive models in school algebra. In Richards G. (Eds), *Proceedings of World Conference on E-Learning in Corporate, Government, Healthcare, and Higher Education 2005* (pp. 262-269). Chesapeake, VA: AACE.

Delozanne É., Grugeon B. et al (2005) Projet de recherche « Modélisation et mise en œuvre d'environnements informatiques pour la régulation de l'apprentissage, le cas de l'algèbre avec le projet LINGOT ». Rapport de recherche, Programme « Ecole et Sciences Cognitives : les apprentissages et leur dysfonctionnement » du MRT.

El-Kechaï N., Delozanne E., Prévit D., Grugeon B., Chenevotot F. (2011) Evaluating the performance of a diagnosis system in school algebra. In Leung H. et al (Eds.) *Proceedings of ICWL 2011*, LNCS 7048 (pp. 263–272). Berlin Heidelberg : Springer-Verlag.

Grugeon-Allys B., Chenevotot-Quentin F., Pilet J., Delozanne E. (à paraître) Development and use of a diagnostic tool in elementary algebra using an online item bank. In *Proceedings of International Congress on Mathematical Education ICME2012*. Séoul, Corée, 8 au 15 juillet 2012. 9 pp.

Grugeon-Allys B., Pilet J., Chenevotot-Quentin F., Delozanne E. (2012) Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. In Coulange L., Drouhard J.P.,

Dorier J.L. & Robert A. (Eds.), Recherche en Didactique des Mathématiques, Enseignement de l'algèbre élémentaire, Bilan et perspectives, hors série (pp.137-162). Paris : La pensée sauvage.

Grugeon-Allys B., Pilet J., Delozanne E., Chenevotot F., Vincent C., Prévôt D., El Kechai N. (2011) PépiMep : différencier l'enseignement du calcul algébrique en s'appuyant sur des outils de diagnostic. Revue MathémaTICE 24. 14 pp.

Grugeon-Allys B. (2008) Quelques apports de l'analyse multidimensionnelle : activités des élèves et pratiques des professeurs de mathématiques; vers une modélisation. Habilitation à diriger des recherches, Université Paris Diderot-Paris7.

Grugeon B., Delozanne E. (2003) EIAH et apprentissage de l'algèbre élémentaire : les projets Pépite et Lingot. In Durand-Guerrier V., Tisseron C. (Eds) Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques, année 2003 (pp. 11-43).

Grugeon B. (1997) Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire. Recherches en didactique des mathématiques, 17(2), 167-210.

Grugeon B. (1995) Etude des rapports institutionnels et des rapports personnels des élèves à l'algèbre élémentaire dans la transition entre deux cycles d'enseignement : BEP et Première G. Thèse de doctorat de l'Université Paris 7.

Gueudet G., Soury-Lavergne S., Trouche L (2008) Soutenir l'intégration des TICE : quels assistants méthodologiques pour le développement de la documentation collective des professeurs ? Exemples du SFoDEM et du dispositif Pairform@nce. In Actes du Colloque « Approches plurielles en didactique des mathématiques » DIDIREM 2008. Paris : Université Paris 7.

Gueudet G., Trouche L. (2008b) La documentation des professeurs de mathématiques. In Séminaire national de didactique des mathématiques, ARDM, IREM Paris 7.

Gueudet, G., Trouche, L. (2008a) Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés. Le cas des mathématiques. Education et Didactique, 2(3), 7-33.

Jean S. (2000) Pépite un système d'assistance au diagnostic de compétences. Thèse de l'Université du Maine.

Larguier M. (2012) La connaissance des différents types de nombres : un problème de la profession en seconde. Recherche en Didactique des Mathématiques, 32(1), 101-144.

Larguier M. (2009) La construction de l'espace numérique et le rôle des reprises en classe de seconde : un problème de la profession. Thèse de doctorat de l'Université de Montpellier II.

Pilet J. (accepté) Implicit learning in the teaching of algebra: designing a task to address the equivalence of expressions. In proceedings of the Eighth Congress of the European society for Research in Mathematics Education CERME8. Antalya, Turquie, 6 au 10 février 2013. 10pp.

Pilet J. (à paraître) Vers la conception d'un modèle de parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. In Bronner A. (Ed.), actes de la 16ème Ecole d'été de Didactique des Mathématiques. Carcassonne, France, 21 au 28 août 2011. 5pp.

Pilet J., Chenevotot F., Grugeon B., El-Kechaï N., Delozanne E. (accepté) Bridging diagnosis and learning of elementary algebra using technologies. In proceedings of the Eighth Congress of the European society for Research in Mathematics Education CERME8. Antalya, Turquie, 6 au 10 février 2013. 10 pp.

Pilet J. (2012) Parcours d'enseignement différencié en algèbre élémentaire : de la modélisation didactique à l'évaluation de leurs usages dans l'enseignement. Thèse de doctorat de l'Université Paris Diderot - Paris 7.

Pilet J. (2011) Differentiated learning routes for school algebra using on online database systems. In Pytlak M., Rawland T. & Swoboda E. (Eds.) Proceedings of the Seventh Congress of the European society for Research in Mathematics Education CERME7 (pp.2918-2919). Rzeszow, Pologne, 9 au 13 février 2011.

Pilet J. (2010) Differentiated learning routes for school algebra using on online database systems. In proceedings of the Fifth YERME Summer school. Poggio San Francesco, Italie, 19 au 24 août 2010 (10pp.).

Prévit D. (2008) Génération d'exercices et analyse multicritère automatique de réponses ouvertes. Thèse de doctorat de l'Université Pierre et Marie Curie.

Robert A. (2005) Sur la formation des pratiques des enseignants de mathématiques du second degré. Recherche et Formation, 50, 75-89.

Robert A., Rogalski J. (2002) Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. Revue canadienne de l'enseignement des Sciences, des Mathématiques et de la Technologie, 4(2), 505-528.

Vandebrouck, F. (2008). La classe de mathématiques : activité des élèves et pratiques des enseignants. Toulouse : Octarès.

Vanroyen J.P. (2008) Un scénario pédagogique en Terminale S, Mathématique, n°9, mars 2008. <http://revue.sesamath.net/spip.php?article133>

Vincent C., Delozanne E., Grugeon B., Gélis J.-M., Rogalski J., Coulange L. (2005) Des erreurs aux stéréotypes : Des modèles cognitifs de différents niveaux dans le projet Pépite. In Actes de la conférence EIAH2005, Environnements Informatiques pour l'apprentissage humain (pp. 297-308). Montpellier, 25 au 27 mai 2005. Montpellier : INRP.