



**HAL**  
open science

## Gestion du compromis autonomie énergétique-observabilité d'un réseau de capteurs

Didier Georges

► **To cite this version:**

Didier Georges. Gestion du compromis autonomie énergétique-observabilité d'un réseau de capteurs. CIFA 2012 - 7ème Conférence Internationale Francophone d'Automatique, Jul 2012, Grenoble, France. hal-00834649

**HAL Id: hal-00834649**

**<https://hal.science/hal-00834649>**

Submitted on 17 Jun 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Gestion du compromis autonomie énergétique-observabilité d'un réseau de capteurs

Didier GEORGES<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Grenoble INP / Univ. Grenoble 1 / Univ. Grenoble 3 / CNRS, GIPSA-lab UMR 5216,  
F-38402 Saint Martin d'Hères  
didier.georges@grenoble-inp.fr

**Résumé**— Le problème étudié dans cet article concerne la gestion optimale du compromis entre la mobilisation d'un maximum de capteurs, pour garantir l'observabilité du phénomène physique observé, et la minimisation de l'énergie consommée (assurant l'autonomie maximale du réseau). Le problème de la surveillance de la diffusion d'un polluant atmosphérique constitue l'étude de cas étudiée dans cet article. Une méthode à horizon glissant de routage optimal et de gestion de l'activité des capteurs est proposée, ainsi qu'un algorithme pouvant être distribué sur l'ensemble des nœuds du réseau. Par ailleurs, des résultats de simulation sur un réseau de 50 capteurs distribués aléatoirement sur le terrain démontre l'efficacité de l'approche proposée.

**Mots-clés**— Réseaux de capteurs, surveillance environnementale, détection de polluants, routage optimal, minimisation d'énergie, sélection optimale de capteurs, gramien d'observabilité, commande à horizon glissant, décomposition-coordination.

## I. INTRODUCTION

Les réseaux de capteurs permettent d'envisager le déploiement à large échelle de moyens matériels et logiciels adaptés à la surveillance de phénomènes physiques distribués [11], tels que les phénomènes environnementaux (phénomènes climatiques, sismiques, feux de forêts, pollution atmosphérique, des sols ou des rivières ...) ou encore la surveillance d'infrastructures complexes (réseaux de distribution d'eau ou d'énergie par exemple). Dans cet article, nous considérons des réseaux de capteurs définis comme des collections de capteurs autonomes en énergie, dotés de capacité de géolocalisation et de communication sans fil. Ces capteurs sont disséminés de manière aléatoire sur le terrain [4]. Nous considérons le problème de la surveillance de la distribution d'un polluant atmosphérique, par exemple des particules radioactives ou un gaz, sous l'effet du vent. Dans ce contexte des travaux ont été effectués en considérant une distribution régulière sur une grille des capteurs [8]. Ceci présente l'avantage de faciliter la communication à travers le réseau, mais présente de fortes contraintes de mise en œuvre pratique. Au contraire, nous considérons ici la distribution aléatoire des capteurs (par exemple par un dissémination par avion). Cette approche n'est pas sans poser de réelles difficultés [13], comme le problème de la qualité des communications, conduisant à des limites de bande passante et des consommations énergétiques prohibitives [14]. Dans ce contexte, de nombreux travaux ont été consacrés à la définition de protocoles de routage (voir par exemple [1]), [9]). Récemment des stratégies de routage basées sur un modèle dynamique de consommation d'énergie ont été proposées avec l'objectif d'améliorer la durée de vie des réseaux [15]. On peut constater qu'il existe

assez peu de résultats de recherche basés sur des approches optimisées pour une application de surveillance donnée. On peut cependant citer les travaux portant sur le contrôle de couverture à l'aide d'un réseau de capteurs mobiles [4], ou encore le suivi de la distribution d'une pollution chimique par un essaim de robots [17]. Nous nous fixons l'objectif de gérer, de manière optimale et avec une approche par commande prédictive [10], le compromis entre un objectif de maximisation de l'observabilité du phénomène et celui de minimisation de la consommation énergétique du réseau. Une première version de ce travail a été présentée dans [7] sans que ne soit décrit l'algorithme de résolution du problème, dont la structure est tout particulièrement adaptée à une mise en œuvre distribuée sur l'ensemble des nœuds-capteurs du réseau.

## II. MODÉLISATION ET OBSERVATEUR D'ÉTAT POUR LA SURVEILLANCE DE LA POLLUTION

### A. EDP régissant la pollution atmosphérique

La pollution de l'air distribuée sur un domaine 2D  $\Omega$  (en l'absence de réaction chimique) se modélise par une équation aux dérivées partielles de type advection-diffusion (voir par exemple [12] et [16]) de la forme

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial t} + U_x(x, y, t) \frac{\partial z}{\partial x} + U_y(x, y, t) \frac{\partial z}{\partial y} \\ = \frac{\partial}{\partial x} K \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} K \frac{\partial z}{\partial y} + \delta(x - x_s, y - y_s) S(t), \end{aligned} \quad (1)$$

où  $z(x, y, t)$  représente la concentration de l'espèce chimique dans l'air,  $(U_x, U_y)^T$  est le vecteur de la vitesse du vent, que l'on suppose connu ou estimé dans le futur grâce à une prévision météorologique,  $K$  est un coefficient de diffusion supposé connu, et  $S(t)$  est la source de la pollution située à la position  $(x_s, y_s)$ . Il est nécessaire d'introduire des conditions initiales  $z(x, y, t = 0) = z_0(x, y)$  et des conditions aux limites sur la frontière du domaine  $\partial\Omega$  :

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial t}(x, y, t) + \mu_x \frac{\partial z}{\partial x}(x, y, t) \\ + \mu_y \frac{\partial z}{\partial y}(x, y, t) = 0, \quad \forall (x, y) \in \partial\Omega, \end{aligned} \quad (2)$$

où  $(\mu_x, \mu_y)$  désigne le vecteur de la célérité équivalente.

### B. Modélisation en dimension finie

L'obtention d'un modèle de dimension finie se fait de manière standard grâce à la méthode des différences finies

ou une méthode de Galerkin

$$Z_{n+1} = A_n Z_n + B(\theta) S_n \quad (3)$$

$$Y_n = C(V_L, \alpha) Z_n \quad (4)$$

où  $Z_n$  est le vecteur  $N_x \times N_y$  des concentrations  $z$ ,  $z(x_i, y_j, n)$  défini à l'instant  $nT$ , en chaque point de coordonnées  $(x_i = ih_x, y_j = jh_y)$  de la grille, où  $h_x$  et  $h_y$  désignent les pas d'intégration spatiale.  $S_n$  désigne l'amplitude de la source à l'instant  $nT$  et  $Y_n$  est le vecteur de dimensions  $M$  des mesures effectuées par les  $M$  capteurs du réseau.  $A_n$  représente la matrice d'état qui dépend du temps puisque la vitesse du vent peut varier en fonction des conditions météorologiques.  $C(V_L, \alpha)$  est la matrice d'observation qui dépend à la fois du vecteur de localisation  $V_L$  des  $M$  capteurs et de  $\alpha$ , le vecteur d'activité de ces capteurs.  $0 \leq \alpha^i \leq 1$  représente le pourcentage d'activité du capteur  $i$  :  $\alpha^i = 1$ , quand le capteur  $i$  est toujours actif sur la période de temps considérée. Cette métrique particulière peut être interprétée comme le nombre de mesures et de calculs associés nécessaires pour obtenir une mesure fiable du polluant sur la période considérée.  $\alpha^i$  peut aussi être interprété comme un niveau de confiance dans la mesure obtenue sur la période considérée. La sortie de chaque capteur peut être définie en fonction du vecteur d'état en utilisant une approximation bilinéaire :

$$Y_n^i = \alpha^i F_i(V_L^i) Z_n \quad (5)$$

où  $F_i$  est une fonction bilinéaire des coordonnées géographiques  $V_L^i$  du capteur  $i$ .  $\theta$  est le vecteur des coordonnées géographiques  $(x_s, y_s)^T$  de la source  $S_n$ .

### C. Surveillance de la pollution via un observateur de Kalman

On considère maintenant la possibilité de faire varier l'activité des capteurs en supposant que  $\alpha$  dépend de l'instant  $nT$ . Sous l'hypothèse que la localisation de la source  $\theta$  est connue et que l'amplitude de la source de polluant est constante ou varie lentement, tout en restant inconnue, il est possible d'introduire un modèle d'état augmenté :

$$Z_{n+1} = A_n Z_n + B(\theta_n) S_n, \quad (6)$$

$$S_{n+1} = S_n, \quad (7)$$

$$Y_n = C(V_L, \alpha_n) Z_n. \quad (8)$$

Un filtre de Kalman peut ensuite être mis en œuvre pour estimer et prédire la distribution du polluant, ainsi que l'amplitude de la source de pollution :

$$\hat{Z}_{n+1} = A_n \hat{Z}_n + B(\theta_n) \hat{S}_n + L_n^1 (Y_n - C(V_L, \alpha_n) \hat{Z}_n), \quad (9)$$

$$\hat{S}_{n+1} = \hat{S}_n + L_n^2 (Y_n - C(V_L, \alpha_n) \hat{Z}_n), \quad (10)$$

$$(11)$$

où les  $L_n^i$  représentent les gains de l'observateur obtenus à partir de la solution de l'équation de Riccati à temps discret. La matrice de gains de l'observateur est donnée par

$$L_n = A_n^a(\theta_n) M_n C_a^T(\alpha_n) (R + C_a(\alpha_n) M_n C_a^T(\alpha_n))^{-1}. \quad (12)$$

où  $L_n = \begin{pmatrix} L_n^1 \\ L_n^2 \end{pmatrix}$  et  $M$  désigne la matrice définie non négative, solution de l'équation de Riccati de l'observateur :

$$A_n^a(\theta_n) M_n A_n^{aT}(\theta_n) - M_{n+1} + Q - L C_a(\alpha_n) M_n A_n^{aT}(\theta_n) = 0, \quad (13)$$

$$M_0 = S_0,$$

où  $Q$  est la matrice de covariance du bruit d'état,  $R$ , la matrice de covariance du bruit de mesure et  $S_0$ , la matrice de covariance de l'état initial et où  $A_n^a(\theta_n)$  et  $C_a(\alpha_n)$  représentent respectivement la matrice d'état et la matrice d'observation du système augmenté de l'observateur.

$$A_n^a(\theta_n) = \begin{pmatrix} A_n & B(\theta_n) \\ 0_{1 \times N} & 1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$C_a(\alpha_n) = ( C(V_L, \alpha_n) \quad 0_{M \times 1} ) \quad (15)$$

avec  $N = N_x \times N_y$ .

La performance (et même l'existence d'une matrice  $M$ , solution de l'équation de Riccati) dépend des propriétés d'observabilité du système augmenté (6)-(8). L'observabilité peut être évaluée par le gramien d'observabilité transitoire  $P_n$  du système augmenté (6)-(8), solution de l'équation de Lyapunov :

$$A_n^{aT}(\theta_n) P_n A_n^a(\theta_n) - P_{n+1} + C_a^T(\alpha_n) C_a(\alpha_n) = 0, \quad (16)$$

$$P_0 = 0_{N+2 \times N+2},$$

Le gramien d'observabilité  $P_{N_o}$  est lié à l'énergie  $E_o$  de la sortie  $Y_n^l$  générée par l'état initial  $X_0$  du système augmenté linéarisé sur l'intervalle  $[0, N_o T]$  :

$$E_o = \sum_{k=0}^{N_o} \|Y_k^l\|^2 = X_0^T P_{N_o} X_0. \quad (17)$$

Par conséquent,  $P_{N_o}$  peut être utilisé comme mesure du "niveau d'observabilité" induit par un choix particulier de capteurs actifs dans le réseau. Un choix optimal de ces capteurs pourra être obtenu par exemple en maximisant la valeur singulière minimale de  $P_{N_o}$  (voir [6]) ou encore la trace de  $P_{N_o}$ , qui représente la somme des valeurs singulières de  $P_{N_o}$ .

## III. FORMULATION DU PROBLÈME DE ROUTAGE OPTIMAL

### A. Structure et modèle du réseau de capteurs

Le réseau de capteurs étudié comporte  $M$  capteurs supposés identiques et une station de base qui reçoit l'ensemble des paquets transmis par les différents capteurs. Chaque nœud-capteur est équipé d'une interface de communication sans fil, d'un GPS, d'une batterie et d'un panneau solaire assurant sa propre autonomie énergétique. On suppose que les nœuds du réseau coopèrent entre eux pour transmettre les paquets de données par des sauts multiples en tenant compte du rayon de communication de chacun. On suppose arbitrairement que le nœud 1 est la station de base qui dispose d'une puissance calcul suffisante pour traiter les mesures transmises par les autres nœuds-capteurs. La station de base interroge périodiquement les nœuds actifs afin d'obtenir les mesures distribuées sur le terrain (avec une

période d'échantillonnage supposée constante) et contribue à l'envoi de variables de coordination liées à l'algorithme de routage. On suppose par ailleurs que le protocole de communication inclut un mécanisme de découverte de la table de connectivité du réseau, c'est-à-dire que, pour chaque nœud, il est possible de définir l'ensemble des nœuds atteignables via la communication sans fil. Ceci définit l'ensemble de toutes les routes possibles. La table de connectivité est la matrice d'adjacence  $M \times M$  du graphe du réseau dont les éléments sont dénommés  $\beta_{ij} \in \{0, 1\}$ ;  $\beta_{ij} \in \{0, 1\}$  est égal à 1 lorsque le nœud  $j$  est atteignable par le nœud  $i$ . A partir de la matrice de connectivité, nous pouvons déduire, pour chaque nœud  $i$ , l'ensemble des nœuds connectés à  $i$  :  $C_i = \{j, j = 1, \dots, M, j \neq i / \beta_{ij} = 1\}$ . Nous supposons que chaque nœud peut atteindre la station de base, à travers un ou plusieurs sauts (sinon, le nœud est supposé perdu et il disparaît de la liste.) La connectivité est vérifiée périodiquement. A partir de la matrice de connectivité, il est possible de générer la matrice d'incidence du réseau  $M_I$ . Si  $\delta$  représente le vecteur de dimension  $M_c$  des  $\delta^{ij}$ , où  $\delta^{ij}$  représente le nombre moyen de paquets routés du nœud  $i$  vers le nœud  $j$  et  $M_c = \sum_{i,j} \beta_{ij} = \sum_{i=1}^M \text{card}(C_i)$ , nous pouvons définir le modèle de communication suivant, sur une période d'échantillonnage donnée  $nT$  :

$$M_I \delta_n + d\alpha_n - H d_0 = 0_{M_c \times 1}, \quad (18)$$

où  $d$  est le nombre de paquets (d'informations de routage et de mesures du polluant) transmis par chaque nœud, lorsque le nœud a un taux d'activité maximum;  $d$  est supposé fixé.  $H = (1, \dots, 0)^T$ , et  $d_0$  est le nombre maximum de paquets reçu par la station de base. En supposant l'absence de perte de paquets,  $d_0 = \sum_{i=1}^M d\alpha_n^i$ . Le taux d'activité  $\alpha_n^i$  du nœud  $i$  est introduit dans le modèle pour tenir compte du fait le capteur  $i$  peut être moins sollicité sur une période donnée  $nT$  pour économiser l'énergie de la batterie. Un capteur qui aurait consommé toute son énergie disponible, sera placé en mode inactif ( $\alpha_n^i = 0$ ). Nous supposons également que la quantité d'énergie électrique nécessaire pour envoyer un paquet de mesures, de statut ou de routage entre le nœud  $i$  et le nœud  $j$  est connue et définie par  $k_{ij}^s > 0$ . On suppose que  $k_{ij}^s$  dépend de la distance  $d_{ij}$  entre le nœud  $i$  et le nœud  $j$ , puisque qu'il est raisonnable de considérer que la puissance d'émission nécessaire pour atteindre le nœud  $j$  augmente en fonction de la distance  $d_{ij}$ . De la même manière, la quantité d'énergie nécessaire pour recevoir un paquet provenant du nœud  $j$  est définie par un coefficient  $k_{ij}^r > 0$ . Ainsi pour chaque nœud  $i$ ,  $i = 1, \dots, M$ , il est possible définir un modèle dynamique d'évolution de l'énergie stockée dans sa batterie :

$$e_{n+1}^i = e_n^i - k_{ii}\alpha^i - \sum_{j \in C_i} [k_{ij}^s \delta^{ij} + k_{ij}^r \delta^{ji}] + E_n^i - p_n^i \quad (19)$$

$$e_0^i = e_I^i, \underline{e}^i \leq e_n^i \leq \bar{e}^i, p_n^i \geq 0, \quad (20)$$

où  $e_n^i$  l'énergie stockée dans la batterie du nœud  $i$  à l'instant  $nT$ ,  $e_I^i$  est l'énergie initiale stockée dans la batterie, et  $E_n^i$  est l'énergie produite par le panneau solaire du capteur  $i$  à l'instant  $nT$ . Le coefficient  $k_{ii}$  correspond à l'énergie

consommée par le capteur  $i$  lorsqu'il collecte et traite la mesure du polluant. Ce coefficient tient également compte de la consommation induite par l'algorithme de routage décrit plus loin.  $\underline{e}^i$  et  $\bar{e}^i$  correspondent respectivement aux valeurs minimale et maximale de charge de la batterie.  $p_n^i$  est l'énergie non utilisée ou non stockée lorsque la batterie est complètement chargée.

### B. Une commande optimale à horizon glissant pour le routage

Le problème de routage optimal consiste à mettre à jour à chaque instant  $nT$ , la table de routage connue de tous les nœuds du réseau en recherchant un compromis optimal entre la minimisation de la consommation énergétique du réseau et le maximisation de l'observabilité du phénomène physique, sur un intervalle glissant  $[nT, (n + N_p)T]$ . Il est clair qu'un compromis est à trouver entre la réduction de l'activité des capteurs (qui peuvent être rendus complètement inactifs lorsque le niveau d'énergie stocké est trop faible), pour préserver leur réserve d'énergie, et la mise à la disposition de la station de base du plus grand nombre possible de mesures permettant de garantir la meilleure observabilité du phénomène. Ce compromis est formalisé par la fonction de coût (21). Le problème de routage optimal (ORP) peut être formulé comme suit :

$$\begin{aligned} & \min_{\delta_l, \alpha_l, d_l^L, p_l} \sum_{l=n}^{n+N_p-1} \left\{ \sum_{i=1}^M (k_{ii}\alpha_l^i \right. \\ & + \sum_{j \in C_i} [k_{ij}^s (d_{ij}) \delta_l^{ij} + k_{ij}^r \delta_l^{ji}]) + K_p \sum_{j=1}^M (p_l^j + d_{jl}^L) \\ & \left. - \sigma \text{trace}(P(n - N_o, n, \alpha_l)) \right\} \quad (21) \end{aligned}$$

sous

$$M_I \delta_l + d\alpha_l - H \sum_{i=1}^M d\alpha_l^i - d_l^L = 0_{M_c \times 1}, \quad (22)$$

$$e_{l+1}^i = e_l^i - k_{ii}\alpha_l^i - \sum_{j \in C_i} [k_{ij}^s \delta_l^{ij} + k_{ij}^r \delta_l^{ji}] + \hat{E}_l^i - p_l^i \quad (23)$$

$$e_0^i = e_n^i, \underline{e}^i \leq e_l^i \leq \bar{e}^i, \quad (24)$$

$$0 \leq \delta_l^{ij} \leq \bar{\delta}^{ij}(d_{ij}), 0 \leq \alpha_l^i \leq 1, d_l^L \geq 0, p_l^i \geq 0, \quad (25)$$

où  $\sigma > 0$  est le coefficient permettant d'ajuster le compromis autonomie-observabilité,  $K_p > 0$  est un coefficient de pénalité,  $P(n - N_o, n, \alpha_l)$  est le gramien d'observabilité, solution à l'instant  $nT$  de l'équation de Lyapunov (16) calculée sur un intervalle  $[(n - N_o)T, nT]$ ,  $\hat{E}_l^i$  est une prédiction de la quantité d'énergie reçue par le panneau solaire (il s'agit d'une fonction de l'ensemblement issu d'une prévision météorologique).  $\bar{\delta}^{ij}(d_{ij})$  est le nombre maximum de paquets envoyés par le nœud  $i$  vers le nœud  $j$  à l'instant  $nT$ , qui est une fonction de l'inverse de la distance  $d_{ij}$  puisque le débit de transmission est affecté par la qualité de la liaison sans fil.  $d_l^L$  est le vecteur des pertes de paquets à chaque nœud. Des pertes de paquets peuvent survenir, quand certaines liaisons sont congestionnées en raison des limites de bande passante imposées par la qualité des liaisons sans fil. Le problème (ORP) est résolu à chaque instant  $nT$  et seule la décision obtenue à l'instant  $nT$  de la séquence

optimale calculée sur l'intervalle  $[nT, (n + N_p)T]$  est mise en œuvre (voir par exemple [10]). Le gramien d'observabilité transitoire  $P(n - N_o, n, \alpha_i)$ , évalué à l'instant  $nT$ , est calculé sur un intervalle glissant  $[(n - N_o)T, nT]$  puisqu'il est nécessaire de calculer la solution du filtre de Kalman étendu (16). (ORP) est un problème de commande optimale linéaire-quadratique car on peut montrer facilement que  $\text{trace}(P(n - N_o, n, \alpha_i))$  est une fonctionnelle quadratique par rapport aux  $\alpha_i^i$ .

#### IV. UN ALGORITHME DISTRIBUÉ POUR LE ROUTAGE OPTIMAL

##### A. Un algorithme de décomposition-coordination

Cet algorithme utilise une approche par décomposition-coordination par les prix. Considérons d'abord le problème générique suivant :

$$\min_{\underline{u} \leq u \leq \bar{u}, \underline{w} \leq w \leq \bar{w}} J(u) = \min_{\underline{u}_i \leq u_i \leq \bar{u}_i, \underline{w} \leq w \leq \bar{w}} \sum_{i=1}^N J_i(u_i) \quad (26)$$

$$\text{sous } \theta_1 u + \theta_2 w = 0. \quad (27)$$

Pour une raison qui apparaîtra plus clairement par la suite, il est intéressant de dupliquer les variables  $u$  et  $w$  en introduisant le problème équivalent :

$$\min_{\underline{u} \leq v \leq \bar{u}, \underline{u}, \underline{w} \leq z \leq \bar{w}, w} J(u) = \min_{\underline{u}_i \leq v_i \leq \bar{u}_i, \underline{u}, \underline{w} \leq z \leq \bar{w}, w} \sum_{i=1}^N J_i(u_i) \quad (28)$$

$$\text{sous } \theta_1 u + \theta_2 w = 0, \quad (29)$$

$$u - v = 0, \quad (30)$$

$$w - z = 0. \quad (31)$$

On introduit le lagrangien augmenté

$$\begin{aligned} L_c(u, v, w, z, p, \mu, \phi) &= \sum_{i=1}^N J_i(u_i) \\ &+ \langle p + \frac{c}{2}(\theta_1 u + \theta_2 w), \theta_1 u + \theta_2 w \rangle \\ &+ \langle \mu + \frac{c}{2}(u - v), u - v \rangle \\ &+ \langle \phi + \frac{c}{2}(w - z), w - z \rangle, \quad c > 0, \end{aligned}$$

où  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  désigne le produit scalaire usuel. La résolution du problème consiste à rechercher un point-selle  $(u^*, v^*, w^*, z^*, p^*, \mu^*, \phi^*)$  du lagrangien, solution de  $\min_{\underline{u} \leq v \leq \bar{u}, \underline{u}, \underline{w} \leq z \leq \bar{w}, w} \max_{p, \mu, \phi} L_c(u, v, w, z, p, \mu, \phi)$ . En utilisant une technique de linéarisation de la norme associée à  $\langle \cdot, \cdot \rangle$ , Cohen ([3], p. 234-236) a proposé l'algorithme de relaxation lagrangienne :

1. A l'itération  $k = 0$  : choisir  $(p^0, \mu^0, \phi^0)$  et  $(u^0, v^0, w^0, z^0)$

2. A l'itération  $k$  : résoudre chaque sous-problème  $i$ ,  $i =$

1, ...,  $N$  :

$$\begin{aligned} &\min_{u_i} J_i(u_i) + \|u_i - u_i^k\|^2/2\epsilon \\ &+ \langle p^k + c(\theta_1 u^k + \theta_2 w^k), \theta_1^i \cdot u_i \rangle \\ &+ \langle \mu_i^k + c(u_i^k - v_i^k), u_i \rangle \Rightarrow u_i^{k+1} \quad (32) \\ &\min_{\underline{u}_i \leq v_i \leq \bar{u}_i} \|v_i - v_i^k\|^2/2\epsilon - \langle \mu_i^k + c(u_i^k - v_i^k), v_i \rangle \\ &\Rightarrow v_i^{k+1} \quad (33) \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} &\min_w \|w - w^k\|^2/2\epsilon + \langle p^k + c(\theta_1 u^k + \theta_2 w^k), \theta_2 w \rangle \\ &+ \langle \phi^k + \frac{c}{2}(w^k - z^k), w \rangle \Rightarrow w^{k+1} \quad (34) \end{aligned}$$

$$\min_{\underline{w} \leq z \leq \bar{w}} \|z - z^k\|^2/2\epsilon - \langle \phi^k + \frac{c}{2}(w^k - z^k), z \rangle \Rightarrow z^{k+1} \quad (35)$$

3.  $p^{k+1} = p^k + \rho(\theta_1 u^{k+1} + \theta_2 w^{k+1})$ ,  $\mu^{k+1} = \mu^k + \rho(u^{k+1} - v^{k+1})$  et  $\phi^{k+1} = \phi^k + \rho(w^{k+1} - z^{k+1})$ .

4. Si  $\|p^{k+1} - p^k\| < \zeta$ ,  $\|\mu^{k+1} - \mu^k\| < \zeta$  et  $\|\phi^{k+1} - \phi^k\| < \zeta$ ,  $\zeta$  suffisamment petit : arrêt, sinon  $k + 1 \rightarrow k$  et aller en 2).

On peut remarquer que le traitement des contraintes de bornes  $\underline{u} \leq v \leq \bar{u}$   $\underline{w} \leq w \leq \bar{w}$  se fait à travers la résolution des problèmes quadratiques (33) et (35), conduisant à **des problèmes scalaires simples à résoudre**, donc grâce à la duplication des variables  $u$  et  $w$ . La convergence est obtenue pour des problèmes convexes si  $0 < \epsilon < 1/c\tau^2$  et  $0 < \rho < 2c$ , où  $\tau$  est la constante de Lipschitz de  $(\theta_1 u + \theta_2 w, u - v, w - z)$  et sous des conditions de qualification des contraintes.

##### B. Application de l'algorithme au problème (ORP)

La résolution du problème (ORP) à chaque instant  $nT$  se fait en utilisant l'algorithme précédent et en posant :

$$J_i(u_i) = \sum_{l=n}^{n+N_p-1} \{k_{ii}\alpha_l^i + \gamma_l^i + K_p(p_l^i + d_{jl}^L) - \sigma P_i \alpha_l^{i2}\} \quad (36)$$

$$u_i = \{\alpha_l^i, p_l^i, d_{il}^L, \gamma_l^i, e_{i+1}^i\}_{l=n, \dots, n+N_p-1}, \quad i = 1, \dots, M \quad (37)$$

$$w = \{\delta_l\}_{l=n, \dots, n+N_p-1}, \quad (38)$$

sous  $e_{i+1}^i = e_l^i - k_{ii}\alpha_l^i - \gamma_l^i + \hat{E}_l^i - p_l^i$ ,  $e_0^i = e_n^i$ , où  $\gamma_l^i$  est la  $i$ ème composante du vecteur  $\gamma_l$ , définie par la contrainte

$$\gamma_l^i = \sum_{j \in C_i} [k_{ij}^s(d_{ij})\delta_l^{ij} + k_{ij}^r \delta_l^{ji}] \quad (39)$$

et où  $\text{trace}(P(n - N_o, n, \alpha_i))$  a été mise sous la forme  $\sum_{i=1}^M P_i \alpha_i^{i2}$ , avec  $P_i > 0$ . La contrainte  $\theta_1 u + \theta_2 w = 0$  est définie par les contraintes (22) et (39).

Le problème (32) se réduit ici à  $M$  sous-problèmes de commande optimale LQ **indépendants** avec une dynamique d'état (l'énergie stockée) scalaire (23) pouvant se résoudre très facilement. Chaque nœud  $i$  assure la résolution de problème LQ indépendamment des autres en utilisant l'information de coordination  $p^k$ ,  $\mu^k$  et  $\phi^k$  envoyées par la station de base qui gère les étapes 3) et 4) de l'algorithme. De même chaque nœud  $i$  résout un sous-problème (33) scalaire dont la résolution est également

très facile. Les sous-problèmes (34) et (35) sont résolus par la station de base. Il est possible d'utiliser cette approche par duplication des variables lorsque les variables  $\alpha_i^j$  sont binaires ( $\alpha_i^j \in \{0,1\}$  : fonctionnement "on-off" des capteurs), car un simple test suffit pour résoudre chaque sous-problème (33), (voir [5]). Faute de propriétés de convexité, l'algorithme précédent devient alors une heuristique avancée.

## V. RÉSULTATS DE SIMULATION

Nous cherchons à estimer à la fois la localisation et l'amplitude d'une source de polluant, ainsi que la distribution de ce polluant sur un domaine de 2000 m sur 2000 m. Les paramètres physiques de l'équation d'advection-diffusion, ainsi que ceux du schéma de différences finies utilisé, sont présentés dans le tableau I.

TABLE I  
EDP AND PARAMÈTRES DU SCHÉMA NUMÉRIQUE.

$U_x$ (m/s)	$U_y$ (m/s)	$K$ ( $m^2/s$ )	$x_s, y_s$ (m)	$N_x$	$N_y$	$T$ (s)
5	5	1	500, 500	10	10	600

Nous considérons le réseau de capteurs, obtenu aléatoirement, décrit par la figure 1. Le capteur rouge est la station de base, tandis que les lignes en pointillé représentent les connexions qui peuvent exister entre les nœuds. Les caractéristiques principales du réseau figurent dans le tableau II. Les  $k_{ii}$ ,  $k_{ij}^s$  et  $k_{ij}^r$  sont des fonctions explicites de la distance entre chaque nœud connecté, ainsi que les débits maximums  $\delta^{ij}$ ; ces fonctions ne sont pas détaillées dans cet article.

TABLE II  
CARACTÉRISTIQUES PRINCIPALES DU RÉSEAU.

Nombre de capteurs	nombre de liaisons	distance de connectivité
50	296	500 m

Afin d'illustrer la gestion du compromis autonomie énergétique / observabilité, nous considérons les deux stratégies correspondant à deux valeurs différentes du coefficient  $\sigma$  : avec  $\sigma = 2$ , nous mettons l'accent sur la maximisation de l'observabilité, tandis qu'avec  $\sigma = 0.1$ , la maîtrise de l'autonomie énergétique est mise en avant. Les figures 2 et 3 illustrent le comportement du schéma de commande à horizon glissant proposé, avec un intervalle glissant de 6 heures sur une période de 24 heures. Les paramètres du problème d'optimisation (ORP) sont définis par le tableau III, avec  $\sigma = 2$ . Comme prévu, l'indicateur d'observabilité (trace du gramien d'observabilité) varie en fonction des réserves d'énergie disponibles. Nous remarquons également que le trafic de données augmente sur les liaisons critiques du réseau lorsque le niveau d'énergie disponible est important (après une période de recharge des batteries). Comme prévu également, les figures 4 et 5 montrent des résultats très différents lorsque  $\sigma = 0.1$ . En particulier le niveau de charges des batteries est plus homogène et plus important, tandis que l'indicateur d'observabilité est fortement réduit.

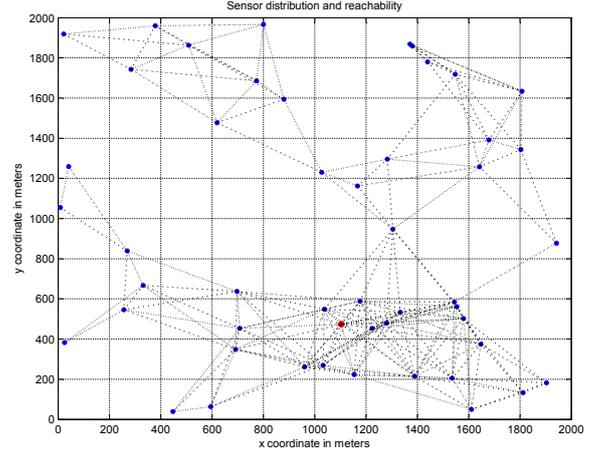


Fig. 1. Le réseau étudié.

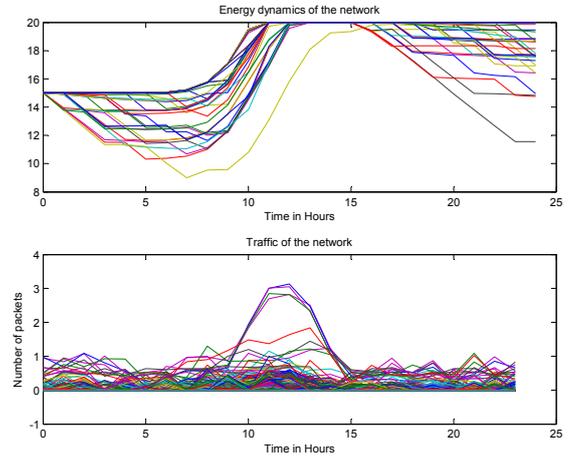


Fig. 2. Dynamique de charges des batteries et trafic sur le réseau -  $\sigma = 2$ .

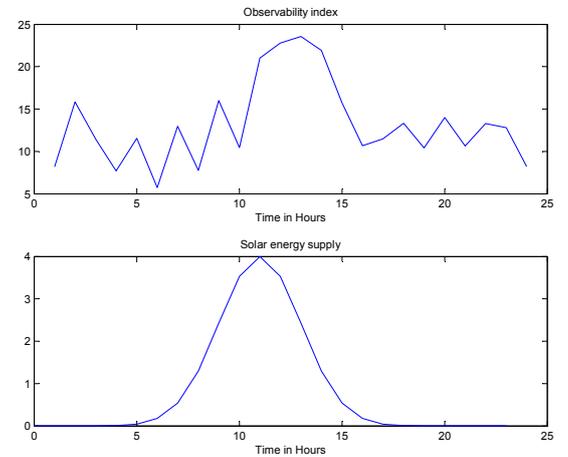


Fig. 3. Indicateur d'observabilité et apport d'énergie solaire -  $\sigma = 2$ .

TABLE III  
PARAMÈTRES DU PROBLÈME D'OPTIMISATION (ORP).

$N_p$	$N_o$	$\sigma$	$K_p$	$e^i$	$\bar{e}^i$	$e_0^i$
6	3	0.1, 2	0.1	1	20	15

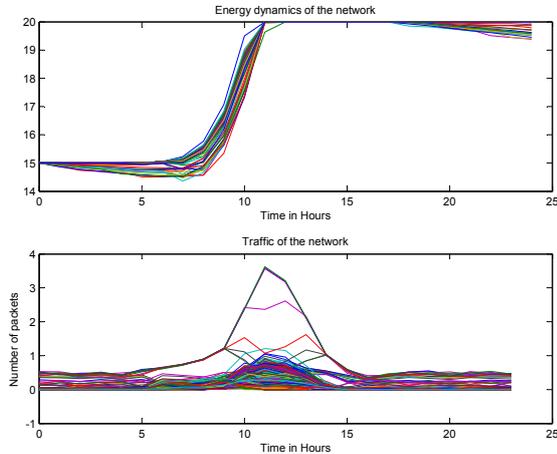


Fig. 4. Dynamique de charges des batteries et trafic sur le réseau -  $\sigma = 0.1$ .

## VI. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Dans cet article, nous avons étudié une stratégie de routage optimal à horizon glissant pour les réseaux de capteurs dédiés à la surveillance environnementale. Cette stratégie assure la gestion optimale du compromis entre l'autonomie énergétique du réseau et ses capacités d'observabilité, en utilisant un indicateur d'observabilité fondé sur le calcul de la trace d'un gramien d'observabilité. Les simulations numériques présentées démontrent la pertinence de cette approche. Les travaux ultérieurs seront consacrés à l'extension de cette démarche dans le cas de réseaux de capteurs mobiles où l'autonomie énergétique joue un rôle encore plus

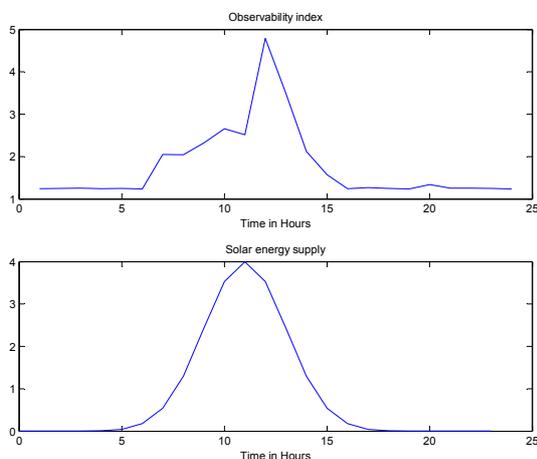


Fig. 5. Indicateur d'observabilité et apport d'énergie solaire -  $\sigma = 0.1$ .

crucial.

## RÉFÉRENCES

- [1] Akkaya, K., and Younis, M. (2005). A survey on routing protocols for wireless sensor networks. *Ad Hoc Networks*, Volume 3, Issue 3, Pages 325-349, 2005.
- [2] Chilali, M., and Gahinet, P. (1996).  $H_\infty$  design with pole placement constraints : A LMI approach. *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 41, 3, March 1996.
- [3] Cohen, G., and Zhu, D.L. (1984). Decomposition coordination methods in large scale optimization problems. The nondifferentiable case and the use of augmented Lagrangians. In : J.B. Cruz (Ed.), *Advances in Large Scale Systems*, Vol. I, pp. 203-266, JAI Press, Greenwich, Connecticut, 1984.
- [4] Cortes, J., Martinez, S., Karatas, T., and Bullo, F. (2004). Coverage control for mobile sensing networks. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Volume : 20 Issue : 2, April 2004.
- [5] Georges, D. (1994). Optimal Unit Commitment in Simulations of Hydrothermal Power Systems : An Augmented Lagrangian Approach. *Simulation Practice and Theory*, 1(4) :155-172, March 1994.
- [6] Georges, D. (1995). The use of observability and controllability gramians or functions for optimal sensor and actuator location in finite-dimensional systems. *Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control*, 1995.
- [7] Georges, D. (2011). Energy Minimization and Observability Maximization in Multi-Hop Wireless Sensor Networks. *Proceedings of the 18th IFAC World Congress*, Milan, Italia, 2011.
- [8] Ghanem, M., Guo Y., Hassard, J., Osmond, M., Richards, M. (2004). Sensor Grids For Air Pollution Monitoring. In *Proc. 3rd UK e-Science All Hands Meeting*, 2004.
- [9] Heinzelman, W. R., Chandrakasan, A., and Balakrishnan, H. (2000). Energy-Efficient Communication Protocol for Wireless Microsensor Networks. *Proceedings of the Hawaii International Conference on System Sciences*, January 4-7, 2000, Maui, Hawaii.
- [10] Mayne, D. Q., Rawlings J. B., Rao C. V., and Sokaert, P. O. M. (2000). Constrained Model Predictive Control : Stability and optimality. *Automatica*, 36(6) :789-814, June 2000.
- [11] Roussel, G., Delmaire, G., and Hamad, D. (2005). Détection et estimation de sources d'un pic de pollution par un réseau capteur". *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, RS série JESA, Vol. 39, n°4, 455-474, 2005.
- [12] Tirabassi, T. (1989). Analytical air pollution advection and diffusion models *Water, Air, & Soil Pollution*, Volume 47, Numbers 1-2, september 1989.
- [13] Woo, A., Tong, T., and Culler, D. (2003). Taming the Underlying Challenges of Reliable Multihop Routing in Sensor Networks. *SenSys'03*, November 5-7, 2003, Los Angeles, California, USA.
- [14] Woo, M., Singh, S., and Raghavendra, C. S. (1998). Power-aware routing in mobile ad hoc networks. *Proceedings of the 4th annual ACM/IEEE international conference on Mobile computing and networking*, Dallas, Texas, United States, Pages : 181 - 190, 1998.
- [15] Wu, X., and Cassandras, C. G. (2005). A Maximum Time Optimal Control Approach to Routing in Sensor Networks. *Proceedings of the 44th Conference on Decision and Control and the European Control Conference 2005*, Seville, Spain, Dec. 12-15, 2005.
- [16] Zannetti, P. (1998). *Air Pollution Modelling. Theories, Computational Methods and Available Software*. Computational Mechanics Publications, Southampton, Boston, Van Nostrand Reinhold, New York, 1990.
- [17] Zarghitsky, D., Spears, D. F., and Spears W. (2005). Distributed Robotics Approach to Chemical Plume Tracing. *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2005)*.