



HAL
open science

**APPLICATION HYDRAULIQUE DE LA
TECHNIQUE GRAPHIQUE DE BERGERON AUX
ACCIDENTS VASCULAIRES CÉRÉBRAUX : LE
COUP DE BÉLIER HYDRAULIQUE À L'ORIGINE
D'UNE CAVITATION ENGENDRANT UN
PHÉNOMÈNE DE THIXOTROPIE. LE MIRACLE DE
SAINT JANVIER : HYPOTHESE SUR L'ORIGINE
DE L'HEMORRAGIE CEREBRALE DU SUJET
HYPERTENDU.**

Richard Venet, Philippe Léger, Alain Pavie

HAL Id: hal-00830952

<https://hal.science/hal-00830952v8>

Preprint submitted on 8 Aug 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

► **To cite this version:**

Richard Venet, Philippe Léger, Alain Pavie. APPLICATION HYDRAULIQUE DE LA TECHNIQUE GRAPHIQUE DE BERGERON AUX ACCIDENTS VASCULAIRES CÉRÉBRAUX: LE COUP DE BÉLIER HYDRAULIQUE Á L'ORIGINE D'UNE CAVITATION ENGENDRANT UN PHÉNOMÈNE DE THIXOTROPIE. LE MIRACLE DE SAINT JANVIER: HYPOTHESE SUR L'ORIGINE DE L'HEMORRAGIE CEREBRALE DU SUJET HYPERTENDU.. 2013. hal-00830952v8

**HYPOTHÈSE SUR L'ORIGINE DE L'HÉMORRAGIE CÉRÉBRALE DU SUJET
HYPERTENDU : LE COUP DE BÉLIER HYDRAULIQUE À L'ORIGINE D'UNE
CAVITATION ENGENDRANT UN PHÉNOMÈNE DE THIXOTROPIE. LE MIRACLE
DE LA SAINT JANVIER ET LA THÉORIE DU CLAQUEMENT DU FOUET.**

R. VENET, P. LEGER, A. PAVIE.

Service de chirurgie cardiaque. Institut du cœur (Pr PAVIE). Hôpital Pitié-Salpêtrière 75013
Paris.



Résumé :

*Un poète de l'entre deux guerres a décrit les circonstances de son accident vasculaire cérébral, nous évoquant « un coup de bélier hydraulique ». Pour Ahlqvist l'hémorragie cérébrale est secondaire à l'embolisation (occlusion instantanée) d'une artère cérébrale engendrant ainsi un coup de bélier responsable de la fissuration d'un micro-anévrisme de Charcot. Nous nous proposons dans cet article d'exposer le plus compendieusement possible la théorie du coup de bélier hydraulique. Appliquant cette théorie à la vascularisation cérébrale nous mettons en évidence le rôle majeur de la pression artérielle systolique sur la valeur du coup de bélier. Si le coup de bélier engendré par l'occlusion artérielle est élevé une hémorragie cérébrale est fortement possible. Mais la fissuration d'une artère ou d'un micro-anévrisme n'a jamais été observée, aussi nous avons fait appel à une analogie folklorique le miracle de Saint Janvier qui est expliqué par le phénomène de la **thixotropie**. L'agitation mécanique répétée par le coup de bélier à chaque systole contribue à favoriser le phénomène de thixotropie. Cette agitation est augmentée si on tient compte du phénomène de cavitation survenant lors du coup de bélier. Notre hypothèse de l'hémorragie cérébrale post embolique du sujet hypertendu se résume donc à la superposition d'un choc par coup de bélier et d'une*

suite d'implosions successives. Alors la viscosité apparente de la matière environnante du vaisseau sanguin diminue au cours du temps et la matière grise se fluidifie. L'énergie des implosions est indétectable par les appareils de mesure traditionnels. Seul le coup de bélier se traduit par une surpression artérielle. Enfin nous abordons une application originale élaborée par Bergeron : la théorie du claquement du fouet permettant de comprendre l'évolution de la pression artérielle systolique au fur et à mesure que l'on s'éloigne du cœur.

Mots clés : coup de bélier ; water-hammer ; cavitation ; hémorragie cérébrale ; hypertension artérielle systolique ; célérité de l'onde de pression ; implosion ; artère de l'hémorragie cérébrale de Charcot ; thixotropie ; secousse sismique cérébrale ; anti bélier pneumatique ; le claquement du fouet.

Tout récemment, au cours d'une interview en direct, le sénateur Tim Johnson âgé de 59 ans, a présenté une attaque cérébrale dont l'étiologie s'est avérée être une hémorragie cérébrale¹. Cette histoire nous rappelle celle du poète Léon Paul Fargue (1876-1947) qui fut l'objet d'une attaque d'hémiplégie en 1943, alors qu'il dînait avec Picasso. Il reste paralysé, mais continue d'écrire. Un chroniqueur de France culture rapporte, lors d'une émission en 2004, que le poète décrit son attaque de la manière suivante : « avant de commencer à manger un papier tomba. Il se baissa pour le ramasser et en se relevant constata qu'il ne pouvait pas parler ni se servir de sa main droite. Le plus intéressant est qu'il entendit, alors qu'il était courbé sous la table, **deux bruits derrière l'oreille, semblables à deux claquements d'ongles.** » Cette observation nous rappelle l'hypothèse émise par Ahlqvist² comme quoi les hémorragies cérébrales pourraient être le fait, chez l'hypertendu, d'un coup de bélier ou « water hammer » des anglo-saxon.. Nous n'avons aucun argument pour croire que Fargue était hypertendu, néanmoins cette l'hypothèse du coup de bélier nous avait déjà séduits³. Nous rappellerons ici le phénomène du coup de bélier en hydraulique, puis par analogie avec la pression pulsée (**PP**) nous proposerons une physiopathologie de l'hémorragie cérébrale de l'hypertendu. Pour que la théorie du coup de bélier puisse s'appliquer, Ahlqvist² propose une deuxième hypothèse, étayée par la littérature, qu'il existe une occlusion artérielle secondaire à un embolie au niveau d'une artère lenticulo-striée⁴. Mais, à la différence du coup de bélier classique qui prend en compte le régime hydraulique permanent sur lequel apparaît une variation brusque et unique, dans le cas de la circulation sanguine le régime hydraulique est oscillatoire pulsé par le cœur. Nous devons donc tenir compte de la vitesse (ou du débit) maximum dans le cas d'un embolie artériel venant obturer une artère terminale.

Pour résumer l'apparition d'un coup de bélier à l'origine d'une hémorragie cérébrale, il faut :

1. qu'il existe une hypertension artérielle (HTA)
2. qu'une embolie artérielle par caillot sanguin vienne occlure instantanément une artère terminale branche de l'artère cérébrale moyenne
3. que l'on utilise la vitesse (le débit) et la pression maximum du sang pour expliquer le phénomène

I. Le coup de bélier

I. 1. Rappel du coup de bélier hydraulique classique⁵.

En hydraulique générale des écoulements instationnaires, le phénomène le mieux décrit est celui du coup de bélier. On considère dans une conduite horizontale un fluide incompressible qui s'écoule en régime permanent avec une vitesse moyenne v . Si une perturbation vient

modifier ce régime (par exemple l'introduction rapide d'un liquide, ou la fermeture brutale de la conduite par une vanne...), alors la perturbation engendrée se propagera avec la célérité c . Cette célérité est équivalente à la vitesse de propagation de l'onde de pouls. Cette perturbation présente une pression maximum (h_{max}) et une pression minimum (h_{min}). On appelle coup de bélier hydraulique Δh la différence entre la pression maximum et la pression minimum $\Delta h = h_{max} - h_{min}$. On remarque donc l'équivalence avec la pression pulsée (PP) qui est égale à la différence de la pression systolique avec la pression diastolique. Mais l'avantage du coup de bélier est qu'il existe une relation avec la vitesse moyenne du liquide v et la célérité de l'onde de pression c :

$$\Delta h = \frac{cv}{g}$$

Cette onde plane se déplace avec la célérité⁵ c donnée par la formule d'Alliévi⁵ :

$$c = \sqrt{\frac{g}{\omega \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{D}{Ee} \right)}}$$

Dans cette équation :

c = célérité de l'onde pression

g = constante de gravitation.

ω = masse spécifique du liquide

ε = compressibilité du liquide.

D = diamètre de la conduite.

E = module de Young du matériau de la conduite.

e = épaisseur de la conduite.

Dans la formule d'Alliévi⁵ la célérité de l'onde de pression est :

1. Inversement proportionnelle à la compressibilité ω du liquide.
2. Inversement proportionnelle au diamètre D de la conduite.
3. Proportionnelle à l'épaisseur e de la conduite.
4. Proportionnelle au module E de Young de la conduite.

Les figures 1 et 2, empruntées à Rich⁶, représentent les différentes étapes du coup de bélier survenant dans une conduite horizontale AB après fermeture instantanée de l'embouchure. Le processus se déroule de la manière suivante : le liquide s'écoule librement à travers un orifice B muni d'une vanne, avec une vitesse moyenne V_m sous la pression moyenne h engendrée par le réservoir amont. La célérité de l'onde de pression est a' . Puis la vanne se ferme instantanément. Au point B le coup de bélier, c'est-à-dire la surpression Δh , est donnée par la

formule⁵ :
$$\Delta h = \frac{a' \cdot V_m}{g}$$

L'onde de pression remonte le long de la conduite avec la célérité c et change de signe à chaque réflexion des bouts de la conduite A ou B.

Sur la figure 2.7 et 2.8 la dépression a pour valeur :
$$\Delta h = - \frac{a' \cdot V_m}{g}$$

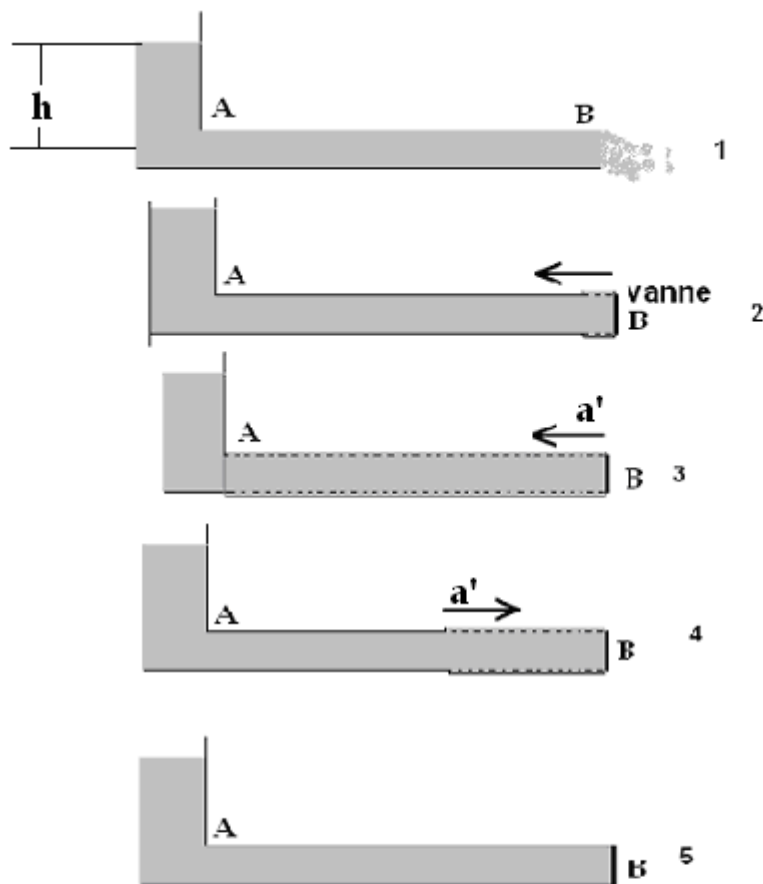


Figure 1.

- 1 : la conduite AB débouche à gueule bée dans l'atmosphère.
- 2 : la vanne se ferme instantanément en B. Alors la conduite se dilate et le liquide se contracte. Cette déformation se déplace avec la célérité de l'onde de pression c jusqu'au point A.
- 3 : la conduite est dilatée dans son ensemble.
- 4 : au point A le liquide se dilate et la conduite se comprime. La déformation se déplace vers le point B avec la célérité c .
- 5 : la conduite retrouve sa forme primitive. Mais arrivée en A la conduite se comprime encore et le liquide se dilate. Le phénomène se continue sur la figure 2.

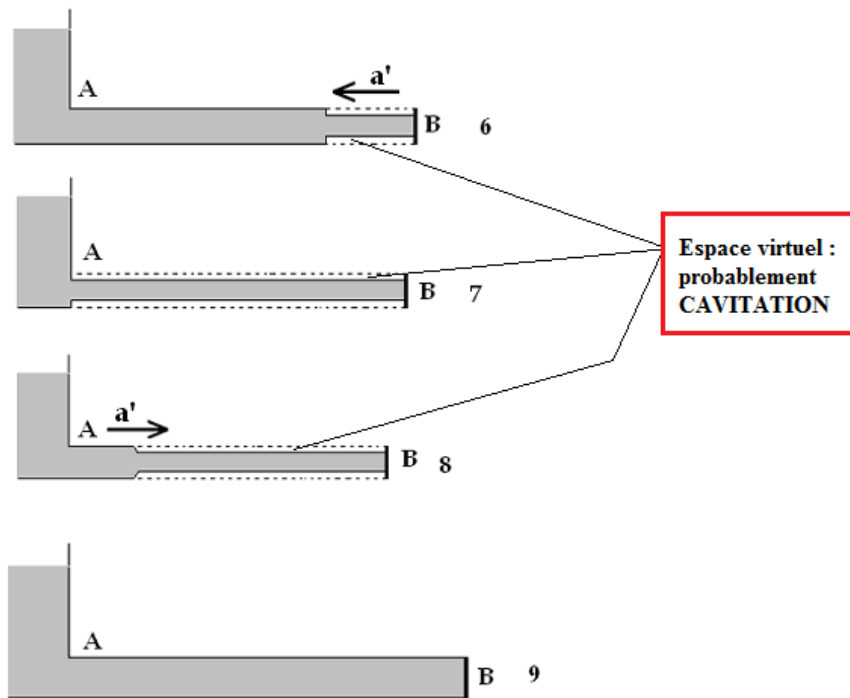


Figure 2.

- 6 : la déformation se déplace vers le point A à la célérité c . il existe une dépression de valeur égale mais de sens inverse en B
 7 : la déformation est arrivée en A et toute la conduite est contractée. Au point A la pression change de signe et devient positive.
 8° : la pression positive se déplace vers le point B avec la célérité c .
 9° : La conduite reprend sa forme première. Le phénomène se répéterait indéfiniment, mais les frottements amortissent le processus pour le faire cesser au bout d'un certain temps.

Sur les figures 2-6 à 2-8 l'espace virtuel compris entre la colonne liquide et la conduite est un espace virtuel dans lequel la pression est très basse et peut devenir inférieure à la pression de vapeur saturante, et une bulle de vapeur est susceptible de se former. Il s'agit d'un phénomène de cavitation.

La cavitation est exploitée de façon assez singulière dans la nature par la crevette pistolet qui possède l'une de ses pinces surdéveloppée par rapport à l'autre. Lorsqu'elle referme cette énorme pince il en résulte un écoulement très violent engendrant une bulle de cavitation hydrodynamique, qui, en implosant, émet une onde de choc susceptible d'assommer, voire tuer le plancton environnant. En faisant claquer rapidement une griffe spécialisée, qui produit une bulle, qui s'effondre violemment, et qui produit une sorte de sonoluminescence. Ceci provoque un bref point chaud à 5000 K, un flash lumineux et une onde de choc que la crevette utilise pour stupéfier, tuer sa proie ou briser sa coquille.

On peut voir cette bulle de cavitation (de vide) sur le site : <http://www.spi0n.com/le-falcon-punch-de-la-crevette/>

I. 2. Le coup de bélier hydraulique classique dans une conduite artérielle unique. Figure 3.

Dans le cas du réseau artériel, le phénomène d'apparition des ondes de bélier est différent. L'arbre artériel à partir de l'aorte est formée de plusieurs tronçons de diamètre, d'épaisseur et donc de célérité différents. Bergeron⁵ appelle ce type de conduite « télescopique ». Nous avons modélisé l'arbre artériel à partir de la théorie du fouet de Bergeron^{5,7}, comme le montre la figure 3. A la différence de l'apparition de l'onde de bélier suite à une variation de régime

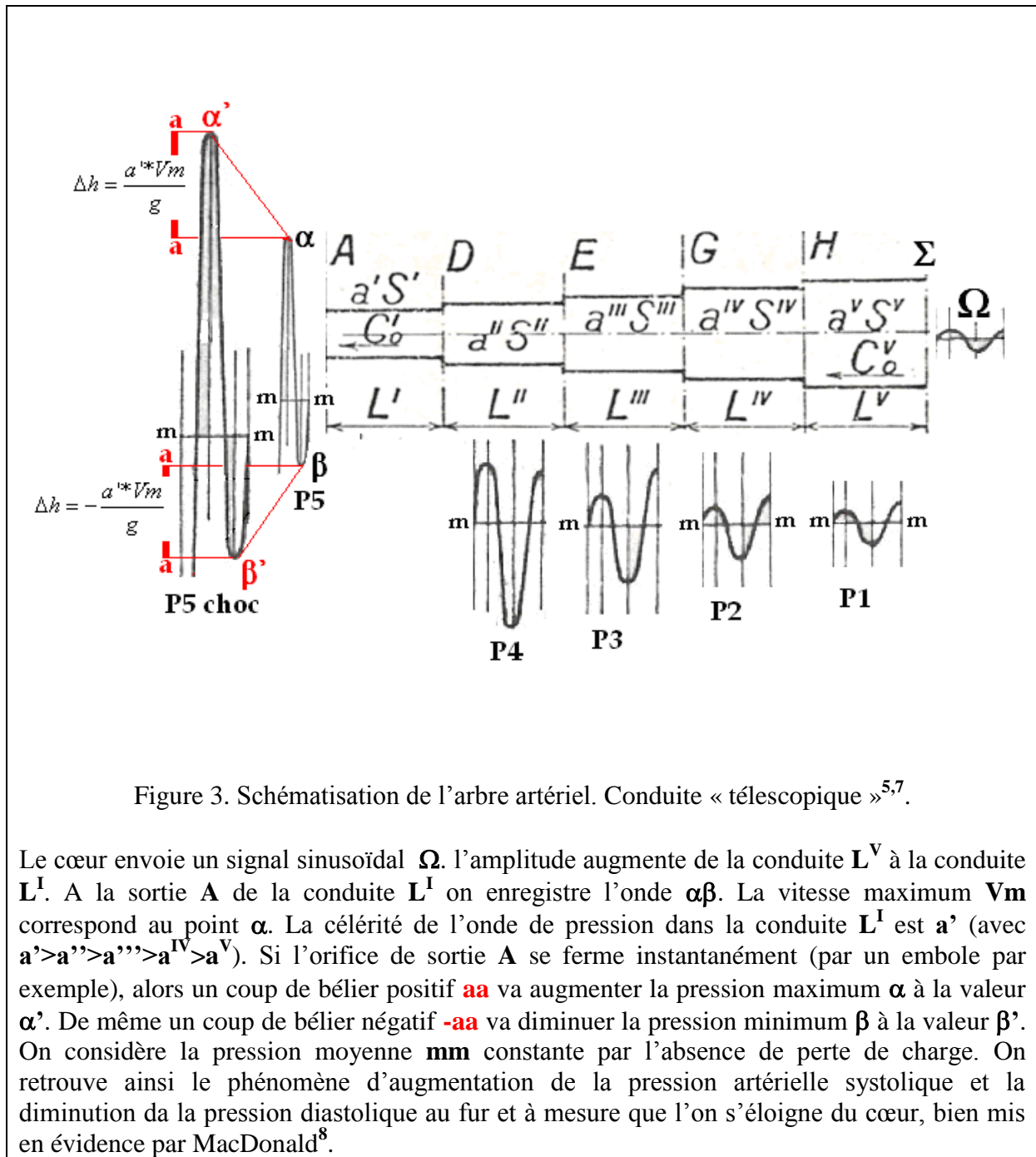
hydraulique à partir d'un régime permanent, le cœur est un générateur d'impulsions oscillant autour d'une pression moyenne. Admettons que la pression moyenne **mm** soit constante (pas de perte de charge). Au point **Σ** imaginons que le cœur envoie un signal sinusoïdal **Ω**. Dans chaque tronçon l'amplitude du signal sera amplifiée (amplitude P4>amplitude P3>amplitude P2>amplitude P1) pour aboutir à l'amplitude **P5=αβ** au point **A** à la sortie du tronçon **L'** de section **S'**. **La vitesse de propagation de l'onde de pouls n'est pas calculable a priori en raison de la non homogénéité des artères.**

Le coup de bélier, engendré dans notre hypothèse par un embolie qui occlut l'artère, est engendré par le passage d'une vitesse maximum (systolique) à une vitesse nulle suite à l'occlusion

Si on ferme instantanément la section de sortie **A** lors de l'arrivée de l'onde de pression maximum (pression systolique) avec la vitesse maximum du liquide **Vm**, alors la valeur du coup de bélier sera : $\Delta h = \frac{a' \cdot Vm}{g}$ avec **a'** la célérité de l'onde de pression dans la conduite **L'**.

La nouvelle pression systolique sera **α'=αβ+Δh**. Cette onde va se réfléchir pour revenir au point **D**. Alors le coup de bélier s'inverse pour devenir : $\Delta h = -\frac{a' \cdot Vm}{g}$ et revenir au point **A**

avec une nouvelle valeur de la pression minimum **β'=-αβ+Δh**. L'onde **α'β'** correspond à l'amplitude après le coup de bélier (**P5choc**) de la figure 3. Comme l'a signalé Bergeron, dans ce type de conduite télescopique l'amplitude de la pression enregistrée en fin de conduite peut être 4,7⁵ fois supérieure à l'amplitude du signal d'entrée.



I. 3. Considérons l'artère lenticulo-striée comme un tronçon unique « télescopique », (identique à la figure 3). Etude complète du coup de bélier après fermeture instantanée de l'extrémité LS2 de l'artère lenticulo-striée.

Pour suivre le phénomène du coup de bélier dans son intégralité adoptons les diagrammes de Bergeron⁵ selon la figure 5. Sont représentés en abscisses le débit et en ordonnées la pression exprimée en hauteur de liquide. Avant la fermeture le sang s'écoule par l'extrémité **LS2** de section **S'**. La pression systolique (**pression max**) est à l'origine de l'écoulement du sang, donc du débit maximum (**qmax**) par la relation de Torricelli⁹ :

$$q_{\max} = S' \sqrt{2g \cdot \text{pression}_{\max}} \quad \text{équation 1, (avec } g=9.81\text{ms}^{-2}\text{.)}$$

Cette équation est à l'origine de la parabole Ψ_0 de la figure 5. Si nous voulons être précis il faut tenir compte de la pression veineuse aval (**Pveineuse**) et la retrancher de la pression systolique. Nous obtenons alors : $q_{\max} = S' \sqrt{2g \cdot \text{pression}_{\max} - P_{\text{veineuse}}}$ équation 2.

Pour simplifier nous utiliserons l'équation 1.

Considérons trois cas en fonction de la célérité de l'onde de pression. (Figure 5.)

Nous admettons que la pression systolique est la même dans les trois situations.

1. **1^{er} cas. Célérité de l'onde de pression = a'** Représentons par le point **B** sur la parabole

Ψ_0 la pression systolique (**pression max**) et le débit maximum (**qmax**) enregistrés au point **LS2**. Considérons alors un observateur qui se déplace de **LS1** vers **LS2** avec la célérité **a'**. Le point figuratif du régime sera sur la droite de coefficient angulaire

$$tg\alpha = -\frac{a'}{gS'} \quad \text{qui passe par le point } \mathbf{B}, \text{ soit la droite } \mathbf{BB0} \text{ de la figure 5. Choisissons le}$$

temps τ que met un observateur pour aller d'une extrémité **A** à l'autre **B** de l'artère lenticulo-striée avec $\tau = \frac{nL'}{a'}$, en choisissant n de telle manière que l'observateur fasse un aller et retour pendant une révolution cardiaque.

Supposons qu'au moment précis où l'observateur arrive au point **LS2**, un embole ferme instantanément et totalement cet orifice (figure 4). Le débit ne peut être que nul et le point figuratif du régime passe donc de **B** à **B0** sur la droite **BB0** (**figure 5**). La valeur $\omega\mathbf{B0}$

représente le coup de bélier positif : $\omega\mathbf{B0} = \frac{a'}{g \cdot S'} \cdot q_0 = \frac{a' \cdot S' V_{\max}}{gS'} = \frac{a' \cdot V_{\max}}{g} \Delta h$ que nous

avons déjà rencontré sur la figure 3. L'axe des ordonnées est maintenant la nouvelle courbe caractéristique du point **LS2** (figure 4) puisque le débit reste nul. On représente cette verticale par Ψ_1 .

Puis l'observateur retourne vers **LS1**, toujours avec la célérité **a'**, en se déplaçant sur la droite

B0B1 de coefficient angulaire $tg\alpha = \frac{a'}{gS'}$

L'observateur arrivant au point **LS1** de l'artère lenticulo-striée voit arriver la pression systolique de l'artère cérébrale moyenne. Cette pression correspond donc au point **B** de la figure 5, et la droite horizontale partant du point **B** coupe la droite **B0B1** au point **B1**. Arrivé en ce point l'observateur retourne au point **LS2** (figure 4) avec la célérité **a'**. Le coefficient

angulaire change de signe et devient $tg\alpha = -\frac{a'}{gS'}$. Cette nouvelle droite coupe alors l'axe des

ordonnées au point $\omega\mathbf{1}$. La valeur du segment $\omega\omega\mathbf{1}$ est celle du coup de bélier négatif. Le segment **B0 $\omega\mathbf{1}$** représente la **valeur du coup de bélier ou de la pression pulsée**. L'observateur retourne enfin vers l'origine de l'artère lenticulo-striée **LS1** (figure 4) ce qui se

traduit sur la figure 5 par la droite ωB de coefficient angulaire positif $tg\alpha = \frac{a'}{gS'}$. Cette droite coupe la parabole $\Psi 0$ au point B . Un cycle cardiaque complet est effectué.

- 2^{ème} cas Célérité de l'onde de pression = a'' avec $a'' > a'$. Le phénomène est le même, mais la valeur de $tg\alpha' = -\frac{a''}{gS'}$ étant plus grande le coup de bélier $\beta 1 \beta 2$ sera plus élevé que précédemment.
- 3^{ème} cas. Célérité de l'onde de pression = a''' avec $a''' > a'' > a'$. La valeur du coup de bélier $\beta 3 \beta 4$ est encore plus élevée. On remarque dans ce cas que la pression $\beta 4$ est négative. Or la mesure de la pression artérielle est une mesure relative. Le zéro de la pression artérielle correspond en fait à la pression atmosphérique absolue de 760 mm de mercure. Cette pression relative négative fait que l'artère peut être **collabée** durant cette brève période, et que la substance cérébrale péri-artérielle subit un cisaillement important. En fait il existe un **phénomène bref de cavitation**.

On comprendra aisément que si le sujet est hypertendu le point B de la figure 4 sera situé plus haut sur la parabole (point M) et donc que la valeur du coup de bélier sera plus intense.

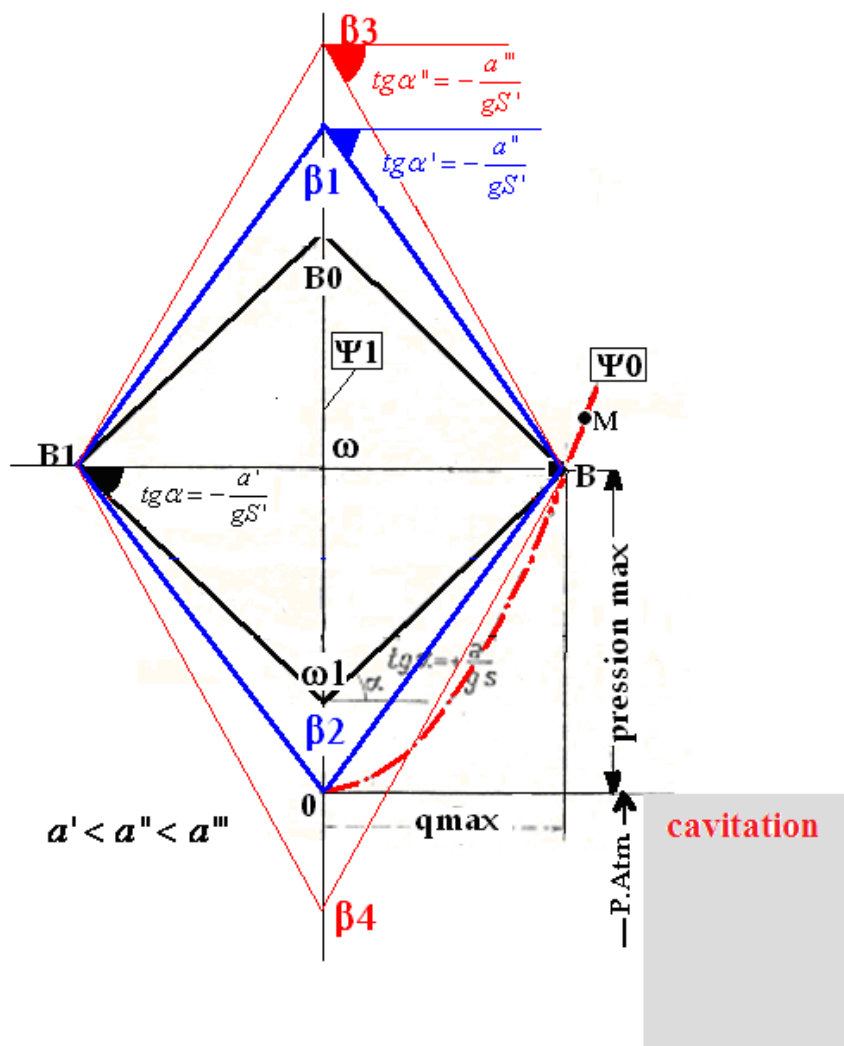


Figure 4. Diagrammes de Bergeron pour des célérités de l'onde de pression croissantes

I. 4. Application du coup de bélier dans une branche de bifurcation : cas de l'artère lenticulo-striée (LS). Figure 5.

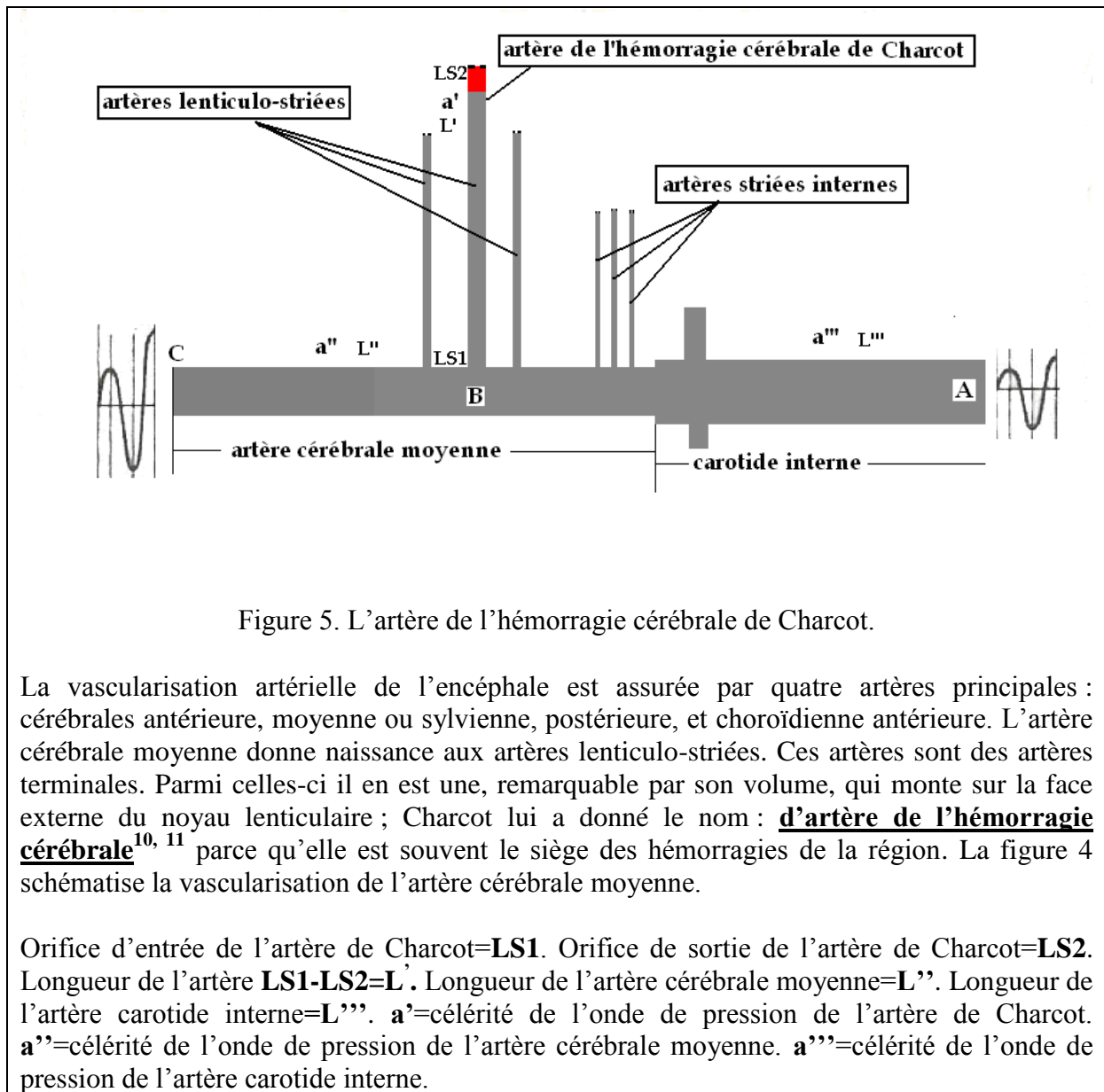


Figure 5. L'artère de l'hémorragie cérébrale de Charcot.

La vascularisation artérielle de l'encéphale est assurée par quatre artères principales : cérébrales antérieure, moyenne ou sylvienne, postérieure, et choroïdienne antérieure. L'artère cérébrale moyenne donne naissance aux artères lenticulo-striées. Ces artères sont des artères terminales. Parmi celles-ci il en est une, remarquable par son volume, qui monte sur la face externe du noyau lenticulaire ; Charcot lui a donné le nom : **d'artère de l'hémorragie cérébrale**^{10, 11} parce qu'elle est souvent le siège des hémorragies de la région. La figure 4 schématise la vascularisation de l'artère cérébrale moyenne.

Orifice d'entrée de l'artère de Charcot= $LS1$. Orifice de sortie de l'artère de Charcot= $LS2$. Longueur de l'artère $LS1-LS2=L'$. Longueur de l'artère cérébrale moyenne= L'' . Longueur de l'artère carotide interne= L''' . a' =célérité de l'onde de pression de l'artère de Charcot. a'' =célérité de l'onde de pression de l'artère cérébrale moyenne. a''' =célérité de l'onde de pression de l'artère carotide interne.

L'artère de Charcot^{10, 11} commence au point $LS1$ et se termine en $LS2$. L'hypothèse que nous proposons veut que suite à une fermeture instantanée par un embolo artériel de l'extrémité $LS2$ de l'artère, un coup de bélier intense est à l'origine d'une hémorragie cérébrale. L'application du diagramme de Bergeron⁵ dans le cas d'une bifurcation est très compliquée pour les cliniciens, d'autant plus que dans son ouvrage l'auteur n'est pas confronté à un régime hydraulique oscillatoire. Cependant on peut résumer la construction du principe de la manière suivante :

Sur la figure 6 nous représentons, simplifiée, la méthode graphique de Bergeron¹¹ et reprise par Schlag¹², avec :

Figure 6 A : diagramme pour l'artère carotide interne AB, avec la courbe caractéristique du cœur (droite de pente négative) et la courbe caractéristique de l'artère carotide interne (parabole $\Psi_{\text{carotide interne}}$). Le point de fonctionnement est β avec un débit systolique Q_{amont} et une pression systolique H_{amont} .

Figure 6 B : diagramme pour l'artère lenticulo-striée avec sa courbe caractéristique Ψ_0 et son point de fonctionnement γ avec un débit systolique q_{max} et une pression systolique **pression max**.

Figure 6 C : diagramme pour l'artère cérébrale moyenne (ACM) avec sa courbe caractéristique Ψ_{ACM} et son point de fonctionnement ϵ de débit systolique Q_{ACM} et de pression systolique H_{ACM} .

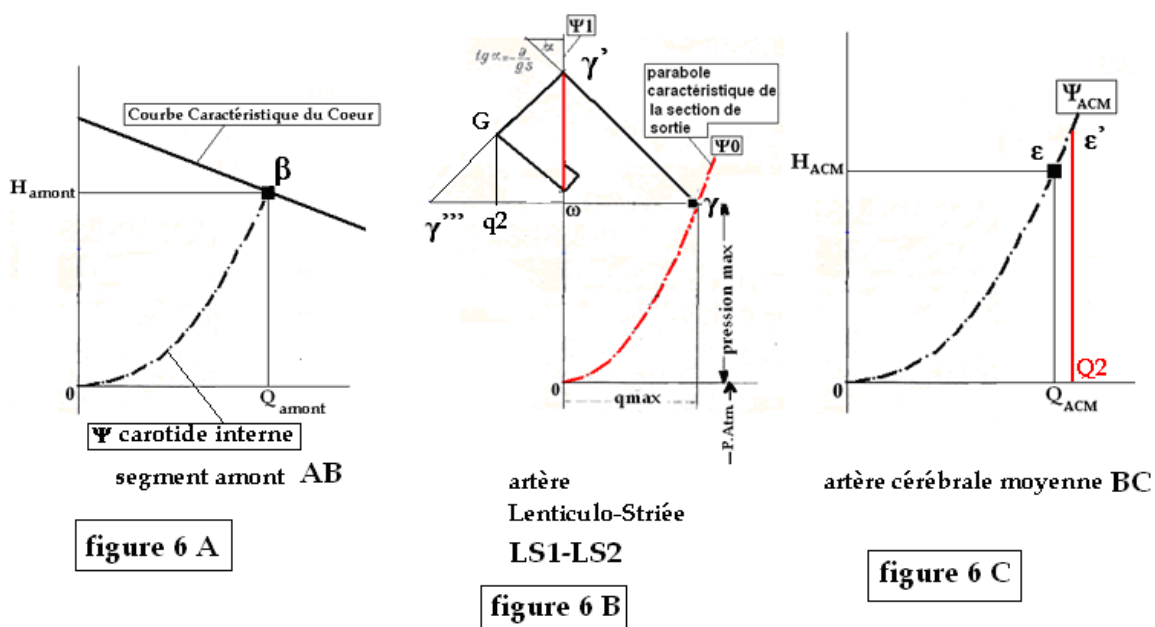


Figure 6. Diagramme de Bergeron⁵ et Schlag¹² pour un réseau de conduites présentant une bifurcation. Cas de l'artère lenticulo-striée et branche de l'artère cérébrale moyenne.

Principe de construction du coup de bélier. Considérons un observateur qui se déplace sur chaque tronçon dans un temps τ tel que $\tau = \frac{L'''}{a'''} = 5 \frac{L'}{a'}$ et $\frac{L'}{a'} = \frac{L''}{a''}$

Nous avons partagé le nombre d'aller et retour à 5 comme le représente la figure 7. Supposons que du temps zéro au temps 2 la courbe caractéristique de l'orifice LS2 passe de Ψ_0 à la verticale Ψ_1 , c'est-à-dire de l'ouverture à la fermeture instantanée (fig. 6 B). Avant la fermeture le point de fonctionnement est γ de sorte que l'observateur qui part du point LS1 se déplace sur la droite $\gamma\gamma'$. L'interception avec l'axe des ordonnées donne le coup de bélier 0γ .

En rebroussant chemin, la droite caractéristique sera la symétrique de $\gamma\gamma'$ c'est-à-dire $\gamma'\gamma''$. Mais comme le débit s'annule à la fermeture de **LS2**, le débit au point **B** de la figure 5 est inchangé. Donc le débit de l'artère cérébrale moyenne augmentera de Q_{ACM} à Q_2 (figure 6 C). On doit donc retrancher cette valeur sur la figure 6 B, ce qui donne le débit q_2 dont l'ordonnée vaut **G**. Puis l'observateur retourne vers **LS2** en changeant de signe. Nous arrêtons là la démonstration car le problème est délicat, mais compréhensible, pour poursuivre la construction. L'ouvrage de Bergeron⁵ permet d'aborder la solution du problème d'après ses nombreux exemples.

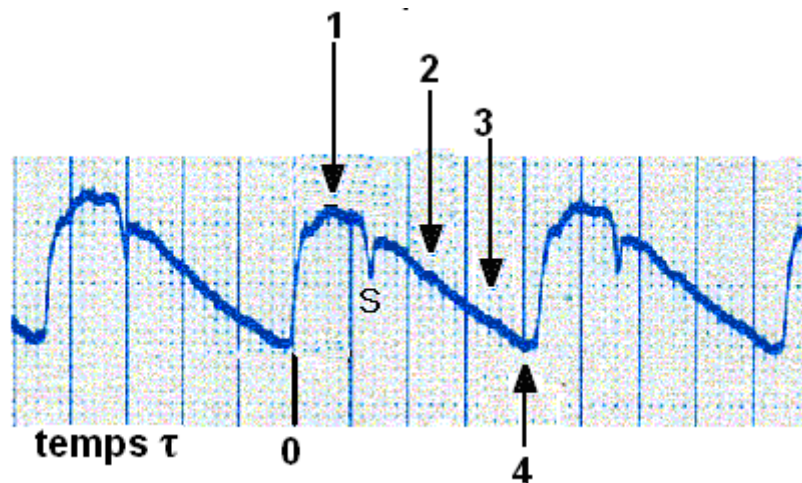


Figure 7. Enregistrement de la pression en fonction du temps τ . Le coup de bélier commence au temps $\tau=1$.

Nous avons représenté sur la figure 8 le résultat probable des cinq allées et retours d'après les exemples empruntés à Bergeron. On remarque que les coups de bélier diminuent (amortissement) progressivement dans le temps en décrivant une spirale.

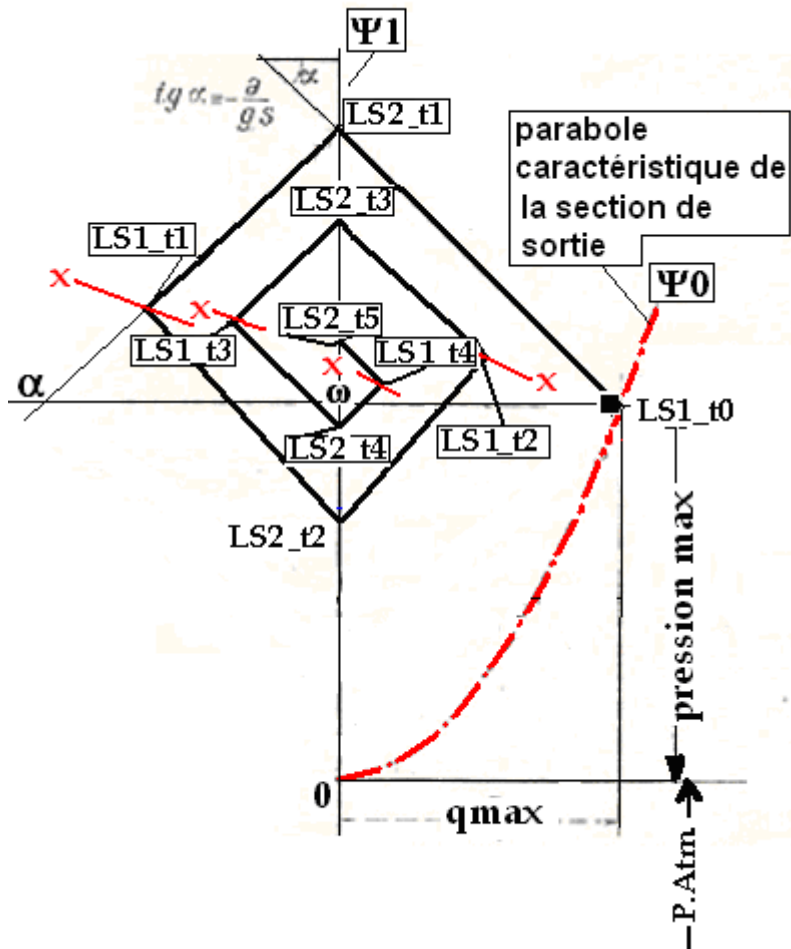


Figure 8. Diagramme de Bergeron⁵ du coup de bélier dans un réseau présentant une bifurcation. Cas des figures 5 et 6.

La figure 9 permet de déterminer le coup de bélier enregistrés au niveau de l'extrémité occluse **LS2** de l'artère lenticulo-striée et de calculer le débit à l'entrée de l'artère **LS1**. Après la fermeture instantanée de l'artère la pression artérielle passe par un maximum **LS2_t1** qui est le coup de bélier positif dangereux. Puis des oscillations s'amortissent progressivement pour atteindre un nouveau cycle cardiaque au point **B**. Quand le nouveau cycle cardiaque commence la pression artérielle instantanée se reproduit identique à elle-même, mais avec la différence que la pression systolique sera plus élevée (**P2** de la figure 9) probablement égale à la valeur du coup de bélier positif. Il faut noter que la pression diastolique sera du même ordre de grandeur qu'avant le coup de bélier. Cela vient du fait des allers et retours successifs des ondes de pression qui s'amortissent par compétition et par le biais de l'élasticité artérielle¹³. Le débit s'annule à partir de l'apparition du coup de bélier. Comme le rappelle Bouasse⁹, le pouls se produit aussi bien sur une artère dans laquelle le sang coule que sur une artère coupée et liée : à chaque systole le bout de l'artère se soulève.

Ainsi dans le bout distal occlus de l'artère lenticulo-striée le débit est nul, mais les ondes de pression se propagent normalement en s'amplifiant (par réflexion de l'onde au niveau de la ligature), ce qui explique que dans le moignon d'un amputé l'artère liée sort des parties molles lors de la systole par l'accroissement de pression (coup de bélier) et donc allongement de l'artère⁹. Puis le moignon rentre à chaque systole quand la pression décroît.

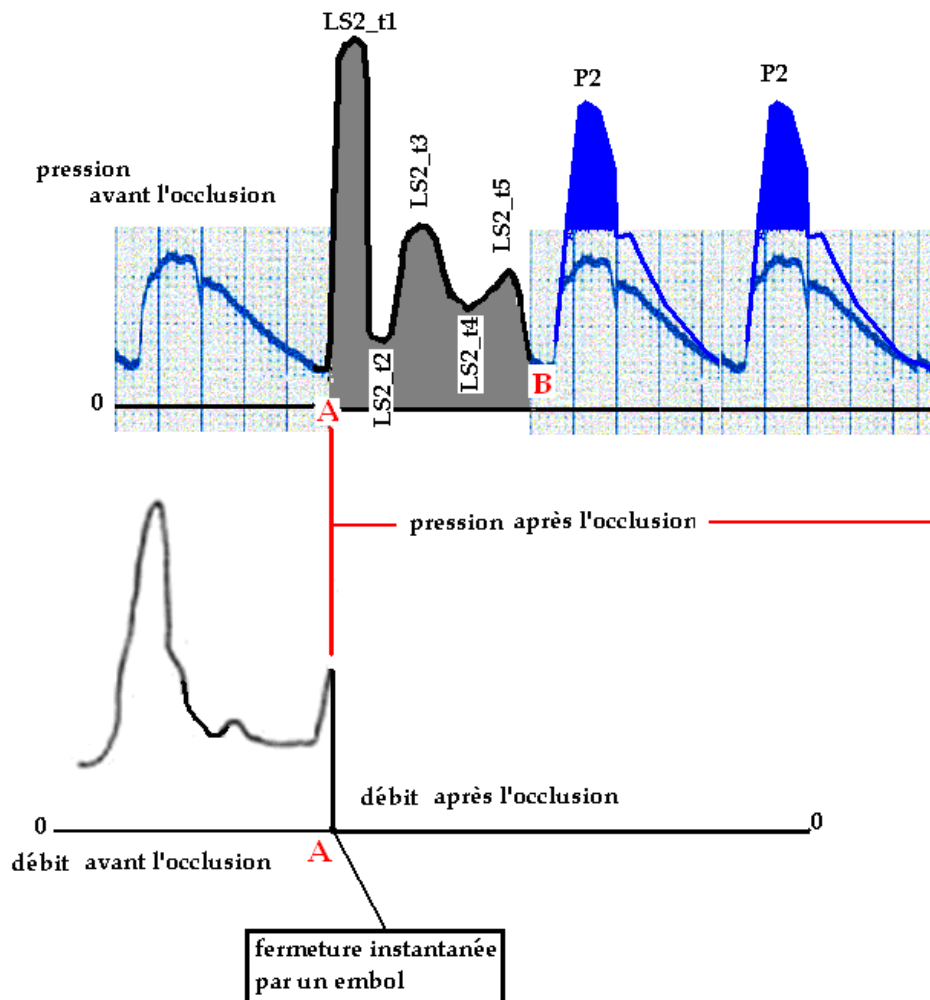


Figure 9. Enregistrement simultané de la pression et du débit au niveau distal (**LS2**) de l'artère lenticulo-striée après fermeture instantanée lors de son occlusion par un embolus. En gris phénomène du coup de bélier. P2=pression maximum suite à la réflexion des ondes sur la partie distale de l'artère.

La figure 10 représente l'enregistrement simultané de la pression et du débit au niveau de l'origine **LS1** de l'artère lenticulo-striée. En reprenant les données de la figure 8 on voit que le coup de bélier est très faible, du même ordre de grandeur que les systoles précédentes. La pression après le coup de bélier est identique à celle précédant le coup de bélier, et le débit présente des oscillations de faible amplitude.

De nombreux patients hypertendus traités ont une pression artérielle diastolique abaissée alors que la pression artérielle systolique reste élevée, réalisant ainsi, en dépit du traitement, un tableau d'hypertension artérielle systolique isolée¹⁴. On remarque donc dans cette analyse du coup de bélier que la pression diastolique ne joue aucun rôle. Seule la pression systolique intervient, ce qui confirme indirectement la notion précédemment décrite par Safar¹⁴.

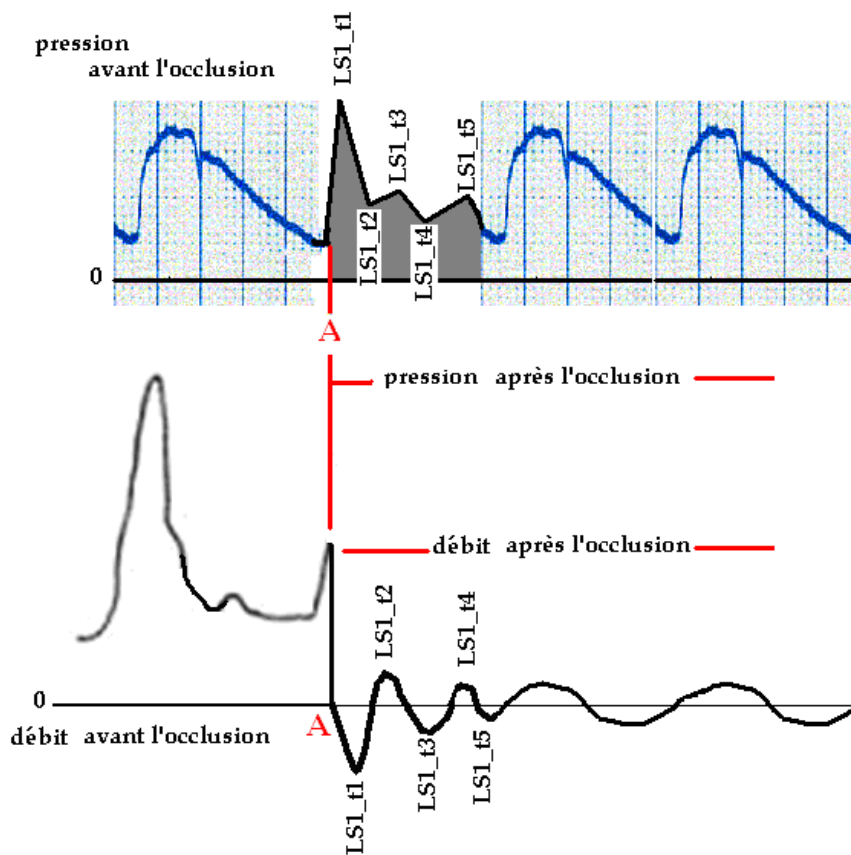


Figure 10. Enregistrement simultané de la pression et du débit au niveau proximal (**LS1**) de l'artère lenticulo-striée après fermeture instantanée de son extrémité distale (**LS2**). En gris phénomène du coup de bélier. La pression maximum après le coup de bélier est inchangée. Le débit présente des oscillations de faibles amplitudes.

Prenons quelques exemples concrets pour fixer les ordres de grandeur du coup de bélier. Les valeurs utilisées sont celles proposées par Ahlqvist².

- $a' = 20 \text{ ms}^{-1}$. Pression artérielle = 14/8 cm de mercure au pli du coude.. Ahlqvist donne la valeur de la vitesse moyenne de 0.35 ms^{-1} ce qui peut correspondre à une vitesse maximum de $0,6 \text{ ms}^{-1}$. Pour Ahlqvist le module d'élasticité E est de l'ordre de grandeur $5,5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ ($E = 10^{11} \text{ Pa}$ pour l'acier⁹). Compte tenu de l'amplification la pression artérielle au niveau de l'artère lenticulo-striée sera alors 16/7 cm de mercure. Lors d'une fermeture instantanée, après embolisation, le coup de bélier positif est de
$$\Delta h = \frac{20 \cdot 0.6}{9.81} = 2.4 \text{ mètres d'eau soit } 9 \text{ cm de mercure.}$$
 La pression maximum est donc de $16 + 9 = 25 \text{ cm de mercure}$.
- Si le patient est hypertendu, par exemple avec une pression systolique de 30 cm de mercure enregistrée au bras, compte tenu de l'amplification due au phénomène télescopique la pression systolique au niveau de l'artère lenticule-striée peut être de 35 cm de mercure. Lors du coup de bélier la pression maximum deviendra $35 + 9 = 44 \text{ cm de mercure}$.
- Si ce même hypertendu présente une athérosclérose qui augmente la célérité de l'onde de pression à 40 ms^{-1} alors le coup de bélier sera de
$$\Delta h = \frac{40 \cdot 0.6}{9.81} = 2.4 \text{ mètres d'eau soit } 18 \text{ cm de mercure}$$
 et la pression maximum devient $35 + 18 = 54 \text{ cm de mercure}$.

De même qu'en hydraulique c'est le coup de bélier qui fait éclater la conduite, on pourrait penser que le coup de bélier positif est à l'origine du saignement par fissuration de l'artère. Mais la résistance des artères à la rupture est très grande. On sait depuis plus d'un siècle qu'une artère carotide de chien résiste à des pressions de plusieurs mètres de mercure (3 à 8 mètres) avant d'éclater¹⁵. La résistance des petites artères est plus grande que celle des gros vaisseaux en raison de la loi de Laplace¹⁵. Les examens anatomo-pathologiques ne trouvent jamais de lésion artérielle à l'origine du saignement. Pour certains auteurs ce sont les ruptures des micro-anévrismes miliaires de Charcot et Bouchard qui seraient à l'origine du saignement². Rien n'est démontré, par contre l'existence de ces anévrismes peut être la conséquence de l'HTA², bien que tous les hypertendus n'en présentent pas. Dans l'étude de Takebayashi¹⁶ seulement 2 ruptures d'anévrisme miliaire ont été relevées au microscope électronique sur 48 prélèvements artériels obtenus sur 11 cerveaux fraîchement prélevés aux urgences neurochirurgicales. Devant cette faible proportion de rupture, nous proposons une hypothèse liée à un phénomène physique peu connu, celui de la thixotropie¹⁷. Mais avant d'étudier ce phénomène, envisageons le rôle éventuel de la cavitation.

II. Dépression et cavitation lors du coup de bélier (figure 11).

Prenons l'exemple donné par Bergeron⁵. Lors de la fermeture instantanée de la conduite terminale, il existe une dépression qui suit la surpression qui est supérieure à la pression absolue ($h_0 + h_a$) où h_a est la pression atmosphérique. La limite physique de la dépression est ($h_0 + h_a$) qui mène à l'établissement du vide barométrique au point où elle se produit. **Cette limite n'est pas le vide mais la tension de vapeur du liquide.**

L'épure de la figure 11 se construit selon le principe déjà entrevue plus haut. Voir l'annexe I où nous avons repris la démonstration de Bergeron. On remarque qu'à la suite du coup de bélier il existe une ligne brisée

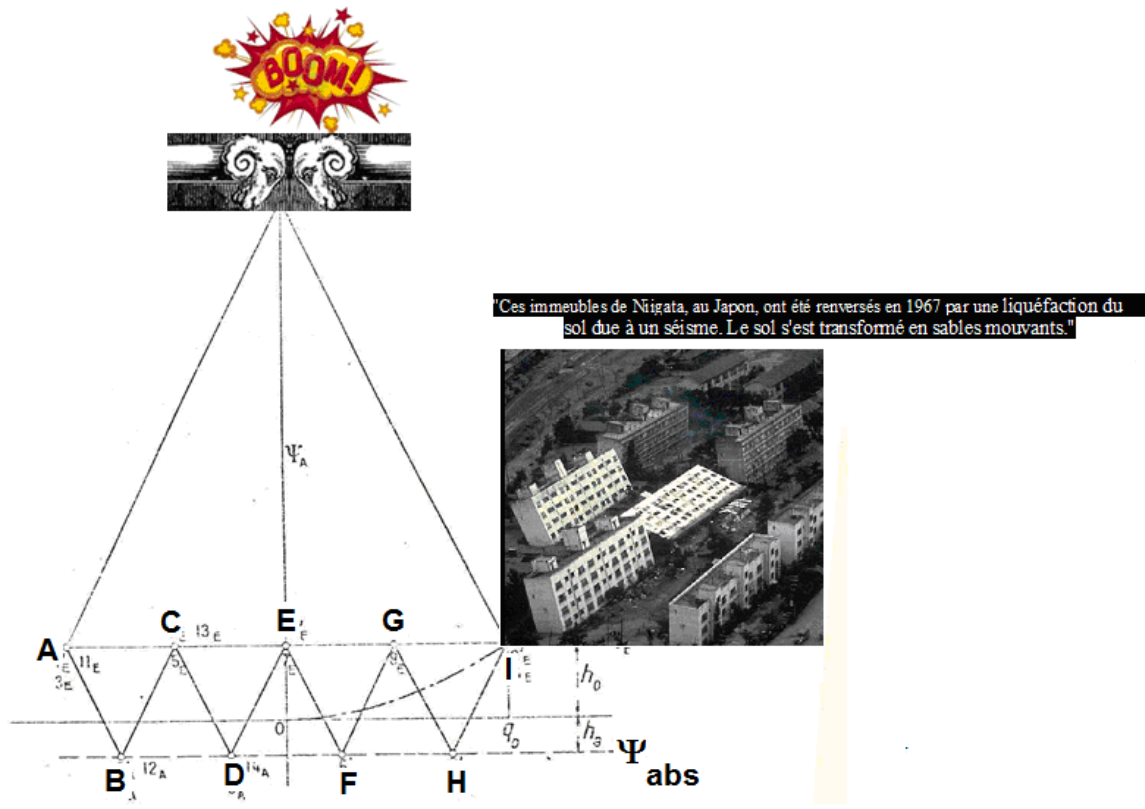


Figure 11.

Redessignons le diagramme de la figure 8 sur la figure 12, mais en tenant compte de la rigidité artérielle, c'est-à-dire que le coefficient angulaire des droites est très élevé par suite de la grande valeur de la célérité de l'onde de pression a .

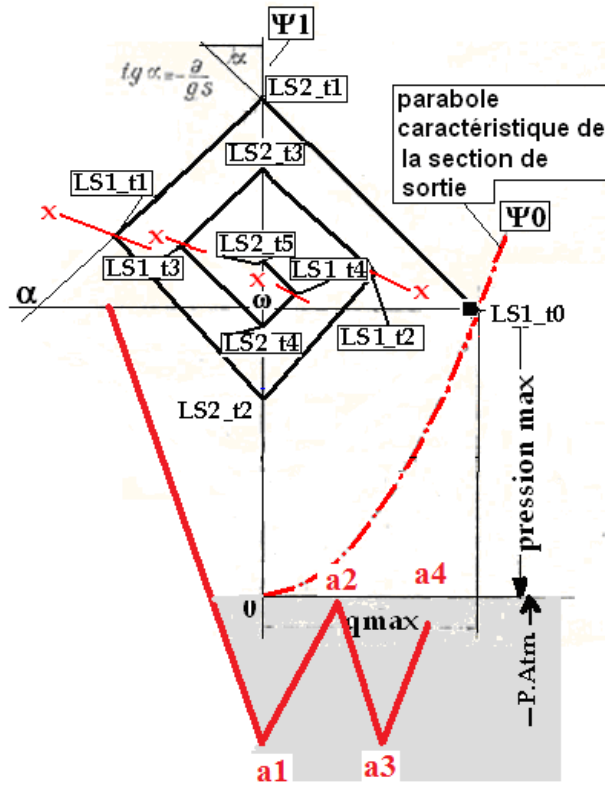


Figure 12.

Ainsi au cours d'un cycle cardiaque en plus des coups de bélier se superposent plusieurs implosions très énergétiques.

III. La thixotropie¹⁷.

III. 1. Définition. La **thixotropie** [du grec : $\theta\iota\chi\iota\sigma$ (*thixis*) = action de toucher et $\tau\rho\epsilon\pi\omega$ (*trépo*)= je change] est la propriété réversible de la matière de changer d'état selon l'énergie que l'on va lui communiquer et que possèdent certains matériaux de se fluidifier progressivement lorsqu'ils sont soumis à des actions mécaniques ou plus précisément de passer d'un état visqueux à un état fluide. On peut dire aussi qu'un corps thixotrope est un corps dont la viscosité diminue en fonction de la force appliquée. On peut citer les peintures que l'on doit remuer énergiquement avant de les utiliser. Un exemple classique (et dangereux) de corps thixotrope est celui des sables mouvants. On dit d'un matériau qu'il est thixotrope si, en réponse à une contrainte (agitation mécanique, ondes sismiques, cisaillement) sa viscosité diminue fortement. Autrement dit, il passe de l'état solide à l'état liquide. Mais, là où les fluides thixotropes sont très "forts" c'est que selon si on les laisse au repos 1 minute, 10 minutes, 1 heure etc... leur viscosité ne sera pas la même et donc si on les agite à nouveau, on n'obtiendra pas les mêmes résultats. Certains matériaux naturels sont thixotropes comme le ketchup, la mayonnaise mais leur temps de retour à l'équilibre est très faible si bien qu'on ne s'en rend quasiment pas compte. Comme nous venons de la voir les coups de bélier associés aux implosions des bulles de cavitation sont à l'origine d'ébranlements de type sismique avec les mêmes conséquences, à savoir une liquéfaction des tissus environnants.

III. 2. Le miracle de la Saint Janvier²⁰. *San Gennaro* (en italien), évêque de Bénévent, est un saint martyr reconnu par les traditions catholique et orthodoxe. Il mourût en martyr en 305 près de Pouzzoles pendant la grande persécution de Dioclétien. **Saint Janvier** est célébré le 19 septembre et est l'un des Saints patrons de la ville de Naples. Le Saint mourut décapité. La nuit suivant le martyre, la parente paralytique que Janvier avait soignée recueillit du sang de l'évêque martyr avec une éponge, comme il était d'usage à l'époque, et en remplit les deux fioles qui avaient servi à Janvier à célébrer sa dernière messe puis elle emmena les ampoules chez elle (figure 13).

Le culte de saint Janvier²⁰. Les napolitains considèrent que le saint leur a accordé sa protection en 1497 contre la peste de même qu'en 1631, 1698, 1767, 1779, contre les destructions qu'aurait pu causer les éruptions du Vésuve. La légende du saint raconte qu'à Antignano, le samedi précédent le 1er jour de mai du début du IV^e siècle, lors du transfert de son corps vers sa catacombe, le sang se liquéfia lorsque les deux ampoules contenant le sang desséché furent approchées de sa dépouille par sa parente. Ce phénomène a ensuite été attesté pour la première fois à Naples le 17 août 1389. Le "miracle" de la liquéfaction du sang de saint Janvier est célébré habituellement trois fois par an.

Le cérémonial. La liquéfaction du sang de saint Janvier fait l'objet d'une cérémonie au Duomo San Gennaro : le sang, contenu dans les deux ampoules hermétiques disposées dans une chasse fait l'objet d'ostensions, face à la foule. Généralement au cours des ostensions, le sang se liquéfie, puis les reliques sont précieusement remises sous clefs. En septembre et en mai, la cérémonie se répète huit jours durant. Si le sang se liquéfie rapidement, c'est le signe que Naples bénéficiera de toutes sortes de bénédictions et c'est la liesse générale dans la ville. Par contre, si le sang tarde à se liquéfier ou ne se liquéfie pas, c'est signe de malheurs à venir pour la ville et les napolitains ont moins le moral.



Figure 13. Les deux ampoules du sang de Saint Janvier²⁰.

II. 3. Explication scientifique du miracle²¹. Afin de tenter d'expliquer le miracle de saint Janvier, sans courir le risque d'être excommuniés, trois chercheurs de la faculté de Pavie, ont réalisé un gel avec des produits connus du moyen-âge, puisque l'on pense que le composé contenu dans les ampoules a été fabriqué par des alchimistes médiévaux. Par simple agitation mécanique, ce gel se liquéfie et le cycle liquéfaction-solidification est hautement reproductible. C'est le phénomène de la thixotropie.

IV. 3. Hypothèse sur l'origine de l'hémorragie intracérébrale du sujet hypertendu. Figure 14.

On considère, que comme un tremblement de terre^{19, 22}, le coup de bélier au-dessus d'une certaine valeur dégage une énergie suffisante pour modifier l'état physico-chimique de l'espace environnant. Représentons sur la figure 14, avant le coup de bélier, une ampoule de Saint Janvier à cheval sur une artère. Après le coup de bélier, s'il est suffisamment important, le gel contenu dans l'ampoule va se liquéfier.

S'il existe un coup de bélier très énergétique dans l'artère lenticulo-striée, celui-ci va liquéfier le contenu de la substance grise des noyaux gris qui jouxtent l'artère. Plus le coup de bélier sera intense et plus le territoire liquéfié sera important. La liquéfaction de la substance grise va entraîner la désorganisation de la micro vascularisation de la névroglie. Les vaisseaux n'étant plus soutenus, ceux-ci vont se déchirer et entraîner une hémorragie. Plus la liquéfaction sera importante et plus il y aura de vaisseaux atteints et plus grande sera l'hémorragie. Nous avons vu qu'après le coup de bélier les systoles qui suivaient présentaient une pression maximum du même ordre de grandeur que le coup de bélier. Il y a donc les chocs intenses d'une part et la fréquence des chocs d'autre part. Or on sait que la fréquence des coups peut favoriser le phénomène de la thixotropie, comme cela a été vérifié sur le mucus bronchique. Cette embolie engendrant alors un phénomène de thixotropie¹⁸.

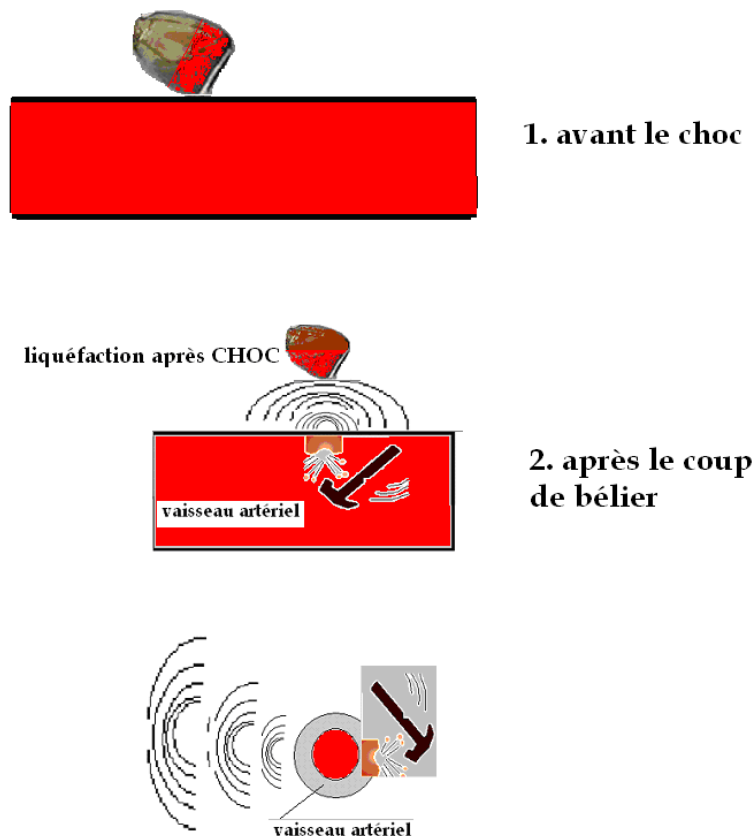


Figure 14. L'origine de l'hémorragie cérébrale du sujet hypertendu sans effraction de sang de l'artère vers le cerveau : le phénomène de thixotropie.

L'étude théorique du coup de bélier appliqué à la circulation cérébrale a mis en évidence le rôle exclusif de la pression artérielle systolique sur la cause du ramollissement ou de l'hémorragie cérébrale. L'hémorragie cérébrale représente 15% de l'ensemble des accidents

vasculaires cérébraux en Europe²³, et la diminution de leur incidence a été attribuée à la réduction de la prévalence de l'HTA dans la population sous l'effet des modifications d'habitudes alimentaires et des traitements médicamenteux. Rappelons la conclusion de Safar¹⁴ sur la pression pulsée : « Indépendamment des pressions systolique, diastolique et moyenne, la pression artérielle pulsée est un facteur lié au risque cardiovasculaire, notamment dans la prédiction de l'infarctus du myocarde. Surtout ce facteur de risque est important à considérer dans l'hypertension artérielle traitée. De nombreux patients hypertendus traités ont une pression artérielle diastolique abaissée alors que la pression artérielle systolique reste élevée, réalisant ainsi, en dépit du traitement, un tableau d'hypertension artérielle systolique isolée¹⁴. »

D'après notre étude, un risque supplémentaire d'hémorragie cérébrale s'ajoute chez l'hypertendu, s'il existe simultanément :

- I. Une hypertension artérielle **systolique**
- II. Une pathologie emboligène : **a) Les emboles de cholestérol** : brillants, jaunâtres, réfringents, ce sont les plus fréquemment observés. Ils ont le plus souvent pour point de départ une plaque d'athérome ulcérée de la carotide interne. **b) Les emboles fibrino-plaquettaires** : responsables d'occlusions incomplètes, leur origine est également carotidienne le plus souvent. **c) Les emboles calcaires** : blanchâtres, de plus grande taille, ils sont plus rares, souvent uniques. Leur origine est le plus souvent cardiaque. On les retrouve volontiers lors de pathologies valvulaires mitrales ou aortiques. Les pathologies emboligènes les plus fréquentes sont : l'**athérome carotidien, cause la plus fréquente**, et les **cardiopathies emboligènes**
- III. Une migration d'un caillot dans une artère cérébrale.
- IV. En l'absence d'hypertension systolique l'embolie artérielle entraînera un ramollissement cérébral.

Enfin pour rester cohérent avec notre théorie on peut proposer comme thérapeutique curative²⁴, voire prophylactique, une craniotomie en regard du territoire vasculaire atteint. Cette craniotomie peut être simple avec fermeture de la peau sur les méninges, soit avec mise en place d'une chambre anti-bélier remplie de gaz type hélium (figure 15).

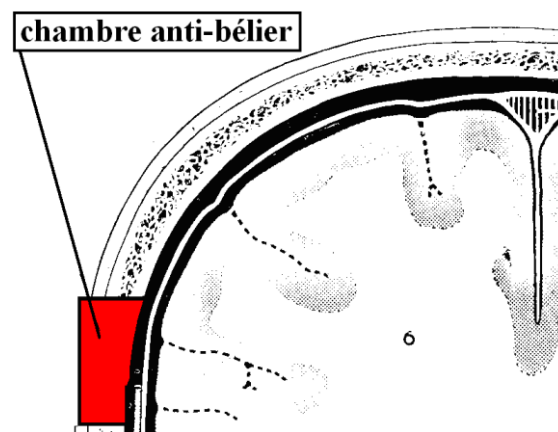


Figure 15.

V. Conclusion.

Suite à une description clinique subjective d'un poète lors d'un ictus, nous avons eu l'intuition que le phénomène décrit pouvait être celui d'un coup de bélier hydraulique. D'autre part des récentes études ont montré que les hémorragies cérébrales des hypertendus pouvaient être secondaires à une occlusion artérielle embolique. Nous avons décrit le phénomène du coup de bélier selon la construction géométrique de Bergeron :

1. en hydraulique générale pour une conduite unique
2. en hydraulique générale pour une conduite unique télescopique
3. pour une artère cérébrale présentant une bifurcation, la division de l'artère cérébrale moyenne avec l'artère lenticulo-striée.

L'application numérique montre que l'intensité du coup de bélier dépend de la pression artérielle systolique. C'est l'existence concomitante de la cavitation avec le coup de bélier, qui engendrant un véritable séisme cérébral, entraîne les mêmes conséquences, à savoir une liquéfaction des tissus entourant les axes artériels. C'est ce phénomène de thixotropie qui expliquerait le miracle de San Gennario (Saint Janvier) à Milan et donc par analogie de certaines hémorragies intracérébrales chez les patients hypertendus.

L'intérêt essentiel de ce travail est de montrer :

- qu'il existe un phénomène physique autre que la brèche vasculaire pour expliquer l'hémorragie cérébrale des sujets hypertendus.
- qu'il est utile de traiter l'hypertension artérielle avec l'objectif, en conformité avec les recommandations de l'OMS, de faire baisser la **valeur de la pression artérielle systolique au moins à 140 mm de mercure** quel que soit le niveau de la pression diastolique.
- qu'une craniotomie puisse être envisagée comme thérapeutique curative et prophylactique.

BIBLIOGRAPHIE

1. **BABINGTON C.** : Democratic Sen. Johnson in Stable Condition After Brain Surgery. The Washington Post. Friday, December 15, 2006;Page A01
2. **AHLQVIST J.** : Stress-related intracerebral hemorrhage and the water-hammer effect. Stroke. 2001;32:276
3. **VENET R., KHELAF A., PERILLIAT I., SEBBANE G., PAVIE A.** : Relation entre la pression artérielle moyenne et le débit sanguin mesurés au bras. Hypothèse sur l'origine de l'hémorragie cérébrale du sujet hypertendu. In l'Année gérontologique 2005. SERDI éd. Tome I. 121-142
4. **LAMMIE A., LINDLEY R., KEIR S., WIGGAM I.** : Stress-related primary intracerebral hemorrhage. Autopsy clues to underlying mechanism. Stroke. 2000;31:1426-1428
5. **BERGERON L.** : Du coup de bélier en hydraulique au coup de foudre en électricité. Dunod éditeur, Paris, 1950, 10-92.
6. **RICH G. R.** : Hydraulic transients. Mc Graw-Hill book company. New York. 1951
7. **VENET R., PAVIE A., GELIOT M., FRIBERG J., FRELIN M., PLUVIOSE M., CABROL C.** : Application de la méthode Bergeron à la théorie du fouet. RMB, 2, 1986, 93-95.
8. **Mac DONALD D. A.** : Blood flow in arteries. Edward Arnold, London, 1974, 78-103.
9. **BOUASSE H.** : Jets, tubes et canaux. Delagrave éditeur, Paris, 1923, 286.

10. **ROUVIERE H., CORDIER G., DELMAS A.** : Anatomie humaine : Tome III membres SNC. 1962 ; éd. Masson ; 691.
11. **NETTER F.H.** : Blood supply of the brain. In the Ciba collection of medical illustrations. ; Vol I ; Nervous system ; 1972 ; p. 38.
12. **SCHLAG A.** : Coups de bélier. Oscillations en masse. In Hydraulique générale. Paris. Dunod éditeur. 1957. 197-220
13. **LEHOUCQ R., COURTY J.M.** : Des ondes dans les artères. Pour la Science. . 279 ;Janvier 2001 :108-109
14. **SAFAR M., BLACHER J. ' LONDON G** : Hypertension artérielle et pression pulsée. Arch. mal. coeur vaiss. Hypertension artérielle2000, vol. 93, n° 11, 1377-1380
15. **MEYER E.** : Circulation du sang dans les vaisseaux. In Traité de physique biologique, publié sous la direction de D'ARSONVAL, GARIEL, CHAUVEAU et MAREY. Masson éditeur, Paris, Tome 1,1901, 360-362
16. **TAKEBAYASHI S., KANEKO M.** : Electron microscopic studies of ruptured arteries in hypertensive intracerebral hemorrhage. Stroke. 1983;14:28-36
17. <http://fr.wikipedia.org/wiki/Thixotropie>
18. <http://www.mucoviscidose-innovation.org/thixotropie.html>
19. http://imacwww.epfl.ch/GenieParasismique/EDOC_ST09/Course_1/ebvgs_1f.pdf
20. http://fr.wikipedia.org/wiki/Janvier_de_B%C3%A9n%C3%A9vent
21. **GARLASHELLI L., RAMACCINI F., DELIA SALA S.** : Working bloody miracles. *Nature* **353**, 507
22. **ROCARD Y.** : Dynamique générale des vibrations ; Quatrième édition ; éd. Masson , 1971; 362-367.
23. **LEYS D., PARNETTI L., PRUVO J.P., PASQUIER F.** : Hypertension artérielle et cerveau. Encycl Méd Chir (Elsevier, Paris), Neurologie, 17-045-A-70, 1999, 6p
24. **CATALA I.** : Hémicraniotomie contre infarctus sylvien malin. Le quotidien du médecin, Octobre 2007 ; 8238 : 8S
25. **BOUISSOU J.** : Victime d'une hémorragie cérébrale, Michel Rocard se remet doucement. [www.lemonde.fr/web/article/ juillet 2007.](http://www.lemonde.fr/web/article/juillet_2007)

ANNEXE I

RAPPEL DE LA METHODE GRAPHIQUE DE BERGERON.

I. EN RÉGIME PERMANENT.

Pour maintenir un débit permanent Q dans une conduite en charge, il faut et il suffit que l'on maintienne entre ses extrémités une différence de pression constante h dont la grandeur dépend uniquement de Q et de la constitution de cette conduite.

Si on porte en ordonnées les valeurs de h et en abscisses celles de Q , on obtient une courbe qui **caractérise** la conduite, et que l'on nomme pour cette raison « **courbe caractéristique de la conduite.** »

Il est important de noter qu'aucun point de fonctionnement permanent n'est possible en dehors de sa courbe caractéristique.

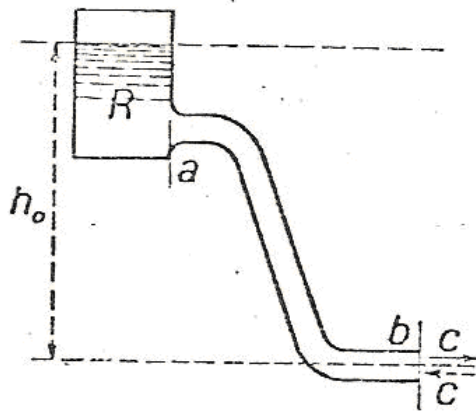


FIG. 1

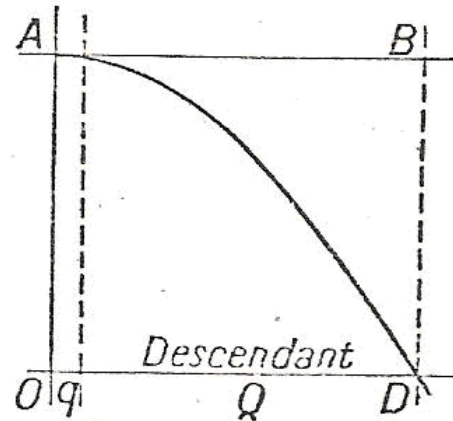


FIG. 1a

Figure 1.

H. Bergeron

Le réservoir R à niveau constant de la figure 1, avec sa conduite *ab* et un courant descendant a pour courbe caractéristique de la pression *en b* la parabole de la figure 1a. Le point **D** est le point limite de fonctionnement car toute la hauteur motrice h_0 est absorbée par toutes les pertes de charge. Tous les points de la courbe caractéristique de la conduite sont des régimes possibles. Si une machine hydraulique est à l'origine du débit qui traverse la conduite, alors un seul point de régime pour engendrer la pression correspondante. On place une conduite et une machine, il résulte que le régime de fonctionnement de l'ensemble sera donné par le point **d'intersection des courbes caractéristiques de la conduite et de la machine.** Si par exemple on accouple une turbine Pelton (courbe caractéristique *A''D''*) placé en bout de conduite de caractéristique *OF''*, on obtient le point *M''*.

II. RÉGIME VARIÉ.

Si l'orifice de sortie de la conduite subit une variation dans le temps : ouverture ou fermeture de la vanne de sortie, la pression *h* et le débit *Q* varient aussi dans le temps en tous points du système.

a) Lois fondamentales de l'écoulement varié dans les conduites en charge.

Une variation d'état, ou de régime, provoquée en un lieu d'une conduite, se propage de part et d'autre sous la forme d'une onde plane.

b) Equations fondamentales du régime varié dans les conduites

- i. En un temps et en lieu quelconque le long d'une conduite, la variation de pression depuis l'origine du phénomène est égale à la somme de deux ondes de pression F et f qui s'y croisent en cet instant.**
- ii. Simultanément la différence $F - f$ de ces deux ondes est égale à $\frac{a}{g}$ fois la variation de la vitesse à ce temps et en ce lieu depuis l'origine du phénomène**
- iii. La célérité a de ces ondes F et f est constante par rapport au liquide, c'est-à-dire que la vitesse d'écoulement du liquide s'y ajoute ou s'en retranche pour donner la célérité absolue par rapport à la conduite**

Les grandeurs F et f sont les accroissements de pression.

c) Détermination de la célérité « a ».

D'après Bergeron la célérité de l'onde « a » est donnée par la formule suivante :

$$a = \sqrt{\frac{g}{\omega \left(\frac{D}{Ee} + \frac{1}{\varepsilon} \right)}}$$

Avec ω = masse volumique du liquide

$$g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$$

D = diamètre de la conduite

e = épaisseur de la paroi

E = module d'Young

ε = compressibilité du liquide

Ainsi pour l'eau « a » = 1200 ms⁻¹

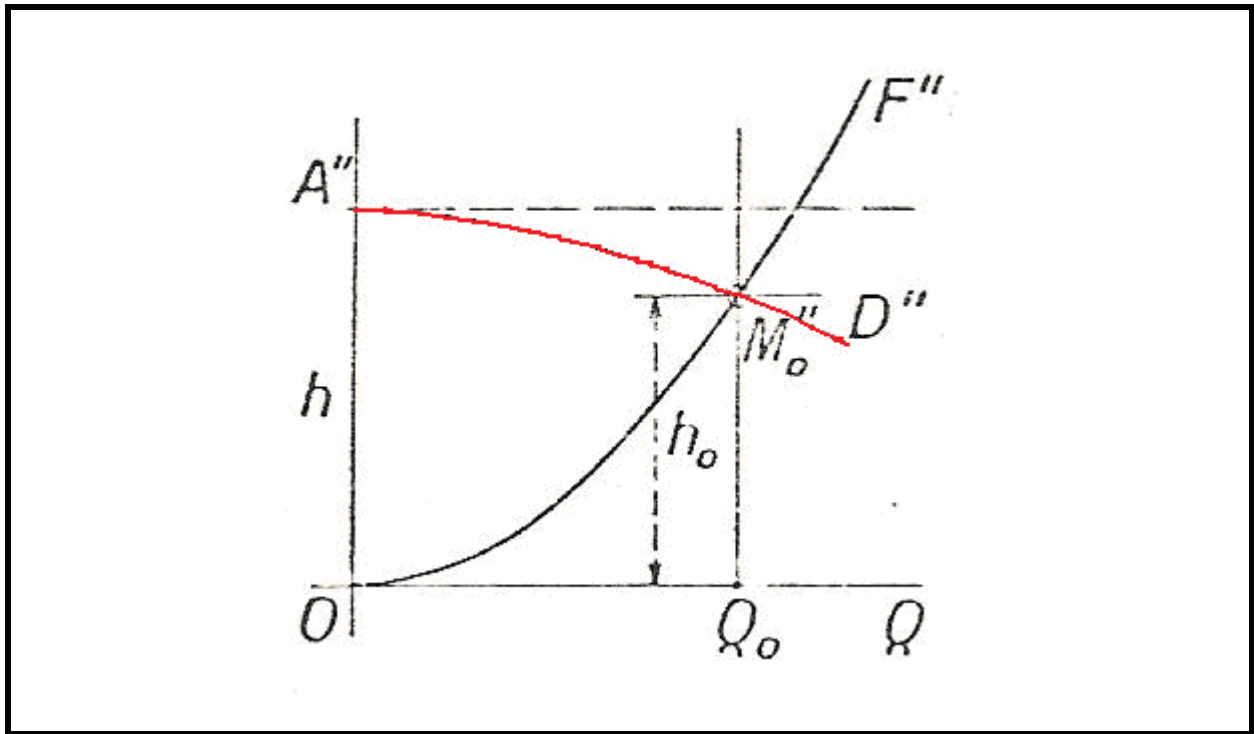


Figure 2.

d) Courbes caractéristiques des conduites en régime varié.

Considérons une conduite AB (figure 7) limitée en A et B distant de L , de section S et épaisseur e constantes sur cette longueur, dans laquelle un liquide circule avec la vitesse moyenne c_0 .

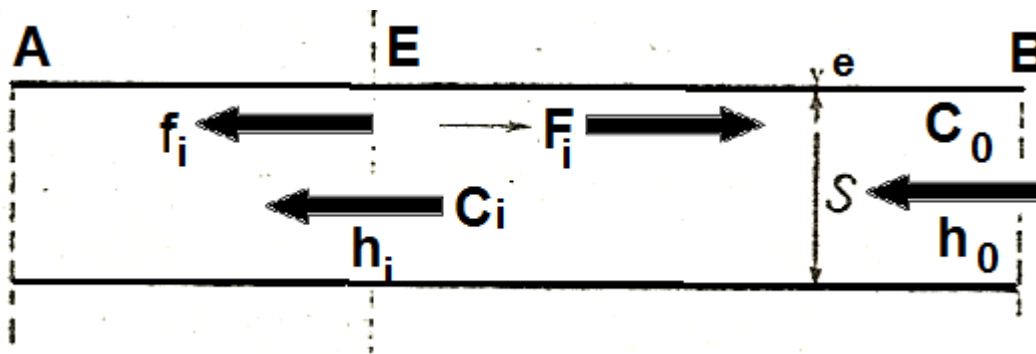


Figure 3.

$$q = cS$$

Pour pouvoir suivre les phénomènes qui vont se dérouler en A ou en B ou entre A et B dans la conduite, Bergeron postule :

Que le régime h_i q_i est dû au croisement en E de deux ondes de célérité a , l'une F_i se dirigeant en sens contraire de l'écoulement, soit de E vers B, l'autre f_i se dirigeant dans le

sens de la vitesse du courant, soit de E vers A. **Les équations qui relient la pression h à la vitesse d'écoulement, sachant que $q=cS$, sont :**

$$\frac{a}{gS}(q_0 - q) = F - f$$

$$h - h_0 = F + f'$$

Considérons sur une conduite AB un lieu quelconque E, entre A et B, de pression h_1 et de débit q_1 en ce lieu et au temps i compté depuis l'instant où, pour une cause quelconque, le régime a commencé à varier en ce lieu. Le point figuratif de ce régime sera i_E (figure 9.)

La notion de courbe caractéristique dans une conduite en régime varié n'a de sens que pour un



observateur mobile se déplaçant le long de la conduite à la célérité « a » des ondes et que **cette courbe change avec le sens du déplacement.**

- i. L'observateur se déplace en sens contraire de la vitesse positive d'écoulement.*

La relation recherchée entre h et q est $(h_i - h) = \frac{a}{gS}(q_i - q)$. La courbe caractéristique est une droite PR passant par le point figuratif i_E du régime au temps et au lieu du départ, et de coefficient angulaire $+\frac{a}{gS}$.

- ii. L'observateur se déplace dans le sens de la vitesse positive d'écoulement. La*

relation cherchée entre h et q est $(h_i - h_i) = \frac{a}{gS}(q_i - q)$. La courbe caractéristique est une droite P'R' passant par le point figuratif i_E du régime au temps et au lieu du départ, et de coefficient angulaire $-\frac{a}{gS}$

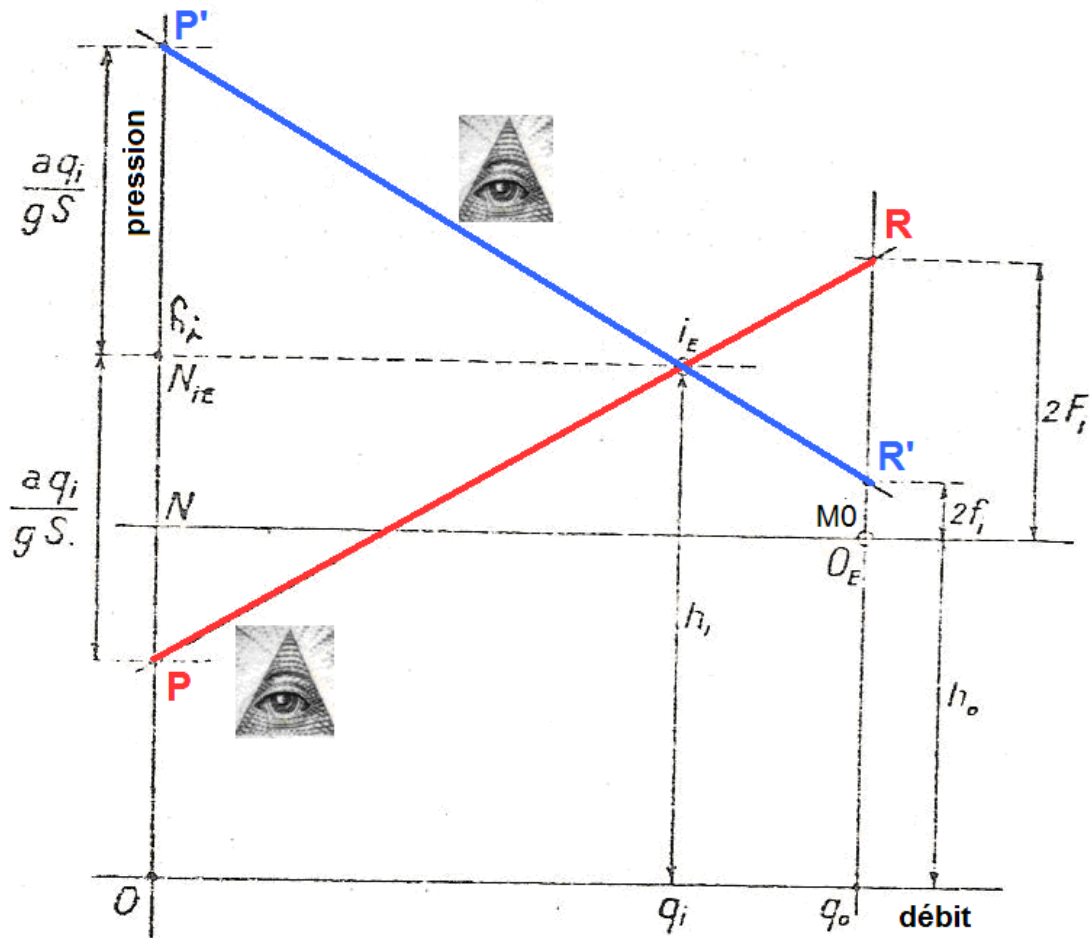


Figure 4.

**APPLICATIONS. CONDUITE UNIQUE RELIANT UN RÉSERVOIR À NIVEAU
CONSTANT À UNE EXTRÉMITÉ ET UN ORIFICE VARIABLE À L'AUTRE
EXTRÉMITÉ.**

A. FERMETURE INSTANTANÉE DE L'ORIFICE.

La figure donne le schéma de l'installation. D'un réservoir R à niveau constant, part une conduite de section et épaisseur constantes, qui se termine par un orifice de section variable, dans notre exemple par une vanne pointeau. Le régime permanent initial est déterminé par la

valeur de la section de sortie S_0 de la vanne. Si les pertes de charge sont négligeables alors la pression h_0 est constante tout le long de la conduite.

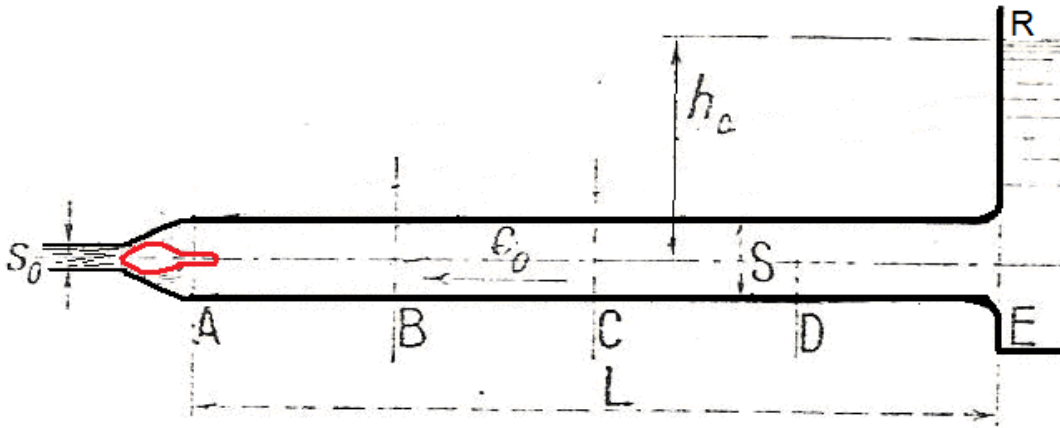


Figure 5.

Dans la section de sortie S_0 du jet la pression est nulle et la vitesse est donnée par la loi de

Torricelli $v_0 = \sqrt{2gh_0}$

Ce qui donne pour le débit initial $q_0 = S\sqrt{2gh_0}$

C'est l'équation de la parabole Ψ_0 dont l'intersection avec l'horizontale d'ordonnée h_0 donne le point M_0 du régime initial de coordonnée h_0, q_0 .

Pour un observateur qui se déplace de E vers A à la célérité « a » le point figuratif du régime

sera sur la droite de coefficient angulaire $tg\alpha = -\frac{a}{gS}$ qui passe par le point M_0 soit M_0N sur

la figure telle que $\overline{TN} = \frac{a}{gS}q_0 = \frac{ac_0}{g}$

Supposons qu'au moment précis où l'observateur arrive en A, la vanne ferme instantanément et totalement l'orifice. Le débit ne peut être que nul, donc le point figuratif du régime passe instantanément de M_0 en N. Bergeron appelle « zéro » cet instant pris comme origine des temps.

Bergeron choisit comme unité de temps, pour coter l'épure, le temps τ mis à parcourir le quart de la longueur L de la conduite soit : $\tau = \frac{L}{4a}$

On désigne par O_A le point M_0 du régime en A avant fermeture et par O'_A le point N du régime au même lieu et au même instant mais après fermeture.

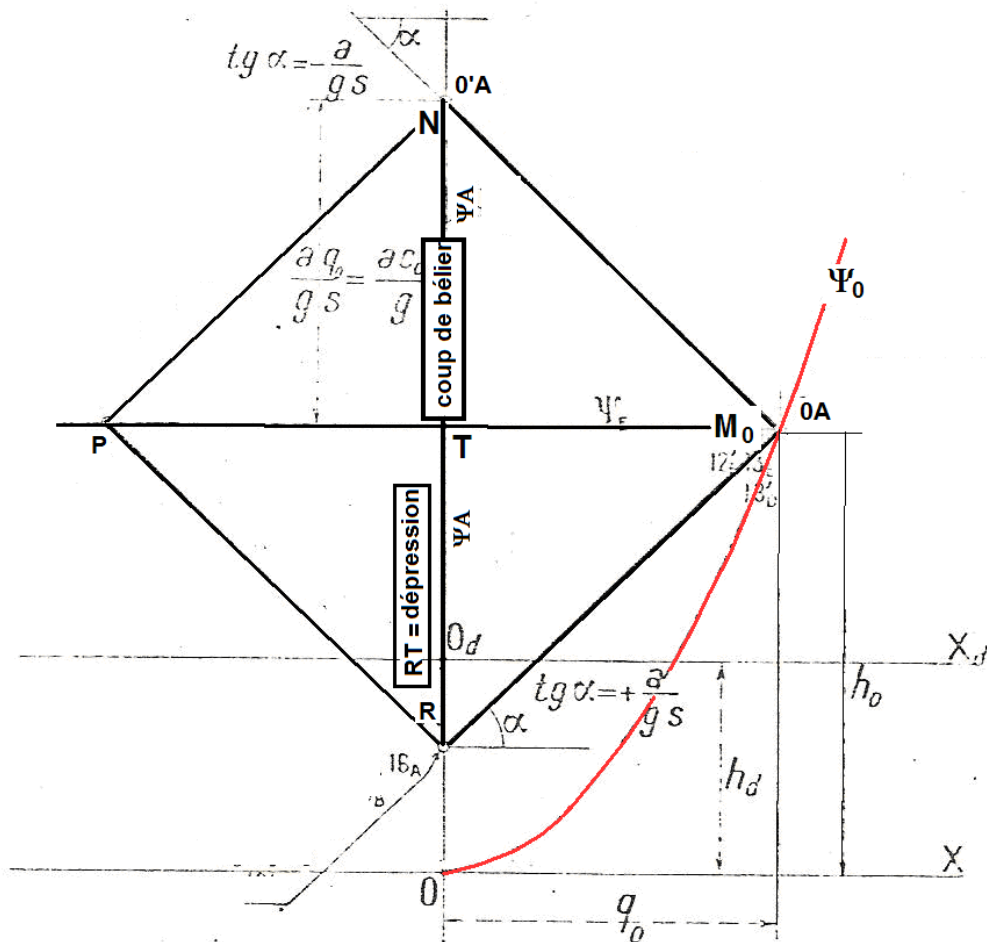


Figure 6.

Puisqu'on a deux régimes au temps zéro, on fera repartir de A, à ce temps, deux observateurs, l'un qui voit déjà le régime O'_A de fermeture, l'autre qui voit encore le régime O_A antérieur. Pour un observateur qui part de A en direction de E, le régime est sur la droite de coefficient angulaire $tg\alpha = +\frac{a}{gS}$ passant par O'_A soit NP (hauteur h_0 constante du réservoir). Pour l'observateur qui revient de E vers A le régime sera sur la droite PR de coefficient

angulaire $tg\alpha = -\frac{a}{gS}$. Puis retournant de A vers E le régime sera sur la droite RM_0 . Puis le

cycle recommence. Mais l'existence de pertes de charge fait que progressivement le coup de bélier s'affaiblit dans le temps. Le segment **TN est la surpression ou coup de bélier**, suivi d'une **dépression** de même grandeur représentée par le segment **RT (RT =- TN)**.

B. FERMETURE BRUSQUE DE L'ORIFICE CRÉANT UNE CAVITATION A L'EXTREMITÉ « A ».

C'est le cas précédemment décrit de la fermeture instantanée, mais cette fois la dépression qui suit la surpression et qui lui est égale numériquement, étant très supérieure à la **pression absolue** ($h_0 + h_a$) (où h_a est la pression atmosphérique) ne pourra pas s'établir, puisque cela donnerait une pression négative, laquelle ne peut exister dans un fluide où elle correspondrait à une **tension** entre les molécules, ce qui est impossible.

La limite de la dépression est ($h_0 + h_a$) qui amène à un vide barométrique au point où elle se produit. En fait ce n'est pas le vide mais par la **tension de vapeur des gaz dissous**.

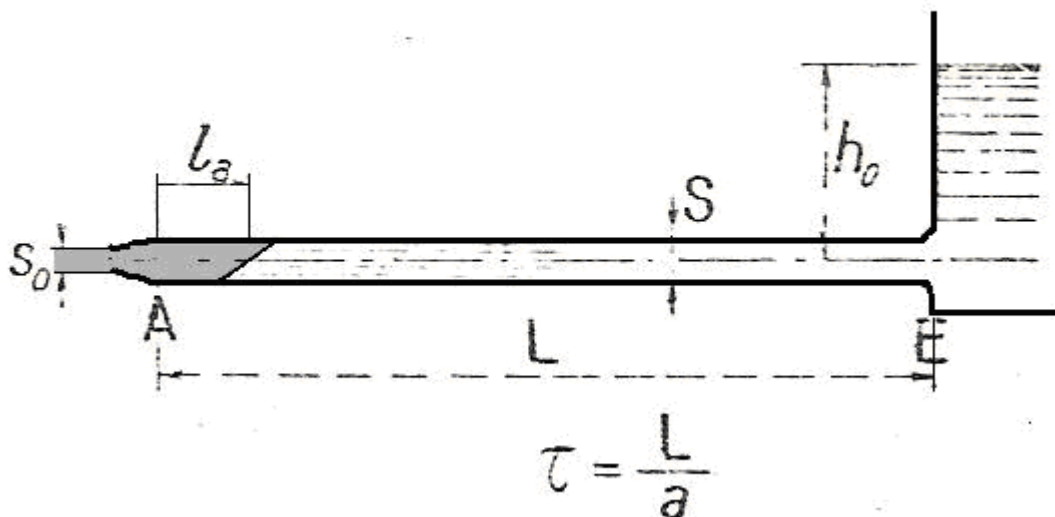


Figure 7.

Suivons le nouveau phénomène sur l'épure suivante (fig. 8) avec comme unité de

temps $\tau = \frac{L}{a}$.

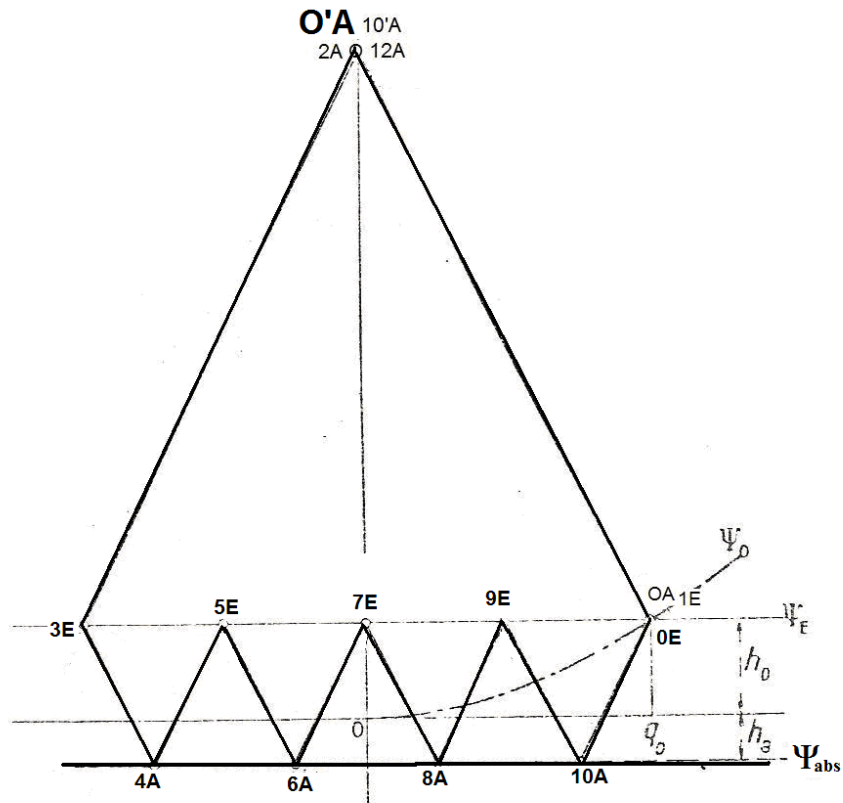


Figure 8.

Le régime permanent initial a pour point figuratif 0_A à l'intersection de la parabole Ψ_0 et de l'horizontale Ψ_E de la figure 8. La fermeture brusque de l'orifice de l'orifice an A donne le point figuratif $0'_A$ vu par un observateur parti de E au temps **-1**, et ce régime restera le même jusqu'au temps 2τ . L'observateur retournant en E, le point figuratif du régime sera en 3E sur l'horizontale Ψ_E et, à son retour en A le point figuratif sera sur la droite passant par ce point 3E et de coefficient angulaire $-\frac{a}{gS}$.

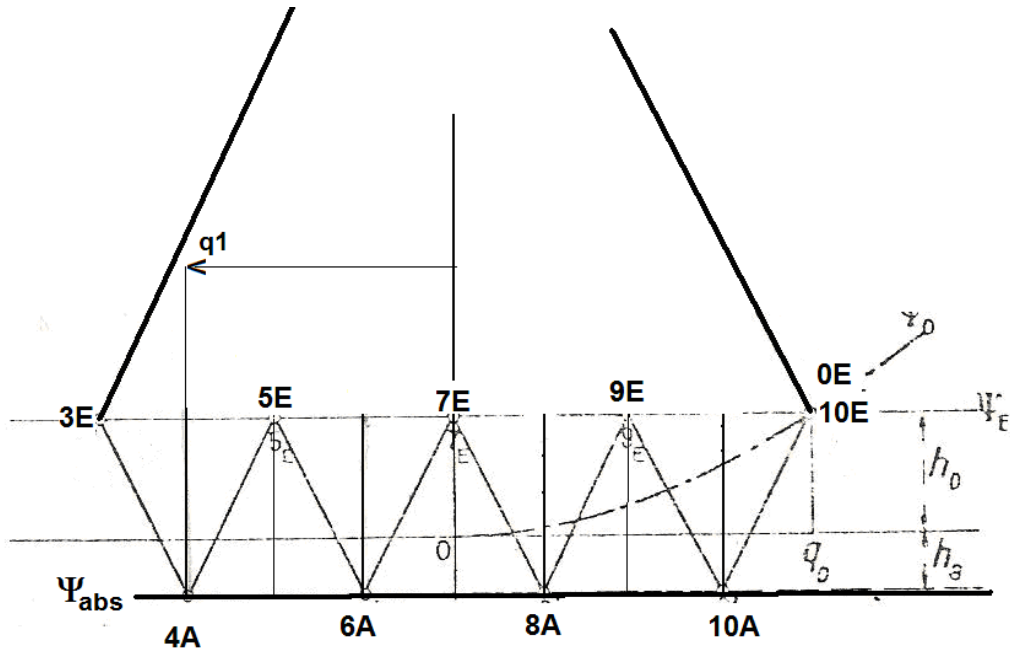


Figure 9.

Mais arrivé en A, la **pression ne pouvant qu'être nulle**, la loi qui liera h et q sera l'horizontale Ψ_{abs} d'ordonnée $-h_a$, et le point figuratif du régime sera 4A sur cette horizontale (figure 9).

- **C'est-à-dire que le débit ne sera pas nul, mais inversé**, et sa grandeur sera donnée par l'abscisse de ce point 4A, qui a pour valeur $-q_1$. Comme l'orifice en A est fermé, il se formera en ce lieu, **sous l'effet de ce débit inverse**, une **cavité** dont le volume ira croissant jusqu'à ce que le débit soit nul, puis décroîtra quand ce débit reprendra le sens initial. Cette cavité a une paroi fluide qui limite une cavité informe, croulante sous l'effet de la pesanteur. Pour Bergeron la vitesse inverse donnée aux molécules subsistera en moyenne et, dans l'ensemble, le volume de la cavité sera bien celui créé par le débit dont la grandeur est mesurée par l'épure.

Entre l'extrémité A et le réservoir E, la pression nulle s'établit tout le long de la conduite par un front d'onde qui avance à la célérité « a ». L'observateur qui suit ce front, le point figuratif

du régime est sur la droite de coefficient angulaire $\frac{a}{gS}$ qui passe par le point 4_A .

Pour l'observateur revenant en A, la droite caractéristique passe par le point 5_E et son coefficient angulaire est $-\frac{a}{gS}$. A son arrivée en A la cavité est toujours à la pression zéro de sorte que le point figuratif du régime est à l'intersection de la droite caractéristique et de l'horizontale Ψ_{abs} , soit le point 6_A . Le débit prend brusquement la valeur négative $-q_2$ de la figure 10.

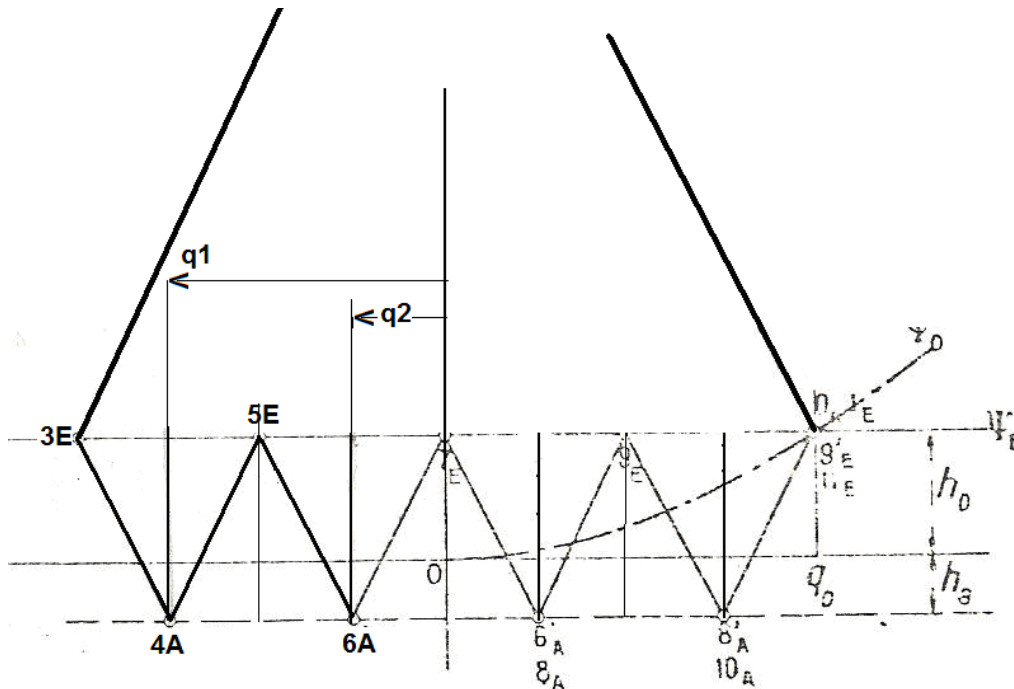


Figure 10.

Si l'on porte la pression et le débit en fonction du temps τ , on obtient les courbes de la figure 11. Au temps 6, la cavité en A atteint un volume de longueur l_a telle que :

$$(q_{2A} + q_{4A}) \times 2 = l_a \times S$$

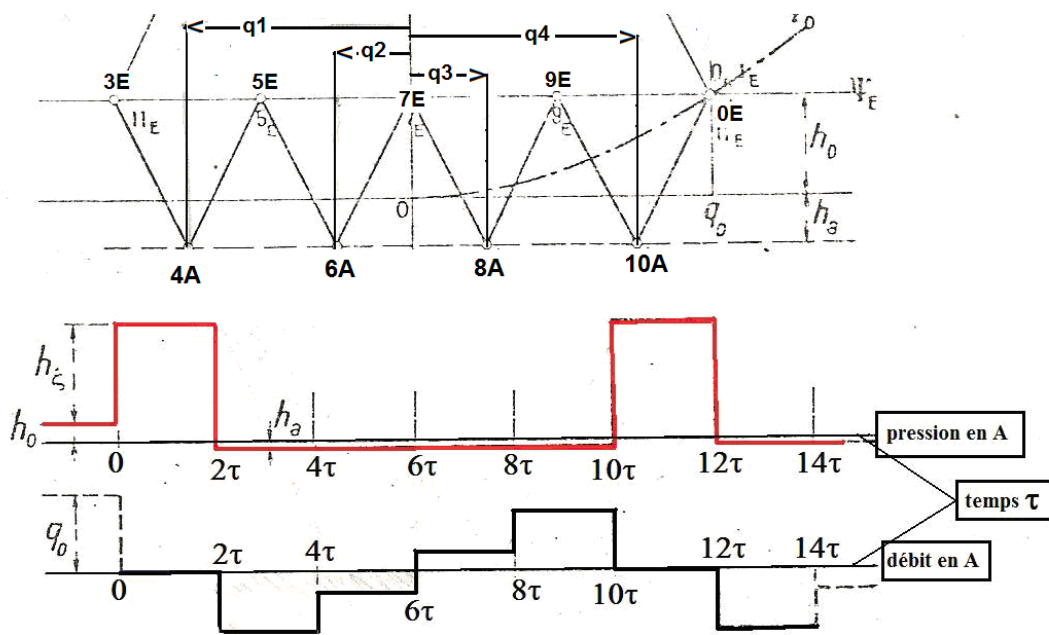


Figure 11.

Anticipons les allers et retours suivants : ils se traduisent par la ligne brisée $4_A 5_E 6_A 7_E 8_A 9_E$ dont le dernier point 10_E se confond avec le point 0_E du régime initial (figure 12).

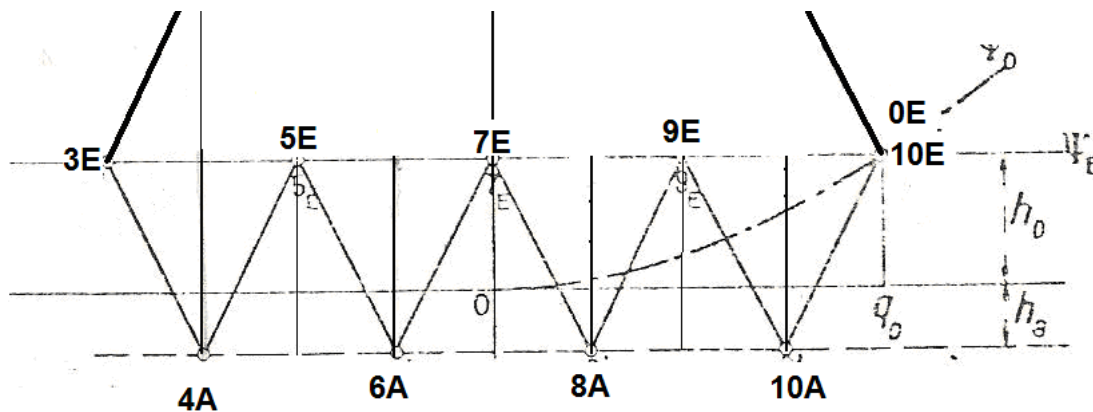


Figure 12.

Ensuite l'observateur partant de 6_A rejoint le point 7_E sur l'axe des ordonnées. On voit donc que la cavité atteint son volume maximum au point 7_E , puis à partir de ce temps la cavité diminue car le débit reprend le sens normal, d'abord avec une valeur donnée par l'abscisse 8_A .

Puis l'observateur passe par l'abscisse 10A donnant le débit q_4

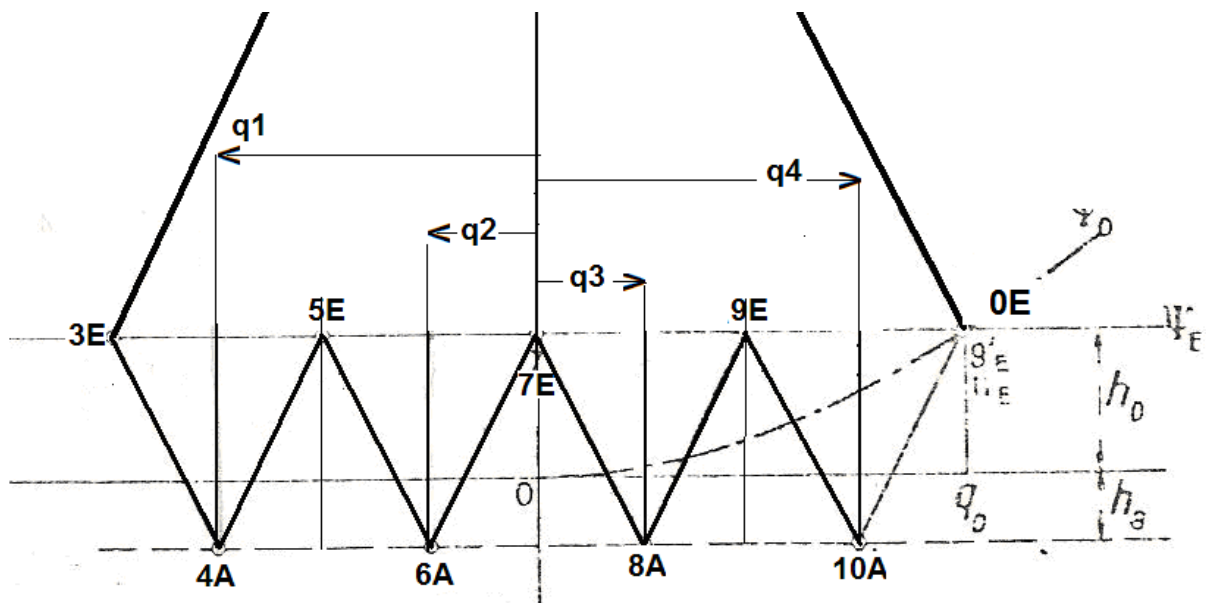


Figure 13.

Au temps 10A la cavité formée en A se referme et le débit s'annule, ce qui donne de nouveau le point 0_E , voir figure 13.

Agrandissons la partie 9E-10A-0E de la figure 13 et reportons-la sur la figure 14.

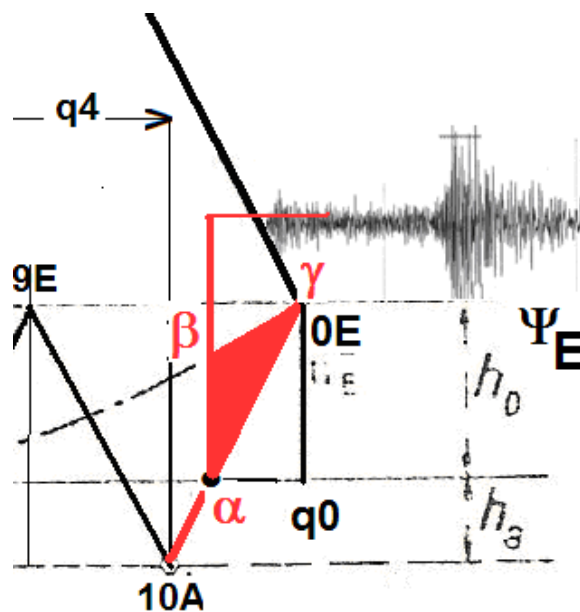


Figure 14.

A partir de l'arc de parabole $10A - \alpha - \gamma - 0E$ de la loi de Torricelli, projetons en β le point α sur l'horizontale ΨE . La hauteur h_a est la pression de vapeur saturante. On sait de nos jours que quand la pression augmente de la pression de vapeur saturante à une pression supérieure, alors la cavitation implose avec une énergie considérable créant un bruit intense.

On peut voir cette bulle de cavitation (de vide) sur le site : <http://www.spi0n.com/le-falcon-punch-de-la-crevette/>

Ainsi peut-on résumer les phénomènes suivant :

1°) coup de bélier

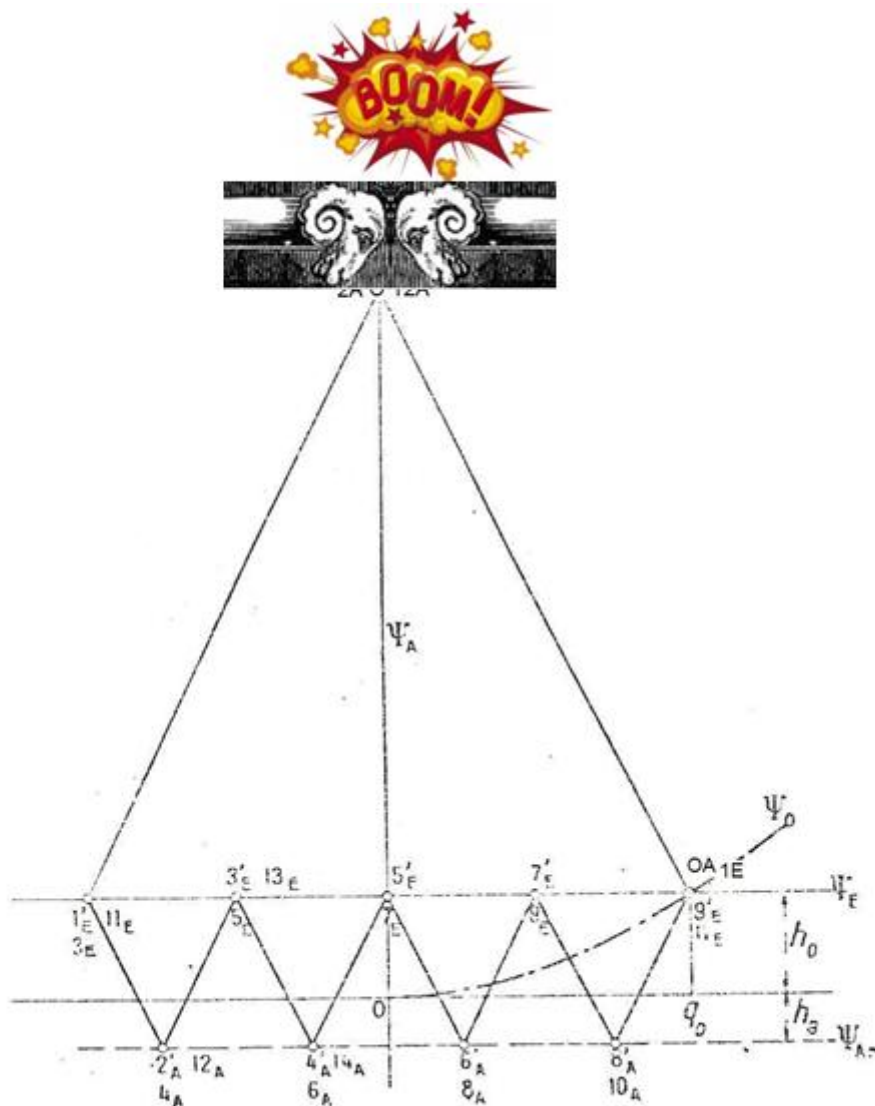


Figure 15.

Suivi immédiatement par....

2°) implosion de la cavité

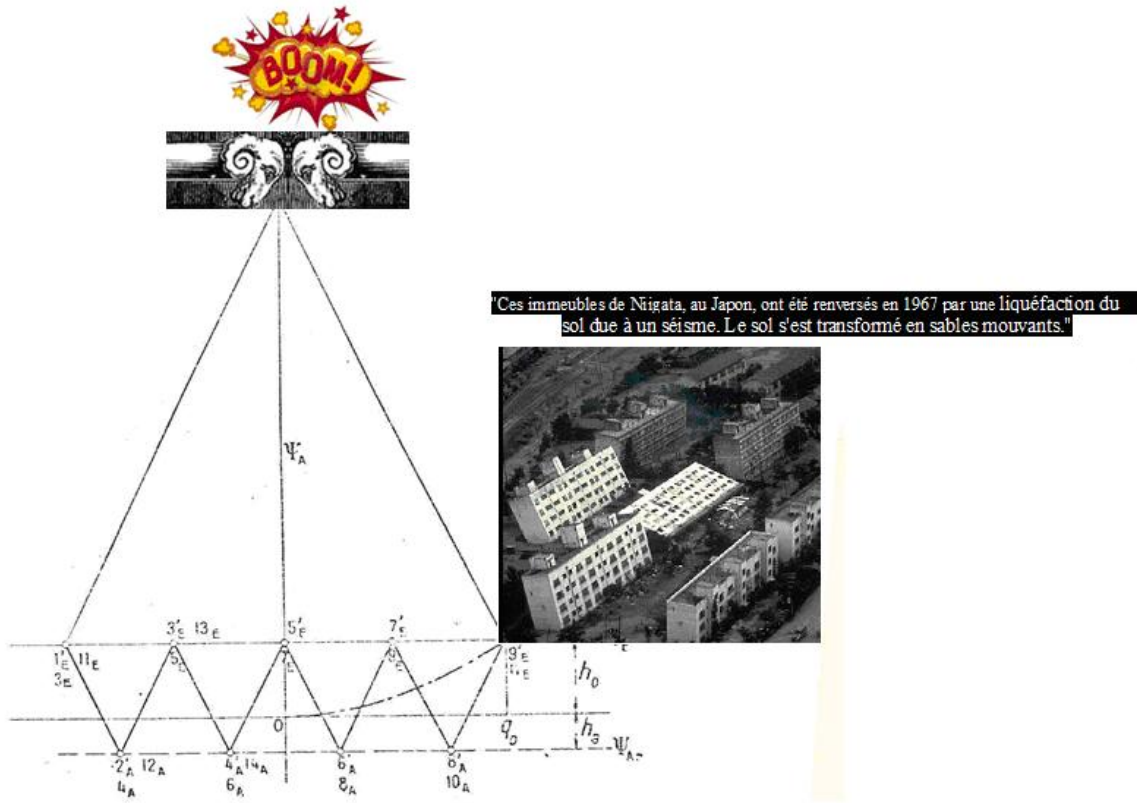


Figure 16.

Le cycle recommence alors en fonction du temps τ . On aura ainsi périodiquement en A la surpression $\frac{ac}{g}$ pendant 2τ , puis le vide pendant 8τ .

III. LA THÉORIE DU FOUET. (VENET R., PAVIE A., GELIOT M., FRIBERG J., FRELIN M., PLUVIOSE M., CABROL C. : application de la méthode Bergeron à la théorie du fouet. Analogie avec l'arbre artériel et conception d'un modèle aortique. RMB, 2, 1986, 93-95)

Pour montrer la puissance de calcul de la méthode nous résumons le problème du claquement du fouet élucidé par Bergeron.

Le fouet est une corde de section variable agitée à l'une de ses extrémités. La section de la corde décroît depuis son attache au manche jusqu'à la fine ficelle qui la termine (figure 17).

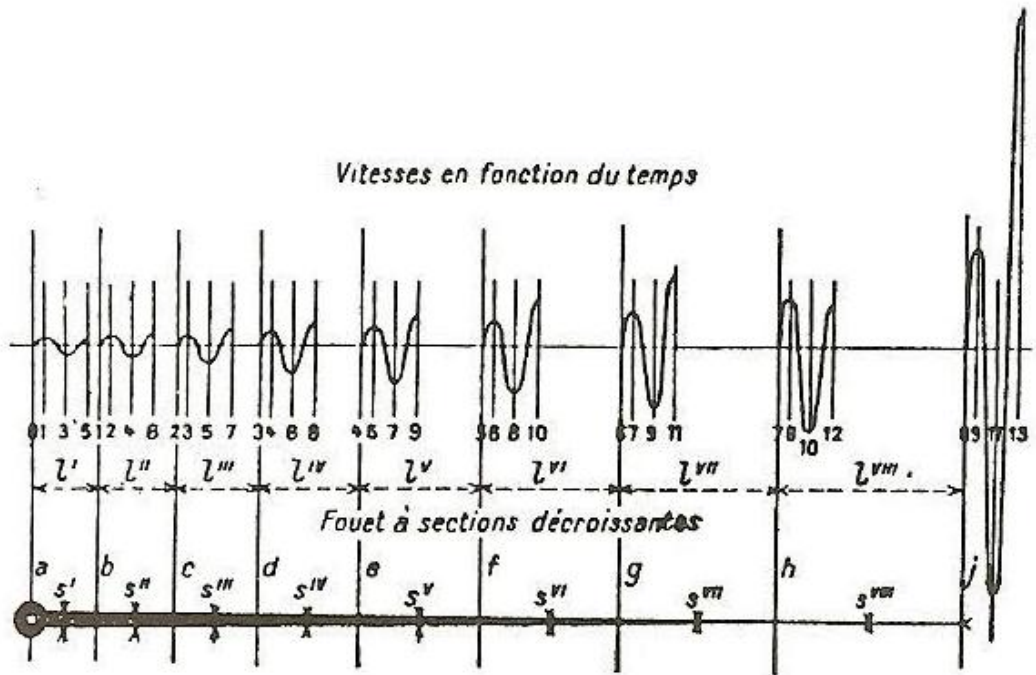
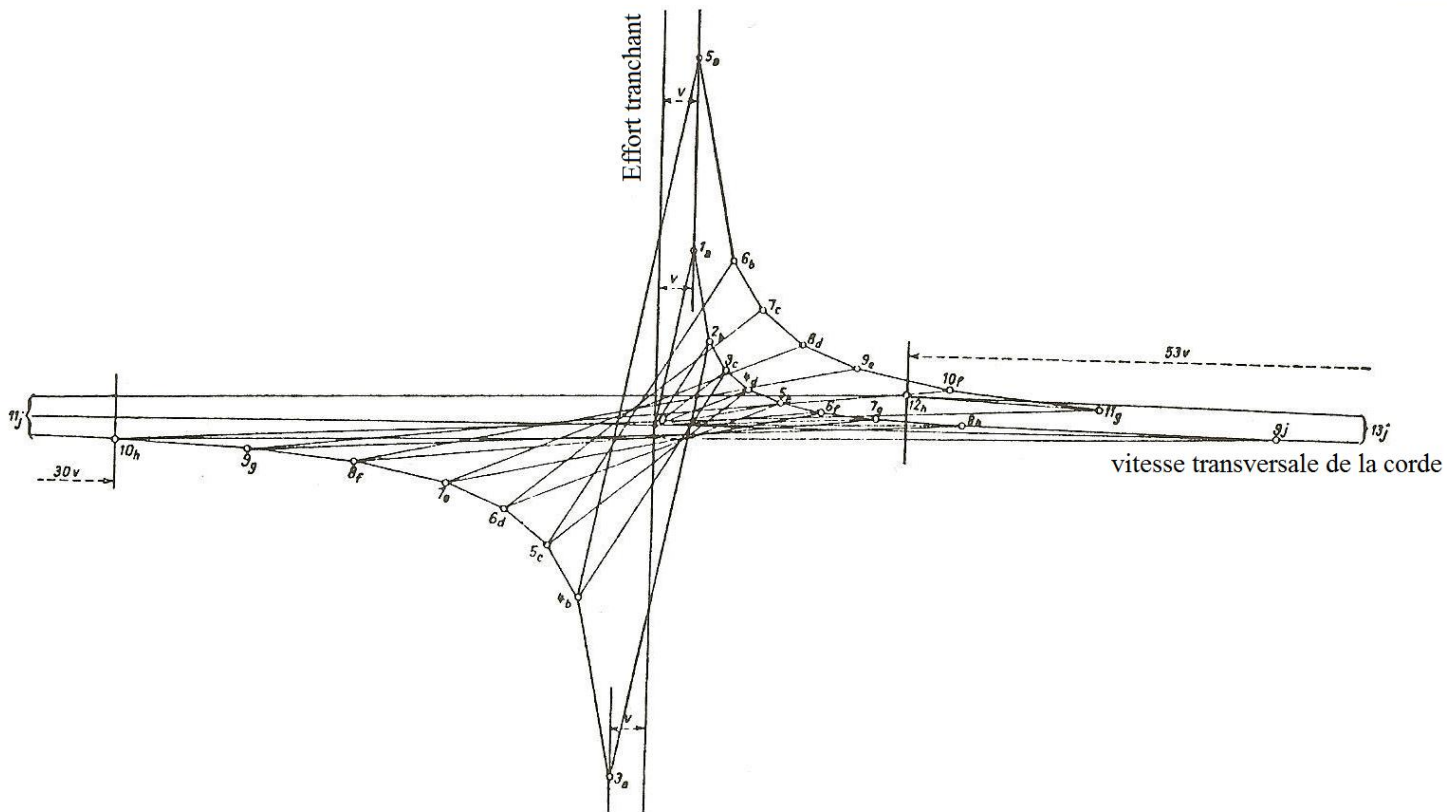


Figure 17. Schéma du fouet.

Bergeron isole 8 portions du cône formé par le fouet. Chaque cône est supposé être formé de huit tronçons n successifs de longueur L_n , pour chacun desquels il existe une section S et une célérité de l'onde de pression a_n . Le temps τ de passage d'une onde est donné par l'équation

$$\tau = \frac{L_n}{a_n}$$

Supposons (figure 18) que l'on imprime en un lieu un mouvement sinusoïdal aux temps τ , 2τ , 3τ . Les observateurs partis des extrémités a, b, ch, j, se déplacent sur une droite caractéristique 01a, 02b, 03c....07g, 08h, 90j. On remarque qu'en arrivant au point j la vitesse transversale du fouet atteint plus de 300 ms^{-1} d'où l'existence d'une onde de choc.



26. Figure 18. Epure du fouet d'après Bergeron in « Du coup de bélier en hydraulique au coup de foudre en électricité ». Dunod éditeur, Paris, 1950

Ce n'est que récemment que l'utilisation des caméras à haute vitesse on fixé sur la pellicule l'existence d'une onde de choc (<http://www.youtube.com/watch?v=lbomsOPSSII>) que nous avons reproduite sur la figure 19. La flamme s'éteint avant que le fouet vienne au contact de la mèche de la bougie.

La vitesse du son atteinte par le fouet est mise en évidence par une expérience visible sur la vidéo <http://www.youtube.com/watch?v=cVpr9ufcMOI>

En 1998, trois physiciens de l'Institut Fraunhofer pour l'étude des phénomènes brefs (à Fribourg) réalisent cette expérience. Grâce à une caméra vidéo enregistrant plus de 9000 images par seconde ils prennent des images d'excellente qualité La vitesse et mesurent avec précision la vitesse de l'extrémité du fouet : elle excède la vitesse du son pendant une durée très courte d'environ 1,2 millième de seconde.

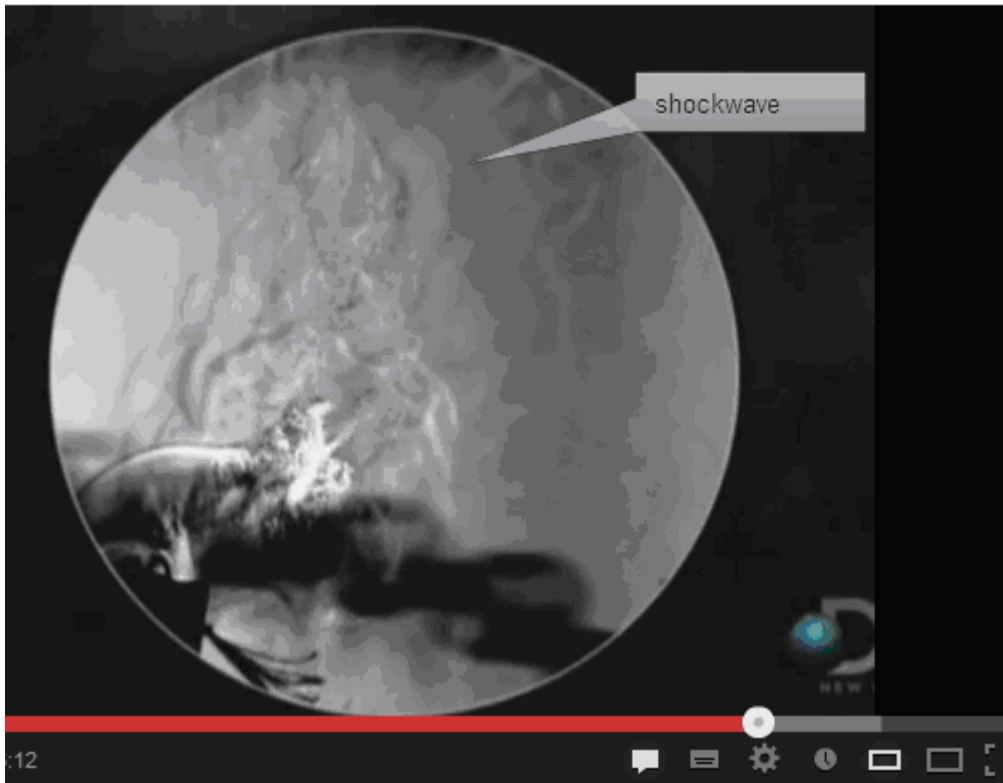


Figure 19. La flamme s'éteint avant que le fouet vienne au contact de la mèche de la bougie.

Enfin nous avons évoqué une possibilité de modéliser l'aorte par le même principe, sauf que les ordonnées portent la pression et les abscisses la vitesse sanguine (figure 20).

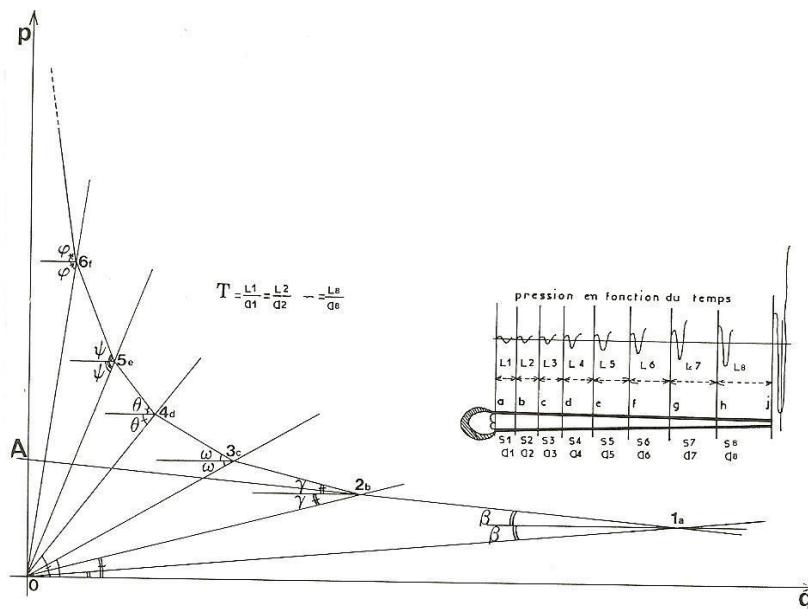


Figure 20.

Avec le même raisonnement on démontre que la pression artérielle systolique (PAS) s'élève au fur et à mesure que l'on s'éloigne du cœur, et que la pression artérielle diastolique diminue (PAD) au fur et à mesure que l'on s'éloigne du cœur. Ainsi l'indice de pression systolique (IPS) calculé de la manière suivante $IPS = PAS - PAD$. La PAS augmente au fur et à mesure que l'on s'éloigne du cœur. Dans certaines pathologies les artères sont tellement rigides (module d'Young **E** très grand donc très grande valeur de la célérité de l'onde pression « **a** ») que la PAS est très élevée parce que l'artère ne peut plus être écrasée et laisse toujours passer un débit.