

APPROCHE RATIONNELLE DU CALCUL DU COUT D'UN BIEN

MORARD Bernard

DOCUMENT DE TRAVAIL 87-02

APPROCHE NATIONNELLE DU
CALCUL DU COUT D'UN BIEN

B. MORARD⁴

Les textes publiés dans la série des Documents de travail du département des sciences comptables de l'UQAM n'engagent que la responsabilité de leurs auteurs.

⁴ Docteur en Sciences de gestion

ABSTRACT: Nous nous proposons dans ce document d'élaborer une méthodologie permettant de définir rationnellement le coût d'un bien, produit ou service. En particulier, nous aborderons le problème majeur de la répartition d'une charge indirecte ou jointe donc intéressant plusieurs biens. Enfin, nous aurons l'occasion d'étendre le formalisme proposé à l'existence de stocks finaux.

INTRODUCTION

La définition correcte du coût d'un bien demeure une question centrale dans la vie de l'entreprise. En effet, une appréciation correcte du coût permet, face à un prix de marché, de mieux connaître les bénéfices ou pertes pouvant résulter de l'activité de l'entreprise. Si l'intérêt apparaît assez clairement à l'ensemble du monde académique et professionnel, les méthodes de calcul de coût proposées ont souvent évolué face à leur inadéquation avec la réalité. De fait, si le problème du calcul du coût d'un produit ou d'un service peut paraître simple en théorie, il se révèle, en pratique extrêmement difficile à réaliser. La difficulté peut résider à deux niveaux, soit au niveau de l'existence de charges indirectes, soit au niveau de stocks de produits finis où de matières premières rendant complexe la définition du coût de différents biens à un instant précis. Des deux difficultés constatées, il apparaît à l'usage que le problème le plus ardu, est signalé et étudié nombreux, demeure le problème de l'allocation des charges indirectes [6], [9], [10], [11]. Une charge indirecte, dans sa définition la plus simple intéresserait un ensemble de biens qui sont réalisés simultanément, toute la question est de savoir comment allouer cette charge. (1).

Dans cette contribution, nous nous proposons de définir une méthodologie d'allocation des charges efficace et compatible avec les principes généraux des différentes méthodes de la comptabilité analytique. Dans la première partie de notre travail, nous examinerons les principales façons d'allouer une charge indirecte et nous poserons les principes d'une allocation optimale. Dans la seconde partie de notre travail, nous procéderons à la généralisation de la règle proposée et nous examinerons ses différentes variantes, enfin dans la troisième partie de notre étude, nous insémerons notre approche à l'intérieur de méthodes classiques d'analyse des coûts.

Dans ces conditions, on peut montrer facilement que les coûts indirects des biens fabriqués sont identiques. Pour cela supposons deux produits x_i , x_j ; si les coûts unitaires sont identiques nous devons pouvoir écrire:

$$(3) \quad \left[\frac{x_i + c_t^h}{\frac{n}{i=1} x_i} + \frac{1}{x_i} \right] = \left[\frac{x_j + c_t^h}{\frac{n}{j=1} x_j} + \frac{1}{x_j} \right]$$

après élimination des termes identiques, on obtient:

$$(4) \quad \boxed{\frac{x_i}{x_i} = \frac{x_j}{x_j}}$$

ce qui nous montre bien l'égalité des deux coûts unitaires. Si, à présent, on raisonne sur la base d'une répartition au prorata d'une autre charge c_k^h directe, nous connaissons:

$$c_{ti}^k, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$\text{et} \quad c_t^k = \sum_{i=1}^n c_{ti}^k.$$

La répartition se fait alors à partir de la formule suivante:

$$(5) \quad c_t^h = (c_t^h + c_{ti}^k)/c_t^k$$

De façon analogue à la précédente règle, on montre aisément que les coûts unitaires par unité de charges directes, sont identiques:

$$(6) \quad \left[\frac{c_t^h + c_{ti}^k}{c_t^k} + \frac{1}{c_{ti}^k} \right] = \left[\frac{c_t^h + c_{tj}^k}{c_t^k} + \frac{1}{c_{tj}^k} \right]$$

après simplification nous obtenons:

$$\boxed{\frac{c_{ti}^k}{c_{ti}^k} = \frac{c_{tj}^k}{c_{tj}^k}}$$

On a longtemps critiqué ces procédures de répartition d'une charge indirecte que l'on a qualifiées d'arbitraires [21], [22].

Differentes auteurs ont proposé d'autres formules de répartition, les uns procédant à l'allocation de la charge indirecte à partir du coût externe occasionné par la réalisation du produit ou du service [13], les autres faisant intervenir le concept de jeux, avec utilisation de la valeur de SHAPLEY [4], [17], [18].

La première idée a été évoquée par MORIARTY [14], qui pose en substance que, le seul critère d'allocation possible repose sur la comparaison de la charge indirecte occasionnée par la réalisation du bien par rapport à la charge exigée par la production d'un même bien à l'extérieur de l'entreprise.

Supposons par exemple qu'une réalisation du vecteur de production \mathbf{x} nous soit facturée à l'extérieur \hat{C}_t , où:

$$\hat{C}_t = \hat{C}_{ti} ; i = 1, \dots n$$

avec

$$\hat{C}_t = \sum_{i=1}^n \hat{C}_{ti}$$

La répartition de la charge indirecte interne C_t sera réalisée de la façon suivante:

$$(8) \quad C_{ti} = \hat{C}_{ti} - \frac{\hat{C}_{ti}}{\sum_{i=1}^n \hat{C}_{ti}} (\hat{C}_{ti} - C_t)$$

MORIARTY [14], a proposé la formule (8), on peut la simplifier en écrivant:

$$(9) \quad C_{ti}^h = \hat{C}_{ti} - \frac{\frac{n}{\sum_{i=1}^n \hat{C}_{ti}} \hat{C}_{ti}}{\frac{n}{\sum_{i=1}^n \hat{C}_{ti}}} + \frac{\hat{C}_{ti}}{\frac{n}{\sum_{i=1}^n \hat{C}_{ti}}} - C_t$$

(10)

$$\boxed{C_{ti}^h = \frac{\hat{C}_{ti}}{\frac{n}{\sum_{i=1}^n \hat{C}_{ti}}} - C_t}$$

Si l'explication de la formule (8) peut apparaître assez laborieuse, l'étude de la relation (10) est tout à fait claire; la charge indirecte est répartie au prorata des charges directes externes. Une fois de plus, on peut montrer que les coûts unitaires par unité de charges directes sont les mêmes:

$$(11) \left[\frac{c_{t1}}{c_{t1}} + c_t + \frac{1}{c_{t1}} \right] = \left[\frac{c_{tj}}{c_{tj}} + c_t + \frac{1}{c_{tj}} \right]$$

$$(12) \boxed{\frac{c_{t1}}{c_{t1}} = \frac{c_{tj}}{c_{tj}}}$$

En reprenant le commentaire développé par MORIARTY, la méthodologie de répartition proposée fait ressortir cinq avantages; d'une part la charge allouée au produit où département est la plus faible possible, de plus le processus d'allocation impose la comparaison de la charge interne et de la charge occasionnée par le service extérieur ce qui induit une évaluation constante des performances internes de l'"entreprise". Les différents départements sont encouragés à recourir à des services internes plutôt qu'externes. On note aussi, que chaque utilisateur participe aux gains résultants de la décision de recourir à des services internes ou communs. Enfin la formule incite continuellement la direction à rechercher le niveau de frais le plus faible pour la réalisation d'un produit.

Cependant cette argumentation nous paraît discutable sur trois points:

Tout d'abord, remarquons que l'entreprise dont il est question est capable de trouver un produit ou un service équivalent à ce qu'elle réalise elle-même. Dans cette situation, nous nous adressons à un concurrent, nous devons donc supposer que les prix qui nous sont transmis sont fiables, et non le fait d'une répartition arbitraire. (2)

Ensuite, dans le raisonnement de MORIARTY, la répartition de charge se fait par rapport à un service externe unique. On peut alors se demander ce qu'il se passerait, si deux services externes nous proposaient le même bien, pour un coût global identique, mais avec des répartitions différentes.

Enfin, la répartition adoptée suppose que les conditions de fabrication ou de réalisation de la production sont identiques dans l'entreprise et dans le service extérieur, contrainte qu'il faut vérifier en pratique.

Il nous paraît clair qu'il faut ranger la procédure de l'auteur parmi les méthodes de répartition du type *prorata* donc identique à la formule (5).

La seconde idée consiste à utiliser la méthodologie de la théorie des jeux, et en particulier, le schéma d'allocation d'une charge indirecte basé sur la valeur de SHAPLEY. On peut essayer de donner une explication intuitive de cette méthode en supposant que dans l'entreprise, nous observons n départements et que ces départements sont susceptibles de s'unir pour former une coalition, alors chacun de ces départements supporte une part de la charge indirecte égale au coût marginal espéré, induit par l'arrivée du nouveau département dans le groupe. Pour réaliser une allocation sur la base de la valeur de SHAPLEY, trois conditions initiales sont requises:

- le coût marginal doit être une fonction décroissante, [8],
- la fonction de gain doit pouvoir être appréciée pour toute coalition, [8],
- la fonction d'utilité de l'opérateur est supposée linéaire, donc traduisant une neutralité au risque, [3].

Appelons S le nombre de produits où départements dans la coalition S; la valeur de SHAPLEY du département i s'écrit:

$$(13) \quad b_i = \frac{v(S-1) - v(S)}{n} - [v(S) - v(S-1)].$$

Alors, la charge que l'on va allouer au produit i, sera la différence entre le profit brut du département et la valeur de SHAPLEY. Le système d'allocation apparaît intéressant à plus d'un titre; tout d'abord plus aucune procédure au "prorata" n'est explicitement contenue dans la formule, ensuite le principe de répartition sur la base de la négociation avec coalition paraît assez réaliste, enfin l'allocation paraît rationnelle au regard des critères de rationalité et de neutralité [4], [8], [9]. En fait, ces avantages théoriques masquent le caractère peu réaliste de certaines hypothèses ainsi que leur

problèmes d'applications pratiques. Par exemple, on peut signaler la difficulté des calculs dès lors que le nombre de départements est élevé (3), ensuite la linéarité de l'utilité du responsable de produit, apparaît une hypothèse très simplificatrice, enfin supposer connaître la fonction de gain attendu du jeu revient à construire la fonction de coût. Ce dernier argument réclame quelques développements; en effet pour évaluer la relation (13), il faut évaluer les différentes valeurs de (S) pour toute combinaison de groupe S . Pour plusieurs raisons purement théoriques, on suppose que la fonction de gain découle d'une fonction de coût économique du 2^e ou du 3^e degré pour assurer la continuité et la différentiabilité (normalement 2 fois) de ces fonctions [8].

De façon générale, il serait assez intéressant de connaître l'origine numérique de telles formulations, ou tout du moins la façon pratique de les construire. Ce point nous paraît fondamental, où s'il n'est pas évident, la formule (13) est inapplicable. On peut aussi remarquer que les différentes fonctions utilisées dans la littérature [8], [9], ne supposent l'existence que d'un produit ou facteur que l'un quelconque des départements pouvait être amené à demander; cela implique que pour chaque type de produit ou de facteur correspondant à des coûts joints, il faudrait définir une fonction.

Nous sommes alors obligés de conclure que s'ajoute aux hypothèses théoriques soulevées, de délicats problèmes d'estimation statistique qui n'ont pas fait l'objet de discussions approfondies jusqu'à présent. (4)

Ce rapide tour d'horizon des procédures, proposé et allocation à partir d'un schéma de jeu, tendent à nous persuader que la question de l'allocation reste ouverte, pour une formulation qui n'aurait l'arbitraire du procata, ni les hypothèses contraintes de la valeur de SHAPLEY.

II:

L'APPROCHE RATIONNELLE DE L'ALLOCATION
D'UNE CHARGE INDIRECTE

Il apparaît que l'ensemble des procédures d'allocation que nous venons d'évoquer peuvent être appréciées par rapport aux concepts de rationalité et de neutralité [8]. On a aussi l'habitude de débrougeler ces deux concepts en cinq axiomes qui sont :

- La somme des coûts unitaires par produits ou départements multipliée par les quantités doit être équivalente au coût total affecté,
- le coût occasionné par l'adjonction de nouveaux produits ne doit pas être le coût unitaire des produits précédents,
- l'allocation de la charge ne peut se faire que par rapport aux quantités demandées,
- l'allocation pour chaque produit doit être homogène de degré un si la charge varie,
- la fonction réalisant l'allocation pour chaque usager doit être continue et 2 fois différentiable.

Ces cinq axiomes ont été développés par LOENMAM et WINSTON [12], et ils sont satisfaits pour les classes de critères que nous évoquions précédemment.

Toutes les méthodes précédentes supposent, que nous nous plasons à un instant du temps t , que nous constatons une charge c_t^h , et que l'on recherche si charge unitaire à affecter au bien i . Nous avons pu voir qu'une fonction de coût est supposée exister, permettant d'apprécier le gain relatif de chaque coalition.

Sans perte de généralité, nous pourrions écrire:

$$(14) \quad c_t^h = a_0^h + \sum_{i=1}^n a_i^h x_{it} + e_t^h$$

Toute la question est alors de définir a_0^h , a_i^h , qui représentent respectivement la charge non affectable et les coûts unitaires des biens i .

Le problème consiste alors à trouver la solution du modèle suivant, si elle existe:

$$(15) \quad \min_{x_0, x_1} \sum_{t=1}^T (c_t^h - s_0^h - \sum_{i=1}^n a_i x_{ti})^2.$$

où ce qui est équivalent:

$$(16) \quad \min_{x_1} \sum_{t=1}^T (e_t^h)^2$$

Le modèle (15) possède par ailleurs, une propriété très importante:

$$(17) \quad \boxed{\sum_{t=1}^T c_t^h = s_0^h + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n a_i x_{ti}}$$

Il faut remarquer que les modèles (15) et (16), se définissent par rapport à la norme L^2 qui est celle des moindres carrés; on pourrait, sans difficulté majeure, définir le problème par rapport à une autre norme, comme le font explicitement KAPLAN et THOMSON [10], qui utilisent L^1 , ou norme de la programmation linéaire. Cependant, dans cette dernière norme, la relation (17) n'existe pas; il faut donc la définir explicitement, ce qui nous donne alors le problème suivant à résoudre:

$$(18) \quad \boxed{\begin{aligned} & \min_{x_1, s_0} \sum_{t=1}^T (e_t^+ + e_t^-), \\ & \text{SC: } \sum_{i=1}^n a_i x_{ti} + s_0 = (e_t^+ - e_t^-) + c_t^h \quad \forall t=1, \dots, T \\ & \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^n a_i x_{ti} + s_0 = \sum_{t=1}^T c_t^h. \quad (\alpha) \end{aligned}}$$

On peut remarquer que l'équation (a) est équivalente à la relation (17), cette dernière a une signification comptable précise: la somme des charges indirectes observées sur l'intervalle de temps T est strictement égale aux quantités fabriquées multipliées par les coûts unitaires plus T fois la charge non affectable. Cette propriété satisfait à elle seule les deux critères de rationalité et de neutralité. En effet, en ce qui concerne le critère de rationalité, la somme des charges est bien équivalente à la somme des quantités fabriquées multipliées par les coûts unitaires. Au niveau de la neutralité, si l'équation définie par (14) possède une solution, celle-ci est unique, et il n'existe donc aucune autre répartition admissible; donc l'allocation réalisée apparaît comme optimale, et nous répondons dès lors aux quatre premiers axiomes. À titre d'exemple nous pouvons reprendre le cas développé au début de ces propos par SUNDER [20]. La solution de ce problème est très simple, en se servant de (15), nous obtenons:

$$\begin{aligned}a_1 &= 7.22 \\a_2 &= 3.61\end{aligned}$$

Pour s'assurer de la justesse de cette solution, il suffit de remultiplier les coûts unitaires par les quantités réalisées pour retrouver les charges indirectes des périodes.

Comme nous disposons à présent d'un principe d'allocation efficace, il convient de s'interroger sur les hypothèses qui sous tendent cette méthodologie. A notre sens, deux hypothèses fondamentales sont nécessaires:
(5)

H1 la relation liant le coût aux quantités fabriquées est linéaire, c'est-à-dire que les coûts unitaires calculés ont un sens comptable précis. Donc, le modèle (14) ne répond pas au cinquième axiome de LOEMAN et WINSTON [12], car sinon les coûts que nous obtiendrions ne seraient pas des coûts unitaires comptables.

H2

la fonction de production qui sous-tend le modèle est à coefficient fixe, donc il n'y a dans le processus de production décrit, aucune économie d'échelle. De fait, le coût marginal des produits fabriqués est constant.

Si les hypothèses H1 et H2 sont réalisées, ce dont on peut s'assurer en procédant à un test initial, on peut induire trois propriétés de la répartition obtenue. (5)

Tout d'abord, nous avons noté que l'allocation réalisée était optimale et unique; il n'en existe donc aucune autre qui puisse se justifier au sens de la norme adoptée. Ensuite si cette allocation est optimale et unique, les coûts unitaires obtenus peuvent nous servir de standards. Enfin, si nous disposons de standards, nous pouvons construire des budgets fiables, en remarquant que les coûts unitaires obtenus sont des estimateurs statistiques sans biais.

Pour passer de l'optique coût prévisionnel au standard, à la notion de coût réel, il faut supposer que nous connaissons α_0^h , α_1^h calculés sur l'intervalle [t, T], et que nous nous plongeons à la période U; où $U > T$; avec

c_t^h ; charge réelle supportée au moment t; $t \in T+1 \dots U$
connue,
 $\alpha_{\alpha_0}^h, \alpha_{\alpha_1}^h$; coûts inconnus, correspondant d'une part à la charge non affectable et aux coûts unitaires des biens t; $t = 1, \dots n$

Il s'agit alors de résoudre le problème suivant:

$$(19) \quad \begin{cases} \min_{\alpha_{\alpha_0}, \alpha_{\alpha_1}} & (\alpha_{\alpha_0}^h - \alpha_0^h)^2 + \sum_{t=1}^n (\alpha_{\alpha_t}^h - \alpha_t^h)^2 \\ \text{SC:} & \sum_{t=1}^n \alpha_{\alpha_t}^h x_{t1} + \alpha_{\alpha_0}^h = c_1^h, \quad \forall t = T+1 \dots U, \quad (a) \\ & \frac{U}{T} \sum_{t=1}^n \alpha_{\alpha_t}^h x_{t1} + (U-T) \alpha_{\alpha_0}^h = \frac{U}{T-T+1} c_1^h. \quad (b) \end{cases}$$

Il faut procéder à deux remarques:

Tout d'abord, nous considérons ici que nous disposons de standards fiables s_0 , s_1 , par conséquent, nous recherchons des coûts réels \hat{s}_0 , \hat{s}_1 qui soient aussi proches que possible des anciens standards, au sens des moindres carrés, tout en satisfaisant les contraintes du type (a) et (b). En ce qui concerne les contraintes (a) on se réfère aux quantités fabriquées effectivement et aux charges réelles enregistrées à chaque période. Pour la contrainte (b), il s'agit simplement de la relation de rationalité qui lie les quantités fabriquées multipliées par les coûts unitaires aux charges réelles. Ensuite, nous nous situons ici à une date $U > T$; on peut très bien imaginer que U correspond à $T + 1$, et procéder au calcul des nouveaux standards de période en période. Dans cette dernière situation nous pouvons procéder à une étude des écarts sur quantité et sur coût:

$$\{x_{11} - x_1\}, \{^h s_1 - ^h s_1\}$$

Il faut remarquer tout l'intérêt d'une analyse en terme d'écarts dès lors que le coût standard et le coût réel possèdent une fiabilité certaine. En toute logique, si les coûts unitaires sont arbitraires, il est sans objet de procéder à une analyse des écarts, car ceux-ci ne traduisent aucune réalité comptable ou économique, mais seulement l'imperfection de l'instrument de mesure.

III:

ALLOCATIONS RATIONNELLES ET
MÉTHODES COMPTABLES

Les modèles présentés à la section précédente font abstraction de tout concept comptable classique, et nous pourrions très bien imaginer, que nous disposons d'une formule d'allocation supplémentaire. Pour réintroduire dans notre raisonnement les procédures comptables, il faut revenir à la distinction classique, méthode du coût complet et méthode du coût variable. En effet, on a longuement et abondamment discuté sur les avantages et inconvénients des deux méthodes; remarquons simplement que ces deux procédures induisent des résultats aussi discutables, dès lors qu'il s'agit d'allouer une charge intéressant simultanément deux ou plusieurs produits. Cependant par souci de continuité, essayons de nous appuyer sur les concepts élaborés par ces deux procédures.

Nous allons examiner tout d'abord la procédure du calcul du coût complet. Dans cette méthode, l'ensemble des charges est affecté aux biens fabriqués. Appelons:

$$(20) \quad \hat{C}_t = \sum_{i=1}^n c_{ti}$$

et
 c_{ti} le coût complet du bien i , regroupant donc les m charges. Nous pourrons écrire:

$$(21) \quad \hat{C}_t = \sum_{i=1}^n a_i x_{ti} + e_t$$

Dans cette relation, l'ensemble de la charge C_t est affecté aux produits fabriqués x_{ti} . Pour trouver le coût complet, il faut alors résoudre le problème suivant:

$$(22) \quad \begin{bmatrix} \min_{\alpha_1} & \sum_{t=1}^T (\hat{C}_t - \sum_{j=1}^n \alpha_j x_{tj})^2 \\ \text{SC:} & \sum_{t=1}^T \hat{C}_t = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \alpha_j x_{tj} \end{bmatrix}$$

Le modèle (22) introduit une nouveauté par rapport au modèle (15), car nous sortons du cadre de l'optimisation classique et de la norme des moindres carrés, puisqu'il n'existe plus de charge non affectée. Pour que l'hypothèse de rationalité soit garantie, il faut alors introduire explicitement en contrainte la relation traduisant l'égalité comptable. Le modèle (22) décrit la méthode du coût complet, cependant il faut faire deux remarques à ce stade; tout d'abord l'entreprise décrite est organisée en ligne de produit, ensuite les coefficients α_j ne présentent pas les propriétés statistiques des coefficients α_1 .

En ce qui concerne le type d'organisation décrite ici, nous supposons explicitement que nous disposons de lignes de produits, donc, les départements correspondent à des produits dont ils ont la charge de la réalisation complète. (7)

D'autre part, d'un point de vue purement statistique, le modèle (22), ne présente pas de propriétés statistiques évidentes au niveau des coefficients α_j . Le modèle peut apparaître comme moins fiable, s'il est utilisé dans une perspective prévisionnelle.

Si l'on veut à présent raisonner en terme de coût variable, il faut se rappeler que cette méthodologie repose sur la segmentation initiale des charges en éléments fixes et variables. Appelons:

α_j le coût variable unitaire du bien j , tel que

$$(23) \quad \alpha_j = \frac{\alpha_j^h}{h-1}$$

et a_0 charge fixe totale

$$(24) \quad a_0 = \sum_{h=1}^n a_h$$

A un certain instant t , nous pourrons écrire:

$$(25) \quad C_t = \sum_{i=1}^n a_i x_{ti} + a_0 + E_t$$

Alors il faut définir a_i , a_0 tel que:

$$(26) \quad \min_{a_0, a_i, i=1} \sum_{t=1}^T (C_t - a_0 - \sum_{i=1}^n a_i x_{ti})^2$$

La relation (26) satisfait donc aux exigences de la méthode du coût variable. Il est assez évident que tant du point de vue statistique que du point de vue comptable, le modèle (26) est préférable au modèle (22). En effet, la connaissance du coût unitaire variable, nous permet de constituer sans difficulté un budget connaissant le niveau de production à réaliser, en séparant le budget en éléments fixes et variables. Bien entendu, si a_0 est nul, les deux modèles sont identiques. Pourtant, malgré les avantages notés, le choix nous paraît moins réuler dans l'une ou l'autre méthode, que dans le caractère direct ou indirect des charges, induisant par là un problème de répartition. De fait, la répartition à l'aide des modèles (26) ou (22) est aussi satisfaisante dès lors que nous constatons une charge indirecte.

Il reste à présent à aborder, la question traitant de stocks finaux de produits. Différents auteurs, dont L'I.C.C.A (8) ont vivement critiquée la méthode du coût variable, car elle provoque une sous évaluation systématique des stocks. Cette critique est en soi fondée, et on aboutirait en quelque sorte à recommander l'utilisation de la méthode du coût complet.

Par ailleurs, il faut remarquer que la méthode du coût complet ne représente pas au niveau des stocks la meilleure solution possible, car les répartitions de charges indirectes et fixes se fait suivant des prorata.

Pour arriver à trouver une solution plus satisfaisante, on pourra repartir de la relation (21); et appeler:

$$\begin{array}{ll} s_i^{t-1} & \text{Stock initial de produits } i \text{ exprimé en quantité} \\ s_i^t & \text{Stock final de produits } i \text{ exprimé en quantité} \end{array}$$

On écrira alors:

$$C_t = \sum_{i=1}^n \bar{a}_i x_{ti} + \sum_{i=1}^n \bar{a}_i (s_i^t - s_i^{t-1}) + E_t$$

Bien entendu, il n'y a ici ni stock de matière première, ni de produits semi-finis. On peut alors chercher la solution du modèle:

$$(27) \quad \boxed{\begin{array}{l} \min_{s_i^t} \sum_{i=1}^n [C_t - \sum_{i=1}^n \bar{a}_i x_{ti} - \sum_{i=1}^n \bar{a}_i (s_i^t - s_i^{t-1})]^2 \\ \text{sc: } \sum_{i=1}^n C_t = \sum_{i=1}^n [\sum_{i=1}^n \bar{a}_i x_{ti} + \sum_{i=1}^n \bar{a}_i (s_i^{t-1} - s_i^t)] \end{array}}$$

Par cette dernière formulation, nous sommes capable d'évaluer le coût des produits sortant du stock à la période t .

Il apparaît donc que le modèle général (14) peut s'adapter à une grande variété de situations d'entreprises utilisant des méthodes comptables très différentes. Ce même modèle (14) ne doit donc pas être considéré du seul point de vue statistique, car nous risquerions de l'analyser comme une simple fonction de coût, dont l'établissement n'est pas le sujet principal.

d'un département comptable. Un certain nombre d'auteurs dont CUSHIKET⁽⁹⁾ optent sur l'intérêt d'une approche statistique, et en particulier au niveau de l'utilisation de la régression. Cette conception statistique de l'allocation des charges ne constitue pas en elle-même une justification du principe proposé, qui n'est valable qu'au regard de la relation (17). Ensuite, la grande différence existant entre les formules précédemment évoquées et les concepts de la section II, résidé dans le fait que si $T = 1$ et si $n > 1$, le système linéaire dont nous disposons est sous-déterminé, il existe donc une infinité de solution à l'équation de répartition. De fait, on peut se demander quelle est la nature de ces solutions; la réponse est assez simple, car il s'agit de toutes les règles de répartition permettant de répondre à l'équation: depuis le prorata aux quantités jusqu'à une allocation sur la base de la valeur de SHAPLEY.

Un certain nombre d'auteurs ont alors avancé que l'on raisonnait, dans la méthodologie (14), sur la base du coût historique, et que les phénomènes monétaires pouvaient altérer fortement la qualité des coûts obtenus. À cet argument, on peut répondre par deux remarques: tout d'abord, les procédures présentées correspondent toutes à des modèles de courte période qui devraient se situer à l'intérieur de l'exercice budgétaire annuel, ensuite pour éviter le phénomène d'illusion monétaire, on pourrait très bien supposer que Ch représente une charge exprimée en terme physique.

Enfin, différentes études concrètes laisseraient supposer que l'on puisse obtenir des coûts unitaires négatifs (10). D'un point de vue économétrique et statistique, on peut très bien imaginer une équation de régression où certains coefficients α_j seraient négatifs, tout en ayant des valeurs de R^2 et des tests corrects. Dans cette dernière situation, l'application comptable que l'on peut donner sera assez irréaliste, car en l'occurrence il s'agira de biens générant un bénéfice avant d'être vendus. Toutefois la réponse à ce type de problème est à rechercher dans l'échantillon de données qui n'est pas homogène. Pour résoudre cette question, on peut procéder de trois façons: soit imposer des contraintes de positivité, soit pratiquer un test statistique spécifique, soit recourir à l'analyse combinatoire. En ce qui concerne la première solution, il suffit de reprendre tous les modèles définis dans la norme L2 et imposer des contraintes de positivité sur les

coefficients de la solution. La seconde procédure consiste à détecter les points aberrants dans l'échantillon, à l'aide de différents tests dont celui suggéré par DANIEL et WOOD (11). Enfin la troisième procédure consiste à procéder à une analyse combinatoire en composant toutes les régressions possibles, par combinaison de lignes.

IV

CONCLUSIONS

A l'issue de notre analyse, le formalisme que nous venons de développer apparaît comme très prometteur d'un point de vue théorique et pratique.

En ce qui concerne ses propriétés théoriques, nous avons pu noter que les modèles des sections II et III répondent parfaitement aux critères de rationalité et de neutralité. De fait, si les hypothèses H1 et H2 sont remplies, l'allocation est optimale.

D'un point de vue pratique, nous notons que si dans le passé des formules approchantes ont pu être suggérées, les applications concrètes ont fait quelque peu défaut, soit parce que la méthode d'allocation était mal insérée dans la méthodologie comptable traditionnelle, soit que les résultats obtenus n'aient été peu convaincants. Ces deux causes forment à notre avis un ensemble qui peut se ramener au consensus devant exister dans l'entreprise pour appliquer des méthodes quantitatives d'allocation.

NOTES

- (1) On parle aussi de coûts joints.
- (2) On constatera, que du point de vue de l'information, si toutes les entreprises adoptent la règle de HOMIARTY, elles vont toutes simultanément rechercher une information sous forme de prestation externe qui n'existe plus....
- (3) Ce point peut être considéré comme relatif à la suite des travaux de MEGIDDO, N. "Computational Complexity of The Game Theory Approach to Cost Allocation for a Tree". *Mathematics for Operations Research*, 1, 1978: 89-96.
- (4) La règle développée par GANGOLLY [6] se situe à mi-chemin de la règle de HOMIARTY et de celle de la valeur de SHAPLEY, cependant les observations faites pour la valeur de SHAPLEY restent toujours valables.
- (5) cf: BERSTON, G. "Multiple Regression Analysis of Cost Behavior" *The Accounting Review*, 3, 1966.

DEAN, J. *Statistical Determination of Cost with Special Reference to Marginal Cost*. University of Chicago Press, 1936.

JOHNSTON, J. *Statistical Cost Analysis*. McGraw Hill, New York, 1960.

- (6) Dans le cas de l'utilisation de la norme L2, ces test sont bien connus et normalisés autour du calcul du coefficient de détermination multiple et de l'analyse des résidus.
- (7) D'un point de vue purement technique, il n'existe aucune difficulté pour décrire un schéma d'entreprise plus complexe avec réalisation de produits intermédiaires et prestations réciproques entre départements.

- (8) Manuel de L'I.C.C.A., chapitre 3030, stock - septembre 1973, p. 1082.
- (9) COSMIKEY, E. "Cost Control by Regression Analysis". The Accounting Review, 2, 1966: 258.
- (10) LESOURNE, J. Technique économique et gestion industrielle. DUNOD, 1958.
- (11) DANIEL, C., WOOD, F.S. Fitting Equation to Data. 2^{ed}, Wiley, New York, 1980.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BILLERA, L.J., HEATH, D.C., VERRECHIA, R.E. "A Unique Procedure for Allocating Common Costs from a Production Process". *Journal of Accounting Research* 1981, 185-96.
- [2] BRAULT, M., DUGRE, R. *De la Comptabilité Analytique à la Comptabilité de Management*. 2^ed, Les Presses Universitaires Laval, 1984.
- [3] BRUNS, W., L. "Accounting Information Decision Making: Some Behavioral Hypotheses". *The Accounting Review*, 3, 1968, 469-80.
- [4] CALLEN, J.L. "Financial Cost Allocations: A Game Theoretic Approach." *The Accounting Review*, 2, 1978, 303-8.
- [5] CHAMPSAUR, P. "How to Share the Cost of a Public Good". *International Journal of Game Theory* 4, 1975, 113-29.
- [6] GANCOLLY, J., S. "On Joint Cost Allocation: Independant Cost Proportional Scheme (ICPS) and Its Properties" *Journal of Accounting Research*, 2, 1981, 299-12.
- [7] GARDNER, M. "Mathematical Games" *Scientific American*, 3, 1976, 119-24.
- [8] HAHLEM, S., S., HAHLEM, W., A., TSCHIRNHAFT, J., T. "The Use of Core Theory in Evaluating Joint Cost Allocation Schemes". *The Accounting Review*, 3, 1977, 616-27.
- [9] JENSEN, D., L. "A Class of Mutually Satisfactory Allocation". *The Accounting Review*, 4, 1977, 842-56.
- [10] KAPLAN, R., S., THOMPSON, G. L. "Overhead Allocation via Mathematical Programming". *The Accounting Review*, 2, 1971, 352-64.

- [11] LEA, R. "A Note on the Definition of Cost Coefficients In a Linear Programming Model". *The Accounting Review*, 2, 1972, 346-50.
- [12] LOEIMAN, E., WHINSTON, A. "An Axiomatic Approach to Cost Allocation for Public Investment". *Public Finance Quarterly*, 2, 1974, 236-51.
- [13] LOUDERBACK, J., G. "Another Approach to Allocating Joint Costs: A Comment." *The Accounting Review*, 2, 1976, 683-85.
- [14] MORIARTY, S. "Another Approach to Allocating Joint Costs". *The Accounting Review*, 3, 1975, 791-95.
- [15] HORARD, B., FOUJAUD, B., TREMOLIERES, R. "Une approche formelle de la détermination des coûts: la comptabilité des variations". *Actes du colloque IRIA*, janvier 1976.
- [16] HORARD, B. "Direct Costing et Comptabilité des variations". *Revue Economie et comptabilité*, 2, 1982.
- [17] ROTH, A., E., VERRECHIA, R., E. "The Shapley Value as Applied to Cost Allocation: A Reinterpretation". *Journal of Accounting Research*, 1, 1979, 295-03.
- [18] SHAPLEY, L., S. "The Value of an N-Person Game." In "Contribution of the Theory of Games", Edited by H. W. KUHN and A. W. TUKER, Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1953.
- [19] SPINETTO, R., D. "Fairness in Cost Allocation and Cooperative Games". *Decision Sciences*, 6, 1975, 482-91.
- [20] SUNDER, S. "Simpson's Reversal Paradox and Cost Allocation". *Journal of Accounting Research*, 1, 1980, 222-33.
- [21] THOMAS, A. L. "The Allocation Problem in Financial Accounting. *Studies in Accounting Research N° 3*, American Accounting Association, 1969.

[22] THOMAS, A. L. "The Allocation Problem: Part two, Studies in Accounting Research, N° 9, American Accounting Association, 1976.

[24] VERRECCHIA, R. E. "An Analysis of two Cost Allocation Cases" The Accounting Review, 3, 1982, 579-93.

I:

APPROCHE CLASSIQUE DE L'ALLOCATION D'UNE CHARGE INDIRECTE

Si nous reprenons les conclusions d'ARTHUR THOMAS, nous dirons que toute procédure d'allocation des charges indirectes est arbitraire. Pour essayer de solutionner correctement ce problème, différentes méthodes ont été proposées. La façon la plus simple de présenter la question est de reprendre l'exemple utilisé par SUNDER [20] où nous avons deux produits A et B qui sont réalisés grâce à deux charges, l'une est directe, la main-d'œuvre, l'autre est indirecte. L'étude se fait sur deux périodes, avec des niveaux d'activité variables. Nous résumons au tableau ci-après ces informations:

Intitulé	Période, produit			
	1	2	A	B
Quantité	3 200	800	2 400	2 400
Main-d'œuvre directe	20 000	500	15 000	1 500
Charge indirecte		26 000		26 000

Le problème de la répartition de la charge indirecte de 26 000\$ aux deux périodes peut se résoudre en utilisant une formule de "prorata", soit de la main-d'œuvre directe, soit des quantités fabriquées.

SI l'on raisonne à partir du critère de la main-d'œuvre directe on obtient alors le tableau suivant:

	1		2	
	A	B	A	B
Cout unitaire direct	6.25	.625	6.25	.625
Cout unitaire indirect	7.93	.793	9.85	.985
Cout unitaire complet	14.18	1.418	16.10	1.61

Tableau 1: Répartition au prorata du coût direct

A présent si l'on répartit la charge indirecte sur la base des quantités fabriquées.

	1		2	
	A	B	A	B
Coût unitaire direct	6.25	.625	6.25	.625
Coût unitaire indirect	6.50	6.5	5.42	5.42
Coût unitaire complet	12.75	7.125	11.67	6.045

Tableau 2: Répartition sur la base des quantités

Nous constatons aisément que les deux formules donnent des résultats différents par période, mais plus, elles induisent une évolution divergente du coût des produits. En effet dans la première formule nous serons amenés à dire que les coûts des produits augmentent, mais par la seconde formule nous observerons une baisse des coûts. En fait, les analyses et études de coûts qui peuvent être développées à partir d'un tel système d'information ne reposent que sur la règle de répartition adoptée. Dans les deux formules évoquées, la première fait l'hypothèse implicite que les coûts indirects évoluent comme les coûts directs et la seconde prend pour principe que les coûts unitaires indirects des produits sont identiques. Par ailleurs, on peut donner une formule générale de ces deux règles de répartition. Appelons:

- c_h^i la charge indirecte h , à affecter, $i=1 \dots T$, $h=1 \dots n$,
- c_i^h la charge affectée au produit i , $i=1, \dots n$,
- a_i^h le coût unitaire du bien i , en terms de charge h ,
- x_{ti} quantité de bien i réalisée au moment t , $T > n$

donc le coût unitaire indirect d'un bien i s'exprimera:

$$(1) \quad a_i^h = c_i^h / x_{ti}$$

Dans le cas de la répartition au prorata des quantités, nous pouvons écrire:

$$(2) \quad \frac{c_h}{x_{ti}} = \frac{(x_{ti} * c_h)}{\sum_{i=1}^T x_{ti}}$$