



HAL
open science

L'IMPUTATION DES CHARGES INDIRECTES DANS LES SYSTEMES DE PRODUCTION COMPLEXE: LA COMPTABILITE DES VARIATIONS GENERALISEE

Raymond Tremolieres, Dominique Page

► **To cite this version:**

Raymond Tremolieres, Dominique Page. L'IMPUTATION DES CHARGES INDIRECTES DANS LES SYSTEMES DE PRODUCTION COMPLEXE: LA COMPTABILITE DES VARIATIONS GENERALISEE. L'alchimie des coûts, May 1983, France. pp.cd-rom. hal-00823528

HAL Id: hal-00823528

<https://hal.science/hal-00823528>

Submitted on 14 Aug 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

L' IMPUTATION DES CHARGES INDIRECTES
DANS LES SYSTEMES DE PRODUCTION COMPLEXE :
LA COMPTABILITE DES VARIATIONS GENERALISEE

Raymond TREMOLIERES

Dominique PAGE

I- INTRODUCTION

Cet article se place dans la continuité de publications antérieures concernant ce que nous appelons la Comptabilité des Variations, à savoir l'exploitation mathématique de données historiques dans le cadre de la Comptabilité Analytique.

Nos premières études sur ce sujet ont mis en évidence que la connaissance de variations dans les productions permettait de surmonter sans ambiguïté le vrai problème jusqu'alors non résolu de l'imputation des charges indirectes aux produits, de façon à déterminer pour chacun d'entre eux un coût unitaire comptable. Nous pouvions démontrer que la formulation du problème en tant qu'ajustement au sens des moindres carrés conduisait implicitement à une équation dite "comptable" qui justifiait a posteriori le choix de la norme euclidienne dans le cadre des modèles d'ajustement possibles. Cet intéressant résultat (qui n'a aucun intérêt en économétrie) ne se retrouvait nullement dans les études qui avaient jusqu'alors approché le sujet, lesquelles se donnaient pour but d'élaborer des fonctions de coût avant de s'intéresser à l'aspect proprement comptable du problème. C'est pour cette raison que nous avons pensé nécessaire de mettre l'accent sur une vision "nouvelle" des coûts en proposant le terme de Comptabilité des Variations.

Il n'est peut-être pas inutile, afin de mieux situer le nouveau problème qui fait l'objet de cet article, de préciser l'évolution des recherches en relation avec le sujet qui nous occupe.

A notre connaissance, c'est à Joël DEAN [5] (1936), [6] que l'on doit le premier article consacré à la détermination d'une fonction de coût dans le cadre d'historiques sur des données de production; son objectif n'était cependant nullement d'identifier des coûts unitaires "additifs" par produit. Cet important article est le type même de ceux consacrés à l'aspect "économétrique" du problème, où l'aspect comptable d' "imputation" des charges, d' "identification" des coûts et de contrôle de gestion est en général peu exploré.

Par contre, l'aspect statistique si fréquent en économétrie sur la qualité des régressions, la variabilité des coefficients, l'introduction de divers facteurs explicatifs différents des productions elles-mêmes, le souci de contrôler que la variance du terme d'erreur soit "constante" ou même "normale", y est généralement constamment présent. Comme nous l'avons déjà maintes fois rappelé, le problème n'a d'une certaine façon rien à voir avec l'estimation statistique classique: les données historiques sont ce qu'elles sont, et le principal problème est d'abord de mettre au point un outil permettant d'aboutir à des clefs de répartition les moins arbitraires possibles.

L'optique statistique, restée dans l'ombre fort longtemps après DEAN, fut reprise par divers auteurs dont les plus importants sont FERGUSON [11] (1950), LESOURNE [15] (1958), JOHNSTON [14] (1960), WALTERS [24] (1960), BENSTON [2] (1966), CHIU et DECOSTER [4] (1966), COSMISKEY [8] (1966), THOMAS [21] [29] (1969, 1974), HORNGREN [12] (1972), TUCKER [23] (1975), COCHRAN [7] (1976), CYBULSKY [9] (1976), FELTHAM [10] (1977), WELLS [25] (1978).

L'optique "déterministe" dans laquelle l'adéquation "statistique" n'est là que comme une "sécurité a posteriori" nullement justificative du modèle, et qui met tout l'accent sur l'aspect spécifiquement comptable des coûts, en particulier en s'intéressant à une équation d'équilibre entre les productions valorisées et les charges, essentiellement indirectes, est mise en avant en 1976 par MORARD, POUJAUD et TREMOLIERES (cf. bibliographie [26] ... [37]). Et aussi en 1977 par BADENES de GOUVEA [1] qui donne un exemple d'application de la régression avec coefficient constant à la fabrication de pneus dans une usine brésilienne. Parallèlement à tout ceci, de nombreuses critiques ont été adressées à ces études et souvent par les auteurs eux-mêmes. Par exemple par THOMAS [21], [22] (1974), pour lequel toute allocation de coûts ne peut être qu'arbitraire, par BENSTON [2] (1966) aussi, pour lequel une validation statistique peut seule fonder de telles approches.

Nous pensons utile aussi de citer d'autres points de vue tels ceux s'appuyant sur la valeur de Shapley et de considérations de prise de cession interne ([19], [18], [16], [20]). De même peut-on terminer cette brève revue en signalant la tentative d'unification des processus d'allocation de BRIEF et OWEN [3].

A bien considérer toutes ces études, on peut faire la constatation

générale qui suit: toutes les techniques proposées présupposent que les charges globales considérées doivent concerner directement les productions des mêmes périodes; lorsque ce n'est pas le cas, on donne en exemple les charges de personnel qui, généralement comptabilisées en fin de mois, doivent être ventilées préalablement (en avant ou en arrière) sur les productions finales auxquelles on devrait pouvoir les rattacher, ceci par exemple dans le cas de données de production hebdomadaires. Outre qu'il s'agit là d'une précaution évidente, il est assez curieux de constater qu'une hypothèse si importante n'ait pas été creusée avec plus d'attention. On peut, en effet, se demander si ce n'est pas du fait que ces précautions ne sont justement guère prises en considération que les théoriciens et praticiens en sont venus à rejeter catégoriquement ou, en tous les cas à porter un doute certain sur l'utilisation des modèles se rattachant à la régression.

C'est pour tenter de surmonter cette difficulté que nous avons été amenés à nous intéresser dans une étude précédente ([23]) à considérer, ce qui est le cas quasi général, que le coût d'un produit était la résultante de charges diverses non pas concentrées en une même période élémentaire, mais étalées dans le temps, cet étalement étant plus ou moins dépendant des rotations des stocks intermédiaires.

C'est à ce même problème qu'est consacré le présent article en donnant un cadre beaucoup plus précis pour la définition des coûts. Nous verrons que le problème de l'imputation des charges indirectes devient tout à fait possible et parfaitement rigoureux. Pour cela nous proposerons dans un premier temps un cadre simple mais très général de schématisation d'un système de production complexe. Nous montrerons ensuite que dans le cas de la connaissance parfaite des historiques de production de tous les biens, intermédiaires ou non, le coût de chaque produit peut être formellement établi. Ensuite, en partant de la constatation que ce ne sont généralement pas les productions intermédiaires mais les variations de stock des produits qui peuvent être connues, nous montrerons que le problème peut être résolu. Nous pensons que ce résultat est très important d'abord pour la pratique comptable et le contrôle de gestion, ensuite, évidemment, pour bien d'autres questions du domaine de la technique et de la gestion. Nous montrerons là encore qu'une "équation comptable" est implicitement vérifiée dans le cadre du choix d'une norme euclidienne (les "moindres carrés"); mais comme rien n'impose a priori que ce soit une telle norme qui doit être prise, du moins il sera toujours possible d'introduire cette équation

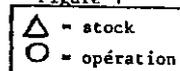
comme contrainte dans le cas d'un choix d'autres critères d'ajustement.

II- DESCRIPTIF DES SYSTEMES DE PRODUCTION CONCERNES

Nous considérons ici un système de production complexe que nous supposons contenir deux types d'éléments :

- des stocks,
- des opérations.

Figure 1



Ces éléments apparaîtront dans les schémas selon la convention adoptée à la Figure 1.

Un exemple de représentation d'un système de production complexe est donné à la Figure 2. Les stocks et les opérations seront reliés quand il y a lieu par des flèches matérialisant les stocks et les opérations directement liés, sans autre opération ni stock intermédiaires. Nous considérons

- des stocks d'entrants
- des stocks intermédiaires
- des stocks "finis".

Un stock sans flèche incidente sera un stock de matière première ou de produit entrant. Un stock avec au moins une flèche rentrante et au moins une flèche sortante sera dit stock intermédiaire. Un stock sans flèche sortante sera un stock de produit fini, de produit déclassé ou de rebut.

A toute opération sera associée au moins une flèche rentrante et une flèche sortante.

On pourra considérer 2 types essentiels d'opérations:

- les opérations de mélange ou d'assemblage (au moins 2 flèches entrantes)
- les opérations de tri (au moins 2 flèches sortantes).

Une opération pourra cumuler ces 2 aspects.

Il est important de noter ici que nous assimilerons l'ensemble des "produits" du système à l'ensemble des stocks: à tout produit doit correspondre un stock, et inversement.

Nous interdirons les configurations suivantes:

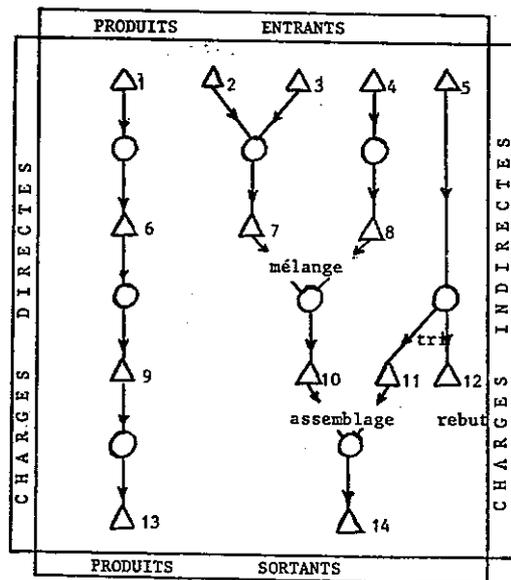
- 2 flèches rentrantes (ou plus) dans un même stock
- 2 flèches sortantes (ou plus) d'un même stock.

Ces hypothèses ne sont données que pour permettre de fonder le modèle de la Comptabilité des Variations sur stocks intermédiaires. Elles ne sont par contre pas nécessaires pour le premier modèle d'imputation des coûts que nous proposerons.

Nous supposons aussi dans cet article (ce que nous généraliserons ultérieurement) qu'il n'y a pas de cyclage dans le système de production, c'est-à-dire qu'un même produit ne peut être reporté en partie, ou en totalité, à un stade antérieur de production.

Enfin, nous supposons pour simplifier, mais le lecteur imaginera aisément les généralisations possibles, -et nous examinerons d'ailleurs cela plus tard-, que les opérations ont des constantes de temps nulles, ceci voulant dire qu'un produit ne peut rester dans une "opération" en consommant des charges indirectes plus d'une période de temps élémentaire. Pour fixer les idées, nous donnons ci-après un schéma de production complexe.

FIGURE 2 : EXEMPLE DE SCHEMA DE PRODUCTION COMPLEXE



Nous noterons :

- I l'ensemble des stocks (et donc des produits)
- I_0 l'ensemble des stocks initiaux
- H l'ensemble des charges (essentiellement indirectes)
- T la période d'observation du système
- $I^-(i)$ = sous ensemble des produits $j \in I$ intervenant à un stade ou à un autre dans la production de $i \in I$.

Nous supposons d'autre part que l'on peut décomposer la période d'observation du système en T périodes élémentaires et pour toute période de $t \in T$, ($t=1, \dots, T$) (*) nous utiliserons les notations suivantes :

Nous utiliserons les notations suivantes :

a- relativement aux produits

x_{it} = quantité de produit i fabriqué, ou mis en stock i, pendant la période t,

x_{it}^* = quantité de produit i utilisé (**) pendant la période t,

x_{it}^- = quantité de produit i en stock en début de période t,

x_{it}^+ = quantité de produit i en stock en fin de période t.

Selon les cas, nous supposons, soit que toutes, soit que seulement certaines de ces informations sont connues. Nous supposons dans tous les cas que l'on a rigoureusement l'équation de stock :

$$(0-1) \quad x_{it}^+ - x_{it}^- = x_{it} - x_{it}^*$$

Si ce n'est pas le cas, on introduira autant d'opérations ou de stocks que nécessaire.

b- relativement aux charges

c_t^h = quantité de charge indirecte hcH consommée pendant la période t.

I_h = sous-ensemble des produits I consommant de la charge hcH , (le plus souvent sans savoir directement en quelle quantité).

(*) Nous utiliserons la même lettre pour parler des entiers de 0 à T et pour parler de ce même ensemble.

(**) Il s'agit de l'utilisation par une opération directement suivante d'un stock donné.

c- relativement au système

α_{ij}^{ts} = part de la quantité x_{js}^* de produit j utilisé en s et intervenant dans la production de i au temps t.

Il est important de donner ici les précisions suivantes :

- un produit sorti à la période t "contient" ou "réclame" implicitement des productions intermédiaires, soit de la même période, soit de périodes précédentes: une production x_{it} "absorbe" donc des quantités

$$\alpha_{ij}^{ts} x_{js}^*, \forall s \leq t, \forall j \in I^-(i), (0 \leq \alpha_{ij}^{ts} \leq 1)$$

- les coefficients α_{ij}^{ts} ne relient normalement pas des rebuts ou des produits intermédiaires déclassés à des productions i; cependant si l'on souhaite "intégrer" ces produits dans la production de i, on remplace α_{ij}^{ts} par $\tilde{\alpha}_{ij}^{ts}$; dans ce cas il faut évidemment étendre $I^-(i)$ à l'ensemble de ces produits: il s'agit là d'une optique "comptable" et non technique

- on a évidemment $\alpha_{ii}^{ts} = 0, \forall i, \forall s \leq t$.

- dans cette formulation générale les α_{ij}^{ts} dépendent évidemment des quantités x_{it} et x_{js}^* .

Le but que nous nous fixons est de déterminer

a_i^h = coût unitaire moyen d'un produit i relatif à une charge h.
(il s'agit d'un coût unitaire moyen pour la période T considérée)

$$a_i = \frac{\sum_{h \in H} a_i^h}{h \in H} = \text{coût unitaire moyen d'un produit i.}$$

Pour ceci nous introduirons des coûts que nous appelons coûts additionnels et qui concernent uniquement la charge impliquée par la production d'une unité d'un produit i, lorsqu'on suppose que tous les stocks "rentrants" dans l'opération de production de i sont suffisamment alimentés pour qu'aucune autre production antérieure à i ne soit nécessaire.

Nous noterons

u_i^h = coût additionnel pour la production ou la mise en stock de une unité de i relatif à la charge h (pour les stocks initiaux on impose $u_i^h = 0$)

- I_h = sous-ensemble des produits $i \in I$ dont l'existence est conditionnée par le facteur de production (charge indirecte) $h, h \in H = \{1, \dots, H\}$. ($I_h \cap I_0 = \emptyset$: les stocks initiaux sont définis de façon à ne pas concerner les dépenses indirectes de $h \in H$).
- I_h^+ = sous-ensemble des produits de I pour lesquels on désire connaître un coût complet relatif à la charge $h \in H$.
- I_h^- = $I_h - I_h^+$ = complémentaire du sous-ensemble précédent dans I_h .
- $I_h^-(i)$ = sous-ensemble des produits ou stocks $j \in I_h^-$ pour lesquels il existe un chemin allant de j vers i ; c'est-à-dire l'ensemble des produits $j \in I_h^-(i)$ intervenant dans la production de i et dont l'existence est assujettie à la charge h .

On suppose le plus souvent que l'ensemble I_h^+ est uniquement composé de produits terminaux (non suivis d'opérations dans le système considéré).

III- LA COMPTABILITE DES VARIATIONS GENERALISEE

Il y a 2 équations fondamentales du modèle selon que l'on admet qu'une part des charges peut rester, ou non, non imputée :

$$(0) \quad c_t^h = u_o^h + \sum_{i \in I_h} u_i^h x_{it}^h, \quad t \in T, h \in H \text{ (modèle avec coefficient constant)}$$

$$(1) \quad c_t^h = \sum_{i \in I_h} u_i^h x_{it}^h, \quad t \in T, h \in H \text{ (modèle sans coefficient constant)}$$

Ces équations sont évidemment théoriques car de nombreux aléas empêchent de répartir systématiquement des charges sur des productions par une relation linéaire des productions dont les coefficients sont indépendants du temps. Supposant connues toutes les productions et les charges sur T , le problème peut s'écrire (selon l'optique (0) ou l'optique (1)) :

$$(2) \quad \min_{(u_o^h)(u_i^h)} N \left(c_t^h - u_o^h - \sum_{i \in I_h} u_i^h x_{it}^h \right) \quad \text{ou} \quad \min_{(u_i^h)} N \left(c_t^h - \sum_{i \in I_h} u_i^h x_{it}^h \right),$$

où il s'agit ici de trouver un système de coûts $(u_i^h, i \in I_h)$ (et u_o^h dans le cas (0)) où l'on minimise une mesure (une norme $N(\cdot)$) de l'écart entre les c_t^h connus et les combinaisons linéaires (affines dans le cas (1)) des valeurs connues des x_{it}^h .

Dans la Comptabilité des Variations, c'est la norme euclidienne qui a été principalement retenue du fait que dans le cas (0), l'équation comptable

$$(3) \quad \sum_{t \in T} c_t^h = Tu_0^h + \sum_{i \in I_h} u_i^h \left(\sum_{t \in T} x_{it} \right)$$

est toujours implicitement vérifiée (ce qui se démontre en considérant la dérivée partielle par rapport à u_0^h égalisée à 0 à l'optimum).

Dans d'autres cas, si l'on souhaite que (3) soit vérifiée il faudra l'imposer comme contrainte du problème d'optimisation.

Pour simplifier, nous nous limiterons à travailler avec le modèle (1).

Supposant que les α_{ij}^{ts} et les u_i^h sont déterminés, le coût correspondant à une production i et relatif à une charge h s'écrit immédiatement :

$$(4) \quad a_i^h x_{it} = u_i^h x_{it} + \sum_{s \in T} \sum_{j \in I_h(i)} u_j^h \alpha_{ij}^{ts} x_{js}^*, \quad \forall i \in I_h$$

d'où le coût intégrant toutes les charges indirectes

$$(5) \quad a_i x_{it} = \left(\sum_{h \in H} u_i^h \right) x_{it} + \sum_{s \in T} \sum_{h \in H} \sum_{j \in I_h(i)} u_j^h \alpha_{ij}^{ts} x_{js}^*, \quad \forall i \in I$$

(attention à ne pas remplacer x_{js}^* par x_{js}).

Les formules (4) et (5) supposent connu :

x_{js}^* = quantité de j utilisée en s ,

α_{ij}^{ts} = part (≤ 1) de x_{js}^* intervenant directement dans x_{it} .

En divisant par x_{it} on obtient trivialement le coût unitaire de i :

$$a_i^h = u_i^h + \sum_{s \in T} \sum_{j \in I_h(i)} u_j^h \frac{\alpha_{ij}^{ts} x_{js}^*}{x_{it}}$$

ou encore

$$(6) \quad a_i^h = u_i^h + \sum_{j \in I_h(i)} u_j^h \left(\sum_{s \in T} \alpha_{ij}^{ts} x_{js}^* \right) / x_{it}$$

En supposant qu'il n'y a aucune perte dans le système, la quantité entre parenthèses représente tout simplement le total de produit j "intégré" à une production de x_{it} . Cette quantité peut être invariable ou non suivant les processus ou les décisions de production. (Elle est variable si certains produits intermédiaires sont substituables). Dans le cas général on peut poser

$$(7) \quad \alpha_{ij}^t = \left(\sum_{s \in T} \alpha_{ij}^{ts} x_{js}^* \right) / x_{it}$$

et dans le cas de productions stables où les facteurs intervenant dans un même produit restent les mêmes, on peut faire l'hypothèse suivante :

$$(H_1) \quad \alpha_{ij} = \alpha_{ij}^t = \text{constante indépendante de } t.$$

(Il est important de noter que cette hypothèse n'implique nullement qu'il n'y ait pas de α_{ij}^{ts} variables en t et s).

Dans ce cas, le coût de production de i relativement à une charge indirecte h est défini par

$$(8) \quad a_i^h = u_i^h + \sum_{j \in I_h(i)} u_j^h \alpha_{ij} ;$$

le coût d'un produit i est égal à la somme de sa charge additionnelle terminale propre et des charges additionnelles de tous les produits intervenant dans sa fabrication pondérées par les coefficients techniques α_{ij} donnant le nombre de j nécessaire à la production d'une unité de i.

A ce stade le problème est donc résolu pour autant que l'on puisse identifier l'équation (1) par un modèle de type (2) et que l'on soit dans l'hypothèse H_1 . (Dans le cas plus général où les α_{ij} dépendent de t, les coûts unitaires a_i^h pourront varier avec t).

Il convient de préciser avant toute chose que les modèles de type (2) n'ont de solutions uniques que sous certaines hypothèses telles celles de non colinéarité. Ceci demande trop de développements pour que nous puissions les examiner ici: il y a en effet divers moyens de surmonter ces difficultés en particulier la règle d'imputation "au prorata" qui en est une parmi d'autres. Dans tout ce qui suit nous adopterons l'hypothèse suivante :

$$(H_2) \quad \text{le ou les modèles de type (2) utilisés ont une solution unique.}$$

C'est sur la formulation des modèles de type (2) que nous allons maintenant nous pencher. En effet, ces modèles présupposent connus les x_{it} , $\forall i \in I$, $\forall t \in T$. Or il est certain que rares sont les systèmes dans lesquels on peut consigner, pour toute période, toutes les productions relatives à chacun des produits, en particulier surtout pour les produits intermédiaires. Par contre il est certainement plus fréquent, et souvent beaucoup plus facile de connaître l'état des stocks intermédiaires en début ou en fin de chaque période. Le problème se pose alors de savoir s'il est possible de déterminer l'ensemble des charges additionnelles u_i^h sur la seule connaissance de l'état des stocks. Ce problème est résolu ci-après.

IV- LA COMPTABILITE DES VARIATIONS SUR STOCKS INTERMEDIAIRES

Pour simplifier les notations nous ferons abstraction de l'indice h des charges indirectes. Nous raisonnerons donc en supposant qu'une seule de ces charges est présente, quitte à rétablir l'indice quand ce sera nécessaire.

L'équation formelle (1) s'écrit ici (noter que par hypothèse, les produits entrants sont supposés ne pas consommer de charge: dans le cas de charge indirecte on peut donc travailler sur $I-I_0$ au lieu de I ou bien imposer $u_i = 0, \forall i \in I_0$):

$$(9) \quad c_t = \sum_{i \in I} u_i x_{it} = \sum_{i \in I^+} u_i x_{it} + \sum_{j \in I^-} u_j x_{jt} .$$

Nous supposons ici que les productions ou mise en stock x_{jt} , $j \in I^-$ ne sont pas connues, mais que l'on connaît

$$(10) \quad dx_{jt} = x_{jt}^+ - x_{jt}^- \quad (*) .$$

L'équation (0-1) se réécrit

$$(11) \quad x_{jt} = x_{jt}^* + dx_{jt} .$$

Notons d'autre part

$\Gamma(j)$ l'ensemble des produits résultant de l'opération immédiatement suivante du stock j.

H_3 : Nous supposons que l'on connaît la quantité α_{ij}^t de produit j intervenant dans toute unité de produit i immédiatement suivant de j :

$$(12) \quad \alpha_{ij}^t, \forall j \in I^- \text{ et } \forall i \in \Gamma(j), \forall t \in T .$$

H_4 : Nous supposons d'autre part, dans un premier temps, que les constantes de temps des opérations sont inférieures à la durée de chaque période (**). Par constante de temps nous entendons le temps de traitement des produits intervenant dans chaque opération. Plus précisément les opérations seront toutes supposées terminées avant la fin de chaque période.

(*) Avec $x_{jt}^- = x_{jt-1}^+$, seule la connaissance des stocks fin de période est nécessaire (à l'exception du stock initial).

(**) Les périodes de temps peuvent d'ailleurs très bien être de durées inégales (cela ne change rien au principe des problèmes (2)).

D'après H_3 , H_4 , H_1 on a (α_{hj}^t est le nombre d'unités de j intervenant dans une unité de h)

$$(13) \quad x_{jt}^* = \sum_{h \in \Gamma(j)} \alpha_{hj}^t x_{ht}, \quad \forall j \in I^-.$$

Ceci va nous permettre d'"enchaîner" pas à pas les x_{jt}^* jusqu'aux productions finales.

Le deuxième terme de (9) s'écrit

$$(14) \quad \sum_{j \in I^-} u_j x_{jt} = \sum_{j \in I^-} u_j (x_{jt}^* + dx_{jt}) = \\ = \sum_{j \in I^-} u_j \left(\sum_{h \in \Gamma(j)} \alpha_{hj}^t x_{ht} + dx_{jt} \right).$$

On peut de nouveau réitérer le processus :

$$(15) \quad \sum_{j \in I^-} u_j x_{jt} = \sum_{j \in I^-} u_j \left[\sum_{h \in \Gamma(j)} \alpha_{hj}^t (x_{ht}^* + dx_{ht}) + dx_{jt} \right] = \\ = \sum_{j \in I^-} u_j \left[\sum_{h \in \Gamma(j)} \alpha_{hj}^t \left(\sum_{k \in \Gamma(h)} \alpha_{kh}^t x_{kt} \right) + \sum_{h \in \Gamma(j)} \alpha_{hj}^t dx_{ht} + dx_{jt} \right] = \\ = \sum_{j \in I^-} u_j \left[\sum_{k \in \Gamma(h)} \sum_{h \in \Gamma(j)} \alpha_{kh}^t \alpha_{hj}^t x_{kt} + \sum_{h \in \Gamma(j)} \alpha_{hj}^t dx_{ht} + dx_{jt} \right].$$

Lorsque les $\Gamma(h)$ ne contiennent plus que des produits terminaux, i.e. $\Gamma(h) \subset I^+$, ceci montre que (9) peut s'exprimer uniquement sous la forme

$$(16) \quad c_t = f_t(x_{it}, i \in I^+; dx_{jt}, j \in I^-)$$

où f est une fonction linéaire dépendante du temps si les α_{ij}^t le sont.

De façon générale, et par récurrence on obtient alors l'équation fondamentale qui suit :

$$(17) \quad c_t = \sum_{i \in I^+} \left(u_i + \sum_{j \in I^-(i)} u_j \alpha_{ij}^t \right) x_{it} + \sum_{j \in I^-} \left(u_j + \sum_{h \in \Gamma(j)} u_h \alpha_{jh}^t \right) dx_{jt}$$

avec

$$(18) \quad \alpha_{ij}^t = \sum_{\text{pour tous les chemins allant de } i \text{ vers } j \text{ et différent d'au moins un arc}} \prod_{\text{pour tous les arcs } kh \text{ constitutifs du chemin}} \alpha_{kh}^t$$

Dans cette équation si les α_{ij}^t sont des coefficients techniques ou comptables fixes, indépendants du temps, -ce qui implique que ce sont toujours les mêmes types de biens qui interviennent dans la production des biens suivants, et ceci dans un même rapport-, alors on a

$$\alpha_{ij}^t = \alpha_{ij}^t = \text{constante}$$

et l'équation (17) se réécrit

$$(19) \quad c_t = \sum_{i \in I^+} \left(u_i + \sum_{j \in I^-(i)} u_j \alpha_{ij} \right) x_{it} + \sum_{j \in I^-} \left(u_j + \sum_{h \in I^-(j)} u_h \alpha_{jh} \right) dx_{jt}$$

Lorsque les productions intermédiaires ne sont pas connues l'équation (1) ne peut être identifiée, par contre sur la seule connaissance des variations de stock l'équation (19) permet par un modèle d'identification reposant sur la minimisation d'une norme des écarts entre c_t et le second membre, de connaître les charges additionnelles, d'où en découle la possibilité de connaître des coûts unitaires moyens des produits. (Dans l'identification de (19) les inconnues sont les u et les données sont les c_t , les α , les x_{it} , icI^+ , et les dx_{jt} , $jcI^-(i)$).

Le modèle (19) est parfaitement identifiable tant que les (x_{it}, dx_{jt}) ne sont pas combinaisons linéaires les uns des autres.

Explicitons l'équation obtenue :

- si les variations de stocks sont nulles, la charge indirecte est égale à la somme des productions finales, chacune pondérée par la somme du coût additionnel terminal et des coûts additionnels correspondant à la quantité de chacun des biens entrant dans ce même produit.
- dans le cas où la variation d'un stock intermédiaire est négative (utilisation de stocks sans production par exemple), alors la charge indirecte est diminuée de l'ensemble des coûts intervenant dans le produit intermédiaire considéré.
- inversement pour toute constitution d'un stock supplémentaire ($dx_{jt} > 0$). la charge indirecte globale doit s'augmenter en rapport de la production intermédiaire supplémentaire considérée.

Il est utile de préciser que la prise en compte des stocks dans l'imputation des coûts permet, pour une part, de diminuer les éventuels multicollinéarités: en particulier, plus les variations de stocks sont "aléatoires", plus les coûts sont fiables. Autrement dit plus il y aura de "variations autonomes" dans le système mieux les coûts pourront être identifiés.

Pour préciser ceci, si l'on suppose $dx_{jt} = 0$ alors on a

$$c_t = \sum_{i \in I^+} u_i x_{it} + \sum_{i \in I^+} \sum_{j \in I^-(i)} u_j \alpha_{ij} x_{it} ,$$

et les u_j ont pour coefficients des combinaisons linéaires des x_{it} , ce qui implique autant de multicolinéarités dans le système. Lorsque ceci est le cas il convient d'imposer par exemple $\alpha_{ij} = 0$ afin que la charge indirecte s'impute directement au niveau des x_i .

En fait, ceci revient à écrire

$$c_t = \sum_{i \in I^+} a_i x_{it}$$

avec

$$a_i = u_i + \sum_{j \in I^-(i)} u_j \alpha_{ij} .$$

Un modèle d'identification permettra de déterminer les a_i (coût total) mais évidemment pas chacun des coûts additionnels qui peuvent prendre des valeurs quelconques à condition de vérifier cette dernière équation. On peut donc en déduire que tant que les multicolinéarités interviennent au niveau d'un produit terminal et de ses produits intermédiaires en amont, le problème reste résoluble.

V- CONCLUSION

L'équation (19) met en évidence la façon de faire pour imputer, dans le cadre d'un système de production complexe, l'ensemble des charges indirectes sur les produits. Il faut remarquer que dans le cas de charge directes variables connues l'équation est exactement la même: elle met en évidence les coûts "complets" variables des produits à chacun des stades de la production. Il s'agit donc d'une équation où les u_i peuvent être considérés comme totalisant des charges indirectes variables imputées et des charges directes: le coût c_t est alors la somme des coûts indirects de la période et des coûts directs supposés ramenés aux périodes d'utilisation des produits.

Le modèle de la Comptabilité des Variations sur stocks intermédiaires a été présenté ici en retenant plus particulièrement les hypothèses suivantes:

- non bouclage de produits ,
- coefficients α_{ij} indépendants du temps,
- $c_t, x_{it}, i \in I^+, dx_{jt}, j \in I^-$ connus $\forall t \in \{0, T\}$,
- constantes de temps des opérations égales à 0.

Ainsi que nous l'avons vu nous avons construit le modèle en partant de α_{ij}^{ts} dépendant des dates d'utilisation des j et des dates de production des i .

Ceci a été fait pour permettre des généralisations ultérieures (*) intégrant des rythmes de production selon des filières de production pouvant résulter de décisions changeantes.

La principale hypothèse faite est que les coûts additionnels considérés sont des coûts moyens. En fait rien n'empêche de considérer diverses équations du type (19) selon divers "choix" de production. A supposer que l'on ait suffisamment d'historiques pour chacun des choix de production, on peut fort bien imaginer que l'on obtiendra tout aussi bien des coûts moyens pour chacun des choix de production.

(*) Etudes à paraître.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BADENES de GOUVEA, S. "Production Scheduling and Cost Estimation for Multiproduct Production Lines". ORSA-TIMS, Atlanta, 1971.
 - [2] BENSTON, G. "Multiple Regression Analysis of Cost Behavior". Accounting Review, Vol. 41, n° 4, pp. 657-672, october 1966.
 - [3] BRIEF, R.P., J. OWEN. "A Least Squares Allocation Model". J. of Accounting Research, pp. 193-199, autumn 1968.
 - [4] CHIU, J.S., D. De COSTER. "Multiple Product Costing by Multiple Correlation Analysis". Accounting Review, Vol. 41, n° 4, pp. 673-680, october 1966.
 - [5] DEAN, J. "Statistical Determination of Cost with Special Reference to Managerial Cost". University of Chicago Press, 1936.
 - [6] DEAN, J. "Managerial Economics". Prentice Hall, New York, 1951.
 - [7] COCHRAN, E.B. "Using Regression Techniques in Cost Analysis. Part I; Part II". International J. of Production Research, Vol. 14, p. 465, p. 489, 1976.
 - [8] COSMIKEY, E. "Cost Control by Regression Analysis". The Accounting Review, april 1966.
 - [9] CYBULSKY, M.K.. "Applying Regression Analysis in Flexible Budgeting". ORSA-TIMS, Miami, november 1976.
 - [10] FELTHAM, G.A. "Cost Aggregation: an Information Economic Analysis". J. of Accounting Research, Vol. 15, n° 1, spring 1977.
 - [11] FERGUSSON, A.R. "Empirical Determination of Multidimensional Cost Function". Econometrica, july 1950.
 - [12] HORNGREN, C.T. "Cost Accounting: a Managerial Emphasis". Englewood Cliffs, N.I., Prentice Hall, 1972.
-

- [13] JENSEN, R. "Multiple Regression Models for Cost Control, Assumptions and Limitations". Accounting Review, Vol. 42, n° 2, pp. 265-272, april 1967.
- [14] JOHNSTON, J. "Statistical Cost Analysis". New York, McGraw Hill, 1960.
- [15] LESOURNE, J. "Techniques économiques et gestion industrielle", Dunod, 1958.
- [16] MEGIDDO, N. "Computational Complexity of the Game Theory Approach to Cost Allocation for a Tree". Math. of Op. Res., Vol. 3, n° 3, august 1978.
- [17] McCLENON, P.R. "Cost Finding Through Multiple Correlation Analysis". Accounting Review, Vol. 38, n° 3, pp. 540-547, july 1963.
- [18] MIRMAN, L.J., Y. TAUMAN. "Demand Compatible Equitable Cost Sharing Prices". CORE discussion paper 7930, Louvain 1979.
- [19] SAMET, D., Y. TAUMAN, I. ZANG. "An Application of the Aumann-Shapley Prices for Cost Allocation in Transportation Problems". CORE, Louvain, july 1980.
- [20] SHUBIK, M. "Incentives Decentralized Control, the Assignment of Joint Costs and Internal Pricing". Management Science, pp. 325-343, april 1962.
- [21] THOMAS, A.L. "The Allocation Problem: Part Two". Studies in Accounting Research, n° 9, American Accounting Association, 1974.
- [22] THOMAS, A.L. "The Allocation Problem in Financial Accounting Theory". Studies in Accounting Research, n° 3, American Accounting Association; 1974.

- [23] TUCKER, K.A. "Economics of Scale in Retailing". Saxon House, Lexington Books, 1975.
- [24] WALTERS, A.A. "Production and Cost Functions: an Econometric Survey". Econometrica, Vol. 31, 1960.
- [25] WELLS, M.C. "Accounting for Common Costs". Centre for International Education and Research in Accounting, Board of Trustees of the University of Illinois, 1978.

NOTICE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LA COMPTABILITE DES VARIATIONS

- [26] MORARD, B., POUJAUD, R., TREMOLIERES, R. "Une approche formelle de la détermination des coûts: la comptabilité des variations". Colloque Informatique, Automatique et Sciences des Organisations INRIA, 78150 Le Chesnay, 14-16 janvier 1976.
- [27] MORARD, B. POUJAUD, R., TREMOLIERES, R. "Une première application en mécanique automobile de la comptabilité des variations à la ventilation des charges de main d'oeuvre". Revue TRAVAIL & METHODES, n° 325, mai 1976.
- [28] MORARD, B. POUJAUD, R. "La Comptabilité des Variations: insertion d'une nouvelle méthode dans la Comptabilité Analytique et le Contrôle de Gestion". Thèse de 3e Cycle, Sciences de la Gestion, Université d'Aix-Marseille III, IAE-AIX, 30 novembre 1976.
- [29] MORARD, B., POUJAUD, R., TREMOLIERES, R. "Des méthodes de la Comptabilité Analytique à la Comptabilité des Variations". Revue Direction et Gestion, Nos 2 et 3, 1977.
- [30] MORARD, B., TREMOLIERES, R. "Note sur la Comptabilité des Variations avec imputation totale comptable". Note de recherche IAE-AIX, octobre 1977.
- [31] MORARD, B., TREMOLIERES, R., "Calcul des coûts et contrôle: une reformulation de la méthode des sections". Note de recherche IAE-AIX, décembre 1977. -
- [32] MORARD, B., TREMOLIERES, R. "Note sur la validation mathématique de la Comptabilité des Variations et de la méthode des sections homogènes". Note de recherche IAE-AIX, janvier 1978.
- [33] TREMOLIERES, R. "The General Model of Cost Identification". Working Paper IAE-AIX, n° 107, avril 1978.

- [34] TREMOLIERES, R. "Budgets risqués". Note de recherche IAE-AIX, n° 108, avril 1978.
- [35] MORARD, B. "Direct Costing et Comptabilité des Variations".
Economie et Comptabilité, n° 124, décembre 1978.
- [36] MORARD, B., TREMOLIERES, R. "La Comptabilité des Variations pour une évaluation réaliste des coûts". Non publié, 1979.
- [37] MORARD, B., TREMOLIERES, R. "Les budgets d'exploitation et le problème du point-mort". Note de recherche IAE-AIX, n° 148, avril 1979.