



Plans croisés modifiés pour l'ingénierie robuste

Bruno Scibilia

► To cite this version:

Bruno Scibilia. Plans croisés modifiés pour l'ingénierie robuste. QUALITA2013, Mar 2013, Compiègne, France. [⟨hal-00823121⟩](#)

HAL Id: hal-00823121

<https://hal.science/hal-00823121v1>

Submitted on 16 May 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Plans croisés modifiés pour l'ingénierie robuste

Bruno Scibilia
Minitab
Paris, France
bscibilia@minitab.fr

Abstract—L'ingénierie robuste permet de rendre des produits ou procédés plus robustes à des facteurs bruit incontrôlables. Les recherches les plus récentes ont porté sur des plans d'expériences combinés de résolution mixte pour étudier les interactions entre facteurs bruit et facteurs facilement contrôlables, ces interactions sont utiles pour identifier les facteurs contrôlables qui permettent de minimiser les effets bruit. Les plans combinés permettent de s'affranchir du rapport Signal sur Bruit de Taguchi. Dans cet article, nous proposons des plans croisés (pour l'amélioration de la robustesse), légèrement modifiés afin d'obtenir un niveau de résolution tout aussi élevé que dans les plans combinés.

Index : Méthode Taguchi, Conception robuste, Robustesse, Plans d'expériences, plans croisés, rapport signal sur bruit, Ingénierie robuste

I. INTRODUCTION

L'ingénierie robuste [1] a pour objectif de rendre un processus moins sensible aux imperfections liées aux variations environnementales (humidité, poussières etc...), aux conditions d'utilisation d'un produit, aux erreurs humaines ainsi qu'à l'usure du produit. Elle peut être appliquée soit en phase de conception, soit en phase de production. Les facteurs de bruit externes sont des variables qui ne peuvent pas être contrôlées dans des conditions usuelles et qui affectent le processus ou le produit en question. Les facteurs de bruit internes sont des paramètres de conception qui peuvent être ajustés mais dont les valeurs varient en pratique, sans que leur dispersion puisse être totalement éliminée.

G. Taguchi [2] a encouragé les concepteurs de produits à ne pas focaliser toute leur attention sur la performance nominale ou le coût, mais à prendre en considération aussi la robustesse et la sensibilité aux sources de variabilité (bruits) le plus tôt possible, lors de la phase de conception précisément. Les variations dues aux 'bruits' sont à l'origine de 'pertes' en termes de qualité ou de fiabilité que l'utilisateur final subira à plus ou moins long terme [2].

Le rapport Signal sur Bruit (S/B) élaboré par G. Taguchi est directement lié à la mesure de ces variations, G. Taguchi met l'accent sur l'utilisation d'outils statistiques pour réduire l'influence des bruits, à l'aide de plans d'expériences [2].

Il préconise d'utiliser des plans croisés (ou plans produits) : un plan pour les facteurs contrôlables (plan contrôle) est croisé avec un autre plan pour les facteurs de bruit (difficilement contrôlables). Au cours de l'expérimentation, les facteurs bruits varient de façon systématique, pour chaque combinaison des facteurs contrôlables. A chaque ligne du plan croisé, un écart-type est estimé qui représente l'effet sous-jacent du facteur

bruit. Le rapport Signal sur Bruit (S/B) est calculé à partir de cet écart-type.

Dans cet article, nous décrirons très brièvement l'approche Taguchi en montrant certaines de ses limites, puis nous proposerons une méthode alternative très simple.

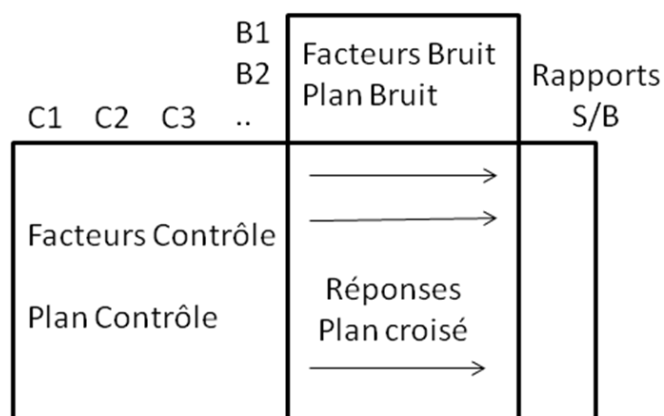


Fig. 1. Exemple d'un plan croisé (Plan contrôle croisé avec un plan pour les facteurs bruit)

Lorsque certains facteurs bruit interagissent avec des facteurs contrôle, il devient possible de rendre un système plus robuste par rapport aux bruits externes. L'interaction permet de fixer le niveau du facteur contrôle de telle façon que l'effet du facteur bruit soit minimisé. Par ailleurs, les effets non linéaires [3] des paramètres de production / conception sont autant d'opportunités pour réduire l'influence des variations des paramètres les plus difficiles à contrôler.

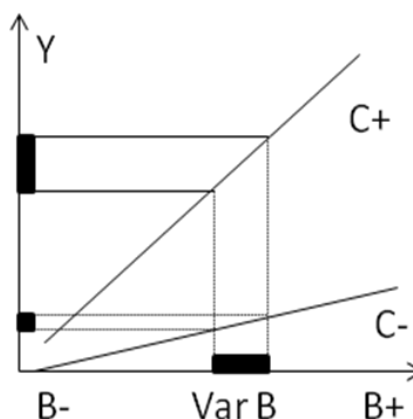


Fig. 2. Graphique des effets: La variabilité issue du facteur bruit (Var B) qui est transmise à la réponse finale Y, est réduite lorsque le facteur contrôlable (C) est fixée au niveau C- (grâce à l'interaction B*C).

Taguchi propose cinq types de rapports Signal sur Bruit [2]:

- Un rapport Signal sur Bruit pour la minimisation de la réponse.

$$S/B = -10 \log_{10} \left(\frac{\sum_i Y^2}{n} \right)$$
- Un rapport Signal sur Bruit pour la maximisation de la réponse.

$$S/B = -10 \log_{10} \left(\frac{\sum_i (1/Y^2)}{n} \right)$$
- Un rapport Signal sur Bruit pour la réduction d'une proportion de pièces défectueuses
- Un rapport Signal sur Bruit pour une valeur nominale désirée (avec deux variantes pour prendre en compte la liaison entre moyenne et écart-type).

$$S/B = 10 \log_{10} (\mu^2/\sigma^2)$$

$$S/B = -10 \log_{10} (\sigma^2)$$
- Un rapport Signal sur Bruit dynamique

$$S/B = 10 \log_{10} (\beta^2/\sigma^2)$$

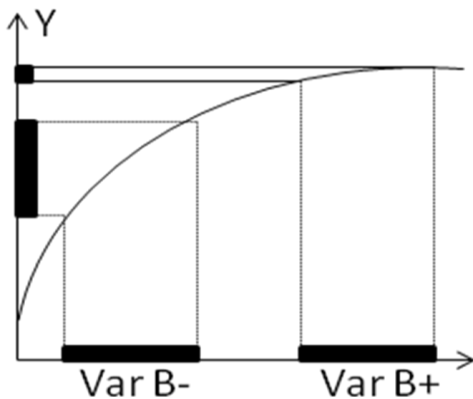


Fig. 3. L'effet non linéaire d'un paramètre de conception (B) peut permettre de réduire l'influence de la variabilité de B sur la réponse finale, en modifiant le niveau du facteur B, de B+ à B-, dans cet exemple.

L'expérimentateur peut diviser les variables en plusieurs groupes :

- Les variables d'ajustement qui ont un effet sur la moyenne mais pas sur la dispersion
- Les variables de contrôle qui ont un effet sur la dispersion mais non sur la moyenne
- Les variables qui ont un effet à la fois sur la moyenne et sur la dispersion.

Il s'agit donc d'effectuer une optimisation multiple: ajuster la moyenne tout en réduisant la dispersion. Dans certains cas, le processus doit être ajusté sur une valeur légèrement différente de la valeur idéale afin de réduire la dispersion.

Lorsqu'il n'est pas possible de contrôler les facteurs bruit au cours de l'expérimentation, ces facteurs bruits peuvent aussi être considérées comme des 'covariables' (variables mesurables mais non contrôlables).

II. LIMITES DU RAPPORT SIGNAL SUR BRUIT DE TAGUCHI.

A. Pertes d'informations

La variance prise en compte à chaque ligne du plan croisé représente les effets à la fois des facteurs bruits et de la variabilité résiduelle.

L'hétéroscédasticité (dépendance de la variance par rapport à la moyenne) de la variabilité résiduelle lorsqu'elle est présente peut biaiser l'analyse des effets bruit. Il devient nécessaire de corriger cette dépendance mais le nombre d'essais dans un plan d'expériences est souvent trop faible pour pouvoir déterminer la nature exacte de la relation entre moyenne et variance résiduelle. Le rapport Signal sur Bruit de Taguchi de type « une valeur nominale désirée »

$S/B = 10 \log_{10} (\mu^2/\sigma^2)$ suppose une relation linéaire et exactement proportionnelle entre écart-type et moyenne, hypothèse qu'il faudrait vérifier avant d'utiliser ce type de rapport S/B. De nombreux auteurs suggèrent de recourir à des transformations pour stabiliser la variance résiduelle ou encore d'élaborer des indicateurs de robustesse qui seraient indépendants de l'ajustement (« PERMIAs ») [4]. De façon plus générale, les rapports S/B de G. Taguchi qui sont des indicateurs synthétiques, combinent donc plusieurs types de données : la moyenne, l'écart-type résiduel et les variations dues aux bruits. Ceci peut conduire à des pertes d'informations, en particulier pour les rapports Signal sur Bruit du type « le plus grand le meilleur » ou du type « le plus petit le meilleur » [5] et [6], l'expérimentateur ne peut plus distinguer quelle amélioration est associée à une optimisation de la moyenne et quel gain est obtenu grâce à une réduction de la variabilité. Des données de nature très différentes (moyenne et écart-type) sont donc confondues ce qui ne permet pas d'avoir une vision détaillée et différenciée des caractéristiques du système.

De plus, le rapport Signal sur Bruit (S/B) ne permet pas de quantifier les effets de chacun des différents facteurs bruits, ni de déterminer quel facteur bruit précisément interagit avec quel facteur contrôle en particulier.

B. Dépendance par rapport à un nombre limité de données.

- La variance est par nature très sensible aux valeurs extrêmes. Dans le plan bruit, certaines combinaisons des niveaux des facteurs bruit correspondent à un cumul des effets de ces facteurs bruit. Ces quelques combinaisons (qui représentent les écarts les plus grands) auront une influence disproportionnée au niveau de l'analyse.

- Le fait que les effets des différents facteurs bruit soient agglomérés en une estimation de la variance unique, réduit fortement le nombre de degrés de liberté disponibles lors de l'analyse des effets. En analysant les effets des différents facteurs bruit individuellement, le nombre de degrés de liberté serait forcément plus important.

- Compte tenu de la nature même de la variance, le facteur bruit dominant (effet bruit le plus important) exerce une influence disproportionnée (par rapport aux autres facteurs

bruit) sur le rapport S/B, puisqu'il génère les écarts les plus importants.

III. APPROCHES BASÉES SUR LES PLANS COMBINÉS

Les plans croisés de Taguchi peuvent être considérés comme des plans à parcelles divisées (plans de type « Split Plot ») dans lesquels les facteurs bruits sont considérés comme des facteurs difficiles à changer et les facteurs « contrôle » considérés comme des facteurs faciles à changer. Dans ce type de plan, tout est mis en œuvre pour réduire le nombre de changements de niveaux des facteurs difficiles à modifier.

De nombreux auteurs [7] et [8] suggèrent d'utiliser des plans classiques dans lesquels les facteurs bruit et les facteurs contrôle sont combinés en un plan unique. Ces plans combinés sont utilisés pour étudier directement les effets des interactions entre facteurs contrôle et facteurs bruit (C*B) qui permettent d'améliorer la robustesse. Cette approche a pour avantage principal le fait de s'affranchir du rapport Signal sur Bruit et de ses limites.

Compte tenu du nombre très élevé d'essais nécessaires dans ces plans combinés pour l'amélioration de la robustesse, ce sont presque toujours des plans fractionnaires (très fractionnés).

Dans un tel plan combiné qui inclut à la fois les facteurs bruit et les facteurs contrôle, l'étude des interactions Bruit * Contrôle est prioritaire, il faut veiller à ce que ces interactions de type B*C ne soient pas confondues avec des interactions de type Contrôle*Contrôle ou Bruit*Bruit qui sont moins utiles en terme de robustesse. La construction de ce type de plan n'est donc pas triviale en termes de résolution et de prise en compte des confusions et alias pour des plans combinés fractionnaires. Plusieurs auteurs ont élaborés des bibliothèques de plans combinés (sur mesure) [8] adaptés à chaque cas.

Dans un plan fractionnaire de résolution III, les effets principaux sont confondus avec des interactions entre deux facteurs. Dans un plan fractionnaire de résolution IV, les interactions entre deux facteurs sont confondues entre elles, alors que les effets principaux ne sont pas confondus. Dans un plan de résolution V, les effets principaux et les interactions entre deux facteurs ne sont confondus qu'avec des interactions d'ordre élevées qui sont le plus souvent négligeables.

Borkowski et Lucas [8] proposent des plans fractionnaires combinés de résolution mixte qui permettent d'améliorer le niveau de résolution pour les facteurs contrôle (résolution V pour les facteurs contrôle) tout en minimisant le niveau de résolution pour les facteurs bruit (résolution III pour les facteurs bruit), et en privilégiant les interactions Bruit*Contrôle cruciales pour la robustesse (les interactions B*C ne sont pas confondues dans ce type de plan).

Ces plans combinés à parcelles divisées (Split-Plot) sont généralement plus performants en termes de résolution que des plans croisés pour un même nombre d'essais. Ils permettent souvent d'estimer certaines interactions entre

facteurs contrôle qui ne seraient pas disponibles dans un plan croisé.

a) Exemple d'une analyse à l'aide d'un plan combiné

Nous re-considérons un cas présenté lors d'un symposium sur la méthode Taguchi, ré-analysé plus tard par Engel [9], puis par Steinberg et al. [6] et enfin par Tsui [10]. Dans cet exemple sept facteurs contrôle sont croisés avec trois facteurs bruit. Un plan croisé a été utilisé.

Il s'agit d'un plan contrôle fractionnaire 2^{7-4} en huit combinaisons croisé avec un plan bruit 2^{3-1} . Les deux plans ont donc été complètement saturés ce qui est fréquent dans des plans croisés, compte tenu du nombre important d'essais qui est souvent nécessaire. Il n'est plus possible d'estimer les effets principaux des facteurs bruit à cause des confusions avec des interactions entre deux facteurs. Par contre, les interactions Bruit * Contrôle ne sont pas confondues avec d'autres effets.

La réponse dans cet exemple, est le pourcentage de rétrécissement de produits moulés par injection. L'objectif est d'obtenir un pourcentage de rétrécissement plus constant afin d'améliorer les caractéristiques dimensionnelles des produits.

Facteurs de contrôle :

- A : Temps de cycle
- B : Température du moule
- C : Epaisseur de la cavité
- D : Pression
- E : Vitesse d'ajustement
- F : Temps de maintien dans le moule
- G : Dimension de l'ouverture

Facteurs bruit :

- H : Pourcentage de poussières
- J : Taux d'humidité
- K : Température ambiante

							H	-1	-1	1	1
							J	-1	1	-1	1
							K	-1	1	1	-1
A	B	C	D	E	F	G					
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1		2,2	2,1	2,3	2,3
-1	-1	-1	1	1	1	1		0,3	2,5	2,7	0,3
-1	1	1	-1	-1	1	1		0,5	3,1	0,4	2,8
-1	1	1	1	1	-1	-1		2	1,9	1,8	2
1	-1	1	-1	1	-1	1		3	3,1	3	3
1	-1	1	1	-1	1	-1		2,1	4,2	1	3,1
1	1	-1	-1	1	1	-1		4	1,9	4,6	2,2
1	1	-1	1	-1	-1	1		2	1,9	1,9	1,8

TABLEAU I. PLAN CROISE

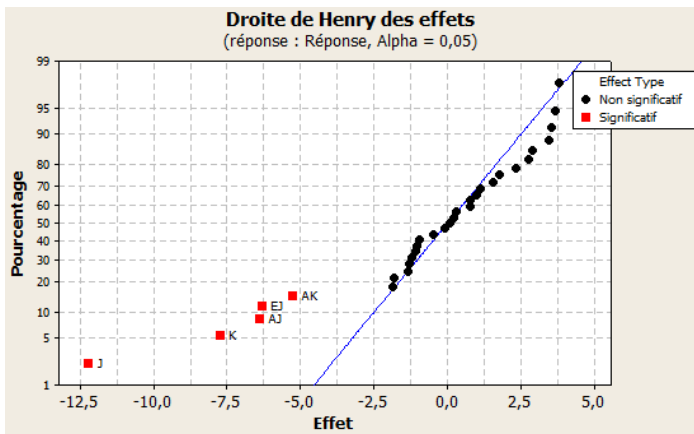


Fig. 4. Droite de Henry des effets du plan combiné

Ce plan croisé peut être reconfiguré en un plan combiné unique associant à la fois facteurs bruit et facteurs contrôle. L'Analyse des données du plan combiné à l'aide du logiciel Minitab permet d'identifier les effets significatifs. En observant la droite de Henry des effets, on remarque que les facteurs bruit J (humidité) et K (température) sont statistiquement significatifs, et que d'autre part les interactions AK, EJ et AJ sont aussi significatives. Ces interactions de type bruit * contrôle peuvent donc être utilisées pour réduire les effets des facteurs J et K. Dans ce contexte, les paramètres A (temps de cycle) et E (vitesse d'ajustement), qui sont des facteurs « contrôle », peuvent être utilisés pour réduire les effets de K et de J (effets bruits).

Malgré leur performance souvent supérieure en termes de résolution, les plans combinés restent peu utilisés en pratique à cause de leur complexité et de leur interprétation peu intuitive. Dans la plupart des cas, les utilisateurs sont restés attachés aux plans croisés de Taguchi, qui sont bien adaptés au fait que les niveaux des facteurs bruit sont souvent difficiles à modifier (plans de nature « Split Plot » en parcelles divisées).

Dans la suite de cet article, nous suggérons de conserver les plans croisés de Taguchi mais d'étudier directement l'influence de facteurs contrôle sur les effets des facteurs bruit (plutôt que de passer par le rapport S/B). Ce qui revient à analyser les interactions Contrôle * Bruit directement. Notre objectif est de proposer des plans croisés aussi performants que les plans combinés en termes de résolution. Contrairement à Borkowski et Lucas [8] nous nous attacherons à améliorer la résolution des facteurs bruit plutôt que celle des facteurs contrôle. Ceci pour deux raisons :

b) *Le but principal de ces expérimentations est précisément de réduire les effets des facteurs bruit, et il serait donc utile de quantifier leurs effets,*

c) *ceci permettrait aussi de prioriser les effets des différents facteurs bruit.*

Dans la suite de cet article, nous proposerons une procédure très simple pour augmenter la résolution pour les facteurs bruit. Cela ne nécessite pas nécessairement un nombre plus élevé d'essais. Nous utilisons les effets bruits en tant que réponse afin d'identifier les facteurs « contrôle » qui permettent de minimiser ces effets directement.

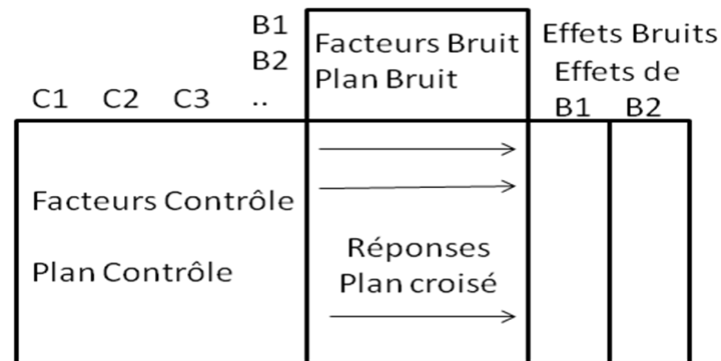


Fig. 5. Plan croisé pour l'analyse directe de chacun des effets bruit.

Supposons que dans le plan croisé, le plan contrôle ne soit pas totalement saturé (une colonne est restée libre pour les interactions), cette colonne non affectée à un facteur principal sera utilisée pour augmenter la résolution du plan bruit. Supposons par exemple, qu'un plan contrôle de type 2^{6-3} (de résolution III) est croisé avec un plan bruit de type 2^{3-1} (de résolution III). A la différence du plan croisé représenté dans le tableau I, une colonne du plan contrôle est donc restée disponible pour les interactions (colonne FC dans le tableau II ci-dessous). Nous allons modifier ce plan croisé.

En premier lieu, le plan contrôle est fractionné en deux demi-parties à partir d'une interaction (FC) du plan contrôle (voir le tableau II). Cette colonne FC est donc constituée de 1 dans la moitié supérieure du plan contrôle et de -1 dans la demi-partie inférieure.

Le plan bruit croisé avec la moitié supérieure du demi-plan de contrôle n'est pas modifié, cependant dans le plan bruit croisé avec la moitié inférieure du plan contrôle, les niveaux d'un (K dans cet exemple) ou plusieurs facteurs sont systématiquement modifiés. Le plan bruit supérieur est donc rendu différent du plan bruit inférieur (voir le tableau II).

Dans le plan bruit supérieur : $K = -HJ$

Dans le plan bruit inférieur : $K = HJ$

Le changement systématique de niveaux pour un ou plusieurs facteurs principaux (K dans l'exemple) permet de « désaliaser » les effets confondus. Il s'agit d'une technique qui est souvent utilisée pour « casser » des chaînes d'alias dans des plans complémentaires lorsque le plan initial est un plan fractionnaire (Plans dépliés : « Fold-Over »). L'objectif est identique dans ce contexte. Dans l'exemple étudié, le plan bruit initial est de résolution III :

H est confondu avec l'interaction JK

J confondu avec HK, et K avec l'interaction HJ.

Générateur d'alias du plan bruit : $HJ = K$

Si par contre le plan bruit est modifié par un changement systématique des niveaux d'un facteur bruit (K dans l'exemple) dans la partie inférieure du plan croisé, la résolution du plan bruit est améliorée :

Ni H, ni J, ni K ne sont maintenant confondus avec des interactions entre facteurs bruit.

Générateur d'alias du plan croisé modifié : FCHJ = K

Ceci revient donc à introduire l'interaction FC dans le générateur d'alias HJK qui désormais contient cinq éléments (FCHJK), afin d'en accroître la longueur et donc la résolution du plan bruit.

Cette modification permet lorsque l'on considère l'ensemble des deux demi-parties du plan croisé d'estimer indépendamment les effets des interactions entre facteurs bruit (KH, KJ, HJ).

							H	-1	-1	1	1
							J	-1	1	-1	1
							K	-1	1	1	-1
FC	A	B	C	D	E	F					
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1					
1	-1	-1	1	1	1	1					
1	1	1	-1	-1	1	1					
1	1	1	1	1	-1	-1					
							H	-1	-1	1	1
							J	-1	1	-1	1
							K	1	-1	-1	-1
FC	A	B	C	D	E	F					
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1					
-1	-1	-1	1	1	1	1					
-1	1	1	-1	-1	1	1					
-1	1	1	1	1	-1	-1					

TABLEAU II. PLAN CROISE MODIFIE

Dans cet exemple, le plan croisé initial consistait en 32 essais qui correspondaient à 31 degrés de liberté: 18 degrés de liberté étaient affectés aux interactions de type Bruit * Contrôle (6 facteurs contrôle * 3 facteurs bruit), 6 degrés de liberté étaient affectés aux effets principaux des facteurs contrôle et 3 degrés de liberté aux facteurs bruit, par ailleurs 3 degrés de liberté étaient utilisés pour estimer des interactions de type B*C*C qui sont hautement improbables (ces 3 degrés de liberté étaient donc finalement peu utiles dans l'analyse).

Dans le plan croisé modifié, les 3 degrés de liberté affectés aux interactions de type B*C*C sont rendus disponibles pour étudier les interactions entre facteurs bruit, et le plan bruit est devenu un plan complet (aucune confusion entre facteurs bruit et interactions entre facteurs bruit).

Le plan croisé modifié est donc tout aussi performant qu'un plan combiné en termes de résolution, mais reste plus intuitif et facile à élaborer.

IV. CONCLUSION

Cette approche peut facilement être généralisée à de nombreuses situations et à de nombreux types de plans croisés.

Il existe un grand nombre d'applications possibles pour lesquelles l'ingénierie robuste pourrait être très utile. Cette technique reste cependant encore peu utilisée en pratique. Ceci est probablement dû au nombre d'essais souvent très important, à la difficulté de modifier les niveaux des facteurs bruit, mais aussi aux déficiences du rapport Signal sur Bruit de Taguchi. La méthode proposée dans cet article permet d'obtenir des informations plus détaillées, qui sont désormais rendues disponibles pour l'expérimentateur. L'utilisation des effets bruit en tant que réponse plutôt que le rapport Signal sur Bruit, l'élaboration de plans croisés de meilleure résolution pour les facteurs bruit, permettent d'obtenir une plus grande efficacité des plans d'expériences pour l'ingénierie robuste.

REFERENCES

- [1] G.E.P Box et S. Jones, "Designing products that are robust to the environment", Total Quality Management, 3(3) 1992 pp. 265-282
- [2] R.N Kacker et A.C Shoemaker "Off line quality control, parameter design and the Taguchi method", Journal of Quality Technology, Octobre 1985
- [3] J.M Lucas "How to achieve a robust process using response surface methodology", Journal of Quality Technology", Journal of Quality Technology, Octobre 1994
- [4] G.E.P Box "Signal to Noise ratios, Performance criteria and transformations", Technometrics, Février 1988, Vol. 30 n°1
- [5] N. Logothetis "Box-Cox transformations and the Taguchi method", Applied Statistics, 1990, Vol 39, n°1 pp. 31-48
- [6] D. Steinberg et D. Bursztyn "Dispersion Effects in Robust Design Experiments with Noise factors" Journal of Quality Technology 26(1), pp 12-20, 1994
- [7] P.R. Rosenbaum "Some useful compound dispersion experiments in quality design" Technometrics, Vol. 38, n°4, Novembre 1996
- [8] J. Borkowski et J. Lucas « Designs of mixed resolution for process robustness studies », Technometrics, Vol 39, n°1, Février 1997
- [9] J. Engel "Modeling variation in industrial experiments" Applied Statistics Vol 41, n°3, 1992
- [10] K-L. Tsui "A critical look at Taguchi's modeling approach for robust design" Journal of Applied Statistics, vol 23, n°1, 1996