



**HAL**  
open science

## Collusions entre fournisseurs de services et de contenus dans les réseaux

Alexandre Reiffers-Masson, Yezekael Hayel, Eitan Altman

► **To cite this version:**

Alexandre Reiffers-Masson, Yezekael Hayel, Eitan Altman. Collusions entre fournisseurs de services et de contenus dans les réseaux. AlgoTel - 15èmes Rencontres Francophones sur les Aspects Algorithmiques des Télécommunications, May 2013, Pornic, France. pp.1-4. hal-00818700

**HAL Id: hal-00818700**

**<https://hal.science/hal-00818700>**

Submitted on 28 Apr 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Collusions entre fournisseurs de services et de contenus dans les réseaux

Alexandre Reiffers Masson<sup>1,2</sup> and Yezekael Hayel<sup>2</sup> and Eitan Altman<sup>1</sup>

<sup>1</sup>INRIA B.P.93, 2004 Route des Lucioles, 06902 Sophia-Antipolis, Cedex, FRANCE

<sup>2</sup>CERILIA, University of Avignon, 339, chemin des Meinajariès, 84911 Avignon cedex 9

---

Cet article traite d'un modèle de jeu de routage destiné à étudier les relations entre utilisateurs, fournisseurs de services et fournisseurs de contenus dans l'Internet. Nous nous intéressons notamment aux relations économiques entre les fournisseurs. Notre principal résultat porte sur l'impact, sur les utilisateurs finaux, d'une collusion (relation contractuelle privilégiée) entre certains fournisseurs de services et certains fournisseurs de contenus. Particulièrement, nous montrons qu'un système complètement ouvert (sans collusions) est moins intéressant pour les utilisateurs finaux qu'un système avec des collusions entre fournisseurs.

**Keywords:** Théorie des Jeux, économie des réseaux, Internet

---

## 1 Introduction

Dans ce travail, nous nous intéressons à la modélisation des relations économiques entre fournisseurs de services et fournisseurs de contenus dans l'Internet. Notamment, nous étudions l'impact de ces relations sur l'utilisateur final. Notre modélisation s'inspire principalement d'outils de la théorie des jeux, notamment des jeux de congestion/routage. La théorie des jeux est devenue depuis une dizaine d'année un outil majeur de modélisation et d'optimisation des réseaux de telecommunication [6]. En effet, les problèmes de concurrence entre acteurs/agents du réseau pour l'accès ou la distribution de contenus est une étude de cas typique où peut s'appliquer un modèle de jeu non-coopératif. Dans ce type de modèle, chaque joueur détermine sa décision qui va optimiser sa fonction objectif. Seulement, cette fonction dépend de sa décision mais également de la décision de tous les autres joueurs. On dit alors que les joueurs sont en interaction. Lorsque chaque joueur possède sa propre fonction objectif (à optimiser), on parle de jeu non-coopératif. Pour résoudre un jeu non-coopératif, il faut utiliser une notion d'équilibre. Le concept d'équilibre standard des jeux non-coopératifs avec un nombre fini de joueurs est l'équilibre de Nash [1].

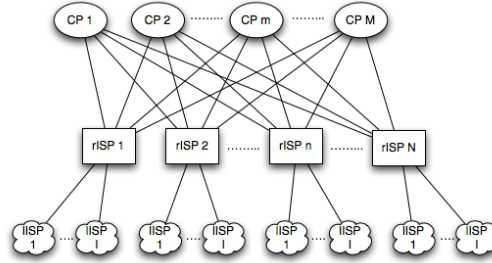
Dans ce type de jeu, un nouveau concept de coalition ou collusion entre les joueurs est apparu dans [7]. Ce concept permet de déterminer si plusieurs joueurs ont un intérêt à se regrouper et à jouer comme un unique joueur. Une collusion peut avoir un impact sur les performances du système à l'équilibre, notamment sur les utilisateurs qui colludent mais également sur les autres et sur la société toute entière. Dans le modèle présenté ici, nous étudions un seul type de collusion, qui est verticale. Elle provient de la modélisation hiérarchique de notre système économique.

Le plan de l'article est le suivant : nous décrivons d'abord le modèle économique de base illustrant les relations entre utilisateurs, fournisseurs de services et fournisseurs de contenus. Dans ce modèle nous exposons les propriétés de l'équilibre des trafics de contenus demandés par les utilisateurs. Dans la section suivante, nous introduisons la collusion entre fournisseurs d'accès et fournisseurs de contenus, puis nous étudions son impact sur la structure de l'équilibre du jeu de routage. Enfin nous comparons les coûts des utilisateurs à l'équilibre dans les deux modèles, avec ou sans collusions. Les preuves des résultats sont dans l'annexe référencée [8].

## 2 Modèle de base

Nous modélisons les relations entre les utilisateurs via les fournisseurs d'accès locaux (IISP), les fournisseurs d'accès régionaux (rISP) et les fournisseurs de contenus (CP). La première classe de joueurs, dans

notre modèle, est composée de l'ensemble des IISP. Afin de modéliser leurs comportements, nous utilisons un modèle de jeu de congestion atomique, avec un trafic divisible [4]. Chaque IISP  $i, i \in \{1, \dots, I\}$  reçoit une requête de ses abonnés voulant disposer d'un contenu. Pour illustrer cela, nous supposons que l'ensemble des requêtes que reçoit l'IISP  $i$  génère un trafic total noté  $\phi_i > 0, i \in \{1, \dots, I\}$ , qui provient des CP vers le IISP  $i$ . On suppose que la demande est symétrique et donc que le trafic  $\phi_i$  est similaire pour tous les IISP  $i$  connectés à un rISP  $n$ . Chaque IISP  $i$ , ne peut pas, afin d'accéder à un contenu, le demander directement à un CP  $m$ , où  $m \in \{1, \dots, M\}$ . Il doit d'abord établir un accord avec un rISP  $n, n \in \{1, \dots, N\}$ , qui lui, peut demander directement aux CP un accès au contenu. Chaque rISP  $n$ , est connecté à tous les fournisseurs de contenu (CP). Nous supposons que chaque rISP  $n$  possède un accord avec  $I$  IISP. Ainsi nous notons par  $(i, n)$ , avec  $(i, n) \in \{1, \dots, I\} \times \{1, \dots, N\}$ , le IISP  $i$  associé au rISP  $n$ . Ainsi chaque local IISP  $i$  est connecté à un unique régional ISP  $n$ . La topologie du modèle est résumée sur la figure suivante.



## 2.1 Jeu entre les IISP

Maintenant, nous décrivons plus explicitement le gain d'un IISP  $(i, n)$  et son interaction avec les autres IISP. On note par  $x_{(i,n)}^m$  la quantité de trafic généré depuis le CP  $m$  vers le IISP  $i$  à travers le rISP  $n$ . D'après ce qui a été dit précédemment, le trafic total est  $\sum_{1 \leq m \leq M} x_{(i,n)}^m = \phi_i$ . Soit  $p^m$  le tarif, par unité de débit, appliqué par le CP  $m$  pour pouvoir accéder à son contenu. Ainsi, pour une quantité de trafic  $x_{(i,n)}^m$ , le IISP  $i$  connecté au rISP  $n$ , le coût d'accès au contenu est de  $x_{(i,n)}^m \cdot p^m$ . Ce prix est le coût de transaction du contenu, cela ne dépend pas de IISP (d'après les hypothèse de Neutralité de l'Internet [9]). Nous considérons également un coût de congestion au niveau de chaque CP. En effet, plus la demande est importante au niveau des serveurs de contenus, moins bonne sera la qualité de service pour l'utilisateur final (dû à des problèmes de gestion de la capacité des serveurs, des réseaux distribution, etc). Ce coût dépend du trafic total généré depuis le CP  $m$ , qui est  $\sum_{i,n} x_{(i,n)}^m$ . Pour illustrer ce phénomène, nous posons  $D^m : \mathbb{R}^+ \mapsto \mathbb{R}^+$  une fonction strictement croissante et convexe qui représente le coût de congestion par unité de débit. Ainsi, le coût global de congestion pour un trafic  $x_{(i,n)}^m$  est égal à  $x_{(i,n)}^m \cdot D^m(\sum_{i,n} x_{(i,n)}^m)$ . Nous avons donc une interaction direct entre les trafics à destination des IISP. Le cout total (accès plus congestion) pour un IISP  $(i, n)$  est :

$$C_{(i,n)}(\underline{\mathbf{x}}_{(i,n)}, \underline{\mathbf{x}}_{(-i,-n)}) = \sum_m x_{i,n}^m \left[ D^m(\sum_{i,n} x_{(i,n)}^m) + p^m \right],$$

où  $\underline{\mathbf{x}}_{(i,n)} = \left\{ x_{(i,n)}^m \right\}_m$  est le vecteur des décisions concernant la quantité de trafic demandée à chaque CP  $m$  pour le IISP  $(i, n)$  et  $\underline{\mathbf{x}}_{(-i,-n)}$  est le vecteur des décisions de tous les autres IISP (ceux connectés au même rISP  $n$  mais également tous les autres connectés aux autres rISP). Chaque IISP  $(i, n)$  va résoudre le problème d'optimisation sous contrainte suivant :

$$\min_{\underline{\mathbf{x}}_{(i,n)}} C_{(i,n)}(\underline{\mathbf{x}}_{(i,n)}, \underline{\mathbf{x}}_{(-i,-n)}) \quad \text{t.q.} \quad \sum_{m=1}^M x_{i,n}^m = \phi.$$

Nous étudions maintenant l'existence d'un équilibre pour ce problème [1].

## 2.2 Jeu entre les CP

Supposons que pour chaque vecteur de prix  $\mathbf{p} = \{p^m\}_m$ , il existe un unique équilibre de Nash pour le jeu défini précédemment que l'on notera  $\mathbf{x}^*(\mathbf{p})$ . Nous nous intéressons maintenant à une deuxième classe de joueurs, qui sont les CP. Chaque CP  $m$  contrôle son tarif  $p^m$  avec  $p^m \in [0, p_{\max}]$ . Le revenu du CP  $m$  est :

$$\max_{p^m} \Pi(p^m, \mathbf{p}^{-m}) = p^m \sum_{i,n} x_{i,n}^{*,m}(\mathbf{p}).$$

Ce revenu dépend de l'équilibre  $\mathbf{x}^*(\mathbf{p})$  sous-jacent entre les IISP. Il y a donc une interaction indirecte, et également un jeu non-coopératif, entre les CP. Ainsi pour clarifier le jeu hiérarchique que nous venons de proposer, dans un premier temps, chaque CP propose un prix, et dans un second temps, les IISP répartissent leur trafic en fonction de ces prix. Nous utilisons une structure de jeu entre les deux classes de joueurs connu en théorie des jeux sous le nom de jeu de Stackelberg [3].

Pour simplifier l'analyse nous considérons que  $\phi_{(i,n)} = \phi$  pour tous les IISP  $(i,n)$ . Nous supposons de plus que la fonction de congestion  $D^m(\cdot)$  associé à chaque CP  $m$  est la même, c'est à dire que  $D^m(\cdot) = D(\cdot)$  pour tout  $m \in \{1, \dots, M\}$ . La première simplification est nécessaire afin d'obtenir une forme explicite et simple de l'équilibre. En effet grâce à cette hypothèse les joueurs sont symétriques et nous pouvons utiliser des théorèmes sur la forme des équilibres dans un jeu de congestion [4]. Finalement, nous montrons l'existence d'un équilibre symétrique dans le jeu de Stackelberg formulé. Et enfin nous donnons une forme explicite de l'équilibre symétrique ainsi que de la fonction de coût ou revenu pour chacun des joueurs.

**Théorème 2.1** *Supposons qu'à l'équilibre  $(x_{(i,n)}^m, p^m) > 0$  pour tout  $(i,n,m) \in \{1, \dots, I\} \times \{1, \dots, N\} \times \{1, \dots, M\}$ . Alors nous avons les résultats suivants :*

1. *il existe un équilibre symétrique, c'est à dire que  $(x_{(i,n)}^m, p^m) = (x, p)$  pour tout  $(i,n,m) \in \{1, \dots, I\} \times \{1, \dots, N\} \times \{1, \dots, M\}$ ,*
2. *à l'équilibre symétrique,  $x^* = \frac{\phi}{M}$  et  $p^* = p_{\max}$ ,*
3. *le coût d'un IISP  $(i,n)$  à l'équilibre est  $C(x^*) = \phi \left[ D\left(\frac{NI\phi}{M}\right) + p_{\max} \right]$  et le revenu d'un CP  $m$  à l'équilibre est égal à  $\Pi(p^*) = p_{\max}\phi$ .*

Ce cas simple va nous permettre de comparer avec les hypothèse de collusions entre les CP et les rISP.

## 3 Modèle avec collusion entre fournisseurs

### 3.1 Equilibre

Nous supposons maintenant que chaque rISP  $n$  met en place un accord (on parle alors de collusion) avec le CP  $m$ . Nous allons nous restreindre au cas  $M = N$ . Par souci de clarté, l'rISP  $n$  et le CP  $m$  qui sont associé dans une collusion ont le même indice  $n$ . Cette collusion implique que le prix pour un IISP  $(i,n)$  pour accéder à un contenu sera nul, i.e.  $p^n = 0$ , si le contenu en question est téléchargé depuis le CP qui possède un accord avec le rISP  $n$ . La fonction de coût du IISP  $(i,n)$  est égale alors à :

$$C_{(i,n)}^v(\mathbf{x}_{(i,n)}, \mathbf{x}_{(-i,-n)}) = \sum_{m \neq n} x_{i,n}^m \left[ D\left(\sum_{i,n} x_{i,n}^m\right) + p^m \right] + x_{i,n}^n D\left(\sum_{i,n} x_{i,n}^m\right).$$

Et la fonction de revenu d'un CP  $m$  devient :

$$\Pi^v(p^m, \mathbf{p}^{-m}) = p^m \sum_{n \neq m} \sum_i x_{i,n}^{*,m}(\mathbf{p}).$$

Posons, pour l'IISP  $(i,n)$ , le vecteur de stratégies  $(y_{(i,n)}^n, x_{i,n}^{-n})$  où  $y_{(i,n)}^n$  est la part de téléchargement que requiert l'IISP à son CP et où  $x_{i,n}^{-n}$  est la part de téléchargement pour les autres CP. Nous obtenons aussi un résultat similaire à la première partie :

**Théorème 3.1** Supposons qu'à l'équilibre  $(x_{(i,n)}^m, p^m) > 0$  pour tout  $(i, n, m) \in \{1, \dots, I\} \times \{1, \dots, N\} \times \{1, \dots, M\}$ . Alors nous avons que :

1. il existe un équilibre symétrique dans  $G$ , c'est à dire que  $(x_{(i,n)}^{-n}, x_{(i,n)}^n, p^m) = (x, y, p)$  pour tout  $(i, n, m) \in \{1, \dots, I\} \times \{1, \dots, N\} \times \{1, \dots, M\}$ ,
2. à l'équilibre symétrique,  $p' = \min \left\{ \frac{1}{2} \phi D'(I\phi), P_{max} \right\}$ ,  $y' = \frac{1}{N} (\phi + (N-1) \frac{p'}{D'(I\phi)})$  et  $x' = \frac{1}{N} (\phi - \frac{p'}{D'(I\phi)})$ .
3. le coût d'un IISP  $(i, n)$  à l'équilibre est  $C_{(i,n)}^v(x') = \phi D(I\phi) + (N-1)x'p'$  et le gain d'un CP  $m$  à l'équilibre est égale à  $\Pi^v(p') = I(N-1)x'p'$ .

### 3.2 Comparaison des équilibres

Maintenant nous pouvons comparer les coûts à l'équilibre pour les IISP dans les deux cas, afin de savoir l'impact d'une collusion entre les fournisseurs sur les IISP. En comparant les deux gains à l'équilibre des IISP dans un jeu sans collusion verticale et dans un jeu avec, nous remarquons que la présence de collusion verticale est plus profitable pour les IISP. Ceci est décrit dans le théorème suivant.

**Théorème 3.2**

$$C_{(i,n)}^v(x') < C_{(i,n)}(x^*).$$

## 4 Conclusions

Nous avons montré dans ce papier, dans le cas d'une guerre des prix entre fournisseurs de contenus, l'impact d'accord entre rISP et CP sur les utilisateurs finaux. Nous avons utilisé des concepts différents de la théorie des jeux comme les jeux de routage et les jeux de Stackelberg. Avec ces outils de modélisation, nous avons montré qu'une telle collusion est profitable pour les utilisateurs finaux. De nombreuses extensions de notre travail sont possibles. Par exemple, l'impact d'une collusion horizontale entre les IISP, c'est à dire que plusieurs IISP décident de se réunir, et de jouer comme un seul joueur.

## Références

- [1] R. Laraki, J. Renault, S. Sorin Bases mathématiques de la théorie des jeux, 2010.
- [2] T. Basar, G.J. Olsder, Dynamic Noncooperative Game Theory, Series in Classics in Applied Mathematics, SIAM, Philadelphia, Pennsylvania, 1999.
- [3] J. B. Jr. Cruz, Leader-Follower Strategies for Multilevel System, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 23, pp. 244–254, 1978.
- [4] A. Orda, N. Rom and N. Shimkin, Competitive routing in multi-user communication networks, IEEE/ACM Trans. on Networking, 1 :614-627, 1993.
- [5] E. Altman, O. Pourtallier, T. Jimenez and H. Kameda, Symmetric Games with networking applications, NetGCOOP, Paris, November 2011.
- [6] E. Altman, T. Boulogne, R. El Azouzi, T. Jimenez, L. Wynter, A survey on networking games in telecommunications, in Computer and Operations Research, vol. 33, pp. 286-311, 2006.
- [7] A. Hayrapetyan, E. Tardos and T. Wexler, The effect of collusion in congestion games, in Proceedings of STOC, 2006.
- [8] Annexe preuves de l'article : A. Reiffers Masson, Y. Hayel, E. Altman L'impact des collusions sur les modèles économiques des réseaux.
- [9] R. Hahn and S. Wallsten, The Economics of Net Neutrality, The Berkeley Economic Press Economists Voice 3, 6, (2006), 1-7