

Algorithme de commande par action anticipatrice adaptative et contre-réaction fixe pour le contrôle actif de vibrations en présence de couplage mécanique interne

Tudor-Bogdan Airimitoaie, Ioan Doré Landau, Luc Dugard, Marouane Alma, Abraham Castellanos Silva, Gabriel Buche, Mathieu Noe

▶ **To cite this version:**

Tudor-Bogdan Airimitoaie, Ioan Doré Landau, Luc Dugard, Marouane Alma, Abraham Castellanos Silva, et al.. Algorithme de commande par action anticipatrice adaptative et contre-réaction fixe pour le contrôle actif de vibrations en présence de couplage mécanique interne. 2013 - 4èmes Journées Démonstrateurs en Automatique, Jun 2013, Angers, France. pp.n/c. hal-00818201

HAL Id: hal-00818201
https://hal.science/hal-00818201

Submitted on 26 Apr 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Algorithme de commande par action anticipatrice adaptative et contre-réaction fixe pour le contrôle actif de vibrations en présence de couplage mécanique interne

Tudor-Bogdan AIRIMIŢOAIE[1], Ioan Doré LANDAU[1], Luc DUGARD[1], Marouane ALMA[1], Abraham CASTELLANOS SILVA[1], Gabriel BUCHE[1] et Mathieu NOE[2]

[1]GIPSA-lab, 11 rue des Mathématiques, 38402 St. Martin d'Héres, France
[2]PAULSTRA SNC (Dept VIBRACHOC), CE2804 Lisses, 91028 Evry Cedex, France

[tudor-bogdan.airimitoaie, ioan-dore.landau, luc.dugard, marouane.alma, abraham.castellanos-silva]@gipsa-lab.grenoble-inp.fr

Resumé

Le contrôle adaptatif par action anticipatrice «feedforward» est utilisé dans ce démonstrateur pour réduire les perturbations bande large sur un système de contrôle actif de vibrations doté d'une mesure corrélée avec la perturbation (image de la perturbation). Tenant compte que, dans ce type de systèmes il existe un couplage positif interne entre le compensateur et la mesure corrélée, des algorithmes adaptés doivent être conçus spécifiquement. Ces systèmes ont souvent aussi une boucle de contrôle par contre-réaction «feedback» pour réduire les effets des perturbations. Dans ce papier nous proposons des algorithmes adaptatifs adaptés à ce problème de contrôle, qui utilisent à la fois le filtrage du vecteur d'observation et de l'erreur d'adaptation et un algorithme d'adaptation paramétrique «Intégrale + Proportionnelle» pour assouplir la condition de réelle positivité requise par l'analyse de la stabilité.

Mots-clés: *contrôle actif de vibrations, contrôle adaptatif par action anticipatrice, contrôle hybride «feedforward-feedback».*

1 Introduction

Le contrôle adaptatif par action anticipatrice «feedforward» est utilisé avec succès quand une mesure corrélée avec le signal de perturbation (image de la perturbation) est disponible ([1, 2, 3, 4]). Néanmoins, dans de nombreux systèmes il y a un couplage positif interne entre la sortie du compensateur «feedforward» et l'image de la perturbation qui mène le système à l'instabilité. Dans ce contexte, le régulateur est censé à la fois minimiser l'effet de la perturbation et assurer la stabilité de la boucle interne positive. Dans ce cadre, deux directions de recherche ont été poursuivies dans un grand nombre d'articles : (i) l'analyse dans le nouveau contexte des algorithmes «feedforward» adaptatifs développés dans le cas sans couplage interne (voir [5, 6]) et (ii) le développement d'algorithmes adaptatifs dédiés (voir [7, 8]).

Dans ce démonstrateur, nous présentons des algorithmes de contrôle combinés «feedforward» adaptatif en présence d'un contrôleur «feedback» fixe qui assurent la stabilité du système en présence du couplage positif interne. Cette approche a été utilisée auparavant dans [9, 10]. Bien que de nombreuses procédures peuvent être utilisées pour la conception du régulateur central, qui conduit à de meilleures performances, sa présence, en plus du régulateur adaptatif, mène à un changement des conditions de stabilité de ce dernier.

Un autre aspect important dans le contrôle adaptatif est la conception de filtres, soit sur les mesures soit sur l'accélération résiduelle, pour satisfaire une condition de strictement positif réel (SPR) d'une certaine fonction de transfert. Basé sur les travaux de B.D.O. Anderson [11], il a été prouvé dans [8] que pour de gains d'adaptation faibles (adaptation lente) la non satisfaction de la condition SPR dans certaines régions de fréquences est acceptable si en moyenne le produit entrée-sortie associé à cette fonction de transfert est positif. Néanmoins, le problème d'assouplissement de la condition SPR peut être traité aussi par l'addition d'une adaptation «Proportionnelle» à l'adaptation «Intégrale» déjà utilisée. Tandis que cette approche est connue dans le contrôle adaptatif [12, 13], à la connaissance des auteurs, elle n'a pas été utilisée pour le contrôle adaptatif «feedforward». Un autre effet de l'utilisation de l'adaptation «Intégrale + Proportionnelle» (IP) est d'accélérer les transitoires de l'erreur d'adaptation.

Les contributions principales de ce démonstrateur par rapport aux travaux précédents sont : (i) développement et analyse d'un algorithme généralisé d'adaptation «feedforward» en présence d'un régulateur «feedback» fixe pour compenser de perturbations bande large tenant compte du couplage positif interne avec filtrage, soit des mesures, soit de l'erreur d'adaptation, (ii) renforcement du rôle du critère de performance désirée dans la conception des algorithmes, (iii) assouplissement de la condition SPR par l'utilisation d'un algorithme d'adaptation paramétrique «Intégrale + Proportionnelle» (AAP-IP) et (iv) vérification des algorithmes sur un système de contrôle actif de vibrations avec couplage positif interne.

Le démonstrateur est organisé comme suit. La plate-forme expérimentale est décrite dans la Section 2. La représentation du système et les structures des compensateurs «feedforward» et «feedback» sont décrites dans la Section 3. Les algorithmes de compensation adaptative sont développés dans la Section 4 et analysés dans la Section 5. Le problème d'assouplissement de la condition SPR est examiné dans la Sous-section 5.2. La Section 6 présente les résultats expérimentaux obtenus sur le système de contrôle actif de vibrations décrit dans la Section 2.

2 Système de contrôle actif de vibrations utilisant un actionneur inertiel

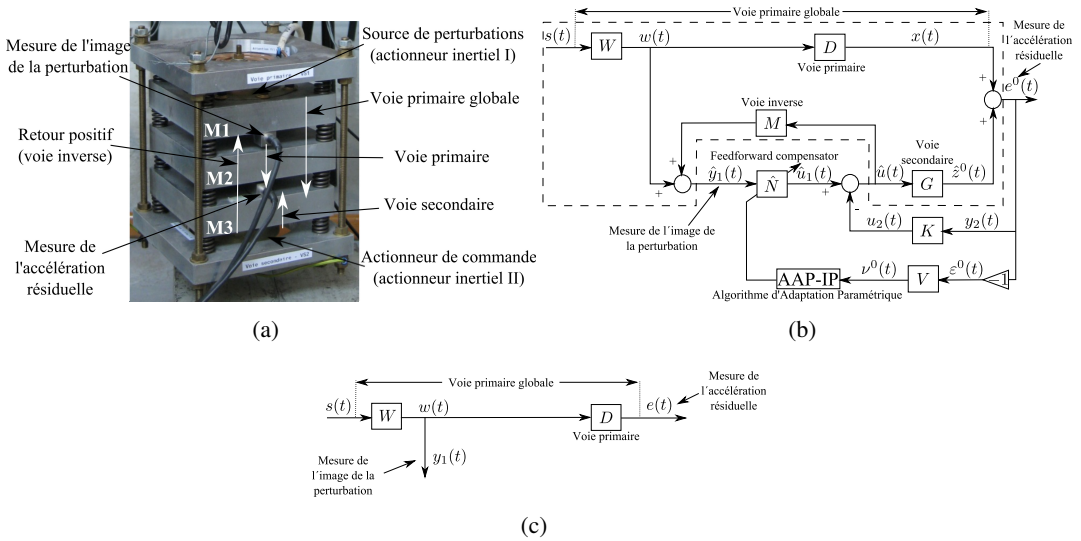


FIGURE 1 – Image de la plate-forme experimentale 1(a) ; schéma bloc en boucle ouverte 1(c) ; schéma bloc en boucle fermée avec compensateur adaptatif «feedforward» ($\hat{N}$) et régulateur «feedback» (K) fixe 1(b).

La figure 1(a) représente le système de contrôle actif de vibrations utilisant une mesure corrélée avec la perturbation et un actionneur inertiel pour réduire l'accélération résiduelle. Cette structure est représentative pour plusieurs cas trouvés en pratique (voir pour plus de détails [8]).

Les schémas bloc correspondants en boucle ouverte et avec compensateur hybride («feedforward + feedback») sont représentés respectivement dans les figures 1(c) et 1(b). Dans la figure 1(b), $\hat{y}_1(t)$ dénote la mesure effective fournie par le capteur qui sert comme entrée du régulateur adaptatif «feedforward» $\hat{N}$. Le signal de commande $\hat{u}(t)$ est généré par la différence entre la sortie du compensateur «feedforward» $\hat{u}_1(t)$ et la sortie du régulateur «feedback». La fonction de transfert G (voie secondaire) caractérise la dynamique entre le signal de contrôle et l'accélération résiduelle $(e^0(t))$ (amplificateur + actionneur + dynamique du système mécanique). La fonction de transfert D entre $w(t)$ et la mesure de l'accélération résiduelle (en boucle ouverte) caractérise la voie primaire. Le couplage entre le signal de commande $\hat{u}(t)$ et la mesure $\hat{y}_1(t)$ par actionneur de compensation est représenté par M (voie inverse). Comme indiqué dans la figure 1(b), ce couplage est un retour «positif». Ceci introduit de problèmes de stabilité et rend l'analyse de l'algorithme adaptatif plus difficile.

3 Equations et notations

Les différents blocs du système de contrôle actif de vibrations (figure 1(b)) sont décrits dans cette section. Les voies primaire (D), secondaire (G) et inverse (M) représentées dans la figure (1(b)) sont décrites par les opérateurs de transfert asymptotiquement stables :

$$X(q^{-1}) = \frac{B_X(q^{-1})}{A_X(q^{-1})} = \frac{b_1^X q^{-1} + ... + b_{n_{B_X}}^X q^{-n_{B_X}}}{1 + a_1^X q^{-1} + ... + a_{n_{A_X}}^X q^{-n_{A_X}}}, \tag{1}$$

avec $B_X = q^{-1} B_X^*, \forall\, x \in \{D, G, M\}$. Les modèles identifiés sont donnés respectivement par $\hat{D}$, $\hat{G}$ et $\hat{M}$ et leurs numérateurs/dénominateurs par $\hat{B}_D$, $\hat{A}_D$, $\hat{B}_G$, $\hat{A}_G$, $\hat{B}_M$ et $\hat{A}_M$.

Le filtre optimal «feedforward» (inconnu) est défini par

$$N(q^{-1}) = \frac{R(q^{-1})}{S(q^{-1})} = \frac{r_0 + ... + r_{n_R} q^{-n_R}}{1 + s_1 q^{-1} + ... + s_{n_S} q^{-n_S}}. \tag{2}$$

Le filtre estimé sera noté pendant l'estimation (adaptation) de ses paramètres par $\hat{N}(t, q^{-1})$ et par $\hat{N}(q^{-1})$ quand ses coefficients sont constants. Les vecteurs des coefficients du filtre optimal «feedforward» et du filtre estimé sont, respectivement,

$$\mathbf{\Theta}^T = [s_1,\ \dots\ s_{n_S},\ r_0,\ \dots\ r_{n_R}]^T, \tag{3}$$

$$\hat{\mathbf{\Theta}}^T(t) = [\hat{s}_1(t),\ \dots\ \hat{s}_{n_S}(t),\ \hat{r}_0(t),\ \dots\ \hat{r}_{n_R}(t)]^T. \tag{4}$$

Le régulateur «feedback» fixe, conçu sur la base du l'estimation de la voie secondaire pour réduire l'accélération résiduelle $e^0(t)$, est caractérisé par la fonction de transfert asymptotiquement stable

$$K(q^{-1}) = \frac{B_K(q^{-1})}{A_K(q^{-1})} = \frac{b_0^K + b_1^K q^{-1} + ... + b_{n_{B_K}}^K q^{-n_{B_K}}}{1 + a_1^K q^{-1} + ... + a_{n_{A_K}}^K q^{-n_{A_K}}}. \tag{5}$$

L'entrée du filtre «feedforward» adaptatif est représentée par $\hat{y}_1(t)$. Sa sortie est notée par $\hat{u}_1(t+1) = \hat{u}_1(t+1|\hat{\mathbf{\Theta}}(t+1))$ (*a posteriori*) [1]. L'entrée mesurée du filtre «feedforward» peut s'écrire egalement

$$\hat{y}_1(t+1) = w(t+1) + \frac{B_M^*(q^{-1})}{A_M(q^{-1})} \hat{u}(t), \tag{6}$$

1. Dans le contrôle adaptatif et l'identification la sortie prédite peut être calculée soit sur la base des paramètres estimés précédemment (*a priori*), soit sur la base des paramètres estimés au pas courant (*a posteriori*).

où $\hat{u} = \hat{u}_1(t) - u_2(t)$. $u_2(t)$ est la sortie de compensateur «feedback» fixe. $\hat{u}$ est la commande effective envoyée au actionneur. La sortie *a priori* du filtre «feedforward» estimé est

$$\hat{u}_1^0(t+1) = \hat{u}_1(t+1|\hat{\mathbf{\Theta}}(t)) = -\hat{S}^*(t,q^{-1})\hat{u}_1(t) + \hat{R}(t,q^{-1})\hat{y}_1(t+1) = \hat{\mathbf{\Theta}}^T(t)\mathbf{\Phi}(t) \quad (7)$$

où $\hat{\mathbf{\Theta}}^T(t)$ est donné par (4) et

$$\mathbf{\Phi}^T(t) = [-\hat{u}_1(t),\ \ldots\ \hat{y}_1(t+1),\ \ldots] = [\mathbf{\Phi}_{\hat{u}_1}^T(t),\ \mathbf{\Phi}_{\hat{y}_1}^T(t)] \quad (8)$$

est le vecteur de mesures (ou observations). Dans le contexte de ce démonstrateur, l'entrée du compensateur «feedback» fixe K est représentée par la variable de performance, $y_2(t) = e^0(t)$ et sa sortie par $u_2(t) = K \cdot y_2(t)$. La valeur non mesurable de la sortie de la voie primaire (quand la compensation est active) est représentée par $x(t)$. La sortie *a priori* de la voie secondaire est dénotée par $\hat{z}^0(t+1) = \hat{z}(t+1|\hat{\mathbf{\Theta}}(t))$ et sa entrée par $\hat{u}(t)$. On a

$$\hat{z}^0(t+1) = \frac{B_G^*(q^{-1})}{A_G(q^{-1})}\hat{u}(t) = \frac{B_G^*(q^{-1})}{A_G(q^{-1})}\hat{u}(t|\hat{\mathbf{\Theta}}(t)). \quad (9)$$

L'accélération résiduelle mesurée satisfait l'équation $e^0(t+1) = x(t+1) + \hat{z}^0(t+1)$. L'erreur d'adaptation *a priori* filtrée est définie par

$$\nu^0(t+1) = \nu(t+1|\hat{\mathbf{\Theta}}(t)) = \varepsilon^0(t+1) + \sum_{i=1}^{n_1} v_i^B \varepsilon(t+1-i) - \sum_{i=1}^{n_2} v_i^A \nu^0(t+1-i), \quad (10)$$

où

$$\varepsilon^0(t+1) = \varepsilon(t+1|\hat{\mathbf{\Theta}}(t)) = -e^0(t+1) = -x(t+1) - \hat{z}^0(t+1), \quad (11)$$

$$\varepsilon(t+1) = \varepsilon(t+1|\hat{\mathbf{\Theta}}(t+1)) = -e(t+1) = -x(t+1) - \hat{z}(t+1) \quad (12)$$

sont nommées aussi erreurs d'adaptation non filtrées *a priori* et *a posteriori*. Les coefficients $v_i^X,\ \forall\ X \in \{B,\ A\}$, sont les coefficients d'un filtre pôles-zéros stable et de phase minimale qui agit sur l'erreur d'adaptation, $V(q^{-1}) = \frac{B_V(q^{-1})}{A_V(q^{-1})}$, où $X_V(q^{-1}) = 1 + q^{-1}X_V^*(q^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^{n_j} v_i^X q^{-i},\ X \in \{B,\ A\}$. L'erreur d'adaptation filtrée *a posteriori* non mesurable (mais calculable) est

$$\nu(t+1) = \nu(t+1|\hat{\mathbf{\Theta}}(t+1)) = \varepsilon(t+1) + \sum_{i=1}^{n_1} v_i^B \varepsilon(t+1-i) - \sum_{i=1}^{n_2} v_i^A \nu(t+1-i). \quad (13)$$

La sortie *a posteriori* de la voie secondaire (variable fictive) est

$$\hat{z}(t+1) = \hat{z}(t+1|\hat{\mathbf{\Theta}}(t+1)) = \frac{B_G^*(q^{-1})}{A_G(q^{-1})}\hat{u}(t|\hat{\mathbf{\Theta}}(t+1)). \quad (14)$$

Remarque : pour les compensateurs «feedforward» à coefficients constants on a $\nu^0(t) = \nu(t)$, $\varepsilon^0(t) = \varepsilon(t)$, $e^0(t) = e(t)$, $\hat{z}^0(t) = \hat{z}(t)$ et $\hat{u}^0(t) = \hat{u}(t)$.

4 Développement des algorithmes adaptatifs

L'algorithme adaptatif est développé sous les hypothèses suivantes :

H1) Le signal $w(t)$ est borné, i.e., $|w(t)| \leq \alpha,\ \forall t\ (0 \leq \alpha < \infty)$.

H2) Condition de poursuite parfaite - il existe un filtre $N(q^{-1})$ de dimension finie de telle sorte que

$$\frac{N(z^{-1})}{1-N(z^{-1})M(z^{-1})}G(z^{-1}) = -D(z^{-1}) \tag{15}$$

et les polynômes caractéristiques de la boucle interne, de la boucle fermée (G-K), et de la boucle «feedforward - feedback» :

$$P = A_M S - B_M R, \quad P_{cl} = A_G A_K + B_G B_K, \tag{16}$$

$$P_{fb-ff} = A_M S[A_G A_K + B_G B_K] - B_M R A_K A_G \tag{17}$$

sont Hurwitz.

H3) L'effet du bruit de mesure sur l'erreur résiduelle est négligé (contexte déterministe).

H4) Le modèle de la voie primaire $D(z^{-1})$ est inconnu et invariant.

Une fois les algorithmes développés sous ces hypothèses, les hypothèses H2 et H3 seront relâchées et les algorithmes seront analysés dans ce contexte modifié. La première étape pour le développement des algorithmes est d'établir une relation entre les erreurs d'estimation des paramètres du filtre «feedforward» et l'accélération résiduelle mesurée non filtrée $\epsilon(t+1)$. Ceci est résumé dans le lemme suivant :

Lemme 1. *Pour le système décrit par les équations* (1) - (14)*, sous les hypothèses* $H1$*,* $H2$*,* $H3$ *et* $H4$*, en utilisant un compensateur de type «feedforward»* $\hat{N}$ *à paramètres constants, on obtient :*

$$\varepsilon(t+1|\hat{\boldsymbol{\Theta}}) = \frac{A_M(q^{-1})A_G(q^{-1})A_K(q^{-1})G(q^{-1})}{P_{fb-ff}(q^{-1})}\left[\boldsymbol{\Theta}-\hat{\boldsymbol{\Theta}}\right]^T \boldsymbol{\Phi}(t), \tag{18}$$

où $\boldsymbol{\Theta}$ *est donné par* (3)*,*

$$\hat{\boldsymbol{\Theta}}^T = [\hat{s}_1,\ \ldots\ \hat{s}_{n_S},\ \hat{r}_0\ \ldots\ \hat{r}_{n_R}] = \left[\hat{\boldsymbol{\Theta}}_S^T,\ \hat{\boldsymbol{\Theta}}_R^T\right] \tag{19}$$

est le vecteur des coefficient de $\hat{N}$ *estimés et constants et* $\boldsymbol{\Phi}(t)$ *a été définie dans* (8)*.*

La preuve de ce lemme est donnée dans [10] [2]. Les résultats du Lemme 1 peuvent être particularisés pour le cas sans couplage positif interne et/ou sans régulateur «feedback» fixe.

En filtrant le vecteur $\boldsymbol{\Phi}(t)$ par un filtre asymptotiquement stable $L(q^{-1}) = \frac{B_L}{A_L}$, l'équation (18) pour $\hat{\boldsymbol{\Theta}} = constant$ conduit à

$$\varepsilon(t+1|\hat{\boldsymbol{\Theta}}) = \frac{A_M(q^{-1})A_G(q^{-1})A_K(q^{-1})G(q^{-1})}{P_{fb-ff}(q^{-1})L(q^{-1})}\left[\boldsymbol{\Theta}-\hat{\boldsymbol{\Theta}}\right]^T \boldsymbol{\Phi}_f(t) \tag{20}$$

où $\boldsymbol{\Phi}_f(t) = L(q^{-1})\boldsymbol{\Phi}(t)$ et en filtrant $\varepsilon(t+1|\hat{\boldsymbol{\Theta}})$ par $V(q^{-1})$ on obtient

$$\nu(t+1|\hat{\boldsymbol{\Theta}}) = \frac{A_M(q^{-1})A_G(q^{-1})A_K(q^{-1})G(q^{-1})V(q^{-1})}{P_{fb-ff}(q^{-1})L(q^{-1})}\left[\boldsymbol{\Theta}-\hat{\boldsymbol{\Theta}}\right]^T \boldsymbol{\Phi}_f(t). \tag{21}$$

L'équation (21) sera utilisée pour développer l'algorithme en négligeant la non-commutativité de paramètres variables en temps (voir [12] pour une analyse). En remplacent les paramètres non-variables avec les paramètres variables en temps, on obtient l'erreur d'adaptation *a posteriori* filtrée

$$\nu(t+1) = H(q^{-1})\left[\boldsymbol{\Theta}-\hat{\boldsymbol{\Theta}}(t+1)\right]^T \boldsymbol{\Psi}(t) \tag{22}$$

2. Néanmoins, un changement de variables a été fait par rapport à ce dernier : $w(t) \leftrightarrow d(t)$, $\hat{u}_1(t) \leftrightarrow \hat{y}_1(t)$, $\hat{u}(t) \leftrightarrow \hat{y}(t)$, $\hat{y}_1(t) \leftrightarrow \hat{u}(t)$ et $e^0(t) \leftrightarrow \chi^0(t)$.

où

$$H(q^{-1}) = \frac{A_M(q^{-1})A_G(q^{-1})A_K(q^{-1})}{P_{fb-ff}(q^{-1})}\frac{G(q^{-1})V(q^{-1})}{L(q^{-1})},\ \mathbf{\Psi} = \mathbf{\Phi}_f. \tag{23}$$

L'équation (22) possède la forme standard d'une erreur d'adaptation a posteriori ([12]), ce qui suggère l'utilisation de l'AAP-IP suivant :

$$\hat{\mathbf{\Theta}}_\mathbf{I}(t+1) = \hat{\mathbf{\Theta}}_\mathbf{I}(t) + \xi(t)\mathbf{F}_\mathbf{I}(t)\mathbf{\Psi}(t)\nu(t+1),\ \hat{\mathbf{\Theta}}_\mathbf{P}(t+1) = \mathbf{F}_\mathbf{P}(t)\mathbf{\Psi}(t)\nu(t+1), \tag{24a}$$

$$\varepsilon(t+1) = \frac{\varepsilon^0(t+1)}{1+\mathbf{\Psi}^T(t)(\xi(t)\mathbf{F}_\mathbf{I}(t)+\mathbf{F}_\mathbf{P}(t))\mathbf{\Psi}(t)}, \tag{24b}$$

$$\nu(t+1) = \varepsilon(t+1) + \sum_{i=1}^{n_1} v_i^B \varepsilon(t+1-i) - \sum_{i=1}^{n_2} v_i^A \nu(t+1-i), \tag{24c}$$

$$\mathbf{F}_\mathbf{I}(t+1) = \frac{1}{\lambda_1(t)}\left[\mathbf{F}_\mathbf{I}(t) - \frac{\mathbf{F}_\mathbf{I}(t)\mathbf{\Psi}(t)\mathbf{\Psi}^T(t)\mathbf{F}_\mathbf{I}(t)}{\frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)} + \mathbf{\Psi}^T(t)\mathbf{F}_\mathbf{I}(t)\mathbf{\Psi}(t)}\right], \tag{24d}$$

$$\mathbf{F}_\mathbf{P}(t) = \alpha(t)\mathbf{F}_\mathbf{I}(t),\ \mathbf{F}_\mathbf{I}(0) = \gamma(0)\cdot\mathbf{I},\ \alpha(t) > -0.5,\ \mathbf{F}(t) = \xi(t)\mathbf{F}_\mathbf{I}(t) + \mathbf{F}_\mathbf{P}(t) \tag{24e}$$

$$\xi(t) = 1 + \frac{\lambda_2(t)}{\lambda_1(t)}\mathbf{\Psi}^T(t)\mathbf{F}_\mathbf{P}(t)\mathbf{\Psi}(t), \quad \mathbf{\Psi}(t) = \mathbf{\Phi}_f(t), \tag{24f}$$

$$\hat{\mathbf{\Theta}}(t+1) = \hat{\mathbf{\Theta}}_\mathbf{I}(t+1) + \hat{\mathbf{\Theta}}_\mathbf{P}(t+1),\ 1 \geq \lambda_1(t) > 0,\ 0 \leq \lambda_2(t) < 2,\ \mathbf{F}_\mathbf{I}(0) > 0, \tag{24g}$$

où $\lambda_1(t)$ et $\lambda_2(t)$ permettent d'obtenir différents profils de gain d'adaptation matriciel $\mathbf{F}(t)$ (voir [12]), et $\gamma(0)$ et une variable scalaire positive. En utilisant $\lambda_2(t) \equiv 0$ on obtient un gain d'adaptation constant et en choisissant $\mathbf{F_I} = \gamma\mathbf{I}$, $\gamma > 0$ on obtient un gain d'adaptation scalaire. Pour $\alpha(t) \equiv 0$, on obtient l'algorithme avec gain d'adaptation intégrale de [8]. A noter que l'équation (24d) est obtenue en utilisant la lemme d'inversion matricielle ([12]), à partir de

$$\mathbf{F_I}^{-1}(t+1) = \lambda_1(t)\mathbf{F_I}^{-1}(t) + \lambda_2(t)\mathbf{\Psi}(t)\mathbf{\Psi}^T(t). \tag{25}$$

Différents choix pour les filtres V et F sont montrés dans le Tableau 1. Dans la dernière

Filtrage des observations		Filtrage de l'erreur		Double filtrage	
Alg.	Filtre L ($V=1$)	Alg.	Filtre V ($L=1$)	Alg.	Filtres (V and L)
I_L	$L=\hat{G}$	I_V	$V=\frac{1}{\hat{G}}$	I_{LV}	$L=\hat{G},\ V\neq 1$
II_L	$L=\frac{\hat{G}}{1+\hat{G}K}$	II_V	$V=\frac{1+\hat{G}K}{\hat{G}}$	II_{LV}	$L=\frac{\hat{G}}{1+\hat{G}K},\ V\neq 1$
III_L	$L=\frac{\hat{A}_M\hat{A}_G A_K}{\hat{P}_{fb-ff}}\hat{G}$	III_V	$V=\frac{\hat{P}_{fb-ff}}{\hat{A}_M\hat{A}_G A_K\hat{G}}$	III_{LV}	$L=\frac{\hat{A}_M\hat{A}_G A_K}{\hat{P}_{fb-ff}}\hat{G},\ V\neq 1$

TABLE 1 – Algorithmes d'adaptation avec filtrage des observations et/ou de l'erreur.

ligne du Tableau 1, $\hat{P}_{fb-ff} = \hat{A}_M\hat{S}\left[\hat{A}_G A_K + \hat{B}_G B_K\right] - \hat{B}_M\hat{R}A_K\hat{A}_G$ est calculé à partir de la dernière estimation des paramètres du filtre $\hat{N}$. Plusieurs possibilités de mise à jour de $\hat{P}_{fb-ff}$ sont envisageables : (i) démarrer avec un des algorithmes I ou II pour obtenir des estimations de $\hat{R}$ et $\hat{S}$, (ii) utiliser les estimations obtenues en simulation et (iii) mise à jour de $\hat{P}_{fb-ff}$ à chaque période d'échantillonnage, ou de temps en temps, en utilisant l'algorithme III après une initialisation avec un des algorithmes I ou II.

5 Analyse des algorithmes adaptatifs obtenus

5.1 Cas déterministe - Poursuite parfaite

En négligeant la non commutativité des opérateurs variables dans le temps, on a le résultat :

Théorème 1. *En supposant que l'équation* (22) *représente l'évolution de l'erreur d'adaptation a posteriori et que l'AAP-IP* (24) *est utilisé, on obtient :*

$$\lim_{t\to\infty} \nu(t+1) = 0; \quad \lim_{t\to\infty} \frac{[\nu^0(t+1)]^2}{1+\mathbf{\Psi}(t)^T\mathbf{F}(t)\mathbf{\Psi}(t)} = 0; \quad ||\mathbf{\Psi}(t)|| \textit{ est borné}; \quad \lim_{t\to\infty} \nu^0(t+1) = 0;$$

pour toutes conditions initiales bornées $\hat{\mathbf{\Theta}}(0),\ \nu^0(0),\ \mathbf{F}(0)$*, à condition que*

$$H'(z^{-1}) = H(z^{-1}) - \frac{\lambda_2}{2},\ \max_t \lambda_2(t) \leq \lambda_2 < 2,\ \forall t > 0 \tag{26}$$

est une fonction de transfert SPR.

Pour une preuve [3] de ce théorème, voir [14].

Remarque : Les algorithmes III permettent presque toujours de satisfaire la condition SPR à condition que les estimations de M et G soient bonnes.

Par manque de place, seule l'analyse dans le cas déterministe est présentée. Néanmoins, il est possible de montrer aussi dans le cas stochastique que sous la même condition SPR, la convergence des paramètres est assurée si un algorithme d'adaptation à gain décroissant est utilisé et si la perturbation est bande large.

5.2 Assouplissement de la condition SPR en utilisant l'adaptation IP

Dans cette section, l'assouplissement de la condition SPR est analysé dans le cas de l'adaptation IP. Pour une analyse basée sur la théorie des moyennes, voir [14].

Etant donné la représentation équivalente par contre-réaction (EFR, voir [12]) pour $\lambda_1(t) \equiv 1,\ \lambda_2(t) \equiv 0$ (gain d'adaptation constant), l'analyse de stabilité de l'algorithme se résume à la passivité de retour et la SPR de la voie directe (dans ce cas $H'(z^{-1}) = H(z^{-1})$). Néanmoins, cette condition est seulement suffisante parce qu'il y a un excès de passivité dans la voie de retour qui peut être transféré à la voie directe pour assouplir la condition SPR. Cette idée a été introduite par Tomizuka [13] pour la première fois dans le contexte de l'identification récursive avec gain intégral et voie directe seulement avec des pôles (sans zéros). Ces résultats ont été étendus dans [12] pour l'adaptation de type IP avec gain d'adaptation constant. Dans ce qui suit, ces résultats seront étendus aux voies directes de type pôles-zéros tenant compte de l'adaptation IP.

Théorème 2. *Le système adaptatif décrit par les équation* (22) *et* (24) *pour* $\lambda_2(t) \equiv 0$ *et* $\lambda_1(t) \equiv 1$ *est asymptotiquement stable à condition que*

T1) Il existe un gain K *tel que* $\frac{H}{1+KH}$ *est SPR,*

T2) Les gains d'adaptation $\mathbf{F_I}$ *et* $\mathbf{F_P}(t)$ *et le vecteur d'observations* $\mathbf{\Psi}(t)$ *satisfont*

$$\sum_{t=0}^{t_1} \left[\mathbf{\Psi}^T(t-1) \left(\frac{1}{2}\mathbf{F_I} + \mathbf{F_P}(t-1) \right) \mathbf{\Psi}(t-1) - K \right] \nu^2(t) \geq 0,\ \forall\, t_1 \geq 0 \tag{27}$$

ou

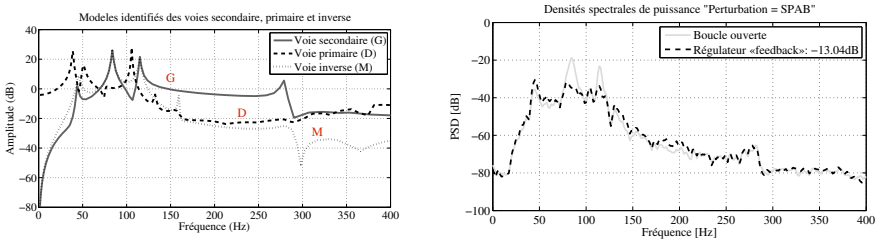
$$\mathbf{\Psi}^T(t) \left(\frac{1}{2}\mathbf{F_I} + \mathbf{F_P}(t) \right) \mathbf{\Psi}(t) > K > 0,\ \forall\, t \geq 0. \tag{28}$$

La preuve de ce théorème a été donnée dans [14].

3. $\nu^0(t+1)$ est calculé avec $\hat{\mathbf{\Theta}}(t) = \hat{\mathbf{\Theta}}_\mathbf{I}(t)$.

6 Résultats experimentaux

Les expérimentations présentées dans cette section concernent le système décrit dans la Section 2. La méthodologie d'identification utilisée est similaire à celle de [8]. La fréquence d'échantillonnage est de 800 Hz. Les modèles estimés sont représentés dans la Figure 2(a). Leurs ordres sont $n_{B_G} = 14$, $n_{A_G} = 14$, $n_{B_M} = 13$, $n_{A_M} = 13$, $n_{B_D} = 26$, et $n_{A_D} = 26$.



(a) (b)

FIGURE 2 – Caractéristiques fréquentielles des modèles des voies primaire, secondaire et inverse 2(a). Densités spectrales de puissance de l'accélération résiduelle en boucle ouverte et avec régulateur «feedback» fixe 2(b).

L'objectif du régulateur «feedback» fixe K (de type RS) est de réduire l'effet de la perturbation sur l'accélération résiduelle ($e^0(t)$) là où la voie secondaire a du gain sans utiliser la mesure de l'image de la perturbation. La méthodologie de placement de pôles avec calibrage de fonctions de sensibilités a été utilisée comme suit :

- Les pôles de la voie secondaire ont été choisis comme pôles de la boucle fermée (G-K) en amortissant les pôles à 83.8 Hz et 115 Hz à 0.1 et 0.02 respectivement ;
- La boucle a été ouverte en basses et hautes fréquences en utilisant $H_R(q^{-1}) = (1+q^{-1})(1-q^{-1})$ comme partie fixe du numérateur du régulateur ;
- 15 pôles auxiliaires de robustesse ont été introduits à 0.3 de telle manière que $n_{P_{cl}} \leq n_{A_G} + n_{B_G} + n_{H_R} + n_{H_S} + d - 1 = 29$.

La figure 2(b) montre le rejet introduit par le régulateur «feedback» fixe par rapport à la boucle ouverte. Une atténuation globale de 13 dB est obtenue.

6.1 Rejet de perturbation bande large en présence du régulateur «feedback»

La structure de filtre adaptatif «feedforward» dans toutes les expérimentations a été $n_R = 3$, $n_S = 4$ (un total de 8 paramètres). Cette complexité ne permet pas de satisfaire la condition de poursuit parfaite. Le signal de type SBPA a été choisi comme perturbation. Pour l'opération adaptative, les algorithmes I_L et I_{LV} ont été utilisés avec gain d'adaptation scalaire($\lambda_1(t) = 1$, $\lambda_2(t) = 0$)[4]. Les expérimentations ont été démarrées en boucle ouverte. La régulation hybride «feedback + feedforward» a été démarrée après 50 sec. La durée de chaque expérimentation a été de 1500 sec.

Le résultat temporel de l'algorithme avec gain «Intégral» est montré dans la Figure 3(a). La figure 3(b) montre le résultat temporel obtenu avec adaptation de type IP. On observe une amélioration des transitoires. Un $\alpha(t)$ variable a été utilisé, de valeur initiale 200 et utilisant une décroissance linaire vers 100 sur un horizon de 25 sec. Dans la figure 3(c), en plus de l'adaptation AAP-IP, le filtrage de l'erreur d'adaptation par $V(q^{-1}) = 1 - 0.9q^{-1}$ est introduit, avec l'algorithme I_{LV} (pondération en hautes fréquences). Dans ce cas, $\alpha(t)$ a été initialisé à 200 et décru linéairement à 10 sur un horizon de 950 sec. Une comparaison des densités spectrales de puissance

4. Les algorithmes I_V - III_V ne peuvent pas être utilisés parce que la voie secondaire a de zéros instables.

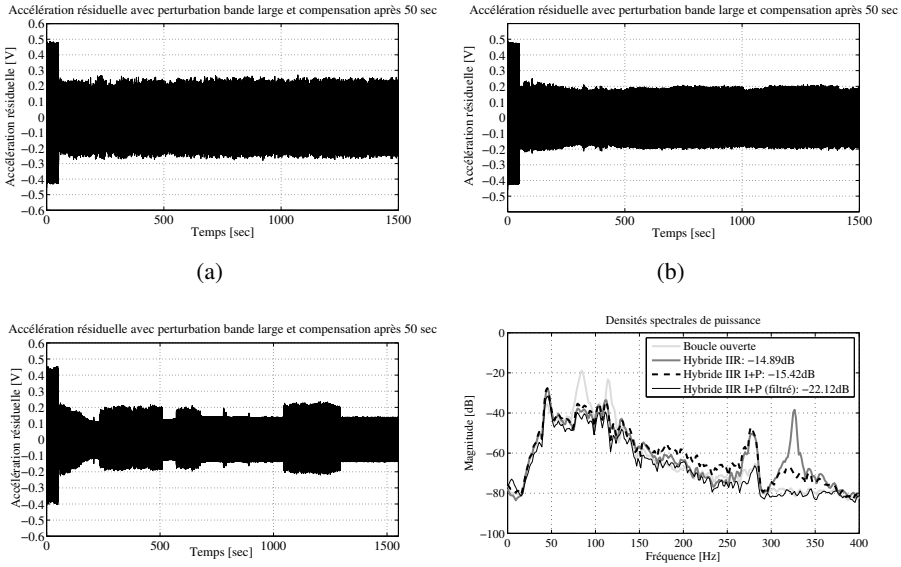


FIGURE 3 – Résultats temps réel obtenus avec : l'algorithme I_L avec gain scalaire «Intégral» 3(a), l'algorithme I_L avec gain scalaire IP 3(b) et l'algorithme I_{LV} avec gain scalaire IP et filtrage de l'erreur d'adaptation 3(c). Densités spectrales de puissance de l'accélération résiduelle sur les 10 dernières secondes de chaque expérimentation 3(d).

(PSD) obtenues avec les 3 algorithmes est présentée dans la Figure 3(d). On observe une meilleure atténuation pour l'adaptation IP et pas de dégradation en hautes fréquences quand le filtrage par $V(q^{-1}) = 1 - 0.9q^{-1}$ est utilisé.

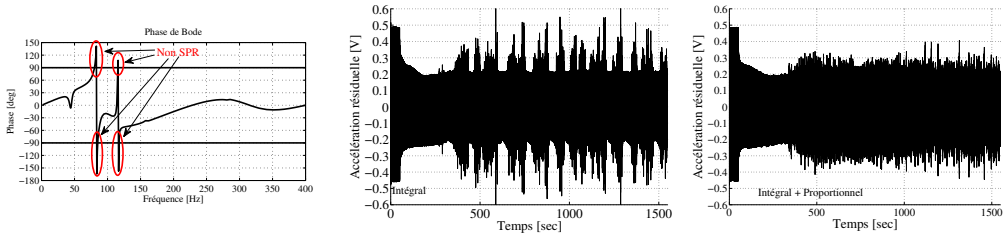
6.2 Rejet de perturbation bande large sans régulateur «feedback»

Il s'avère que dans le contrôle hybride, la condition SPR est toujours satisfaite même pour l'algorithme I_L. Dans cette sous-section on montre que la condition SPR peut être assouplie par l'utilisation de l'adaptation IP dans le cas sans régulateur «feedback». De plus, l'erreur d'adaptation n'est pas filtrée dans les expérimentation suivantes ($V(q^{-1}) = 1$). Alors l'équation (23) pour l'algorithme I_L devient $H(q^{-1}) = \frac{A_M G}{P\hat{G}}$.

Les avantages de l'utilisation de l'AAP-IP sont caractérisés par une amélioration des transitoires même si la condition SPR sur $H(q^{-1})$ n'est pas satisfaite (voir Figure 4(a)) (la condition SPR n'est pas satisfaite autour de 83 Hz et 116 Hz). Un $\alpha(t)$ variable a été utilisé dans l'AAP, commençant par la valeur initiale 200 et décroissant linéairement à 100 sur un horizon de 25 sec. Les Figures 4(b) et 4(c) montrent la comparaison entre les adaptations I et IP sur un horizon de 1500 sec. On observe de meilleurs résultats avec l'adaptation IP

7 Conclusions

Dans ce démonstrateur, on a montré, sur un système de contrôle actif de vibration avec couplage positif interne, les avantages de l'utilisation d'une structure de contrôle hybride «feedforward + feedback» avec adaptation de filtre «feedforward» avec gain «Intégrale + Proportionnelle» (IP). On a observé l'assouplissement de la condition SPR par l'adaptation IP et l'amélioration des performances. De plus, le filtrage simultané des observations et de l'erreur d'adaptation a été présenté théoriquement et de façon pratique dans les expérimentations.



(a) (b) (c)

FIGURE 4 – Phase de $H(z^{-1})$ estimé pour l'algorithme I_L 4(a). Résultats temps réel obtenus avec l'algorithme I_L en utilisant 4(b) AAP-I et 4(c) AAP-IP.

Références

[1] S. Elliott, P. Nelson, Active noise control, Noise / News International (1994) 75–98.

[2] S. Elliott, T. Sutton, Performance of feedforward and feedback systems for active control, Speech and Audio Processing, IEEE Transactions on 4 (3) (1996) 214 –223.

[3] S. Kuo, D. Morgan, Active noise control : a tutorial review, Proceedings of the IEEE 87 (6) (1999) 943 – 973.

[4] J. Zeng, R. de Callafon, Recursive filter estimation for feedforward noise cancellation with acoustic coupling, Journal of Sound and Vibration 291 (3-5) (2006) 1061 – 1079.

[5] A. Wang, W. Ren, Convergence analysis of the filtered-u algorithm for active noise control, Signal Processing 83 (2003) 1239–1254.

[6] R. Fraanje, M. Verhaegen, N. Doelman, Convergence analysis of the filtered-u lms algorithm for active noise control in case perfect cancellation is not possible, Signal Processing 73 (1999) 255–266.

[7] C. Jacobson, J. Johnson, C.R., D. McCormick, W. Sethares, Stability of active noise control algorithms, Signal Processing Letters, IEEE 8 (3) (2001) 74 –76.

[8] I. Landau, M. Alma, T. Airimiţoaie, Adaptive feedforward compensation algorithms for active vibration control with mechanical coupling, Automatica 47 (10) (2011) 2185 – 2196.

[9] L. Ray, J. Solbeck, A. Streeter, R. Collier, Hybrid feedforward-feedback active noise reduction for hearing protection and communication, The Journal of the Acoustical Society of America 120 (4) (2006) 2026–2036.

[10] M. Alma, I. D. Landau, T.-B. Airimitoaie, Adaptive feedforward compensation algorithms for avc systems in the presence of a feedback controller, Automatica 48 (5) (2012) 982 – 985.

[11] B. Anderson, R. Bitmead, C. Johnson, P. Kokotovic, R. Kosut, I. Mareels, L. Praly, B. Riedle, Stability of adaptive systems, The M.I.T Press, Cambridge Massachusetts , London, England, 1986.

[12] I. D. Landau, R. Lozano, M. M'Saad, A. Karimi, Adaptive control, 2nd Edition, Springer, London, 2011.

[13] M. Tomizuka, Parallel mras without compensation block, Automatic Control, IEEE Transactions on 27 (2) (1982) 505 – 506.

[14] T.-B. Airimiţoaie, I. D. Landau, Improving adaptive feedforward vibration compensation by using integral+proportional adaptation, Automatica (0) (2013) –.