



HAL
open science

Lissage Non Local d'Images Multi-Valuées par Diffusion Anisotrope dans l'Espace des Patches

David Tschumperlé, Luc Brun

► **To cite this version:**

David Tschumperlé, Luc Brun. Lissage Non Local d'Images Multi-Valuées par Diffusion Anisotrope dans l'Espace des Patches. Proceedings of Colloques sur le Traitement du Signal et des Images (GRETSI'2009), Sep 2009, Dijon, France. 4 p. hal-00814032

HAL Id: hal-00814032

<https://hal.science/hal-00814032>

Submitted on 16 Apr 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Lissage Non Local d’Images Multi-Valuées par Diffusion Anisotrope dans l’Espace des Patches

David TSCHUMPERLÉ Luc BRUN

Laboratoire GREYC (CNRS UMR 6072), 6 Bd du Maréchal Juin, 14050 Caen Cedex, France
David.Tschumperle@greyc.ensicaen.fr, Luc.Brun@greyc.ensicaen.fr

Résumé – Nous proposons une famille d’algorithmes de lissage non-local d’images, approximant l’application d’EDPs de diffusion dans un espace Euclidien de *patches* d’images. Nous projetons d’abord l’image à traiter dans cet espace de grande dimension, et nous en estimons une géométrie locale grâce à une extension multi-dimensionnelle des tenseurs de structure. L’analyse des éléments propres de ces tenseurs nous sert ensuite à diriger une EDP de diffusion anisotrope basée patch, qui a à la fois un comportement de régularisation *local* et *non-local*, et dont la solution peut s’estimer par des successions de convolutions locales orientées. Nous montrons en particulier que le *Filtrage Bilatéral* et l’algorithme des *Moyennes Non-Locales* sont les cas *isotropes* de notre formalisme général de lissage non-local par patch.

Abstract – We design a family of non-local image smoothing algorithms which approximate the application of diffusion PDE’s on a specific Euclidean space of *image patches*. We first map the degraded image onto this space and estimate its corresponding high-dimensional geometry thanks to a straightforward extension of the structure tensor field. The analysis of the tensor spectral elements allows us to design and direct a high-dimensional smoothing process by anisotropic regularization PDE’s which have both *local* and *non-local* properties and whose solutions are estimated by local oriented convolutions. We show that the *Bilateral Filtering* and *Non-Local Means* methods are the *isotropic cases* of this smoothing framework.

1 Introduction

Ces dernières années ont vues un regain d’intérêt certain pour les méthodes basées sur l’analyse des *patches* en traitement d’image. Un patch, défini simplement comme un voisinage local (souvent carré) d’une image, est un modèle très simple à manipuler mais qui a la capacité intrinsèque de capturer des informations sur les structures non-locales des images (comme les textures par exemple). Les algorithmes basés patch sont relativement intuitifs : souvent, ils reproduisent la façon dont un humain peut appréhender certaines tâches de vision, en analysant et comparant semi-localement des régions d’images entres elles. Ces algorithmes sont généralement assez simples à implémenter et fournissent des résultats souvent remarquables. Ils sont notamment connus pour donner de bonnes solutions aux problèmes de l’estimation de champ de déplacement entre deux images (par *mise en correspondance de bloc*), [10], de la synthèse de texture à partir de modèles [1, 9, 22], du transfert de textures entres images [2, 12] ou encore de l’“inpainting” d’images [6, 11]. De très bons résultats ont été également obtenus récemment pour le *débruitage d’images*, avec l’introduction de la méthode des *Moyennes Non-Locales* [5], suivie entre autres par [4, 7, 13]. Ces méthodes opèrent principalement en calculant des moyennes pondérées de patches à différents endroits de l’image. L’excellente qualité des résultats obtenus ont très vite placés ces algorithmes dans le peloton de tête des techniques de lissage/débruitage d’image.

Clairement, ces méthodes concurrencent sérieusement d’autres techniques de régularisation d’images déjà bien

établies, comme celles basées sur les EDP de diffusion anisotropes par exemple. Un de leur grand avantage est leur *non localité* intrinsèque : elles sont capables de prendre en compte des informations images spatialement étendues et les aspects d’auto-similarités de celles-ci. Comme le bruit est un processus stochastique aléatoire, analyser plusieurs échantillons de régions similaires aide énormément à reconstruire des versions dénuées de bruit des ces régions [13]. A l’inverse, la régularisation par EDPs agit à *une échelle plus locale* en simulant des processus physiques de diffusion des pixels. [15, 18, 20, 23]. Mais cette localité va aussi de pair avec un contrôle très précis du comportement *anisotrope* du lissage. Celui-ci est localement ajustable et permet souvent de prendre en compte des contraintes spécifiques aux applications visées.

Combiner le meilleur de ces mondes locaux et non-locaux est un challenge stimulant, et nous souhaitons ici aller dans ce sens, en proposant une méthode de régularisation basée sur la construction d’un *espace de patches d’images*, de grande dimension, sur lequel l’image dégradée est projetée. Chaque patch existant de l’image d’origine est projetée (continuellement) en un point unique de cet espace, telle que la géométrie de la surface obtenue reflète à la fois les informations structurales *locales* et/ou *non-locales* des régions de l’image. Cette géométrie est estimée par le calcul d’un champ de tenseurs de structure multi-dimensionnels qui est l’extension naturelle des techniques déjà proposées dans [8, 23]. Cela nous amène à l’élaboration d’un processus de lissage non-local orienté par ces tenseurs et exprimé sous la forme d’une EDP de diffusion anisotrope multi-valuée dans l’espace des patches de l’image.

Pratiquement, nous montrons que la solution de cette EDP peut s'approximer par des séries de convolutions locales exprimées dans le domaine original de l'image, ce qui évite la construction explicite de l'espace des patches. Nous montrons également que les cas *isotropes* de notre formalisme reviennent aux algorithmes bien connus des *Moyennes Non Locales* et du *Filtrage Bilatéral* [5, 19]. Des comparaisons et résultats d'applications pour le débruitage d'images couleurs concluent cet article.

2 Définition de l'espace des patches

Soit $\mathbf{I} : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^n$, une image 2D bruitée ($n = 3$ pour une image couleur). La $i^{\text{ème}}$ composante d'une variable multivaluée \mathbf{X} sera notée X_i . Nous définissons le patch $\mathcal{P}_{(x,y)}^{\mathbf{I}}$ comme l'ensemble des valeurs des pixels appartenant à une discrétisation spatiale locale d'une région carrée $p \times p$ de \mathbf{I} , centrée en (x, y) . Pour simplifier, le pas de discrétisation spatial est considéré comme valant 1. La dimensions p du patch est supposée impaire, $p = 2q + 1$ ($q \in \mathbb{N}$). Un patch $\mathcal{P}_{(x,y)}^{\mathbf{I}}$ peut être ré-ordonné en un vecteur de dimension np^2 comme :

$$\mathcal{P}_{(x,y)}^{\mathbf{I}} = (I_{1(x-q,y-q)}, \dots, I_{2(x-q,y-q)}, \dots, I_{n(x+q,y+q)})$$

A noter qu'une étude de la variété des patches pour certaines classes d'image été proposé dans [16]. Ici, nous allons plutôt analyser la géométrie de cet ensemble de patches directement dans l'espace Euclidien auquel il appartient.

Projection dans l'espace des patches : Soit $\Gamma = \Omega \times \mathbb{R}^{np^2}$, l'espace des patches ($\dim(\Gamma) = (np^2 + 2)$). Chaque point \mathbf{p} de Γ est un vecteur qui contient à la fois des informations sur des coordonnées (x, y) dans Ω mais aussi sur toutes les valeurs possibles des patches \mathcal{P} de taille $p \times p$ dans \mathbb{R}^{np^2} . Evidemment, nous souhaitons mettre en valeur les points $\mathbf{p} = (x, y, \mathcal{P}_{(x,y)}^{\mathbf{I}})$ de Γ qui sont les positions des patches existants dans \mathbf{I} (*c-à-d* les *patches localisés* de \mathbf{I}). Nous définissons donc la fonction $\tilde{\mathbf{I}}$ sur Γ telle que $\tilde{\mathbf{I}}_{(\mathbf{p})}$ est non nul seulement pour ces patches localisés : $\tilde{\mathbf{I}} : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}^{np^2+1}$, t.q. $\forall \mathbf{p} \in \Gamma$,

$$\tilde{\mathbf{I}}_{(\mathbf{p})} = \begin{cases} (\mathbf{I}_{(x,y)}, 1) & \text{si } \mathbf{p} = (x, y, \mathcal{P}_{(x,y)}^{\mathbf{I}}) \\ \vec{0} & \text{sinon} \end{cases} \quad (1)$$

L'application \mathcal{F} telle que $\tilde{\mathbf{I}} = \mathcal{F}(\mathbf{I})$ calcule une *représentation par patch* de \mathbf{I} . Notons que l'espace des valeurs de $\tilde{\mathbf{I}}$ a une composante supplémentaire valant 1 pour les patches localisés de \mathbf{I} . Cela est comparable à ce qui est fait lorsque l'on manipule des espaces *projectifs* : cette valeur supplémentaire joue un rôle de *pondération* lorsque l'on va inverser \mathcal{F} , *c-à-d.* retrouver \mathbf{I} à partir de $\tilde{\mathbf{I}}$. Intuitivement, elle définit combien un patch de Γ est significatif, et par défaut tous les patches de l'image initiale \mathbf{I} ont la même importance. Notons également que $\tilde{\mathbf{I}}$ est une fonction multivaluée discontinue. Nous considérerons par la suite une version continue $\tilde{\mathbf{I}}_\epsilon = \mathbf{I} * G_\epsilon$ de $\tilde{\mathbf{I}}$ où chaque patch $\mathcal{P}_{(x,y)}^{\mathbf{I}}$ de \mathbf{I} est projeté comme une fonction Gaussienne normalisée G_ϵ de variance ϵ proche de 0, plutôt que comme un Dirac sur Γ .

Rétro-projection : Comme Γ est de grande dimension, il n'y a pas de façon unique d'inverser \mathcal{F} . Nous proposons la méthode de rétroprojection suivante en deux étapes : premièrement, le patch le plus significatif $\mathcal{P}_{sig(x,y)}^{\tilde{\mathbf{I}}}$ est recherché dans Γ , et ce, pour chaque emplacement (x, y) de Ω . Ce patch est celui qui possède la *composante projective maximale* :

$$\mathcal{P}_{sig(x,y)}^{\tilde{\mathbf{I}}} = \operatorname{argmax}_{\mathbf{q} \in \mathbb{R}^{np^2}} \tilde{I}_{np^2+1}(x, y, \mathbf{q}) \quad (2)$$

Notons que si l'on perturbe légèrement $\tilde{\mathbf{I}}$, il est probable que l'on retrouve $\mathcal{P}_{sig(x,y)}^{\tilde{\mathbf{I}}}$ à la même position $\mathcal{P}_{(x,y)}^{\mathbf{I}}$ que les patches d'origines, même si les valeurs des pixels de ces patches sont différents. Dans un deuxième temps, l'image rétro-projetée $\tilde{\mathbf{I}}$ est reconstruite à partir de ces patches significatifs. Ici, nous considérons une stratégie très simple consistant à copier le pixel central normalisé de ces patches $\mathcal{P}_{sig(x,y)}^{\tilde{\mathbf{I}}}$ à leur emplacement (x, y) correspondant dans Ω :

$$\forall (x, y) \in \Omega, \quad \hat{I}_{i(x,y)} = \frac{\tilde{I}_{ip^2 + \frac{p^2+1}{2}}(x, y, \mathcal{P}_{sig(x,y)}^{\tilde{\mathbf{I}}})}{\tilde{I}_{np^2+1}(x, y, \mathcal{P}_{sig(x,y)}^{\tilde{\mathbf{I}}})} \quad (3)$$

Nous aurions pu également copier un sous-ensemble plus grand de chaque patch en moyennant les pixels communs aux patches qui s'intersectent. Ces considérations de recopie et/ou moyennage apparaissent très souvent dans la littérature des méthodes basées patch. La meilleure stratégie à adopter dépend généralement du type d'application visée.

Cette *transformée par patch* est simple, mais elle permet de projeter en même temps les informations structurelles *locales* et/ou *non-locales* de l'image \mathbf{I} sur un espace Euclidien Γ dont les points proches et non-nuls correspondent à des patches qui sont "similaires" (au sens de la norme L_2) et/ou spatialement proches. Notons également que l'importance entre distance spatiale et distance "patchiale" peut-être facilement modulée en multipliant les valeurs des patches par un ratio $\lambda \in \mathbb{R}^+$. De cette façon, appliquer un processus qui est *local par nature* dans Γ plutôt que dans Ω , puis rétro-projeter le résultat dans Ω , est une façon élégante de munir ce processus de *propriétés non-locales*. C'est ce que nous nous proposons de faire maintenant dans le cas particulier du filtrage d'image, basé sur un processus local de diffusion anisotrope par EDP préservant les discontinuités dans Γ .

3 Géométrie multi-dimensionnelle de $\tilde{\mathbf{I}}$

Lisser $\tilde{\mathbf{I}}$ de manière *anisotrope* requiert de connaître sa géométrie locale dans Γ , *c-à-d.* analyser les directions et les amplitudes de variation de ses discontinuités. Pour des images multivaluées usuelles 2D/3D, de telles informations sont données par les éléments propres des points du champ (éventuellement lissé) de tenseurs de structure \mathbf{J}_σ [8, 23]. L'expression de \mathbf{J}_σ ne dépend pas de la dimension de l'espace, et on peut donc le considérer ici dans notre espace Γ , $\tilde{\mathbf{J}}_\sigma = \sum_{i=1}^n \nabla \tilde{I}_{i\sigma} \nabla \tilde{I}_{i\sigma}^T$, où $\tilde{I}_{i\sigma} = \tilde{I}_i * G_\sigma$ est une version filtrée de \tilde{I}_i par un noyau Gaussien G_σ de dimension $(np^2 + 2)$.

Estimation des gradients lissés : Concrètement, la grande dimension ($np^2 + 2$) de Γ pourrait être un obstacle majeur à l'estimation de $\tilde{\mathbf{J}}_\sigma$ puisque il est en réalité impossible de stocker l'ensemble des valeurs de $\tilde{\mathbf{I}}$ dans la mémoire d'un ordinateur. En fait, les $\nabla \tilde{I}_{i\sigma(\mathbf{p})}$ peuvent se calculer directement dans le domaine Ω de l'image originale grâce à la propriété de dérivation de la convolution $\partial(\tilde{\mathbf{I}} * \mathcal{K}) = \tilde{\mathbf{I}} * \partial\mathcal{K}$, et au fait que $\tilde{\mathbf{I}}$ s'annule presque partout sauf en $(x, y, \mathcal{P}_{(x,y)}^{\mathbf{I}})$. Finalement,

$$\forall \mathbf{p} \in \Gamma, \quad \nabla \tilde{I}_{i\sigma(\mathbf{p})} = \int_{(k,l) \in \Omega} I_{i(k,l)} \nabla G_{\sigma(\mathbf{p}-\mathbf{q}_{(k,l)})} d_k d_l$$

où $\mathbf{q}_{(k,l)} = (k, l, \mathcal{P}_{(k,l)}^{\mathbf{I}})$. Une fois les $\nabla \tilde{I}_{i\sigma}$ estimés, le calcul du tenseur de structure $\tilde{\mathbf{J}}_\sigma$ devient immédiat.

Analyse de la géométrie : Comme démontré dans [8], les éléments propres des tenseurs sont liés aux variations locales de la fonction multivaluée étudiée. Ici, $\mathcal{N}_{(\mathbf{p})} = \text{trace}(\tilde{\mathbf{J}}_{(\mathbf{p})})^{\frac{1}{2}}$ est donc un indicateur fiable des amplitudes de variations de $\tilde{\mathbf{I}}$ dans Γ , en considérant sa variabilité *à la fois pour les distributions spatiales et "patchiales"*. Lorsque $\mathcal{N}_{(\mathbf{p})}$ est grand, le point correspondant est probablement situé sur un contour de \mathbf{I} , mais est aussi probablement un patch *dissimilaire* aux autres patches de son voisinage. Le vecteur propre principal $\tilde{\mathbf{u}}$ de $\tilde{\mathbf{J}}_\sigma$ donne également une information géométrique précieuse : l'orientation normale aux isophotes de $\tilde{\mathbf{I}}$. Elle est relié dans notre cas à la géométrie de la surface formée par les patches localisés de \mathbf{I} dans Γ . On devrait éviter de lisser $\tilde{\mathbf{I}}$ parallèlement à $\tilde{\mathbf{u}}$ afin de préserver ses discontinuités, correspondantes à des structures cohérentes de patches dans Γ . On cherche en fait à appliquer ici l'heuristique classique qui essaye de favoriser le lissage des données dans la direction des structures plutôt qu'orthogonalement à celles-ci.

4 Diffusion dans l'espace des patches

Nous possédons maintenant une représentation par patch $\tilde{\mathbf{I}}$ de l'image \mathbf{I} , et ses indicateurs géométriques locaux associés $\mathcal{N}_{(\mathbf{p})}$ et $\tilde{\mathbf{u}}_{(\mathbf{p})}$. Nous pouvons considérer l'application de l'EDP de diffusion suivante dans Γ :

$$\forall \mathbf{p} \in \Gamma, \quad \frac{\partial \tilde{\mathbf{I}}_{(\mathbf{p})}}{\partial t} = \text{trace} \left(\tilde{\mathbf{D}}_{(\mathbf{p})} \tilde{\mathbf{H}}_{i(\mathbf{p})} \right) \quad (4)$$

Cette équation a été proposée dans [20] pour la régularisation (locale) d'images 2D multivaluées. $\tilde{\mathbf{H}}_{i(\mathbf{p})}$ représente la matrice Hessienne de \tilde{I}_i au point \mathbf{p} . $\tilde{\mathbf{D}} : \Gamma \rightarrow \mathbb{P}_{(np^2+2)}$ est un champ de *tenseurs de diffusion* qui dirige le processus en définissant les orientations (vecteurs propres des tenseurs) et les amplitudes (valeurs propres des tenseurs) de la diffusion effectuée en chaque point \mathbf{p} de Γ . Le choix de $\tilde{\mathbf{D}}$ est discuté par la suite.

Approximation par convolutions locales : Il a été montré dans [20] que si le champ de tenseurs est constant, l'EDP (4) est une *équation de la chaleur dilatée* dont la solution au temps t est donné par la convolution des données

initiales par un noyau Gaussien orienté par $\tilde{\mathbf{D}}$. Ce résultat est valable également dans $\Gamma : \tilde{\mathbf{I}}^{[t]} = \tilde{\mathbf{I}}^{[t=0]} * G_t^{\tilde{\mathbf{D}}}$, où $\forall \mathbf{p} \in \Gamma, \quad G_t^{\tilde{\mathbf{D}}} = \frac{1}{(4\pi t)^{\frac{np^2+2}{2}}} e^{-\frac{\mathbf{p}^T \tilde{\mathbf{D}}^{-1} \mathbf{p}}{4t}}$.

Lorsque $\tilde{\mathbf{D}}$ n'est *pas* constant, (4) devient *non-linéaire* et le calcul d'une solution explicite n'est plus possible. Pour éviter la résolution traditionnelle de (4) par un schéma aux différences finies, [20] propose une approche alternative basées sur des *convolutions locales* par des masques Gaussiens *orientés localement*. Dans notre cas, cette approximation s'écrit dans Γ :

$$\forall \mathbf{p} \in \Gamma, \quad \tilde{\mathbf{I}}_{(\mathbf{p})}^{[dt]} \approx \int_{\mathbf{q} \in \Gamma} \tilde{\mathbf{I}}_{(\mathbf{q})}^{[t=0]} G_{dt(\mathbf{p}-\mathbf{q})}^{\tilde{\mathbf{D}}_{(\mathbf{p})}} d_{\mathbf{q}} \quad (5)$$

où dt est le pas de temps discrétisé de l'évolution (4). Notons que (5) est un processus de moyennage local et que l'approximation reste donc stable même pour des dt larges. Elle est également meilleure lorsque $\tilde{\mathbf{D}}$ ne dépend pas du temps t (c-à-d. est estimé à partir de $\tilde{\mathbf{I}}^{[t=0]}$), et est spatialement régulier. Comme (5) ne va pas modifier la position des extremas de $\tilde{\mathbf{I}}$, la recherche des patches significatifs dans Γ , nécessaire pour la rétro-projection (3) est simplifiée, car $\mathcal{P}_{sig(x,y)}^{\tilde{\mathbf{I}}}$ et $\mathcal{P}_{(x,y)}^{\mathbf{I}}$ sont à la même place. Par conséquent, la solution de (4) peut être estimée par une itération (large) calculée *seulement aux endroits* $(x, y, \mathcal{P}_{(x,y)}^{\mathbf{I}})$ des patches localisés de \mathbf{I} , et peut donc se réaliser directement dans Ω , c-à-d : $\forall (x, y) \in \Omega$,

$$\tilde{\mathbf{I}}_{(\mathbf{p}_{(x,y)})}^{[t]} \approx \int_{(k,l) \in \Omega} \mathbf{I}_{(k,l)}^{[t=0]} G_{dt(\mathbf{p}_{(x,y)}-\mathbf{q}_{(k,l)})}^{\tilde{\mathbf{D}}_{(\mathbf{p}_{(x,y)})}} d_k d_l \quad (6)$$

où $\mathbf{p}_{(x,y)} = (x, y, \mathcal{P}_{(x,y)}^{\mathbf{I}})$ et $\mathbf{q}_{(k,l)} = (k, l, \mathcal{P}_{(k,l)}^{\mathbf{I}})$.

Le cas isotrope de (4) correspond à *l'équation de la chaleur* en $(np^2 + 2)$ dimensions, quand le champ de tenseurs est choisi partout égal à $\tilde{\mathbf{D}}_{(\mathbf{p})} = \mathbf{I}_d$ (matrice identité). $G_{dt}^{\tilde{\mathbf{D}}}$ est alors un noyau isotrope. La solution de (4) dans Γ est ici calculable par (6), et lorsqu'elle est rétro-projetée sur Ω avec (3), on a :

$$\forall (x, y) \in \Omega, \quad \hat{\mathbf{I}}_{(\mathbf{p})}^{[t]} = \frac{\int_{(k,l) \in \Omega} \mathbf{I}_{(k,l)}^{[t=0]} w_{(x,y,k,l)} d_k d_l}{\int_{(k,l) \in \Omega} w_{(x,y,k,l)} d_k d_l} \quad (7)$$

où $w_{(x,y,k,l)} = e^{-\frac{(x-k)^2+(y-l)^2}{4t}} e^{-\frac{\|\mathcal{P}_{(x,y)}^{\mathbf{I}} - \mathcal{P}_{(k,l)}^{\mathbf{I}}\|^2}{4t}}$.

Dans ce cas, nous retrouvons l'expression de l'algorithme des *Moyennes Non-Locales* [5], excepté que les poids de moyennage $w_{(x,y,k,l)}$ dépendent également de la *distance spatiale* entre les différents pixels comparés. Si nous considérons maintenant $q = 0$ (c-à-d. des patches 1×1), alors ces poids deviennent $w_{(x,y,k,l)} = e^{-\frac{(x-k)^2+(y-l)^2}{4t}} e^{-\frac{\|\mathbf{I}_{(x,y)} - \mathbf{I}_{(k,l)}\|^2}{4t}}$, ce qui définit l'extension multi-valuée naturelle de la technique du *Filtrage Bilatéral*, initialement proposé en scalaire dans [19].

Le cas anisotrope : Les tenseurs isotropes ne tiennent pas compte de la géométrie de $\tilde{\mathbf{I}}$: la diffusion est effectuée en particulier suivant $\tilde{\mathbf{u}}_{(\mathbf{p})}$ le vecteur orthogonal aux discontinuités de $\tilde{\mathbf{I}}$. Pour lisser l'image tout en préservant les structures spatiales et "patchiales" de $\tilde{\mathbf{I}}$, nous proposons plutôt le champ de

tenseurs de diffusion *anisotropes* suivant :

$$\forall \mathbf{p} \in \Gamma, \quad \tilde{\mathbf{D}}_{(\mathbf{p})} = \frac{1}{N_{(\mathbf{p})}} \left(\mathbf{I}_d - \tilde{\mathbf{u}}_{(\mathbf{p})} \tilde{\mathbf{u}}_{(\mathbf{p})}^T \right) \quad (8)$$

Ce choix est inspiré par le formalisme de la *Variation Totale* pour les images scalaires [17], qui est classiquement défini par la diffusion anisotrope $\frac{\partial I}{\partial t} = \text{div}(\nabla I / \|\nabla I\|)$, qui s'écrit également $\frac{\partial I}{\partial t} = \text{trace}(\mathbf{D}\mathbf{H})$ où $\mathbf{D} = \frac{1}{\|\nabla I\|} (\mathbf{I}_d - \eta\eta^T)$ et $\eta = \nabla I / \|\nabla I\|$. Les tenseurs (8) permettent d'une part de réduire l'intensité du lissage aux endroits qui ont de forts *gradients de patch*, et d'autre part de lisser partout les structures dans Γ le long des hyperplans localement tangents aux discontinuités de $\tilde{\mathbf{I}}$. Nous ne sommes en réalité pas limités dans le choix de $\tilde{\mathbf{D}}$, et d'autres possibilités peuvent être envisagées dans notre équation de lissage non-local générique (4), en intégrant par exemple dans $\tilde{\mathbf{D}}$ d'autres informations géométriques provenant de l'image ou même de données extérieures si nécessaires.

5 Résultats et Conclusions

Notre EDP de diffusion non-locale par patch (4) avec les tenseurs anisotropes (8) a été appliqué au problème du débruitage d'images couleurs. La Fig.1 montre que la prise en compte de la géométrie dans l'espace des patches Γ permet de mieux préserver les structures de l'image lors du lissage, en comparaison des méthodes (isotropes) des *Moyennes Non-Locales* et du *Filtrage Bilatéral* couleur. Plus généralement, le formalisme que nous avons proposé ici se veut unificateur et peut potentiellement ajouter des propriétés de *non-localité* par patch intéressantes à de nombreuses techniques de traitements d'images, en les appliquant sur une représentation par patch, puis en les rétro-projetant dans le domaine image.

Références

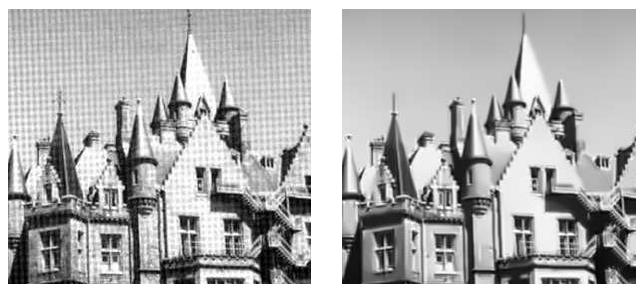
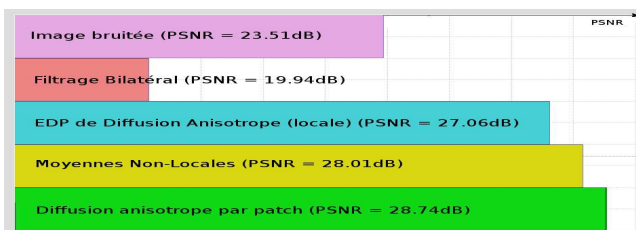
- [1] Ashikhmin, M. : Synthesizing Natural Textures. Symposium on Interactive 3D Graphics. p.217–226, 2001.
- [2] Ashikhmin, M. : Fast Texture Transfer. IEEE Computer Graphics and Applications, Vol.23 (4), p.38–43, 2003.
- [3] Barash, D. : A fundamental relationship between bilateral filtering, adaptive smoothing, and the nonlinear diffusion equation. IEEE PAMI, Vol.24 (6), 2002.
- [4] Brox, T., Cremers, D. : Iterated Non-local Means for Texture Restoration. SSVM. Vol.4485 of LNCS, Springer, 2007.
- [5] Buades, A., Coll, B., Morel, J.M. : A Non-Local Algorithm for Image Denoising. IEEE CVPR, p.60–65, 2005.
- [6] Criminisi, A., Pérez, P., Toyama, K. : Region Filling and Object Removal by Exemplar-based Image Inpainting. IEEE Trans. on Image Proc., Vol.13 (9).
- [7] K. Dabov, A. Foi, and K. Egiazarian : Image restoration by sparse 3D transform-domain collaborative filtering. Proc. SPIE Electr. Imag. '08, no. 6812-07, San Jose/USA, January 2008.
- [8] Zenzo, S.D. : A Note on the Gradient of a Multi-image. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, Vol.33, 1986.
- [9] Efros, A.A., Leung, T.K. : Texture Synthesis by Non-Parametric Sampling. IEEE ICCV, Vol.2, p.1033–1038, 1999.
- [10] Haworth, C., et al : Performance of Reference Block Updating Techniques when Tracking with the Block Matching Algorithm. IEEE ICIP, Vol.1, 2001.
- [11] Hays, J., Efros, A.A. : Scene Completion using Millions of Photographs. ACM Trans. Graph., Vol.26 (3), 2007.
- [12] Hertzmann, A., Jacobs, C.E., Oliver, N., Curless, B., Salesin, D. : Image Analogies. SIGGRAPH, Comp. Graph. Proc., 2001.
- [13] Kervrann, C., Boulanger, J. : Optimal spatial adaptation for patch-based image denoising. IEEE Imag. Proc. Vol.15, 2006.



(a) Image couleur + bruit. (b) Filtrage bilatéral [19]. (c) EDP anisotrope [20].



(d) Moyennes Non-Locales [5]. (e) Diffusion anisotrope par patch (4).



(f) Image avec bruit de texture. (g) Diffusion anisotrope par patch (4).

FIG. 1 — Application de notre diffusion anisotrope par patch pour le lissage d'images couleurs préservant les structures, et comparaison avec d'autres méthodes.

- [14] Kindermann, S., Osher, S., Jones, P. : Deblurring and Denoising of Images by Nonlocal Functionals. SIAM Multiscale Modeling and Simulation, Vol.4, p.1091–1115, 2005.
- [15] P. Perona and J. Malik. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. IEEE PAMI, Vol.12 (7), July 1990.
- [16] Peyré, G. : Manifold Models for Signals and Images. Research Report, Ceremade, No.2007-14, 2007.
- [17] Rudin, L., Osher, S., Fatemi, E. : Nonlinear Total Variation based noise removal algorithms. Physica D, Vol.60, pp.259-268, 1992.
- [18] Sapiro, G. : Geometric Partial Differential Equations and Image Analysis. Cambridge University Press, 2001.
- [19] Tomasi, C., Manduchi, R. : Bilateral Filtering for Gray and Color images. ICCV. p.839–846, 1998.
- [20] Tschumperlé, D., Deriche, R. : Vector-valued Image Regularization with PDE's : A Common Framework for Different Applications. IEEE PAMI, Vol.27 (4), 2005.
- [21] Tschumperlé, D., Brun, L. : Defining Some Variational Methods on the Space of Patches : Application to Multi-Valued Image Denoising and Registration. Rapport de recherche "Les cahiers du GREYC", No. 08-01, Caen/France, February 2008.
- [22] Wei, L.Y., Levoy, M. : Fast Texture Synthesis using Tree-structured Vector Quantization. SIGGRAPH, Computer Graphics Proceedings, p.479–488, 2000.
- [23] J. Weickert. *Anisotropic Diffusion in Image Processing*. Teubner-Verlag, Stuttgart, 1998.