HAL
open science

Un modèle dynamique pour la simulation de l'issue d'un débat

Abdelhak Imoussaten, Jacky Montmain, Agnès Rico, Fabien Rico

To cite this version:

Abdelhak Imoussaten, Jacky Montmain, Agnès Rico, Fabien Rico. Un modèle dynamique pour la simulation de l'issue d'un débat. LFA 2010, Apr 2013, Lannion, France. pp.8. hal-00808626

HAL Id: hal-00808626

https://hal.science/hal-00808626v1

Submitted on 8 Apr 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Un modèle dynamique pour la simulation de l'issue d'un débat

A dynamical model for simulating a debate outcome

A. Imoussaten[1] J. Montmain [1] A. Rico [2] F. Rico [2]
[1] LGI2P, Ecole des Mines d'Alès
[2] Université Claude Bernard Lyon 1

Site EERIE – Parc Scientifique G. Besse, 30035 Nîmes Cedex,
abdelhak.imoussaten@mines-ales.fr, jacky.montmain@mines-ales.fr
43 bld du 11 Novembre 69100 Villeurbanne
agnes.rico@univ-lyon1.fr fabien.rico@univ-lyon1.fr

Résumé :
La résolution collective d'un problème par un groupe d'agents est jalonnée de décisions sur lesquelles les agents doivent échanger. Le débat correspondant est vu ici comme un processus dynamique. Un premier modèle de simulation théorique relevant du cadre de la décision multicritère a été proposé dans [1] mais sans représentation explicite de la dynamique de délibération et sans justification sémantique. Un deuxième modèle descriptif a été proposé dans [2] où les influences sociales entre agents et les stratégies d'argumentation apparaissent comme les grandeurs clés de la dynamique du débat. Cet article se donne pour objectif de justifier les équations de [1] en s'appuyant sur les éléments sémantiques manipulés dans [2] pour fournir au final un modèle de débat dans un cadre cybernétique qui explicite les aspects dynamiques de la délibération et ouvre des perspectives pour le pilotage du déroulement de débats.

Mots-clés : Débat, influence, pouvoir décisionnel, intégrale de Choquet, contrôle, décision collective, réseau social.

Abstract:
A group of agents is faced with collective decisional problems. The corresponding debate is seen as a dynamical process. A first theoretical model based upon a muticriteria decision framework was proposed in [1] but without semantic justifications and explicit dynamical representation. A second descriptive model was proposed in [2] where social influences and argumentation strategy govern the dynamics of the debate. This paper aims at justifying the equations introduced in [1] with the semantics concepts reported in [2] to provide a model of a debate in the framework of control theory that explicitly exhibits the dynamical aspects and offers further perspectives for control purposes of the debate.

Keywords: Debate, Influence, decisional power, Choquet integral, control, collective decision, social network.

1 Instructions générales

Nous nous intéressons à la prise de décision de groupe [5, 6] plus précisément au débat organisé par un collectif d'agents qui doit résoudre un problème pour déterminer quelle alternative sera jugée la plus pertinente à l'issue de la délibération. Tous les agents ont une préférence initiale. Ils débattent alors pour faire entendre leur opinion. Des influences sociales s'exercent et les préférences évoluent durant la délibération à chaque intervention (nous parlerons de *tour* dans le débat). Lorsque les agents ne changent plus de position, la délibération prend fin et une décision de groupe est prise. Il n'y a donc pas nécessairement de consensus lorsque la délibération cesse, mais l'objet du débat a simplement pour objectif que chacun ait entendu l'opinion des autres avant de se prononcer définitivement. Nous nous limitons au cas où seules deux alternatives font l'objet du débat ; nous les désignons par +1 et -1.

Nous considérons donc que la délibération a une dynamique propre : les croyances et les préférences des agents évoluent durant cette phase d'échanges. Cette dynamique est déterminée par l'ordre dans lequel les agents interviennent pour expliquer leur position et le jeu d'influences qui s'exercent dans le réseau social que constitue le groupe d'agents. La notion d'influence sociale est rattachée à la notion statistique de pouvoir décisionnel d'un individu dans un réseau social comme proposé dans [3][4].

L'une des questions soulevées en perspective du modèle d'influence dans un réseau social proposé dans [4] était l'introduction d'aspects dynamiques dans le modèle. [4] traite en effet de l'influence mutuelle des agents sur un tour ou round, mais en réalité un processus de décision est généralement un processus itératif où l'influence continue de s'exercer jusqu'à ce qu'une décision soit prise par le groupe.

Cet article propose une extension possible de [4] au cas dynamique. L'évolution des croyances des agents au cours du débat altère ou renforce leur conviction à l'égard de leur préférence initiale. Intuitivement, nous pouvons estimer que l'influence d'un agent sur le groupe ne sera pas la même selon la conviction plus ou moins marquée des autres agents. L'idée est alors de définir une influence qui soit elle-même une variable qui évolue dans le temps. [1] introduit les concepts d'influence et de conviction dans la simulation d'un débat sans pour autant leur donner de sémantique précise. [4] nous fournit donc un cadre formel pour définir l'influence et [1] les équations de révision des convictions et préférences des agents. Enfin, [2] suggère une interprétation cybernétique du problème dont nous proposons les équations d'état dans cet article.

Le plan de l'article est le suivant. La section 2 est consacrée à des rappels essentiels sur les modèles de [1] et [4]. Sur la base de ce cadre formel, la section 3 établit les équations d'état qui relient les convictions et les influences dynamiquement lorsqu'une paire d'agent *orateur*-agent *auditeur* est isolée. La section 4 associe la révision des convictions et les changements de préférence des agents. La section 5 propose une illustration. Enfin, la conclusion évoque l'utilisation du modèle pour le pilotage de débat.

2 Rappels

2.1 Notion d'influence dans un débat

Nous supposons dans notre modèle que l'influence d'un agent sur les autres dépend de la capacité de l'agent à peser dans la décision du groupe. Cela nous demande de tenir compte du « poids » du choix de l'agent dans un vote collectif. Ce « poids » ne peut pas être statique, mais doit évoluer en fonction des avis des agents qui rendent beaucoup plus probable la formation de certaines coalitions par rapport à d'autres. Nous allons pour cela rappeler très brièvement la définition du pouvoir décisionnel proposée par [4].

Nous considérons un groupe de n agents $\{a_1,..,a_n\}$. Chaque agent a une inclination initiale pour $+1$ ou -1 qui, sous l'influence des autres agents, peut être différente de sa décision finale. Un vecteur d'inclination est un vecteur $i \in I = \{-1,+1\}^n$ où $i_{a_j}, j = 1..n$ est la préférence de l'agent a_j et la $j^{ème}$ composante de i. $B: I \to I$ est une fonction d'influence qui transforme un vecteur d'inclination i en un vecteur de décision $B(i)$ noté Bi exprimant pour chaque agent son choix à partir duquel le groupe prend une décision. La fonction $gd: B(I) \to \{-1,+1\}$ représente le choix du groupe. Par exemple, gd peut être la fonction majorité.

L'indice de Hoede-Bakker [3], qui a pour objet de calculer le pouvoir décisionnel d'un agent a_j dans un réseau social de n agents, est :

$$C(H_{a_j}(I,B,gd)) = \frac{1}{2^{n-1}} \sum_{\{i_{a_j}=1\}} C(gd(i))$$

Le principal inconvénient de cet indice est qu'il masque le rôle effectif de l'influence. En effet, il analyse la décision finale en termes de succès ou d'échecs selon que la décision du groupe coïncide ou non avec la préférence première de l'agent (son inclination) et non avec sa préférence finale (sa décision).

Dans [4], les auteurs proposent un nouvel indice lorsque les vecteurs d'inclination ne sont pas équiprobables. Soit p cette distribution de probabilité sur I, $p(i)$ est la probabilité d'avoir le vecteur i. L'indice généralisé qui est proposé et qui se base cette fois sur la concordance entre la décision du groupe et la décision de l'agent est :

$$\phi_{a_j}(B,gd,p) = \sum_{i \in \{a_j, \ldots, a_l\}} \ldots \sum_{i \in \{a_j, \ldots, a_l\}} \ldots$$

Pour chaque agent a_j sont définies les probabilités de succès et d'échec :

$$SUC_{a_j}(B,gd,p) = \sum_{i \in \{a_j, \ldots, a_l\}} \ldots$$

$$FAIL_{a_j}(B,gd,p) = \sum_{i \in \{a_j, \ldots, a_l\}} \ldots$$ et

$$\phi_{a_j}(B,gd,p) = SUC_{a_j}(B,gd,p) - FAIL_{a_j}(B,gd,p)$$

2.2 Convictions et préférences dans un débat

Cette section présente la modélisation de la dynamique du débat présentée dans [1]. L'influence entre les agents est modélisée par une capacité sur $2^{[n]}$. Les agents a_j ont un profil comprenant leur préférence, leur importance (leur capacité $\upsilon(a_j)$), leur conviction $c_{a_j} \in [0,1]$ par rapport à leur préférence. A chaque tour du débat, un agent prend la parole. Un agent qui écoute a_l et l'agent qui parle a_s sont alors isolés ce qui introduit une capacité υ_{a_l,a_s} sur ce binôme d'agents. Plus précisément, $\upsilon_{a_l,a_s}(a_l) = \dfrac{\upsilon(a_l)}{\upsilon(a_l,a_s)}$,

$\upsilon_{a_l,a_s}(a_s) = \dfrac{\upsilon(a_s)}{\upsilon(a_l,a_s)}$ et $\upsilon_{a_l,a_s}(a_l,a_s) = 1$.

Le changement de conviction est alors modélisé à l'aide d'une intégrale de Sipos (intégrale de Choquet symétrique) $\breve{C}_{\upsilon_{a_l,a_s}}$. Le changement de conviction peut être résumé comme suit :

-Si les agents a_l et a_s ont les mêmes préférences,

Si $c_{a_s} > c_{a_l}$ la nouvelle conviction est

$$\breve{C}_{\upsilon_{a_l,a_s}}(c_{a_s}, c_{a_l}) = \ldots$$

Si $c_{a_l} > c_{a_s}$ la nouvelle conviction est

$$\breve{C}_{\upsilon_{a_l,a_s}}(c_{a_s}, c_{a_l}) = \ldots$$

-Si les agents a_l et a_s n'ont pas les mêmes préférences, la nouvelle conviction est :

$$\breve{C}_{\upsilon_{a_l,a_s}}(c_{a_s}, c_{a_l}) = \ldots$$

Le principal défaut de cette modélisation est son manque de justification sémantique d'une part, par rapport à la capacité construite (l'influence est réduite à une importance normalisée), le concept de conviction n'est pas introduit formellement et les équations de révision sont écrites dans un formalisme qui ne fait pas apparaître explicitement le temps.

3 Le modèle dynamique

3.1 Pouvoir décisionnel et capacité

Cette section propose de construire une capacité pour le modèle précédent à partir du pouvoir décisionnel des agents.

Pour tout vecteur $i \in I$, la prise de décision modélisée par $gd(Bi)$ appartient à $\{-1,+1\}$ et $\phi_{a_j}(B,gd,p) \in [-1,1]$.

- Si le pouvoir décisionnel d'un agent est proche de -1, l'agent ne choisit quasiment jamais l'alternative retenue par le collectif : il n'a que des échecs ($FAIL$).

- Si au contraire, son pouvoir décisionnel est proche de 1, l'agent n'a que des succès $(SUCC)$; il a un fort pouvoir décisionnel.

L'importance d'un agent a_j, *i.e.*, sa capacité $\upsilon(a_j)$, peut par exemple lui être attribuée en posant : $\upsilon(a_j) = \frac{1}{2}\phi_{a_j}(B,gd,p) + \frac{1}{2}$,

$\upsilon(a_j) \in [0,1]$ avec $\upsilon(a_j) = 0$ si et seulement si $\phi_{a_j}(B,gd,p) = -1$ et $\upsilon(a_j) = 1$ si et seulement si $\phi_{a_j}(B,gd,p) = 1$.

Nous avons donc défini une fonction $\upsilon : \{a_1, \ldots, a_n\} \to [0,1]$. A partir de cette fonc-

tion, une capacité υ peut être générée sur $2^{\{a_1,..,a_n\}}$, en prenant pour contrainte $\forall A, A' \subseteq \{a_1,..,a_n\}$, [illegible]. Sans plus de connaissances, nous pouvons fixer par exemple : [illegible] et $\upsilon(\{a_1,..,a_n\})=1$.

Remarque : il n'existe pas nécessairement un agent dont la capacité vaille 1.

Pour la suite et pour alléger les notations, une telle capacité sera notée pour un pouvoir décisionnel $\phi(B, gd, p)$ par υ_ϕ. Le pouvoir décisionnel des individus a_j à partir duquel est construite υ_ϕ sur $2^{\{a_1,..,a_n\}}$ permet de mesurer les cas où la décision finale de l'agent a_j coïncide avec la décision de groupe. L'idée est donc de considérer qu'un individu réputé avoir une forte capacité décide souvent comme le groupe et que cette connaissance sera la source d' « influence » dans le débat.

3.2 Evolution de la probabilité dans le temps

Le modèle proposé dans cet article repose donc sur l'indice de pouvoir décisionnel de [4] faisant intervenir une probabilité p définie sur I l'ensemble des vecteurs d'inclination (voir section 2.1). Pour calculer cette probabilité, nous proposons de la déduire de la conviction des agents par rapport aux deux alternatives.
La conviction d'un agent à l'égard d'une alternative est associée à la probabilité que cet agent choisisse cette alternative, *i.e.*, la probabilité de son inclination dans le modèle de [4]. La conviction évolue dans le temps au cours du débat.
$c(k)=\left(c_{a_1}(k)..\ c_{a_j}(k)\ ..c_{a_n}(k)\right)$ est le vecteur des convictions des agents à l'égard de l'alternative $+1$ au temps k, $c_{a_j}(k)$ est la conviction de l'agent a_j pour l'alternative $+1$ au temps k.

$c'(k)=\left(c'_{a_1}(k),\ \ldots\ ,c'_{a_n}(k)\right)$ est le vecteur des convictions des agents à l'égard de l'alternative -1 au temps k, $c'_{a_j}(k)$ est la conviction de l'agent a_j pour l'alternative -1 au temps k.

Soit $i \in I$ un vecteur d'inclination, nous allons définir $c^i(k)$ la conviction au temps k pour i. $c^i(k)$ est la « conviction agrégée » du groupe pour i, elle synthétise l'avis i des agents à k.

Remarque : dans cette section, nous cherchons à construire une probabilité p dépendant du temps. Nous supposons donc connus à k les vecteurs de conviction $c(k)$ et $c'(k)$. Leur calcul fait l'objet de la section suivante.

<u>Au temps $k=0$:</u>
$c(0)=\left(c_{a_1}(0)..\ c_{a_j}(0)\ ..c_{a_n}(0)\right)$ est le vecteur conviction a priori des agents.
$c_{a_j}(0)\in[0,1], j=1..n$ est la conviction a priori d'un agent a_j, et aussi la probabilité de son inclination. Initialement ($k=0$), si i_{a_j} est la préférence de a_j alors :
$p_{a_j}(i_{a_j})[k=0]=c_{a_j}(0)$ et $p_{a_j}(-i_{a_j})[0]=1-c_{a_j}(0)$.

Avant que le débat ne commence, l'inclination de chacun est indépendante du réseau social, la distribution de probabilité p associée à l'indice de pouvoir décisionnel est le produit des p_{a_j} à $k=0$ donc $\forall i \in I, p(i)[0]=\Pi_{j=1}^{n} p_{a_j}(i_{a_j})[0]$. Il est donc possible :

- de calculer pour tout agent a_j son pouvoir décisionnel au temps $k=0$, $\phi_{a_j}(B, gd, p[0])$;

- de calculer la capacité sur $2^{\{a_1,..,a_n\}}$, pour $k=1$, $\upsilon_\phi[0]$ comme indiqué dans la section 3.1.

<u>Au temps $k=1$</u>
La capacité $\upsilon_\phi[0]$ permet de calculer $c^i(1)$ la conviction agrégée au temps $k=1$ pour le vecteur d'inclination i en prenant en compte

l'importance relative des agents et des coalitions de ceux-ci à l'aide d'une intégrale de Choquet.

Soit $i \in I$ un vecteur d'inclination. Toute coordonné i_{a_j} est l'une des alternatives -1 ou $+1$. Pour l'agent a_j, la conviction qui est attachée à sa préférence est $c_{a_j}(1)$ ou $c'_{a_j}(1)$. A tout vecteur i, nous pouvons donc associer un vecteur de conviction $c(1) = \left(\bar{c}_{a_1}(1) \ \ldots \ \bar{c}_{a_n}(1)\right)$ où pour tout j, $\bar{c}_{a_j}(1)$ vaut soit $c_{a_j}(1)$ soit $c'_{a_j}(1)$. La conviction résumée pour le groupe d'agents pour l'inclination i au temps $k=1$ est définie par l'intégrale de Choquet construite sur $\upsilon_\phi[0]$ de i.

$$c^i(1) = C_{\upsilon_\phi[0]}(\bar{c}_{a_1}(1),\ldots,\bar{c}_{a_n}(1)) \in [0,1]$$

Une probabilité au temps $k=1$ peut alors être définie en posant : $p(i)[1] = \dfrac{c^i(1)}{\sum_{t \in I} c^t(1)}$.

A l'aide de cette nouvelle probabilité nous pouvons :

- calculer pour tout agent a_j son pouvoir décisionnel au temps $k=1$, $\phi_j(B,gd,p[1])$;
- calculer la capacité sur $2^{\{a_1,\ldots,a_n\}}$, pour $k=2$, $\upsilon_\phi[1]$ comme indiqué dans la section 3.1.

<u>Plus généralement, au temps $k+1$:</u>

La capacité $\upsilon_\phi[k]$ construite au temps k permet de calculer $c^i(k+1)$ la conviction au temps $k+1$ pour l'inclination i en utilisant l'intégrale de Choquet :

$$c^i(k+1) = C_{\upsilon_\phi[k]}(\bar{c}_{a_1}(k+1),\ldots,\bar{c}_{a_n}(k+1)) \ .$$

Puis la probabilité au temps $k+1$ peut être définie en posant $p(i)[k+1] = \dfrac{c^i(k+1)}{\sum_{t \in I} c^t(k+1)}$.

Nous calculons alors au temps $k+1$, $\phi_j(B,gd,p[k+1])$, puis $\upsilon_\phi[k+1]$.

Nous avons donc construit une probabilité qui est fonction du temps puisqu'elle varie avec les convictions des agents qui elles-mêmes évoluent tout au long du débat. $\phi(B,gd,p[k])$ évolue donc dans le temps. Ce principe semble assez intuitif avec l'idée que l' « influence » d'un orateur dépend de la conviction de ses auditeurs à l'instant où il prend la parole.

3.3 Les équations d'état de la conviction

Nous considérons deux agents a_l et a_s. Chacun d'eux a une conviction pour l'alternative $+1$, $c_{a_l}(k)$ et $c_{a_s}(k)$, et l'alternative -1, $c'_{a_l}(k)$ et $c'_{a_s}(k)$.

La quantité rhétorique sensible échangée entre les agents a_l et a_s fait intervenir :

- la différence de conviction entre les deux agents (différence de potentiel entre lesquels circule le flux argumentatif). Les convictions prises en compte dépendent de l'alternative à laquelle nous nous intéressons ;
- les importances relatives des agents a_l et a_s modélisées par leur capacité $\upsilon_\phi[k](a_s)$ et $\upsilon_\phi[k](a_l)$.

Quatre cas d'échanges rhétoriques doivent être distingués. Nous présentons ces quatre cas en considérant que l'agent a_l préfère l'alternative $+1$. Il existe alors deux possibilités pour l'agent a_s : il préfère la même alternative ou est de préférence opposée. Les deux possibilités se divisent encore en deux cas selon que a_s a une conviction plus ou moins forte que a_l.

Lorsque l'agent a_l préfère l'alternative -1 il suffit de remplacer les convictions c par les convictions c' et vice versa.

Les équations utilisées pour calculer $c_{a_l}(k+1)$, dans le cas où les deux agents sont du même avis, sont les mêmes qu'on utilise pour calculer $c'_{a_l}(k+1)$ dans le cas d'avis différents et vice versa. Là, aussi, il suffit juste de remplacer les convictions c par les convictions c' et vice versa.

<u>Echange **synergique**</u>

Lorsque la préférence de l'agent a_l est confortée par l'intervention d'un agent a_s résolument favorable à la préférence de l'agent a_l.

La conviction de l'agent a_l s'en trouve accrue. La variation est proportionnelle à l'écart de conviction entre les deux agents et la capacité de l'agent a_s. Nous modéliserons cette situation par a_l et a_s ont la même préférence et de plus $c_{a_s} > c_{a_l}$:

L'équation aux différences intuitive est (Figure 1) :

$$c_{a_l}(k+1) - c_{a_l}(k) = (c_{a_s}(k) - c_{a_l}(k)).\upsilon_\phi[k](a_s)$$

Soit $c_{a_l}(k+1) = c_{a_l}(k) + (c_{a_s}(k) - c_{a_l}(k)).\upsilon_\phi[k](a_s)$

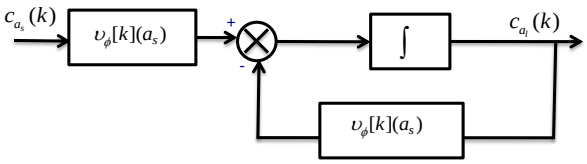

Figure 1 : Echange synergique

Echange **révisionniste**

L'agent a_l perçoit l'argument d'un agent a_s, ayant la même préférence que lui mais plus modérément engagé, comme une réserve ou une critique. La conviction de a_l est atténuée par l'intervention de a_s. Nous modéliserons cette situation par a_l et a_s ont la même préférence et de plus $c_{a_l} > c_{a_s}$. L'équation aux différences intuitive est (Figure 2) :

$c_{a_l}(k+1) - c_{a_l}(k) = -(c_{a_l}(k) - c_{a_s}(k)).(1-\upsilon_\phi[k](a_l))$,

soit $c_{a_l}(k+1) = c_{a_s}(k) + (c_{a_l}(k) - c_{a_s}(k)).\upsilon_\phi[k](a_l)$.

L'agent a_l entend l'indécision de l'agent a_s qui pourtant partage sa préférence : a_s contribue à faire douter a_l. La diminution de la conviction (le doute) qu'inspire l'intervention de a_s est à la fois proportionnelle à $(1-\upsilon_\phi[k](a_l))$ (manque d'assurance intrinsèque à a_l lié à sa position sociale) et à l'écart de conviction entre les deux agents a_s et a_l.

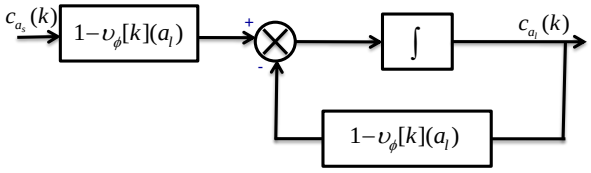

Figure 2 : Echange révisionniste

Echanges **antagonistes**

Les deux agents ne partagent pas la même préférence, l'agent a_l entend les atouts de la préférence de a_s. Une intervention convaincante de a_s peut contribuer à faire douter a_l de sa propre préférence alors qu'une intervention nuancée peut au contraire le conforter dans son option.

$(1-c'_{a_s}(k))$ mesure l'hésitation de a_s et fournit à a_l une estimation de l'opposition de a_s à l'égard de sa préférence. Selon l'importance de cette hésitation et en utilisant les équations des échanges précédents avec $(1-c'_{a_s}(k))$, on distingue deux situations (Figure 3).

Une préférence trop faiblement marquée de a_s laisse présager d'une faible opposition à la préférence de a_l et conforte a_l dans son choix. La conviction de a_l est augmentée.

L'équation aux différences intuitive (échange synergique avec $(1-c'_{a_s}(k))$) :

Cas 1 : $1-c'_{a_s} \geq c_{a_l}$

$$c_{a_l}(k+1) - c_{a_l}(k) = ((1-c'_{a_s}(k)) - c_{a_l}(k)).\upsilon_\phi[k](a_s)$$

Soit : $c_{a_l}(k+1) = c_{a_l}(k) + (1-c'_{a_s}(k) - c_{a_l}(k)).\upsilon_\phi[k](a_s)$

Dans, le cas contraire, la conviction de a_l est diminuée par l'intervention de a_s (échange révisionniste avec $(1-c'_{a_s}(k))$).

Cas 2 : $1-c'_{a_s} < c_{a_l}$

$$c_{a_l}(k+1) - c_{a_l}(k) = -(c_{a_l}(k) - (1-c'_{a_s}(k))).(1-\upsilon_\phi[k](a_l))$$

Soit

$$c_{a_l}(k+1) = (1-c'_{a_s}(k)) + (c_{a_l}(k) + c'_{a_s}(k) - 1).\upsilon_\phi[k](a_l)$$

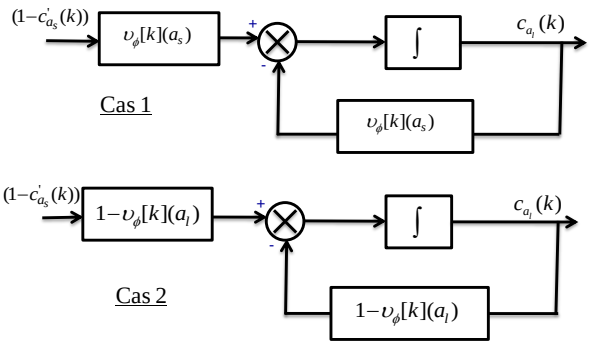

Figure 3 : Echange antagoniste

Le pouvoir décisionnel confère une sémantique à la capacité des équations de [1], la conviction est associée à la probabilité qu'un agent soit enclin à retenir une alternative. Le modèle de [1] devient interprétable dans le cadre de la théorie des jeux proposé par [4]. Les équations de révision de la conviction sont présentées comme des bilans entrées-sorties sur la perception des alternatives pour lesquels L'intégrale de Sipos est alors simplement une représentation mathématique qui synthétise les différents comportements élémentaires de la révision des convictions. L'introduction du temps dans les équations initiales de [1] laisse apparaître les équations de révision de conviction des agents comme des équations de l'état mental de l'agent (le système du point de vue de l'automatique). Cette représentation permet de doter le modèle de [1] d'une sémantique rattachée à la théorie des jeux et tirée des concepts de [4] à travers un formalisme proche des modèles dynamiques de l'automatique comme suggéré dans [2].

4 Le calcul de préférences

Initialement chaque agent a_j évalue les alternatives $+1$ et -1. Les scores obtenus sont désignés par $n_{a_j}^{+1}$ et $n_{a_j}^{-1}$ et permettent de construire une préférence et une conviction initiale :

- a_j préfère l'alternative a qui a le plus grand score,
- La conviction de a_j pour l'alternative a (resp. $\bar{a}$) est $n_{a_j}^{a} / (n_{a_j}^{a} + n_{a_j}^{\bar{a}})$ (resp. $n_{a_j}^{\bar{a}} / (n_{a_j}^{a} + n_{a_j}^{\bar{a}})$).

Le changement de préférence se fait en fonction de la nouvelle conviction calculée. Pour tout agent a_j, nous supposons qu'il existe un seuil sur l'écart entre les deux convictions $\varepsilon_{a_j} > 0$ en dessous duquel a_j ne peut pas différencier les deux alternatives. Cette valeur peut être identique ou différente pour chaque agent.

Si $\left|c_{a_j} - c'_{a_j}\right| < \varepsilon_{a_j}$, a_j n'a pas de préférence. Sinon, a_j préfère l'alternative qui pour lui a la plus grande conviction.

Nous introduisons comme règle de protocole du débat qu'un agent qui n'a pas de préférence ne peut pas prendre la parole.

5 Illustration

Pour illustrer notre modèle, nous avons choisi un modèle d'influence très naïf, l'identité pour B, une fonction de décision de groupe gd de type majorité et la capacité présentée dans la section 3.1 (la capacité d'un ensemble d'agents est le maximum des capacités de chaque agent présent).

Nous considérons 8 agents qui sur la base de leurs évaluations initiales ont les convictions à l'origine suivantes :

Tableau 1 – convictions initiales des agents

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
-1	0.52	0.5	0.6	0.5	0.2	0.55	0.1	0.0
+1	0.48	0.5	0.4	0.5	0.8	0.45	0.9	1.0

Nous avons pris un seuil d'indifférence $\varepsilon = 0.01$ pour tous les agents $\forall j, \varepsilon_{a_j} = \varepsilon$. Les agents parlent à tour de rôle selon l'ordre des indices et à condition qu'ils aient un avis tranché ($\left|c_{a_j} - c'_{a_j}\right| \geq \varepsilon_{a_j}$).

Au 7ème tour de débat tous les agents préfèrent l'alternative $+1$ et la différence des convictions se stabilise comme le montre la Figure 4. L'alternative $+1$ est choisie à l'unanimité bien que le régime permanent at-

teint montre que la préférence des agents est assez peu marquée puisque la différence de conviction se stabilise à -0.1.

Dans ce contexte préférentiel nuancé, les simulations montrent que l'ordre dans lequel interviennent les agents est déterminant pour la convergence des convictions. L'influence d'un agent peut ainsi être considérée soit comme une perturbation du processus de délibération engagé dans le débat, soit comme un moyen d'action pour piloter le débat.

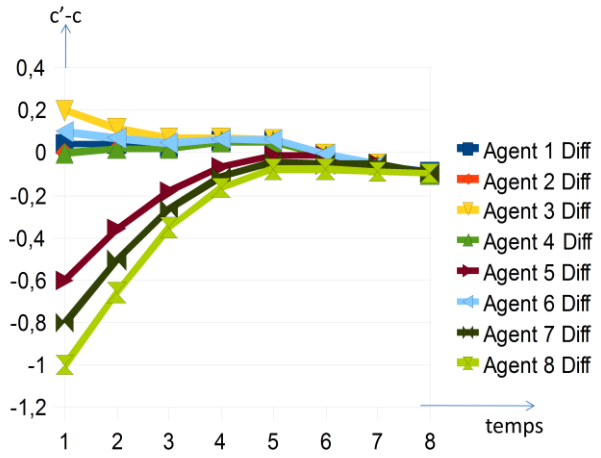

Figure 4 : Convergence des équations d'état de conviction des agents ($n = 8$)

6 Conclusions et perspectives

Les équations d'état établies dans cet article permettent de simuler macroscopiquement l'issue du débat en fonction des inclinations initiales et des influences qui s'exercent dans le groupe (la fonction d'influence B est donnée a priori). L'ordre dans lequel interviennent les agents peut conduire à des issues différentes. Le formalisme de notre modèle s'apparente aux modèles dynamiques de l'automatique et nous ouvre des perspectives en termes de contrôle du débat. La gouvernance du débat s'apparente alors à un problème de contrôle commande dont l'objectif pourra être d'atteindre un consensus au plus vite, de conforter une issue plutôt qu'une autre, etc.

Cet article propose de modéliser un débat comme un processus dynamique continu. A cet égard, nous avons repris le modèle de révision de la conviction des agents dans un débat qui avait été proposé dans [1] selon un formalisme propre à l'aide à la décision qui ne faisait pas apparaître le temps explicitement. Nous avons doté ce modèle d'une nouvelle sémantique empruntée à [4] autour des notions d'influence dans un réseau social et de pouvoir décisionnel, et d'un formalisme proche des modèles dynamiques de l'automatique continue. Le système d'équations d'état connaissant l'état mental initial des agents et la fonction d'influence permet de simuler stochastiquement l'issue du débat (ordre des interventions) et d'envisager par la suite des techniques de contrôle classique pour piloter le débat comme un système technique dynamique continu. J-C. Falmagne s'est aussi intéressé à l'évolution des préférences dans le temps. En particulier aux perturbations de l'environnement sur ces évolutions. Son modèle retse très générique et il pourrait être intéressant d'analyser ces travaux [7] d'un point de vue multicritère.

Références

[1] Rico, A, Bonnevay, S., Lamure, M., Tounissoux, D. A debat modelisation with the Sipos integral. *LFA 2004.* Nantes, 2004.

[2] Imoussaten, A., Montmain, J., Rigaud, E. (2009). Modèle d'influence pour le pilotage d'une décision de groupe. *LFA'2009,* Annecy, France.

[3] Hoede, C, Bakker, R. A theory of decisional power. *Journal of Mathematical Sociology* , 1982. 8:309-322.

[4] Grabisch, M. et Rusinowska, A. A model of influence in a social network. *Business and Economics.* s.l. : Springer Netherlands, 2008.

[5] D. Dubois, M. Grabisch, H. Prade, P. Smets. Using the transferable belief model and a qualitative possibility theory approach on an illustrative example: the assessment of the value of a candidate. Inter. J. of Intelligent Systems, 16 , 1245-1272, 2001.

[6] Denguir-Rekik, A., Mauris, G., Montmain, J. (2009) A possibilistic-valued multi-criteria decision-making support for marketing activities in e-commerce: Feedback Based Diagnosis System. *European Journal of Operational Research*, 195, (3), 876-888.

[7] J-C. Falmagne, A stochastic theory for the emergence and the evolution of preference relations in methematical social sciences, 1996, 63-84.