



**HAL**  
open science

# Modélisation vectorielle et commande de machines polyphasées à pôles lisses alimentées par onduleur de tension

Eric Semail, Xavier Kestelyn

► **To cite this version:**

Eric Semail, Xavier Kestelyn. Modélisation vectorielle et commande de machines polyphasées à pôles lisses alimentées par onduleur de tension. Commandes d'actionneurs électriques synchrones et spéciaux, Hermes, Lavoisier, 454 p., 2010. hal-00807558

**HAL Id: hal-00807558**

**<https://hal.science/hal-00807558>**

Submitted on 3 Apr 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Chapitre 5

# Modélisation vectorielle et commande de machines polyphasées à pôles lisses alimentées par onduleur de tension

### 5.1. Introduction et présentation des machines électriques sujettes de l'étude

Ce chapitre est consacré à la modélisation et la commande de machines électriques comportant au moins deux courants statoriques indépendants. La machine triphasée couplée en étoile sans neutre sorti ou en triangle en constitue la plus élémentaire. Plus précisément, l'objectif de ce chapitre est de mettre en évidence les spécificités qu'induit un nombre de courants indépendants supérieur à deux par rapport à la machine triphasée classique.

Pour atteindre cet objectif, on se limitera à des machines vérifiant certaines hypothèses :

- entrefer magnétique constant (sans effet de réluctance variable) ;
- sans effet de saturation magnétique ;
- construites de façon régulière c'est-à-dire qu'il est impossible de distinguer une phase d'une autre phase. Toutes les phases sont caractérisées par une même réalisation technologique.

Dans la pratique, ces hypothèses permettent de traiter au moins deux grandes familles de machines :

- machines synchrones à aimants déposés en surface ;

## 10 Commandes d'actionneurs électriques synchrones et spéciaux

– machines asynchrones à cage.

Bien entendu les machines réelles ne vérifient pas parfaitement les hypothèses mais on considérera que les phénomènes induits par la non-vérification de ces hypothèses sont à l'origine de phénomènes du second ordre qui pourront éventuellement être compensés implicitement par une commande robuste.

Pour la commande, les machines asynchrones à cage se distinguent des machines synchrones à aimants essentiellement du fait que la magnétisation de la machine est contrôlée entièrement par l'onduleur de tension alimentant le stator. En effet, pour les machines synchrones à aimants, une partie du champ magnétique existant au sein de la machine n'est pas contrôlée par l'alimentation. De ce fait, l'étude de la commande des machines synchrones est plus contraignante que celle des machines à induction. Pour cette raison nous limiterons l'étude présentée dans ce chapitre à celles des machines synchrones à aimants permanents. La spécificité de ces machines tiendra dans leur nombre de phases ainsi que dans la prise en compte des harmoniques tant d'espace que de temps. Cette problématique de l'impact des harmoniques sur la commande a déjà été abordée dans le cas de machines synchrones triphasées à forces électromotrices trapézoïdales dans [GRE 94] et [LOU 10]. On mettra en évidence dans ce chapitre quelle est l'originalité induite par une augmentation du nombre de phases.

Enfin, on peut encore, au sein des machines d'étude ainsi définies, distinguer plusieurs sous-familles en se basant sur les connexions qu'il est possible d'observer entre les différentes bobines des phases statoriques :

– machine sans couplage entre phases : chaque phase qui comporte deux terminaux de connexion est alors en général alimentée par un onduleur de tension monophasé en H ;

– machine simple étoile : les  $n$  bobines constituant les  $n$  phases sont connectées entre elles par un point commun, le neutre de la machine ;

– machine multi-étoile : si on considère  $k$  étoiles, on connectera  $n/k$  bobines entre elles par un point commun. On aura donc  $k$  points neutres.

– machine avec couplage polygonal : les  $n$  bobines constituant les  $n$  phases sont connectées entre elles en série. Pour les machines triphasées, on parle de couplage triangle.

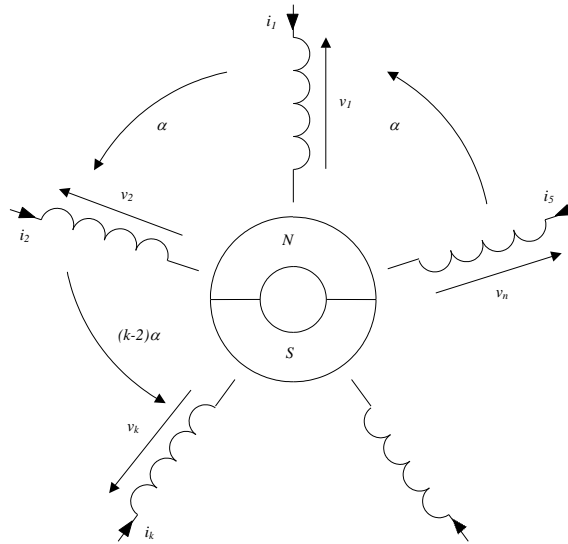
Ce chapitre ne s'intéressera qu'à la commande des machines à phases indépendantes et à celles simple étoile. La machine à cinq phases constituera l'exemple de référence permettant, de par la formulation vectorielle adoptée, une généralisation aisée aux machines à  $n$  phases.

**5.2. Modèle de commande adopté des machines synchrones à aimants permanents avec l'onduleur de tension**

Les hypothèses et notations suivantes seront utilisées pour modéliser la machine :

- les  $n$  phases sont identiques et décalées d'un angle  $\alpha = 2\pi / n$ ,  $p$  est le nombre de paires de pôles de la machine ;
- la machine est à pôles lisses et non saturée.

La figure 5.1 donne une représentation d'une machine bipolaire n-phasée dans laquelle la grandeur  $g$  (une tension, un courant, un flux, ...) relative à la phase  $k$  est notée  $g_k$ .



**Figure 5.1.** Représentation symbolique d'une machine synchrone bipolaire n-phasée

**5.2.1. Espaces caractéristiques et généralisation de la notion de machine diphasée équivalente**

*5.2.1.1 Equations dans la base naturelle du stator et expression vectorielle générale*

On associe à la machine n-phasée un espace vectoriel Euclidien  $E^n$  de dimension  $n$  ainsi qu'une base orthonormée  $B^n = \{\vec{x}_1^n, \vec{x}_2^n, \dots, \vec{x}_n^n\}$  qu'on qualifie de naturelle du fait que les coordonnées d'un vecteur quelconque  $\vec{g}$  dans cette base sont les grandeurs mesurables  $g_k$  des phases statoriques :

## 12 Commandes d'actionneurs électriques synchrones et spéciaux

$$\vec{g} = g_1 \vec{x}_1^n + g_2 \vec{x}_2^n + \dots + g_n \vec{x}_n^n = \sum_{k=1}^n g_k \vec{x}_k^n \quad [5.1]$$

Ainsi, peuvent donc être définis les vecteurs :

- tension :  $\vec{v} = v_1 \vec{x}_1^n + v_2 \vec{x}_2^n + \dots + v_n \vec{x}_n^n$
- courant :  $\vec{i} = i_1 \vec{x}_1^n + i_2 \vec{x}_2^n + \dots + i_n \vec{x}_n^n$
- flux capté :  $\vec{\phi} = \phi_1 \vec{x}_1^n + \phi_2 \vec{x}_2^n + \dots + \phi_n \vec{x}_n^n$

En considérant la résistance  $R_s$  d'une phase statorique, on peut en déduire une seule équation vectorielle en tension qui regroupe les équations en tension scalaire de chaque phase :

$$\vec{v} = R_s \vec{i} + \left( \frac{d\vec{\phi}}{dt} \right)_{/B^n} \quad [5.2]$$

A partir de l'hypothèse de non-saturation, l'équation [5.2] peut être explicitée en :

$$\vec{v} = R_s \vec{i} + \left( \frac{d\vec{\phi}_{ss}}{dt} \right)_{/B^n} + \left( \frac{d\vec{\phi}_{sr}}{dt} \right)_{/B^n} \quad [5.3]$$

Dans [5.3], le terme  $\left( \frac{d\vec{\phi}_{ss}}{dt} \right)_{/B^n}$  n'est dû qu'à la contribution des courants statoriques alors que  $\left( \frac{d\vec{\phi}_{sr}}{dt} \right)_{/B^n}$  n'est dû qu'à la contribution du rotor (aimants permanents ou bobinage inducteur pour une machine synchrone, enroulements ou barres rotoriques pour une machine asynchrone).

Dans le cas d'une machine synchrone à pôles lisses, [5.3] s'écrit plus classiquement :

$$\vec{v} = R_s \vec{i} + \lambda \left( \left( \frac{d\vec{i}}{dt} \right)_{/B^n} \right) + \vec{e} \quad [5.4]$$

Dans laquelle :

-  $\lambda$  est une application linéaire (ou morphisme) telle que  $\lambda(\vec{i}) = \vec{\phi}_{ss}$ . Cette application s'écrit communément dans la base naturelle  $B^n$  sous la forme d'une

matrice symétrique ( $L_{xy} = L_{yx}$ ) détaillée par [5.5]. Cette matrice, vu l'hypothèse de régularité constructive qui induit que toutes les phases sont équivalentes, est circulante. C'est-à-dire qu'on déduit ainsi la ligne n°2 de la matrice à partir de la ligne n°1 par simple décalage d'un rang ( $L_{21} = L_{1n}$ ,  $L_{22} = L_{11}$ ,  $L_{23} = L_{12}$ , etc.)

$$[L_s^n] = \text{mat}(\lambda, B^n) = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1n} \\ L_{21} & L_{22} & \cdots & L_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{n1} & L_{n2} & \cdots & L_{nn} \end{pmatrix} \quad [5.5]$$

–  $\vec{e} = \left( \frac{d\vec{\phi}_{sr}}{dt} \right)_{/B^n}$  est le vecteur Forces ElectroMotrices (FEM) qui s'écrit sous la

forme d'une fonction de forme  $\vec{\varepsilon}$  (speed-normalized EMF dans la littérature anglo-saxonne) dépendant uniquement de  $\theta$ , la position relative du rotor par rapport aux enroulements statoriques, et de la vitesse  $\Omega$  du rotor (voir [56]).

$$\vec{e} = \Omega \vec{\varepsilon}(\theta) \quad [5.6]$$

Plus que de permettre une écriture synthétique, les relations vectorielles facilitent les calculs des puissances et du couple. En effet, la puissance instantanée transisant dans la machine est obtenue par simple produit scalaire entre les vecteurs tension et courant :

$$p = \vec{v} \cdot \vec{i} = \sum_{k=1}^n v_k i_k \quad [5.7]$$

En remplaçant l'expression [5.4] du vecteur tension dans [5.7], on obtient :

$$p = R_s (\vec{i})^2 + \lambda \left( \left( \frac{d\vec{i}}{dt} \right)_{/B^n} \right) \cdot \vec{i} + \vec{e} \cdot \vec{i} \quad [5.8]$$

Dans [5.8], on reconnaîtra dans le cadre des hypothèses :

- $p_j = R_s (\vec{i})^2$ , les pertes Joule statoriques;
- $p_{mag} = \left( \lambda \left( \frac{d\vec{i}}{dt} \right)_{/B^n} \right) \cdot \vec{i}$ , la puissance liée à l'énergie magnétique stockée;

## 14 Commandes d'actionneurs électriques synchrones et spéciaux

–  $p_{em} = \vec{e} \cdot \vec{i}$ , la puissance électromécanique développée par la machine qui est à l'origine de la création du couple électromagnétique  $c$  qui s'exprime par [5.9].

$$c = \frac{p_{em}}{\Omega} = \frac{\vec{e} \cdot \vec{i}}{\Omega} = \vec{\varepsilon} \cdot \vec{i} = \sum_{k=1}^n \varepsilon_n i_n \quad [5.9]$$

### 5.2.1.2 Détermination d'une base de découplage

Si la relation vectorielle  $\vec{\phi}_{ss} = \lambda(\vec{i})$  entre les vecteurs flux et courant statoriques reste vraie quelle que soit la base de l'espace  $E^n$  choisie, en revanche, ceci n'est pas vrai en ce qui concerne les relations matricielles entre les coordonnées de ces vecteurs. En effet, les coordonnées des vecteurs sont obtenues en projetant ces derniers sur les vecteurs générateurs de la base et on comprend aisément que si on projette les vecteurs dans une autre base les relations entre les coordonnées changeront. Or, la matrice qui caractérise le morphisme  $\lambda$  dans la base naturelle est une matrice pleine en général. De ce fait, apparaissent des couplages entre les différentes phases, couplages peu appréciés dans le cadre d'une commande.

S'il existe une base dans laquelle la matrice du morphisme  $\lambda$  est diagonale, on préférera alors, pour la commande, travailler dans cette base. La contrepartie est que les coordonnées dans cette base des vecteurs tension, courant et flux ne sont plus physiquement mesurables mais fictives.

Dans le cas de morphismes caractérisés par une matrice symétrique (ce qui est le cas de  $\lambda$ ), on est assuré de l'existence de telles bases qui assurent d'un découplage entre les différentes coordonnées. De plus ces bases sont orthogonales et les valeurs propres sont réelles.

Une base peut être déterminée en analysant la matrice inductance  $[L_s^n]$ , matrice caractéristique du morphisme  $\lambda$  entre les vecteurs flux et courant statoriques dans la base naturelle. Cette base est constituée en effet de vecteurs propres associés aux valeurs propres  $\Lambda_k$  du morphisme  $\lambda$ . On rappelle que valeurs propres  $\Lambda_k$  sont les solutions de l'équation caractéristique [5.10], dans laquelle  $[I_n]$  est la matrice identité de dimension  $n$  :

$$\det(\Lambda[I_n] - [L_s^n]) = 0 \quad [5.10]$$

Le calcul détaillé de ces valeurs propres et des vecteurs propres associés peut être trouvé dans [SEM 00] et sous une forme analogue dans [WHI 59].

Dans la nouvelle base  $B^d = \{\bar{x}_1^d, \bar{x}_2^d, \dots, \bar{x}_n^d\}$  de découplage, la matrice caractéristique  $[L_s^d]$  du morphisme  $\lambda$  est exprimée par [5.11].

$$[L_s^d] = \text{mat}(\lambda, B^d) = \begin{pmatrix} \Lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Lambda_n \end{pmatrix} \quad [5.11]$$

La matrice  $[L_s^d]$  est obtenue par changement de base classique tel que décrit par [5.12] avec  $[T_m]$  la matrice de changement de base. On rappelle que l'obtention des coefficients de la matrice  $[T_m]$  s'effectue simplement puisque, par définition, chaque colonne de  $[T_m]$  est constituée des coordonnées, dans la base naturelle, d'un des nouveaux vecteurs propres qui constituent la base de découplage orthonormée.

Ceci étant, ce n'est pas tant, dans la pratique, la matrice  $[T_m]$  qui est utile que son inverse  $[T_m]^{-1}$ . En effet, c'est plutôt la relation [5.13], permettant d'obtenir les coordonnées d'un vecteur dans la nouvelle base découplée en fonction des coordonnées dans la base naturelle qui est utilisée.

Si l'obtention de  $[T_m]^{-1}$  à partir de  $[T_m]$  n'est pas simple en général, il en est tout autrement dans notre cas puisque l'inverse est simplement identique à la transposée :  $[T_m]^{-1} = [T_m]^t$ . Cette propriété provient du fait de la symétrie de la matrice  $[L_s^n]$ , symétrie qui implique la propriété d'orthogonalité de la matrice de passage  $[T_m]$ .

De ce fait chaque ligne de  $[T_m]^{-1}$ , présentée en [5.14], est également définie par les coordonnées, dans l'ancienne base naturelle, des vecteurs propres qui constituent la nouvelle base de découplage. On précise que dans [5.14]  $\alpha = 2\pi/n$  et que dans le cas où le nombre de phases  $n$  est impair, on omettra la dernière ligne de la matrice de transformation, qui n'existe que pour  $n$  pair.

L'analyse qui vient d'être faite a pour but de bien mettre en évidence la particularité de  $[T_m]$  ou  $[T_m]^{-1}$  dont la synthèse ne provient pas d'une recherche de simplification calculatoire mais directement de l'analyse de la matrice inductances.

$$[L_s^d] = [T_m]^{-1} [L_s^n] [T_m] \quad [5.12]$$



$$\begin{pmatrix} \vec{x}_1^d \\ \vec{x}_2^d \\ \vdots \\ \vec{x}_n^d \end{pmatrix} = [T_m]^{-1} \begin{pmatrix} \vec{x}_1^n \\ \vec{x}_2^n \\ \vdots \\ \vec{x}_n^n \end{pmatrix} \quad [5.13]$$

$$[T_m]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{n}} \begin{pmatrix} 1 & \cos \alpha & \cos 2\alpha & \cos 3\alpha & \cdots & \cos 3\alpha & \cos 2\alpha & \cos \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \sin 2\alpha & \sin 3\alpha & \cdots & -\sin 3\alpha & -\sin 2\alpha & -\sin \alpha \\ 1 & \cos 2\alpha & \cos 4\alpha & \cos 6\alpha & \cdots & \cos 6\alpha & \cos 4\alpha & \cos 2\alpha \\ 0 & \sin 2\alpha & \sin 4\alpha & \sin 6\alpha & \cdots & -\sin 6\alpha & -\sin 4\alpha & -\sin 2\alpha \\ 1 & \cos 3\alpha & \cos 6\alpha & \cos 9\alpha & \cdots & \cos 9\alpha & \cos 6\alpha & \cos 3\alpha \\ 0 & \sin 3\alpha & \sin 6\alpha & \sin 9\alpha & \cdots & -\sin 9\alpha & -\sin 6\alpha & -\sin 3\alpha \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos(n-2)\alpha & \cos 2(n-2)\alpha & \cos 3(n-2)\alpha & \cdots & \cos 3(n-2)\alpha & \cos 2(n-2)\alpha & \cos(n-2)\alpha \\ 0 & \sin(n-2)\alpha & \sin 2(n-2)\alpha & \sin 3(n-2)\alpha & \cdots & -\sin 3(n-2)\alpha & -\sin 2(n-2)\alpha & -\sin(n-2)\alpha \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \cdots & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad [5.14]$$

Outre les relations [5-11] à [5-14], certaines propriétés du morphisme  $\lambda$  sont très utiles. En effet, du fait de la circularité de la matrice des inductances  $[L_s^n]$ , les valeurs propres  $\Lambda_k$  de  $\lambda$  sont en général « doubles », c'est-à-dire qu'on peut leur associer deux vecteurs propres indépendants. Seule une des valeurs propres est « simple » (i.e. associée à un seul vecteur propre) dans le cas d'un nombre de phases  $n$  impair, et deux le sont dans le cas d'un nombre de phases  $n$  pair.

Ainsi ces dernières propriétés permettent de justifier, pour la commande, l'intérêt des couplages étoile pour les machines à nombre impair de phases et les couplages multi-étoile pour les machines à nombre pair de phases. En effet, ces couplages permettent de s'assurer que les courants associés aux valeurs propres simples (dits aussi courants homopolaires) sont rigoureusement nuls.

Enfin, c'est la présence d'une valeur propre double, plus connue sous le nom d'inductance cyclique, qui a permis d'introduire la notion, bien acceptée dans le cas triphasé, de machine diphasée équivalente.

### 5.2.1.3 Equations dans une base de découplage et flux énergétiques indépendants

Au paragraphe 5.2.1.2 on a montré qu'il était possible de déterminer une base de découplage orthonormée dans laquelle la matrice inductances  $[L_s^d]$  est diagonale. De

plus, on a admis que les valeurs propres de cette matrice étaient doubles pour la plupart (sauf une simple dans le cas  $n$  impair et deux simples dans le cas  $n$  pair).

L'espace vectoriel de départ peut-être donc décomposé en une somme de sous-espaces vectoriels de dimension 2 ou 1, chacun associé à une valeur propre  $\Lambda_k$  de  $[L_s^d]$  double ou simple. Ces sous-espaces, dits aussi espaces propres du morphisme  $\lambda$ , ont la particularité d'être orthogonaux entre eux car tous les vecteurs propres du morphisme  $\lambda$  sont orthogonaux entre eux. Un vecteur  $\vec{g}$  appartenant à l'espace vectoriel  $E^n$  peut donc être décomposé en une somme unique de vecteurs de dimension 1 ou 2, chacun appartenant à un sous-espace vectoriel propre  $E^{se}$  de dimension 1 ou 2. Ces derniers vecteurs sont obtenus par projection orthogonale du vecteur  $\vec{g}$  sur chacun des sous-espaces  $E^{se}$ .

Appliquée à l'équation en tension [5.4], cette décomposition mène à [5.15] dans laquelle  $N$  est le nombre de sous-espaces  $E^{se}$ .

$$\vec{v} = \sum_{m=1}^N \vec{v}_k^d = \sum_{m=1}^N \left( R_s \vec{i}_m^d + \Lambda_m \cdot \left( \frac{d\vec{i}_m^d}{dt} \right)_{/B^d} + \vec{e}_m^d \right) \quad [5.15]$$

Si on cherche à présent le couple électromagnétique à partir d'un bilan de puissance, il vient, en se souvenant que les sous-espaces propres  $E^{se}$  sont orthogonaux entre eux, la relation [5.16].

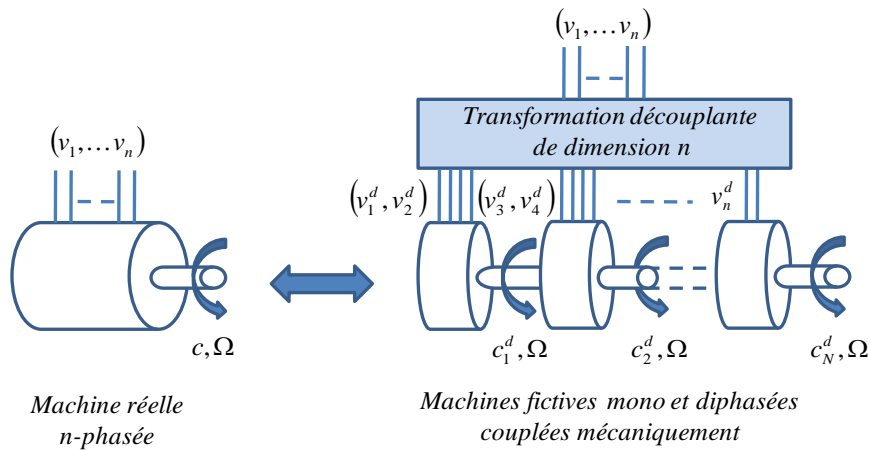
$$\begin{aligned} p = \vec{v} \cdot \vec{i} &= \left( \sum_{m=1}^N \vec{v}_k^d \right) \cdot \left( \sum_{m=1}^N \vec{i}_k^d \right) = \sum_{m=1}^N \left( \vec{v}_k^d \cdot \vec{i}_k^d \right) \\ &= \sum_{m=1}^N \left( R_s \left( \vec{i}_m^d \right)^2 + \Lambda_k \cdot \left( \frac{d\vec{i}_m^d}{dt} \right)_{/B^d} \cdot \vec{i}_m^d + \vec{e}_m^d \cdot \vec{i}_m^d \right) \end{aligned} \quad [5.16]$$

Dans [5.16] on voit apparaître successivement un terme que l'on associe aisément à des pertes Joule, un autre au stockage d'énergie magnétique et enfin un dernier terme à la conversion électromécanique. En explicitant ce dernier terme selon [5.17], il apparaît que l'énergie mécanique totale de la machine est somme de  $N$  énergies mécaniques associées chacune à un sous-espace  $E^{se}$ . Il est donc possible de considérer que le couple fourni par la machine réelle est égal à la somme des couples fournis par  $N$  machines fictives. Chacune de ces machines est caractérisée par sa résistance  $R_s$ , son inductance  $\Lambda_k$  et son vecteur force électromotrice  $\vec{e}_m^d$ . Selon la dimension de l'espace propre auquel elle est associée, la machine fictive sera soit monophasée, soit diphasée. Ces machines tournent toutes à la même vitesse. Elles peuvent donc être considérées comme mécaniquement accouplées.

$$c = \sum_{m=1}^N c_m^d = \sum_{m=1}^N \frac{\vec{e}_m^d \cdot \vec{i}_m^d}{\Omega} = \sum_{m=1}^N \vec{e}_m^d \cdot \vec{i}_m^d \quad [5.17]$$

La figure 5.2, illustre l'équivalence entre une machine n-phasée et un ensemble de machines monophasées et diphasées fictives.

Il est à noter que si l'on peut trouver une infinité de transformations de type  $T_m$ , il n'existe par contre qu'une seule et unique décomposition en machines fictives (mathématiquement, la décomposition d'un vecteur sur les espaces propres du morphisme  $\lambda$ ). Cette unicité mise en évidence constitue un point fort de l'approche vectorielle par rapport aux approches matricielles utilisant des transformations dont le nombre est infini. Bien entendu cette décomposition peut être aussi appliquée au cas triphasé : la machine triphasée est a priori équivalente à deux machines, l'une monophasée et l'autre diphasée. Nous verrons pourquoi seule la machine diphasée est conservée lorsque la machine est couplée en étoile.



**Figure 5.2.** *Équivalence entre une machine n-phasée et un ensemble de machines fictives mono et diphasées couplées mécaniquement*

#### 5.2.1.4 Propriétés harmoniques fondamentales des machines fictives

Le concept de machines fictives permet de transformer la machine réelle, dont les phases sont couplées magnétiquement, en une somme de machines fictives monophasées ou diphasées découplées magnétiquement. On montre de plus dans ce paragraphe que les grandeurs associées à une machine fictive sont composées d'un groupe harmonique des grandeurs de la machine réelle. Cet aspect est fondamental pour élaborer la commande de la machine ou lors de sa phase de conception,

particulièrement dans le cas de machines tolérantes aux fautes. Chaque machine fictive possède ses caractéristiques propres qu'il convient de connaître afin de bien la concevoir et commander.

#### 5.2.1.4.1 Groupes harmoniques caractéristiques

Soit  $\vec{g}$  un vecteur grandeur associée à la machine réelle. On suppose que chacune des coordonnées du vecteur grandeur est périodique de période  $2\pi/p$ , c'est-à-dire décomposable en une série de Fourier. On définit enfin  $\theta$  comme l'angle mécanique entre le rotor et le stator.

$$\vec{g} = \sum_{k=1}^n g_k \vec{x}_k^n \quad [5.18]$$

Avec :

$$g_k = \sum_{h=1}^{\infty} g_h^{\max} \sin\left(h\left(p\theta - (k-1)\frac{2\pi}{n}\right)\right) \quad [5.19]$$

On calcule les coordonnées des vecteurs grandeur associée aux machines fictives par projection du vecteur grandeur sur les différents sous-espaces  $E^{se}$  associés aux machines fictives. On trouvera les détails des calculs dans [KES 03] dont on ne rappelle ci-dessous que l'idée de base.

Supposons qu'un sous-espace associé à la machine fictive numéro  $m$  ( $m \in \{1, N\}$ ) soit engendré par les vecteurs  $\{\vec{x}_{2m-1}^d, \vec{x}_{2m}^d\}$  de la base de découplage  $B^d$ , définis, on le rappelle, par [5.13] et qui correspondent aux lignes de la matrice  $[T_m]^{-1}$  donnée par [5-14]. L'équation [5.20] rappelle que la projection  $\vec{g}_{2m-1}^d$  du vecteur grandeur  $\vec{g}$  s'obtient par de simples produits scalaires.

$$\vec{g}_{2m-1}^d = \left(\vec{g} \cdot \vec{x}_{2m-1}^d\right) \vec{x}_{2m-1}^d + \left(\vec{g} \cdot \vec{x}_{2m}^d\right) \vec{x}_{2m}^d = g_{2m-1}^d \vec{x}_{2m-1}^d + g_{2m}^d \vec{x}_{2m}^d \quad [5.20]$$

Dans [KES 03] et [SEM 04-a] on montre que les coordonnées du vecteur grandeur exprimées dans la base générant un sous-espace (ou une machine fictive) sont composées d'un groupe harmonique des grandeurs de la machine réelle. Concernant la présence de familles d'harmoniques, on retrouve un résultat énoncé par E. Klingshirn dans [KLI 83] dans le cadre de l'alimentation en régime permanent d'une machine asynchrone polyphasée par onduleur de tension en mode pleine onde.

Les équations [5.21] et [5.22] donnent l'expression des coordonnées du vecteur  $\vec{g}_{2m-1}^d$  dans un sous-espace propre. Dans ces équations, les rangs d'harmonique (supposés positifs) qui apparaissent pour la machine fictive numéro  $m$  sont  $h = nl + \sigma m$ , avec  $\sigma = \{-1, 0, +1\}$  et  $l \in \mathbb{Z}$ . Par ailleurs  $\sigma$  permet de prendre en compte si un vecteur est homopolaire ( $\sigma = 0$ ), tournant dans le sens direct ( $\sigma = +1$ ) ou tournant dans le sens inverse ( $\sigma = -1$ ).

$$g_{2m-1}^d = \sqrt{\frac{n}{2}} \left( \sum_{l=0}^{l=\infty} g_h^{\max} \sin(hp\theta) \right) \text{ avec } h = nl + \sigma m \quad [5.21]$$

$$g_{2m}^d = -\sqrt{\frac{n}{2}} \left( \sum_{l=0}^{l=\infty} \sigma g_h^{\max} \cos(hp\theta) \right) \text{ avec } h = nl + \sigma m \quad [5.22]$$

Le tableau 1 résume les groupes harmoniques associés aux machines triphasée, pentaphasée et heptaphasée. On trouvera dans [SEM 03-a] traité le cas de la machine à six phases double étoile, dite double triphasée. On qualifie de principale la machine fictive associée au premier harmonique, secondaire celle associée à l'harmonique 2, tertiaire celle associée à l'harmonique 3, ..., et enfin homopolaire celle associée à l'harmonique  $n$ . Dans le cas d'une machine fictive monophasée ( $\sigma = 0$ ) on substituera le coefficient  $\sqrt{\frac{n}{2}}$  par  $\sqrt{n}$ .

	Machine Triphasée	Machine Pentaphasée	Machine Heptaphasée
Machine principale	$m=1, \sigma = \pm 1$ $h=1, 2, 4, 5, 7, \dots$	$m=1, \sigma = \pm 1$ $h=1, 4, 6, 9, 11, \dots$	$m=1, \sigma = \pm 1$ $h=1, 6, 8, 13, 15, \dots$
Machine secondaire	Inexistant	$m=2, \sigma = \pm 1$ $h=2, 3, 7, 8, 12, \dots$	$m=2, \sigma = \pm 1$ $h=2, 5, 9, 12, 16, \dots$
Machine Tertiaire	Inexistant	Inexistant	$m=3, \sigma = \pm 1$ $h=3, 4, 10, 11, 17, \dots$
Machine homopolaire	$m=2, \sigma = 0$ $h=0, 3, 6, 9, \dots$	$m=3, \sigma = 0$ $h=0, 5, 10, 15, \dots$	$m=4, \sigma = 0$ $h=0, 7, 14, 21, \dots$

**Tableau 1.** Tableau récapitulatif des groupes harmoniques associés aux machines triphasée, pentaphasée et heptaphasée

Par exemple, les harmoniques 1 et 2 associés à une machine pentaphasée créent des vecteurs tournants dans le sens direct, 3 et 4 dans le sens inverse, 6 et 7 dans le sens direct, etc...

On retrouve les résultats bien connus pour la machine triphasée. Les harmoniques impairs de force électromotrice de rang 5 (inverse) et de rang 7 (direct) induisent par interaction avec le premier harmonique de courant (direct) des pulsations de couple de rang 6. De même, les harmoniques de rang 11 (inverse) et 13 (direct) induisent des pulsations de couples de rang 12.

Pour une machine pentaphasée, les harmoniques de rang 9 (inverse) et 11 (direct) induisent par interaction par le premier harmonique de courant des pulsations de couple de rang 10. Les harmoniques de rang impair 7 (direct) et 13 (inverse) interagissent avec l'harmonique de rang 3 (inverse) pour créer des pulsations de couple de rang 10.

Il est à noter qu'en général les harmoniques de rang pair sont par construction nuls dans les machines sauf cas particulier de dissymétrie de pôles. De ce fait leur cas n'a pas été développé.

#### 5.2.1.4.2 Relation entre harmoniques de FEM et couple produit par une machine fictive

Si on applique la transformation grandeurs réelles vers grandeurs découplées aux forces électromotrices d'une machine possédant  $n$  phases, on peut formuler différentes remarques :

- Si les FEM de la machine réelle sont sinusoïdales, seule la machine fictive principale possède une FEM. Dans ce cas, d'après [5.17], seule cette machine fictive peut produire un couple.
- Si le nombre de phases de la machine est impair, les harmoniques de FEM de la machine réelle de rang multiple du nombre de phases ( $h=an$ ,  $a$  entier), ne peuvent pas fournir un couple constant. En effet, ces harmoniques sont affectés à la machine fictive monophasée dite homopolaire. Cette remarque justifie en partie l'utilisation quasi-systématique du couplage étoile entre les phases qui assure un courant nul dans la machine homopolaire.
- Si les FEM de la machine réelle ne comportent que des harmoniques impairs dont le rang  $h$  est inférieur ou égal au nombre de phases  $n$ , les machines fictives possèdent des FEM sinusoïdales (ou certaines nulles si  $h < n$ ).
- Si les FEM de la machine réelle comportent plus d'harmoniques que le nombre de phases, il existe au moins une machine fictive possédant des FEM non sinusoïdales.

## 22 Commandes d'actionneurs électriques synchrones et spéciaux

On constatera que ces remarques prennent toute leur importance lors de l'élaboration de la commande de la machine.

### 5.2.1.4.3 Inductances et constantes de temps électriques des machines fictives : impact des harmoniques

Si l'on peut se contenter, avec une précision satisfaisante, d'estimer la valeur des inductances d'une machine triphasée à pôles lisses, non saturée et couplée en étoile en considérant que les forces magnétomotrices sont sinusoïdales, on montre dans ce paragraphe qu'il est impératif de prendre en compte les harmoniques de forces magnétomotrices lors de l'estimation des inductances d'une machine polyphasée. Dans le cas contraire, on commettra une erreur considérable sur l'estimation des constantes de temps électriques associées aux machines fictives, paramètres nécessaires à l'élaboration correcte du système d'alimentation de la machine et au réglage des asservissements associés.

L'équation [5.23] rappelle dans un premier temps, l'expression analytique de l'inductance entre les phases  $j$  et  $k$  en considérant des forces magnétomotrices sinusoïdales [LOU 04-d] [WHI 59]:

$$L_{jk} = \frac{2\mu_0(k_s N_s)^2 DL}{\pi e} \cos(\delta_{jk}) + l_{fuites} \quad [5.23]$$

Avec :

- $\mu_0$  : la perméabilité de l'air
- $k_s$  : le coefficient de bobinage
- $N_s$  : le nombre total de spires d'une bobine (avec  $p$  bobines par phase)
- $D$  : le diamètre d'alésage du stator
- $L$  : la longueur utile du stator
- $e$  : l'épaisseur de l'entrefer magnétique (air+aimants)
- $\delta_{jk} = \frac{2\pi(j-k)}{n}$  : l'angle séparant les phases  $j$  et  $k$
- $l_{fuites}$  : l'inductance de fuites (considérée généralement nulle si  $j \neq k$ )

Dans ce cas, le calcul des inductances associées aux machines fictives mène aux conclusions suivantes :

- l'inductance associée à la machine fictive principale (ou inductance cyclique)

est  $\Lambda_1 = \frac{n}{2} L + l_{fuites}$ , avec  $L$  l'inductance propre d'une phase ( $j=k$  dans [5.23])

– les inductances associées aux autres machines fictives sont  $\Lambda_m = l_{fuites}$ ,  $m \geq 2$

Ainsi on conclut qu'une machine polyphasée à forces magnétomotrices sinusoïdales possédant peu de fuites n'est pas une « bonne » machine comme on l'entend dans le cas de la machine triphasée couplée en étoile. En effet, certaines machines fictives ont alors des inductances très faibles (car uniquement égales à l'inductance de fuites) et nécessiteront de ce fait que la machine soit alimentée par des onduleurs de tension dont la fréquence de hachage est très élevée. Si cette condition n'est pas respectée on observe des courants parasites de fortes amplitudes induits par la Modulation de Largeur d'Impulsion.

De façon corollaire, modéliser une machine polyphasée en faisant l'hypothèse systématique que les forces magnétomotrices sont sinusoïdales peut amener à commettre des erreurs assez importantes sur l'évaluation des inductances associées aux machines fictives [SEM 03-b] [LOC 06]. Cette erreur mène à largement surdimensionner le système d'alimentation et à mal régler les correcteurs de courants associés.

Si l'on prend en compte les harmoniques de forces magnétomotrices, il faut ajouter à l'inductance fondamentale exprimée par [5.23] la contribution due aux harmoniques. Le système magnétique étant considéré linéaire, il suffit d'appliquer un théorème de superposition. Les inductances associées à la machine réelle s'expriment alors par [5.24] dans laquelle  $q$  sont les rangs harmoniques de la force magnétomotrice retenus.

$$L_{jk} = \sum_q L^q \cos(q\delta_{jk}) + l_{fuites} \quad [5.24]$$

Dans le cas particulier, mais relativement répandu pour les machines polyphasées, d'enroulements concentrés à pas diamétraux (logés dans uniquement deux encoches et séparés d'un pas polaire) l'inductance harmonique  $L^q$  s'exprime par [5.25].

$$L^q = \frac{1}{q^2} \frac{2\mu_0 N_s^2 DL}{\pi e}, q \text{ impair} \quad [5.25]$$

Si l'on considère les harmoniques de forces magnétomotrices, l'expression de l'inductance associée à la machine fictive numéro  $m$  est donnée par [5.26]. Les rangs harmoniques  $h$  à considérer suivant la machine fictive retenue sont consignés dans le Tableau 1.



$$\Lambda_m = \frac{n}{2} \sum_h L^h + l_{fuites} \quad [5.26]$$

Dans [5.26] on rappelle que  $h = nl + \sigma m$  avec  $l$  entier et  $m$  numéro de la machine fictive concernée.

D'après [5.26], on conclut que les inductances associées aux machines fictives autres que la machine fictive principale, ne sont plus seulement égales à l'inductance de fuites mais aussi à un groupe d'inductances harmoniques particulier. Ainsi l'existence d'harmoniques de forces magnétomotrices permet d'accroître la constante de temps électrique d'une machine fictive et autorise l'utilisation d'une fréquence de découpage plus faible en cas d'alimentation par onduleur de tension.

C'est cette approche multi-harmonique qui différencie fondamentalement les résultats présentés dans ce chapitre de ceux présents dans le chapitre IX de [WHI 59] pour lesquels une approche au premier harmonique seul était utilisée pour modéliser les machines polyphasées. Cette approche au premier harmonique avait comme corollaire le fait que seule la machine diphasée associée au premier harmonique était susceptible de produire du couple et que les autres machines diphasées et monophasées se réduisaient à des circuits caractérisés par l'inductance de fuite de la machine et la résistance statorique.

On retiendra par contre avec l'approche proposée que plusieurs machines fictives peuvent contribuer à la production de couple (moyen mais aussi pulsatoire) mais aussi qu'il y a des contraintes de conception pour qu'une machine polyphasée puisse être alimentée par des onduleurs de tension dont la fréquence de MLI n'est pas trop élevée : il est nécessaire dès la conception de tenir compte des harmoniques dont l'impact n'est plus un phénomène du second ordre par rapport à l'alimentation par onduleur de tension [SCU 09].

#### 5.2.1.4 Exemples

##### 5.2.1.4.1 Machine triphasée

On considère dans ce paragraphe un exemple classique de machine synchrone triphasée à FEM sinusoïdales et munie d'enroulements statoriques répartis tels qu'ils engendrent une force magnétomotrice à répartition spatiale sinusoïdale.

On associe à la machine un espace vectoriel de dimension 3 munie d'une base orthonormée naturelle  $B^n = \{\vec{x}_1^n, \vec{x}_2^n, \vec{x}_3^n\}$ . L'équation vectorielle en tension de cette machine est donnée par [5.4] où la matrice inductance, caractéristique de l'application linéaire  $\lambda$ , et le vecteur FEM sont détaillés par [5.27] et [5.28].

$$[L_s^n] = L \begin{pmatrix} 1 + \frac{l_{fuites}}{L} & \cos \frac{2\pi}{3} & \cos \frac{2\pi}{3} \\ \cos \frac{2\pi}{3} & 1 + \frac{l_{fuites}}{L} & \cos \frac{2\pi}{3} \\ \cos \frac{2\pi}{3} & \cos \frac{2\pi}{3} & 1 + \frac{l_{fuites}}{L} \end{pmatrix} \quad [5.27]$$

$$\bar{e} = \varepsilon_{\max} \Omega \left( \sin(p\theta) \bar{x}_1^n + \sin\left(p\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \bar{x}_2^n + \sin\left(p\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \bar{x}_3^n \right) \quad [5.28]$$

Si on applique la transformation de Concordia exprimée par [5.29], déterminée par [5.14] dans le cas où  $n=3$ , la machine réelle de grandeurs référencées  $(1, 2, 3)$  se décompose en deux machines fictives : une machine diphasée, dite principale, référencée  $(\alpha, \beta)$  et une machine monophasée homopolaire, référencée  $z$ . L'expression des vecteurs de la nouvelle base est donnée en fonction des vecteurs de la base naturelle par [5.30].

$$[T_{33}]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & \cos \frac{2\pi}{3} & \cos \frac{2\pi}{3} \\ 0 & \sin \frac{2\pi}{3} & -\sin \frac{2\pi}{3} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} g_\alpha \\ g_\beta \\ g_z \end{pmatrix} = [T_{33}]^{-1} \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix}, g = \{v, i, e\} \quad [5.29]$$

$$\begin{cases} \bar{x}_\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( \bar{x}_1 + \cos \frac{2\pi}{3} \bar{x}_2 + \cos \frac{2\pi}{3} \bar{x}_3 \right) \\ \bar{x}_\beta = \sqrt{\frac{2}{3}} \left( \sin \frac{2\pi}{3} \bar{x}_2 - \sin \frac{2\pi}{3} \bar{x}_3 \right) \\ \bar{x}_z = \sqrt{\frac{1}{3}} (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3) \end{cases} \quad [5.30]$$

Les équations vectorielles en tension associées aux machines fictives sont données par [5.31]. Enfin, leurs grandeurs caractéristiques par [5.32] et [5.33].

$$\begin{cases} \vec{v}_{\alpha\beta} = R_s \vec{i}_{\alpha\beta} + \Lambda_{\alpha\beta} \left( \frac{d\vec{i}_{\alpha\beta}}{dt} \right)_{/B^n} + \vec{e}_{\alpha\beta} \\ \vec{v}_z = R_s \vec{i}_z + \Lambda_z \left( \frac{d\vec{i}_z}{dt} \right)_{/B^n} + \vec{e}_z \end{cases} \quad [5.31]$$

$$[L_s^d] = \begin{bmatrix} \Lambda_{\alpha\beta} = \frac{3}{2}L + l_{fuites} & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_{\alpha\beta} & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_z = l_{fuites} \end{bmatrix} \quad [5.32]$$

$$\begin{cases} \vec{e}_{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{3}{2}} \varepsilon_{\max} \Omega (\sin(p\theta) \vec{x}_\alpha - \cos(p\theta) \vec{x}_\beta) \\ \vec{e}_z = 0 \vec{x}_z \end{cases} \quad [5.33]$$

L'examen des grandeurs caractéristiques des machines fictives nous renseigne sur leurs particularités. Seule la machine fictive principale peut fournir un couple, ses FEM étant sinusoïdales et non nulles. Sa constante de temps électrique,  $\left(\frac{3}{2}L + l_{fuites}\right) / R_s$ , permet de déterminer la fréquence de découpage de l'onduleur de tension associé. La machine fictive homopolaire, quant à elle, ne possède pas de FEM et ne peut donc fournir un couple. Son alimentation ne pourrait donc que générer des pertes. De toute façon, même si elle possédait une FEM non nulle liée notamment à la présence d'harmonique de rang trois, elle pourrait certes fournir un couple de valeur moyenne non nulle [GRE 94] mais qui comporterait, du fait de son caractère monophasé, une composante pulsatoire importante qu'il serait alors nécessaire de compenser par la machine diphasée. Enfin, sa constante de temps électrique, de faible valeur  $l_{fuites} / R_s$ , exigerait une alimentation par un onduleur de tension de fréquence de hachage très élevée.

Ces conclusions amènent un argument supplémentaire pour un couplage quasi-systématique des machines triphasées, couplage qui assurera de façon matérielle permanente la non-alimentation de la machine homopolaire. L'argument principal économique est celui d'utiliser trois bras au lieu de six.

5.2.1.4.1 Machine pentaphasée

Dans ce paragraphe, on illustre les notions précédemment introduites, par le biais d'une machine synchrone pentaphasée à aimants permanents déposés en surface et bobinages concentrés à pas diamétral. La figure 5.3 montre une photographie de la machine avant montage ainsi qu'une vue schématique en coupe.

On associe à la machine un espace vectoriel de dimension 5 munie d'une base orthonormée naturelle  $B^n = \{ \vec{x}_1^n, \vec{x}_2^n, \vec{x}_3^n, \vec{x}_4^n, \vec{x}_5^n \}$ . L'équation vectorielle en tension de cette machine est donnée par [5.4] où la matrice inductances, caractéristique de l'application linéaire  $\lambda$ , et le vecteur FEM sont détaillés par [5.34] et [5.35]. On notera que  $L$  correspond à l'inductance propre d'une phase,  $M_1$  à l'inductance mutuelle entre deux phases déphasées de  $2\pi/5$  et  $M_2$  à l'inductance mutuelle entre deux phases déphasées de  $4\pi/5$ .

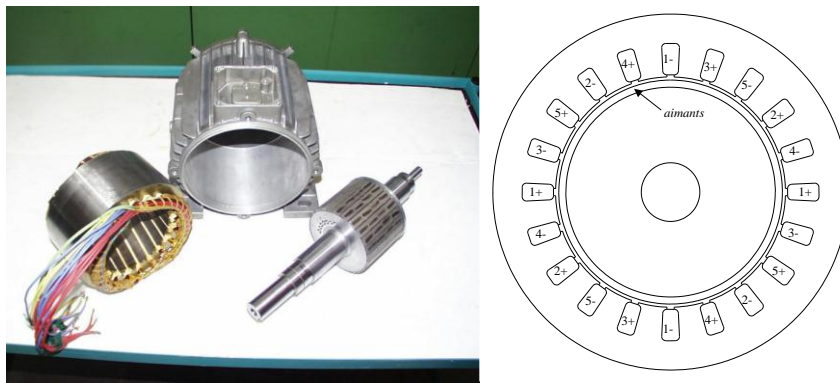


Figure 5.3. Vues de la machine démontée et en coupe

Enfin, le tableau 2 donne le contenu harmonique relatif des FEM de la machine pentaphasée considérée.

$$\begin{bmatrix} L_s^n \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} L & M_1 & M_2 & M_2 & M_1 \\ M_1 & L & M_1 & M_2 & M_2 \\ M_2 & M_1 & L & M_1 & M_2 \\ M_2 & M_2 & M_1 & L & M_1 \\ M_1 & M_2 & M_2 & M_1 & L \end{pmatrix} \quad [5.34]$$

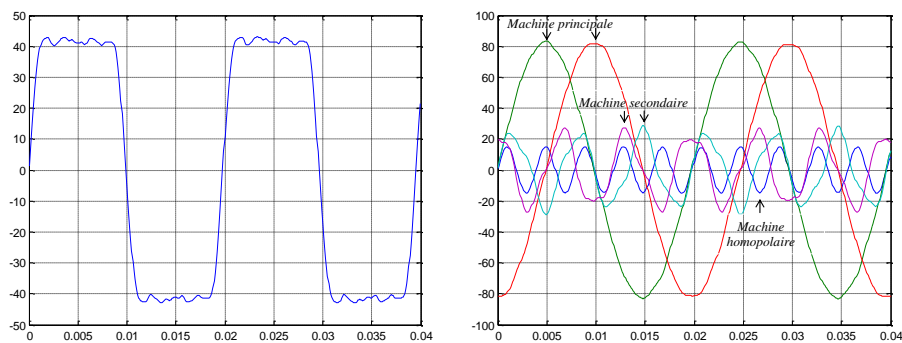
$$\bar{e} = \Omega \cdot \sum_{k=1}^n \left( \sum_{h=1}^{\infty} \varepsilon_{\max}^h \sin \left( h \left( p\theta - (k-1) \frac{2\pi}{n} \right) \right) \bar{x}_k^n \right) \quad [5.35]$$

Harmonique	$h=1$	$h=3$	$h=5$	$h=7$	$h=9$
Taux relatif	100%	28,5%	12,4%	5,1%	1,7%

**Tableau 2.** Contenu harmonique relatif des FEM de la machine pentaphasée considérée

En appliquant la transformation de Concordia de dimension cinq à la machine pentaphasée, on montre que la machine réelle est équivalente à l'association de trois machines fictives : une machine fictive diphasée dite « principale », une machine fictive diphasée dite « secondaire » et une machine fictive monophasée dite « homopolaire ». Chacune de ces machines fictives est caractérisée par un groupe harmonique des grandeurs associées à la machine réelle. On retrouvera ces groupes à l'aide du Tableau 1.

On s'intéresse tout d'abord à la propriété de répartition des harmoniques de FEM au sein des machines fictives. La figure 5.4 montre un relevé d'une des FEM de la machine réelle et des FEM des machines fictives associées à 1500 tr/min. On vérifie que les FEM des machines fictives sont majoritairement composées du fondamental et de l'harmonique 9 des FEM réelles pour la machine principale, des harmoniques de rangs 3 et 7 pour la machine secondaire et enfin de l'harmonique de rang 5 pour la machine homopolaire. On conclut alors que chacune de ces machines peut fournir un couple. Bien entendu à amplitude donnée des courants dans les machines fictives, le couple généré est supérieur pour la machine principale que pour les machines secondaire et homopolaire.



**Figure 5.4.** FEM de la machine réelle (droite) et des machines fictives (gauche) à 1500tr/min

On s'intéresse à présent aux inductances associées aux machines fictives. L'équation [5.36] donne la matrice inductances  $[L_s^d]$  de la machine dans la base de découplage.  $\Lambda_p$ ,  $\Lambda_s$  et  $\Lambda_z$  représentent respectivement les inductances associées aux machines principale, secondaire et homopolaire.

$$[L_s^d] = \begin{pmatrix} \Lambda_p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Lambda_z \end{pmatrix} \quad [5.36]$$

Si l'on ne considère que le fondamental de la force magnétomotrice, les inductances associées aux machines fictives, dont les calculs sont issus de l'équation [5.23], sont :

$$\begin{cases} \Lambda_p = 2,59mH \\ \Lambda_s = 0,348mH \\ \Lambda_z = 0,348mH \end{cases} \quad [5.37]$$

Si l'on prend maintenant en compte les harmoniques 1, 3 et 5 de la force magnétomotrice statorique, ces inductances, issues des calculs provenant des équations [5.24] et [5.25], deviennent :

$$\begin{cases} \Lambda_p = 2,59mH \\ \Lambda_s = 0,597mH \\ \Lambda_z = 0,438mH \end{cases} \quad [5.38]$$

Comme exposé au paragraphe 2.1.4.3, l'hypothèse qui consiste à ne considérer que le fondamental de la force magnétomotrice mène à de fortes erreurs concernant l'évaluation des inductances associées aux machines fictives secondaire et homopolaire. Ces erreurs conduisent, lors du dimensionnement de la fréquence de hachage de l'onduleur, à un surdimensionnement inutile du système d'alimentation de la machine, notamment de la puissance apparente de l'onduleur. On remarquera néanmoins que même en considérant les harmoniques, le rapport entre l'inductance de la machine principale et celle de la machine secondaire,  $\Lambda_p / \Lambda_s = 4,3$ , est encore élevé dans le cas de cette machine pentaphasée.

D'un autre point de vue, si on imagine que la machine avait été conçue de façon à présenter des fuites magnétiques faibles et un seul harmonique de force magnétomotrice (et donc de force électromotrice) alors la détermination de la fréquence de Modulation de Largeur d'Impulsions à partir de la seule constante de temps de la machine principale mènerait à l'observation en pratique de courants parasites d'amplitude très élevée.

Enfin dans la mesure où l'inductance liée à la machine homopolaire est la plus faible, le couplage en étoile permettra de s'assurer qu'au moins dans la machine homopolaire il n'y ait pas de courant. Il ne restera plus qu'à contrôler les courants dans la machine secondaire.

### **5.2.2. L'onduleur de tension vu de la machine**

Ce paragraphe reprendra, pour le modèle d'un onduleur à n-bras, des résultats principaux de [KES 09-a] «Commande rapprochée des convertisseurs statiques» rédigé par les mêmes auteurs dans la même collection.

Rappelons que la fonction de l'onduleur est d'appliquer à la machine électrique les tensions calculées par la commande. Plus précisément, sachant que l'on se place dans le cadre d'une commande en Modulation de la Largeur des Impulsions (MLI), on cherche à appliquer des tensions dont les valeurs moyennes correspondent à celles calculées par la commande. Les tensions réelles seront en réalité composées d'une composante « moyenne glissante » et d'une tension « de bruit », bruit que se chargera de filtrer le circuit inductif de la machine. On obtiendra alors les courants moyens désirés qui sont à l'origine du couple électromagnétique moyen développé par la machine.

Selon les stratégies de commande rapprochées de l'onduleur, les tensions de bruit pourront être notablement différentes même si la valeur moyenne de tension est la même. Ces tensions de bruit induiront des courants parasites dont les amplitudes viendront s'ajouter au courant moyen « utile ». Lorsque l'amplitude de ces courants de bruit devient importante alors ces courants deviennent dimensionnant pour le choix des calibres des transistors de l'onduleur de tension. Pour les machines à plus de trois phases il a été vu au paragraphe 5.2.1.4 qu'il y avait, contrairement à la machine triphasée couplée en étoile sans neutre sorti, plusieurs circuits inductifs (un par machine fictive). L'examen des tensions fictives qu'impose l'onduleur dans chaque machine fictive, tant pour sa composante moyenne que pour sa composante de « bruit », est donc fondamental afin de contrôler les courants moyens mais surtout parasites de la machine réelle.

A ce niveau, deux cas sont à distinguer, cas que l'on retrouve déjà pour la machine triphasée : à savoir que selon la façon dont sont couplées les phases d'une machine, une machine fictive peut être dépendante ou non de l'onduleur de tension. Pour cette raison nous présenterons le cas de l'onduleur de tension à trois bras avec une approche qui se généralise aisément au cas d'un onduleur à  $n$  bras alimentant une machine à  $n$  phases.

5.2.2.1. Onduleur à trois bras vu de la machine triphasée couplée en étoile

On considère dans ce paragraphe une machine triphasée supposée couplée en étoile respectant les hypothèses générales énoncées au début de ce chapitre et celle plus particulière du paragraphe 2.1.4.1 (forces magnétomotrices et électromotrices sinusoïdales).

Afin de mettre en exergue la problématique des courants parasites, nous supposons que le neutre  $N'$  de la machine est physiquement relié au point neutre  $N$  de l'onduleur par une impédance de type capacitive. Si on considère la capacité nulle on retrouvera le cas idéal et le point  $N$  n'aura pas d'existence réelle. La capacité permet de modéliser grossièrement l'impédance des circuits de mise à la terre de la machine et de l'onduleur. On trouve ce type de modélisation lorsqu'on s'intéresse par exemple aux courants parasites passant par les roulements de la machine [DAH 08] dont une des origines est liée aux composantes homopolaires des tensions imposées par l'onduleur [LEE 01].

La figure 5.5 montre la topologie d'alimentation classique de la machine triphasée : phases couplées en étoile et alimentées par un onduleur à trois bras.

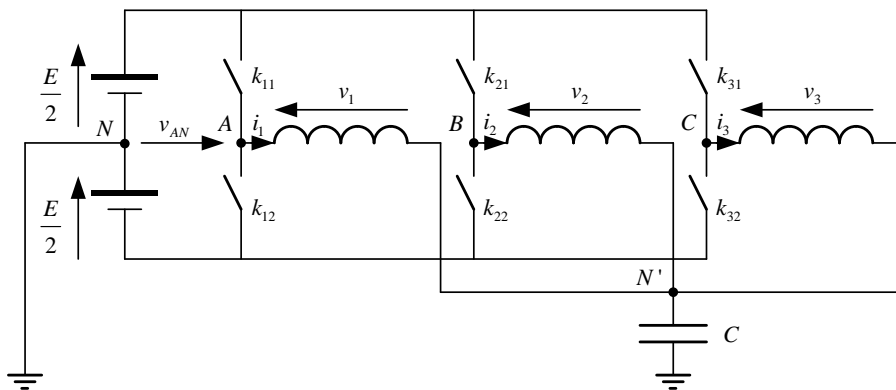


Figure 5.5. Machine triphasée couplée en étoile alimentée par un onduleur à trois bras



Les huit combinaisons possibles des interrupteurs  $k_{ij}$  permettent de générer les huit vecteurs tension onduleur  $\vec{v}_k^{ond} = v_{AN}\vec{x}_1^n + v_{BN}\vec{x}_2^n + v_{CN}\vec{x}_3^n$  détaillés par [5.39].

$$\begin{aligned}
\vec{v}_{N0} &= -\frac{E}{2}\vec{x}_1^n - \frac{E}{2}\vec{x}_2^n - \frac{E}{2}\vec{x}_3^n & \vec{v}_{N1} &= -\frac{E}{2}\vec{x}_1^n - \frac{E}{2}\vec{x}_2^n + \frac{E}{2}\vec{x}_3^n \\
\vec{v}_{N2} &= -\frac{E}{2}\vec{x}_1^n + \frac{E}{2}\vec{x}_2^n + \frac{E}{2}\vec{x}_3^n & \vec{v}_{N3} &= -\frac{E}{2}\vec{x}_1^n + \frac{E}{2}\vec{x}_2^n - \frac{E}{2}\vec{x}_3^n \\
\vec{v}_{N4} &= +\frac{E}{2}\vec{x}_1^n - \frac{E}{2}\vec{x}_2^n - \frac{E}{2}\vec{x}_3^n & \vec{v}_{N5} &= +\frac{E}{2}\vec{x}_1^n - \frac{E}{2}\vec{x}_2^n + \frac{E}{2}\vec{x}_3^n \\
\vec{v}_{N6} &= +\frac{E}{2}\vec{x}_1^n + \frac{E}{2}\vec{x}_2^n - \frac{E}{2}\vec{x}_3^n & \vec{v}_{N7} &= +\frac{E}{2}\vec{x}_1^n + \frac{E}{2}\vec{x}_2^n + \frac{E}{2}\vec{x}_3^n
\end{aligned} \tag{5.39}$$

L'un quelconque des huit vecteurs exprimés par [5.39] peut se décomposer en appliquant la transformée de Concordia en une somme unique d'un vecteur tension appartenant au sous-espace vectoriel principal et d'un autre du sous-espace vectoriel homopolaire tel que décrit par [5.40]. Le détail de ces vecteurs est donné par [5.41] et [5.42].

$$\vec{v}_{Nk} = \vec{v}_{Nk}^{\alpha\beta} + \vec{v}_{Nk}^z = (v_{N\alpha}\vec{x}_\alpha + v_{N\beta}\vec{x}_\beta) + (v_{Nz}\vec{x}_z) \tag{5.40}$$

$$\begin{aligned}
\vec{v}_{N0}^{\alpha\beta} &= 0.\vec{x}_\alpha + 0.\vec{x}_\beta & \vec{v}_{N1}^{\alpha\beta} &= -\frac{E}{\sqrt{6}}.\vec{x}_\alpha - \frac{E}{\sqrt{2}}.\vec{x}_\beta \\
\vec{v}_{N2}^{\alpha\beta} &= -\frac{E}{\sqrt{6}}.\vec{x}_\alpha + \frac{E}{\sqrt{2}}.\vec{x}_\beta & \vec{v}_{N3}^{\alpha\beta} &= -\frac{2E}{\sqrt{6}}.\vec{x}_\alpha + 0.\vec{x}_\beta \\
\vec{v}_{N4}^{\alpha\beta} &= +\frac{2E}{\sqrt{6}}.\vec{x}_\alpha + 0.\vec{x}_\beta & \vec{v}_{N5}^{\alpha\beta} &= +\frac{E}{\sqrt{6}}.\vec{x}_\alpha - \frac{E}{\sqrt{2}}.\vec{x}_\beta \\
\vec{v}_{N6}^{\alpha\beta} &= +\frac{E}{\sqrt{6}}.\vec{x}_\alpha + \frac{E}{\sqrt{2}}.\vec{x}_\beta & \vec{v}_{N7}^{\alpha\beta} &= 0.\vec{x}_\alpha + 0.\vec{x}_\beta
\end{aligned} \tag{5.41}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{v}_{N0}^z &= -\frac{\sqrt{3}E}{2} \cdot \vec{x}_z & \vec{v}_{N1}^z &= -\frac{E}{\sqrt{6}} \cdot \vec{x}_z \\
 \vec{v}_{N2}^z &= -\frac{E}{\sqrt{6}} \cdot \vec{x}_z & \vec{v}_{N3}^z &= +\frac{E}{\sqrt{6}} \cdot \vec{x}_z \\
 \vec{v}_{N4}^z &= -\frac{E}{\sqrt{6}} \cdot \vec{x}_z & \vec{v}_{N5}^z &= +\frac{E}{\sqrt{6}} \cdot \vec{x}_z \\
 \vec{v}_{N6}^z &= +\frac{E}{\sqrt{6}} \cdot \vec{x}_z & \vec{v}_{N7}^z &= +\frac{\sqrt{3}E}{2} \cdot \vec{x}_z
 \end{aligned} \tag{5.42}$$

Les tensions  $\vec{v}_{\alpha\beta}$  et  $v_z$  appliquées respectivement aux machines fictives principale et secondaire s'expriment par [5.43] et [5.44] :

$$\vec{v}_{\alpha\beta} = R_s \vec{i}_{\alpha\beta} + \Lambda_{\alpha\beta} \frac{d\vec{i}_{\alpha\beta}}{dt} = \vec{v}_{N\alpha\beta} \tag{5.43}$$

$$v_z = R_z i_z + \Lambda_z \frac{di_z}{dt} = v_{Nz} - \frac{V_{N'N}}{\sqrt{3}} \tag{5.44}$$

Le condensateur étant traversé par un courant égal à la somme des courants dans les phases de la machine on a :

$$V_{N'N} = \int \frac{\sqrt{3}i_z}{C} dt \tag{5.45}$$

Un couplage en étoile idéal (capacité  $C$  nulle) implique alors un courant  $i_z = \frac{i_1 + i_2 + i_3}{\sqrt{3}} = 0$  et donc une tension appliquée à la machine homopolaire  $v_z = 0$ , ceci quelque soit la tension  $v_{Nz}$  imposée par l'onduleur. La machine homopolaire n'est donc **jamais** alimentée lorsque la machine réelle est couplée en étoile et alimentée par un onduleur à trois bras sans neutre sorti.

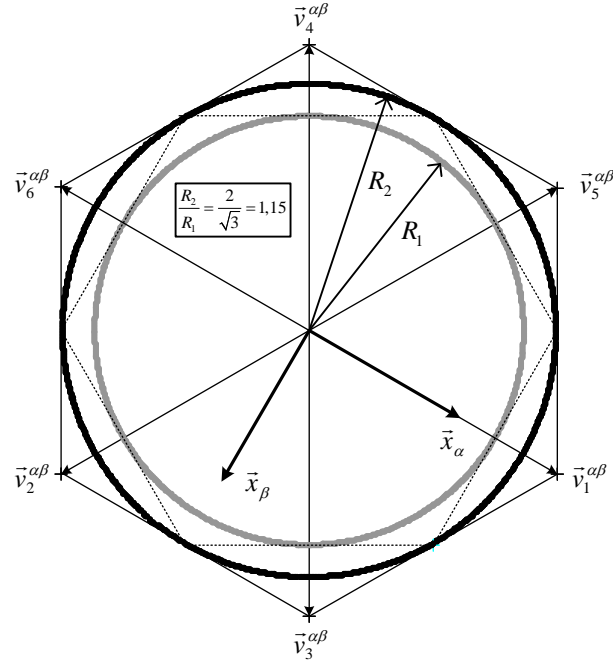
Lorsque la capacité  $C$  n'est pas infinie alors un courant  $i_z$  non nul circule si la tension  $v_{Nz}$  est non nulle, ce qui est toujours le cas lorsqu'on considère les huit vecteurs  $\vec{v}_{Nk}^z$  que peut imposer l'onduleur à trois bras. On comprendra pourquoi certaines stratégies de commande de d'onduleur visent à choisir parmi les huit

vecteurs tension ceux présentant les composantes homopolaires les plus faibles (exclusion des vecteurs tension onduleur  $\vec{v}_{N0}$  et  $\vec{v}_{N7}$ ) [LEE 01].

*Remarque 1 :* Ces résultats restent encore vrais si les forces électromotrices et magnétomotrices comportent un harmonique de rang trois car cet harmonique ne vient modifier que les composantes homopolaires de force électromotrice ainsi que l'inductance homopolaire. Seul le courant homopolaire sera modifié si la capacité n'est pas nulle.

*Remarque 2 :* Si on considère par contre un couplage en triangle l'impact d'un harmonique de rang trois de force électromotrice est alors fondamental. En effet, dans le cas d'un couplage triangle c'est la tension homopolaire  $v_z$  de la machine qu'on impose à zéro. Le courant  $i_z$  n'est nul que si la force électromotrice  $e_z$  l'est également.

En considérant le cas idéal du couplage en étoile avec capacité nulle, la machine homopolaire n'étant pas alimentée, la machine réelle alimentée par un onduleur de tension réel est donc strictement équivalente à la machine fictive principale alimentée par un onduleur de tension fictif. Plutôt que d'étudier l'alimentation de la machine réelle par l'un des huit vecteurs réels  $\vec{v}_{Nk}$  donnés par [5.39], on préfère alors étudier l'alimentation de la machine fictive par l'un des huit vecteurs principaux  $\vec{v}_k^{\alpha\beta} = \vec{v}_{Nk}^{\alpha\beta}$  obtenus par projection des vecteurs réels dans le sous-espace associé à la machine principale (voir [5.41]). Ces vecteurs, bidimensionnels, sont classiquement représentés dans un plan et forment un hexagone centré donné à la figure 5.6. Les vecteurs  $\vec{v}_0^{\alpha\beta}$  et  $\vec{v}_7^{\alpha\beta}$  n'apparaissent dans cette figure que par le point central de l'hexagone car ils possèdent une projection nulle sur le plan principal.



**Figure 5.6.** Représentation bidimensionnelle des vecteurs tension alimentant la machine principale

Sur la figure 5.6, le cercle gris de rayon  $R_1$  matérialise la limite du vecteur tension moyen  $\langle \vec{v}_{\alpha\beta} \rangle(t)$  imposable si on génère trois tensions moyennes de référence sinusoïdales au niveau de l'onduleur de tension (Tensions  $v_{AN}$ ,  $v_{BN}$  et  $v_{CN}$  sur la figure 5.5). Dans ce cas, on s'impose par la commande que la valeur moyenne sur une période de MLI de la tension homopolaire de l'onduleur soit nulle :

$$\langle v_{Nz} \rangle(t) = \frac{1}{T_{MLI}} \int_{T_{MLI}} v_{Nz} dt = 0 \quad [5.46]$$

On a alors en valeur moyenne  $\langle v_{N'N} \rangle(t) = 0$ .

Le cercle concentrique noir, de rayon  $R_2 > R_1$ , indique la limite du vecteur tension moyen si l'on injecte une composante homopolaire (souvent un harmonique de rang trois) dans les tensions de référence de l'onduleur. On rappelle ainsi que cette surmodulation permet d'exploiter au mieux, du point de vue de la tension du bus continue, le degré de liberté laissé par le couplage étoile (Machine homopolaire

non-alimentée quels que soient les harmoniques multiples de trois présents dans les tensions onduleur).

En résumé, le couplage en étoile sans neutre sorti permet d'une part d'assurer qu'une machine fictive aura un courant nul et d'autre part libère un degré de liberté pour la commande permettant de mieux exploiter la tension de bus continue (+15,5% d'excursion).

Les auteurs de ce chapitre rappellent, comme ils l'avaient fait au début du paragraphe 5.2.2, que le lecteur qui souhaiterait approfondir les éléments relatifs à la modélisation vectorielle des onduleurs de tension est invité à consulter le chapitre 8 «Alimentation polyphasée par onduleur de tension» de l'ouvrage [MON 09].

*5.2.2.2. Généralisation aux onduleurs à  $n$  bras : onduleurs diphasés fictifs. Exemple d'association machine-onduleur à 5 bras*

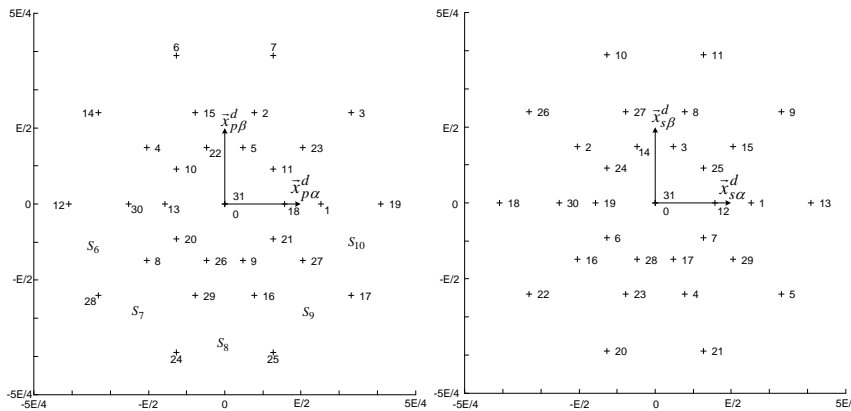
L'étude de machines à nombre de phases supérieur à trois et alimentées par des onduleurs à nombre de bras égal au nombre de phases suit la même démarche que celle utilisée au paragraphe 5.2.2.1.

Le couplage en étoile sans neutre sorti permet toujours d'assurer la nullité du courant dans la machine fictive homopolaire et libère un degré de liberté pour la commande. Par contre, on trouvera dans le tableau 3 [LEV 08] que le gain apporté par l'injection d'homopolaire devient de plus en plus faible au fur et à mesure que le nombre de phases augmente. On pourrait en conclure que l'augmentation du nombre de phases est défavorable à une bonne utilisation du bus continu. Il faut néanmoins préciser que les calculs menant au tableau 3 supposent une alimentation en régime sinusoïdal de la machine avec seulement une injection de tension homopolaire. Dans l'approche «machines fictives» cela signifie que l'on suppose n'alimenter qu'une seule machine fictive. Si cette approche est tout à fait suffisante en triphasé elle ne l'est plus si le nombre de phases  $n$  est supérieur à 3 car alors l'exploitation optimale du bus de tension dépend de l'alimentation de toutes les machines fictives. On trouve ainsi dans [RYU 05] un taux de modulation de 1,23 dans le cas d'une machine à cinq phases correctement conçue et dont les deux machines fictives sont alimentées.

Nombre de phases $n$	Niveau d'injection d'harmonique $n$	Indice de modulation maximum $M_i$	Pourcentage d'augmentation du fondamental
3	-1/6 du fondamental	1.155	15,5
5	-0,062 du fondamental	1.052	5.2
7	-0,032 du fondamental	1.026	2.6
9	-0,02 du fondamental	1.015	1.5

**Tableau 3.** Gain apporté sur l'indice de modulation dans le cas d'injection d'homopolaire

Par contre, si on omet cet aspect d'injection d'homopolaire qui n'intervient que dans les cas où l'on travaille aux limites des possibilités en tension de l'onduleur, alors le fait d'alimenter une machine polyphasée n'a pour seule différence par rapport au cas triphasé que celui de devoir considérer plusieurs projections des  $2^n$  vecteurs caractéristiques de l'onduleur (au lieu de  $2^3$ ) dans plusieurs plans au lieu d'un seul. Ainsi pour un onduleur à cinq bras on trouvera à la figure 5.7 deux plans comportant 30 vecteurs non nuls ( $2^5-2$ ).



**Figure 5.7.** Représentation graphique d'un onduleur pentaphasé dans les sous-espaces principal (à gauche) et secondaire (à droite)

Au niveau de la commande de l'onduleur, les différentes étapes pour la détermination des rapports cycliques seront alors les suivantes :

- a- Obtention des vecteurs tensions pour chaque machine fictive (en triphasé ou en a une seule) en fonction des couples requis pour chaque machine fictive;

- b- Sommation vectorielle des différents vecteurs tension de ces machines;
- c- Ajout éventuel d'un vecteur de tension homopolaire afin d'optimiser l'utilisation de la tension de bus;
- d- Calcul des durées de conduction en supposant être en régime linéaire (non saturation de l'onduleur) selon des expressions exposées dans [KES 09-a];
- e- Prise en compte si nécessaire de la saturation de l'onduleur par adaptation des consignes.

L'examen des différentes étapes met en évidence qu'on applique un théorème de superposition tant qu'il n'y a pas saturation de l'onduleur. Cela signifie que tout se passe comme si chaque machine fictive était alimentée par un onduleur fictif. Ainsi tant que l'on ne s'intéresse pas aux aspects non linéaires de la commande de l'onduleur, sa commande peut s'opérer par des techniques très classiques de commandes intersectives qui réalisent implicitement l'étape d-, sachant que l'étape c- est d'autant moins nécessaire que le nombre de phases augmente.

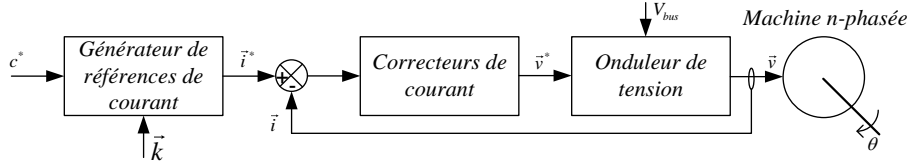
### 5.3. Commande en couple des machines polyphasées

Des asservissements de position et de vitesse performants nécessitent un asservissement du couple, c'est-à-dire des courants statoriques. Si plusieurs ensembles de  $n$  courants statoriques peuvent générer le même couple, on tentera d'utiliser les degrés de libertés offerts par la redondance des phases de façon à satisfaire à certains critères. Parmi les plus répandus, le critère qui consiste à minimiser les pertes Joules à couple donné est celui qui sera retenu dans ce paragraphe.

#### 5.3.1. Asservissement des courants dans la base naturelle

##### 5.3.1.1 Exposé de la méthode

On parle d'asservissement des courants dans la base naturelle lorsque les courants asservis sont les courants réels mesurés dans la machine. La figure 5.8 montre le synoptique du contrôle en couple d'une machine polyphasée dans la base naturelle. On reconnaîtra respectivement  $c^*$  le couple de référence,  $\vec{k}$  le critère utilisé pour élaborer les références de courant,  $\vec{i}^*$  et  $\vec{i}$  les références de courant et les courants mesurés,  $\vec{v}^*$  et  $\vec{v}$  les références de tensions et les tensions appliquées à la machine et enfin  $V_{bus}$  la tension du bus continu alimentant l'onduleur de tension.



**Figure 5.8.** Synoptique du contrôle en couple d'une machine polyphasée dans la base naturelle

La première opération consiste à élaborer les références de courant. Comme il faut élaborer un vecteur (vecteur référence de courant) à partir d'un scalaire (couple de référence), il est nécessaire d'introduire un critère, de ce fait vectoriel. L'équation [5.47] explicite la génération des références de courant à partir du couple de référence.

$$\vec{i}^* = \vec{k} c^* \quad [5.47]$$

On peut choisir par exemple de travailler à couple maximum pour des pertes Joule statoriques données. Etant donné que ces pertes Joule sont proportionnelles au carré du module du vecteur courant, ce critère se traduit très simplement à partir de l'équation [5.9] par le fait que le vecteur courant doit être colinéaire au vecteur force électromotrice. On obtient alors pour un module du vecteur courant donné le couple maximum. Il vient donc :

$$\vec{i}^* = a \vec{\varepsilon}, a \in \mathbb{R} \quad [5.48]$$

En réinjectant [5.48] dans [5.9], on en déduit  $c^* = a \|\vec{\varepsilon}\|^2$  d'où finalement :

$$\vec{i}^* = \frac{c^*}{\|\vec{\varepsilon}\|^2} \vec{\varepsilon} \Rightarrow \vec{k} = \frac{\vec{\varepsilon}}{\|\vec{\varepsilon}\|^2} \quad [5.49]$$

L'équation [5.49] amène plusieurs remarques :

- les vecteurs  $\vec{i}$  et  $\vec{\varepsilon}$  étant imposés comme colinéaires, le couple généré induit des pertes Joules globales minimales. S'il existe effectivement plusieurs stratégies, générer un couple donné à pertes Joules minimales permet une utilisation optimale (en négligeant les pertes fer) d'un point de vue thermique de la machine.

- Si les FEM ne possèdent que des harmoniques de rangs inférieurs au nombre de phases  $n$  de la machine, le terme  $\|\vec{\varepsilon}\|^2$  est constant et alors les courants possèdent



les mêmes rangs harmoniques que les FEM. Si l'on prend le cas classique d'une machine à FEM sinusoïdales, on retrouve des courants sinusoïdaux en phase avec les FEM.

– Si les FEM possèdent un nombre d'harmoniques supérieur au nombre de phases  $n$ , le terme  $\|\vec{\varepsilon}\|^2$  n'est plus constant et les courants possèdent un nombre d'harmoniques plus important que les FEM. Enfin, s'il se peut que le terme  $\|\vec{\varepsilon}\|^2$  s'annule pour une position particulière  $\theta$  du rotor, il n'existe pas de combinaison de courants permettant de maintenir un couple constant.

Dans tous les cas exposés précédemment, les courants ne sont pas constants en régime permanent et leurs asservissements nécessitent la plupart du temps l'emploi de correcteurs à large bande passante (souvent à Hystérésis), prohibés dans le domaine de la forte puissance du fait du contenu spectrale riche et mal maîtrisé. Notons tout de même que si le contenu harmonique des courants est fini, l'emploi de correcteurs résonnants multi-fréquentiels peut permettre un suivi parfait des consignes en régime permanent [LIM 09].

### 5.3.1.2 Exemple : machine pentaphasée à FEM trapézoïdales

On montre dans ce paragraphe les résultats du contrôle des courants dans la base naturelle de la machine pentaphasée, présentée au paragraphe 5.2.1.4.1, couplée en étoile et alimentée par un onduleur de tension à 5 bras [KES 09-b]. La figure 5.9 montre un synoptique du système expérimental mis en place pour ces essais.

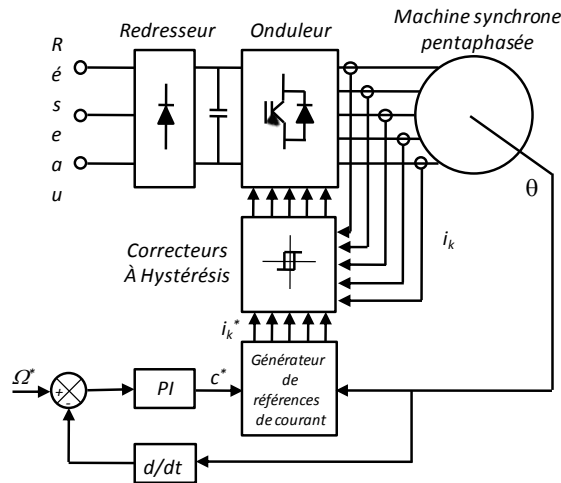
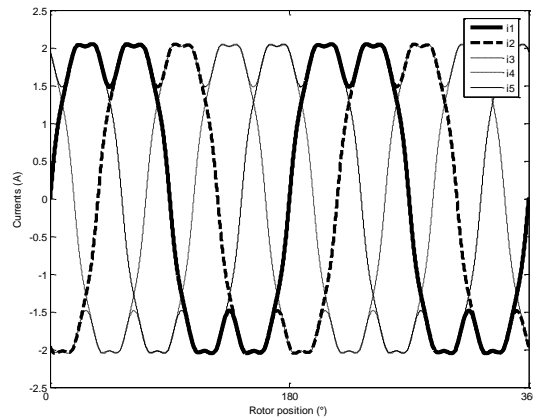


Figure 5.9. Synoptique du système expérimental de contrôle des courants dans la base naturelle d'une machine pentaphasée

La référence de couple  $c^*$  provient du correcteur Proportionnel Intégral assurant l'asservissement de la vitesse  $\Omega$ . Cette vitesse est estimée par dérivation numérique filtrée à partir de la position mesurée par un synchro-résolveur. Les références « optimales » de courant sont calculées à partir de l'équation [5.49], les FEM (c'est-à-dire le vecteur  $\vec{\varepsilon}$ ) étant estimées en temps réel à partir de l'angle mécanique  $\theta$ .

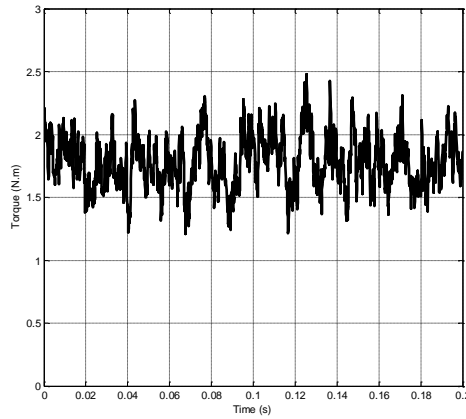
L'ensemble est contrôlé par un ensemble temps réel DSpace® 1005. La charge mécanique est réalisée par un frein à poudre. Le couple utile est mesuré par un couplemètre placé entre le moteur et la charge.

La figure 5.10 montre les références de courant obtenues pour une vitesse de consigne de 20 rad/s et un couple résistant de 2 N.m.



**Figure 5.10.** Références de courant « optimale » d'une machine pentaphasée à FEM trapézoïdales

Les courants, asservis par des correcteurs à Hystérésis, permettent d'obtenir un couple constant à pertes Joule minimales comme montré à la figure 5.11. L'amplitude des oscillations de couple résulte de la largeur de bande du correcteur à hystérésis, elle-même liée à la fréquence maximale de hachage autorisée.

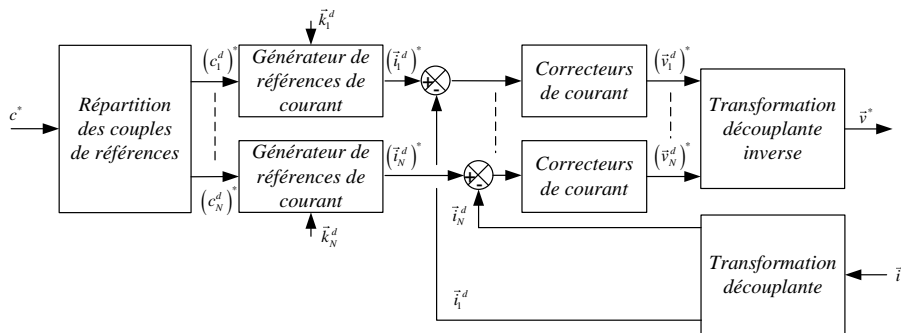


**Figure 5.11.** Couple expérimental d'une machine pentaphasée obtenu par asservissement des courants dans la base naturelle

### 5.3.2. Asservissement des courants dans une base de découplage

#### 5.3.2.1 Exposé de la méthode

Si on applique aux équations caractéristiques d'une machine n-phasée la transformation découplante présentée au paragraphe 5.2.1, il ne s'agit plus de contrôler la machine réelle mais une somme de  $N$  machines fictives mono ou diphasées. La figure 5.12 donne un synoptique de la commande en couple de la machine dans une base de découplage. Les grandeurs portent les indices  $d$  pour indiquer qu'il s'agit d'une grandeur découplée et  $1$  à  $N$  pour indiquer le numéro de la machine fictive concernée.



**Figure 5.12.** *Synoptique du contrôle en couple d'une machine polyphasée dans une base de découplage*

La répartition des couples de référence peut se faire de multiples façons suivant le domaine d'utilisation. Soit on n'utilise que la machine principale (celle dans laquelle se projette le fondamental de la FEM) en fonctionnement normal et les autres machines fictives ne sont utilisées que transitoirement en mode « surcouple transitoire »; soit on sollicite l'ensemble des machines fictives. Dans ce dernier mode, on peut reprendre le cas de la commande à pertes Joule minimales globales. En projetant le vecteur courant de référence exprimé par [5-49] dans chaque espace propre associé à une machine fictive, on obtient le courant de référence pour chaque machine fictive :

$$\vec{i}_d^* = c^* \frac{\vec{\varepsilon}_d}{\|\vec{\varepsilon}\|^2} \quad [5.50]$$

On déduit alors à partir de [5.50] le couple de référence à imposer à chacune des machines fictives.

$$c_d^* = \vec{\varepsilon}_d \cdot \vec{i}_d^* = c^* \frac{\|\vec{\varepsilon}_d\|^2}{\|\vec{\varepsilon}\|^2} \quad [5.51]$$

Suivant le contenu harmonique de la machine réelle, le couple de référence imposé à chacune des machines fictives peut ne pas être constant bien que celui de la machine réelle le soit. Dans ce dernier cas, d'autres stratégies pourront être alors imaginées.

### 5.3.2.1 Cas des machines dont les machines fictives sont à FEM sinusoïdales

Dans le cas particulier où chaque machine fictive diphasée possède des FEM sinusoïdales, suivant [5.51] et les remarques énoncées au paragraphe 5.3.1.1, les grandeurs  $\|\vec{\varepsilon}_d\|^2$  et  $\|\vec{\varepsilon}\|^2$  sont constantes. La stratégie qui consiste à minimiser les pertes Joule globales pour un couple donné constant conduit alors à imposer des références de couple constantes dans chaque machine fictive si la référence de couple imposée à la machine réelle est constante. On se retrouve ainsi à commander chaque machine fictive diphasée comme on commanderait la machine diphasée équivalente dans le cas d'une machine triphasée couplée en étoile (Commande dite dans la base de Park).

Chaque machine fictive est supposée posséder une FEM du type :

$$\bar{e}_{\alpha\beta-m} = \sqrt{\frac{n}{2}} \Omega \varepsilon_{\max-m} (\sin(h_m p \theta) \bar{x}_{\alpha-m} - \sigma \cos(h_m p \theta) \bar{x}_{\beta-m}) \quad [5.52]$$

Dans [5.52],  $h_m$  correspond à l'harmonique de FEM de la machine réelle qui se projette dans la machine fictive numéro  $m$ . Cet harmonique, supposé unique, correspond en général au premier harmonique impair de chaque machine (voir Tableau 1). On rappelle que  $\sigma$  permet de prendre en compte si le vecteur tourne dans le sens direct ( $\sigma = +1$ ) ou dans le sens inverse ( $\sigma = -1$ ).

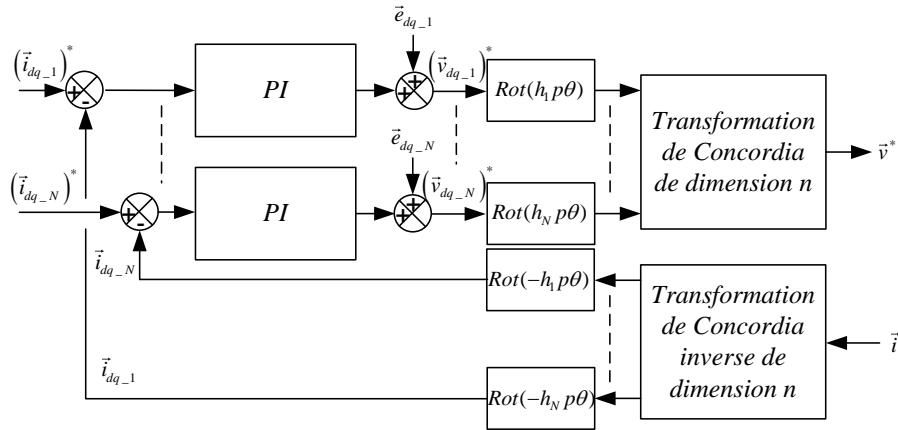
Si dans chaque machine fictive on réalise un nouveau changement de base obtenu par rotation de la base  $(\alpha\beta)$  telle qu'exprimée par [5.53], on obtient des FEM dite d'axes  $(dq)$  exprimées par [5.54]. Dans la mesure où certains harmoniques créent des vecteurs tournants dans le sens direct et d'autres dans le sens inverse la rotation pourra donc être réalisée dans un sens ou dans un autre.

$$\begin{pmatrix} \bar{x}_{d-m} \\ \bar{x}_{q-m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(h_m p \theta) & \sigma \sin(h_m p \theta) \\ -\sigma \sin(h_m p \theta) & \cos(h_m p \theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{x}_{\alpha-m} \\ \bar{x}_{\beta-m} \end{pmatrix} \quad [5.53]$$

$$\bar{e}_{dq-i} = \sqrt{\frac{n}{2}} \varepsilon_{\max-i} \Omega (0 \cdot \bar{x}_{d-i} - \sigma \cdot \bar{x}_{q-i}) \quad [5.54]$$

Les FEM d'axes  $(dq)$ , constantes en régime permanent, mènent à des références de courant « optimales » constantes telles que  $i_{d-i}^* = 0$  et  $i_{q-i}^* = k \cdot c_d^*$  ce qui justifient l'emploi de correcteurs de courant de type Proportionnel Intégral (PI) et une stratégie de commande en MLI à fréquence constante de l'onduleur. Les paramètres des correcteurs de courant peuvent être déterminés par des méthodes classiques (compensation de pôle dominant, critère harmonique symétrique, ...) dans la mesure où les machines fictives sont modélisées par un circuit du premier ordre constitué de la résistance d'une phase statorique, de l'inductance et de la FEM de la machine fictive considérée.

La figure 5.13 montre le synoptique d'une commande en courant d'une machine  $n$ -phasée dans une base de Park étendue. Aux correcteurs PI assurant l'asservissement des courants on ajoute, si l'on désire obtenir de meilleures performances dynamiques, les compensations des FEM (constantes en régime permanent vu les hypothèses prises dans ce paragraphe).



**Figure 5.13.** Synoptique du contrôle en courant d’une machine polyphasée dans une base de Park généralisée

5.3.2.2 Cas des machines dont les machines fictives ne sont pas à FEM sinusoïdales

Dans le cas de machines fictives non sinusoïdales, deux alternatives existent.

La première consiste à imposer des pertes Joule globales minimales à couple donné. Dans ce cas, les références de couples des machines fictives ne sont donc pas constantes lorsque celle de la machine réelle l’est et il se pose alors le choix des correcteurs de courants. Cette approche, qui ne présente que très peu d’avantages par rapport à la commande dans la base naturelle détaillée au paragraphe 5.3.1, ne sera pas plus développée.

La deuxième alternative consiste à utiliser l’approche développée dans le paragraphe 5.3.2.1. On opère alors dans chaque machine fictive un changement de base par rotation de la base associée à la machine considérée. On choisit l’angle de rotation  $h_m p \theta$  de telle sorte que la valeur moyenne de la FEM d’axe  $q$  soit la plus élevée possible. Dans ce cas, l’imposition de courants  $dq$  constants en régime permanent ne permet pas de générer un couple électromagnétique constant mais possédant toutefois une valeur moyenne donnée à pertes Joules minimales.

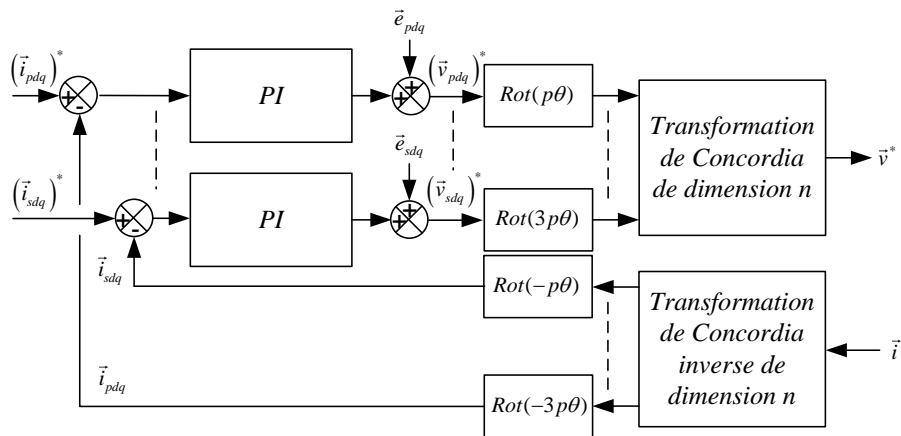
En plus de générer des ondulations de couple, les harmoniques de FEM de rang différents de  $h_m$  génèrent des courants harmoniques responsables de pertes supplémentaires et d’ondulations de couple supplémentaires. La solution réside alors dans la compensation de ces harmoniques par leur injection dans les tensions de référence. Le synoptique exposé à la figure 5.13 reste valable bien que les termes correspondant à la compensation des FEM ne soient plus seulement nécessaires à

l'obtention de bonnes performances dynamiques mais aussi à l'annulation de courants harmoniques nuisibles en régime permanent.

### 5.3.2.3 Exemple : machine pentaphasée à FEM trapézoïdales

On montre dans ce paragraphe les résultats du contrôle des courants dans la base de Park étendue de la machine pentaphasée, présentée au paragraphe 5.2.1.4.1, couplée en étoile et alimentée par un onduleur de tension à 5 bras. La figure 5.14 montre un synoptique du système de contrôle en courant mis en place pour ces essais.

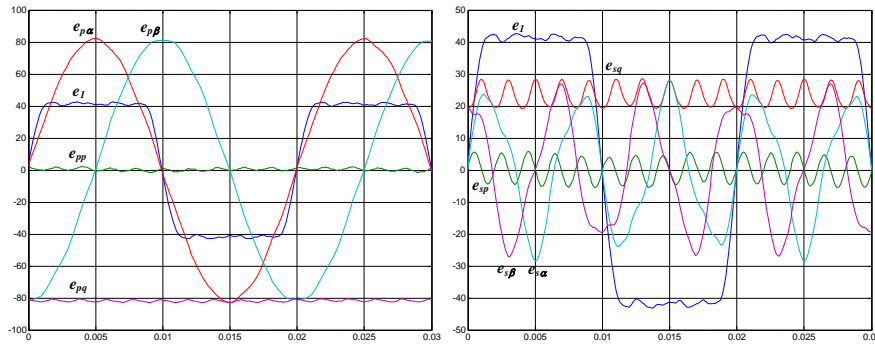
On rappelle que la machine pentaphasée couplée en étoile est équivalente à l'association de deux machines fictives diphasées : une machine principale, indicée  $p$ , dans laquelle on retrouve majoritairement les harmoniques 1 et 9 des forces magnétomotrices et électromotrices de la machine réelle et une machine secondaire, indicée  $s$ , dans laquelle on retrouve principalement les harmoniques 3 et 7 des mêmes grandeurs.



**Figure 5.14.** Synoptique du contrôle en courant d'une machine pentaphasée dans une base de Park généralisée

Les FEM des machines fictives indicées  $d$  ou  $q$  dans la nouvelle base sont obtenues par rotation des grandeurs de la machine principale d'un angle  $p\theta$  et des grandeurs de la machine secondaire d'un angle  $3p\theta$  sont données à la figure 5.15. Ces FEM ne sont pas constantes car elles ne sont pas composées d'un seul harmonique, la machine réelle possédant des FEM quasi-trapézoïdales. On retrouve dans les FEM des machines fictives une valeur constante associée majoritairement à

un harmonique de rang 10 qui provient de la rotation de l'harmonique 9 par  $\theta$  dans la machine principale et de l'harmonique 7 par  $3\theta$  dans la machine secondaire.



**Figure 5.15.** Forces électromotrices des machines principales et secondaires avant ( $e_{\alpha\beta}$ ) et après rotation ( $e_{dq}$ ) comparées à la force électromotrice de la phase 1 ( $e_1$ )

Pour l'ensemble des essais qui ont été effectués, l'onduleur de tension est commandé en MLI intersective centrée à une fréquence de hachage de 5kHz. Cette fréquence a été déterminée à partir de la plus petite constante de temps du système correspondant à la constante de temps électrique de la machine secondaire

$$f_s = \frac{R_s}{2\pi\Lambda_s} = 114Hz .$$

Les références de courant sont constantes et les courants sont asservis par le biais de correcteurs de type PI. Des entrées, permettant la compensation des FEM, sont ajoutées à la sortie des correcteurs de courant.

### 5.3.2.3.1 Contrôle des courants sans compensation des forces électromotrices

Dans les essais présentés dans ce paragraphe, on impose les références de courant suivantes :

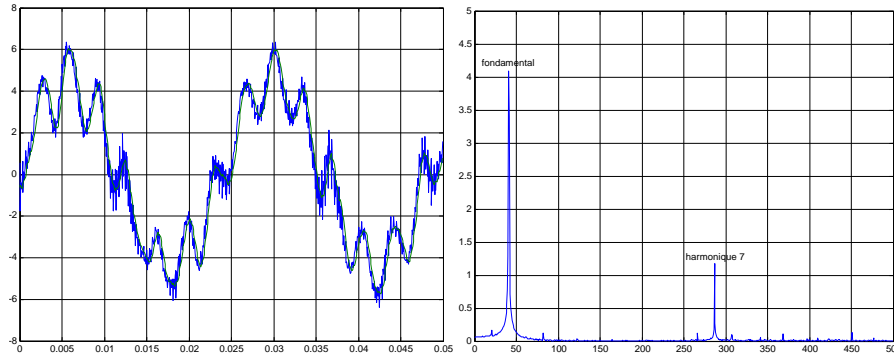
- $i_{pd}^* = 0A$  et  $i_{pq}^* = -7A$  pour la machine principale
- $i_{sd}^* = 0$  et  $i_{sq}^* = 0A$  pour la machine secondaire

Les FEM ne sont pas compensées.

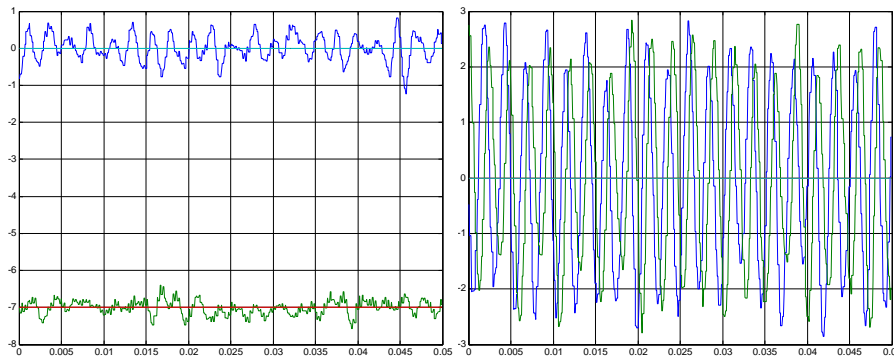
La figure 5.16 montre le courant dans une phase. On observe un fort harmonique 7 dû à la composante correspondante de la FEM. Le correcteur PI de courant tel que réglé n'est pas capable de rejeter cette perturbation à la vitesse considérée. Cet



harmonique de courant est responsable de pertes supplémentaires ainsi que d'ondulations de couple. On se rend compte de ces courants harmoniques en vérifiant sur la figure 5.17 que, bien que les références de courants de la machine secondaire soient fixées à zéro, de forts courants harmoniques (de rang 10) existent.



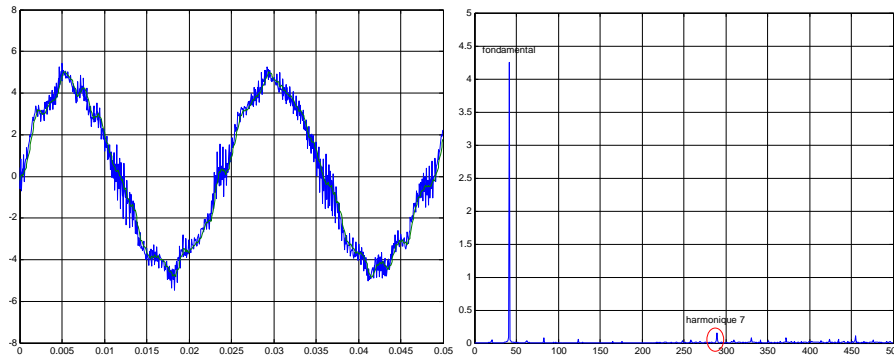
**Figure 5.16.** Courant dans une phase et spectre fréquentiel associé lorsque les FEM ne sont pas compensées



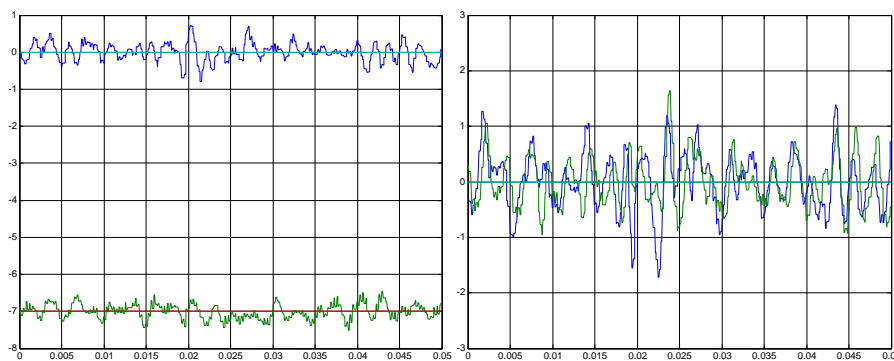
**Figure 5.17.** Courants dq dans les machines principale et secondaire lorsque les FEM ne sont pas compensées

### 5.3.2.3.2 Contrôle des courants avec compensation des forces électromotrices

On choisit dans les essais présentés aux figures 5.18 et 5.19 de ne compenser que l'harmonique 7 de FEM. Le courant dans une phase est quasi-sinusoïdal, les courants dans les machines fictives étant correctement asservis.



**Figure 5.18.** Courant dans une phase et spectre fréquentiel associé lorsque l'harmonique 7 de FEM est compensé

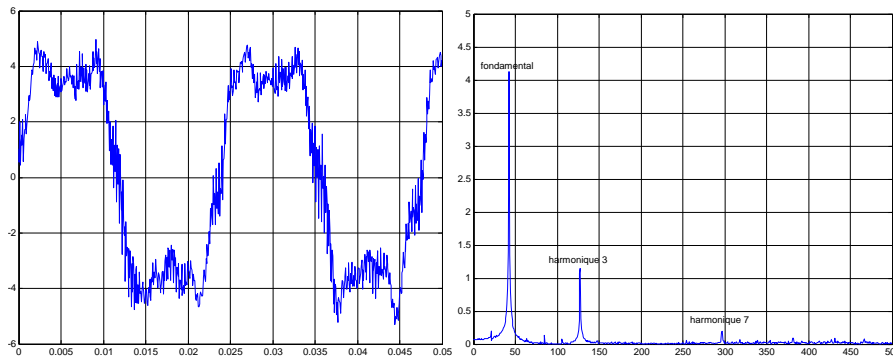


**Figure 5.19.** Courants dq dans les machines principale et secondaire lorsque l'harmonique 7 de FEM est compensé

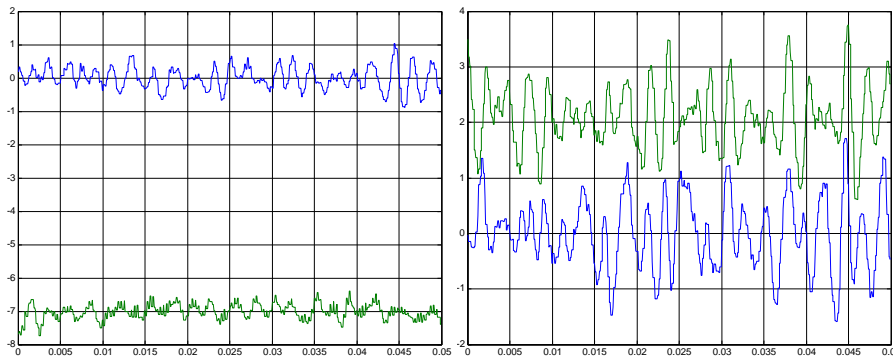
Les machines fictives étant maintenant considérées comme correctement asservies, on décide de produire un couple avec chacune des machines.

La machine secondaire possède un premier harmonique de FEM (harmonique 3 de la machine réelle) égal à 30% du premier harmonique de la machine principale. Les répartitions des référence de couple dans chacune des machines fictives, issus de [5.51], respectent alors le rapport  $c_s^* = \frac{0.3^2}{1^2} c_p^*$ . Enfin, si on suppose que le couple électromagnétique généré par la machine est proportionnel au courant d'axe  $q$ , les références des courants d'axes  $q$  respectent alors le rapport :  $|i_{sq}^*| = 0.3 |i_{pq}^*|$ .

On conserve les mêmes références de courant pour la machine principale ( $i_{pd}^* = 0A$  et  $i_{pq}^* = -7A$ ), les références associées à la machine secondaire devenant  $i_{sd}^* = 0$  et  $i_{sq}^* = 2.1A$ . Les figures 5.20 et 5.21 montrent les courants dans une phase de la machine et dans les machines fictives associées.



**Figure 5.20.** Courant dans une phase et spectre fréquentiel associé lorsque les deux machines fictives génèrent un couple



**Figure 5.21.** Courants dq dans les machines principale et secondaire lorsque l'harmonique 7 de FEM est compensé

L'injection de courant d'harmonique trois permet une augmentation de couple électromagnétique de près de 9% (30% de courant de rang trois par 30% de FEM de rang trois) ce qui entraîne une augmentation de 9% des pertes Joules. Une augmentation du couple de 9% en utilisant uniquement la machine principale

nécessiterait une augmentation de près de 19% des pertes Joules (1.09 fois le courant de la machine principale).

L'utilisation des machines fictives pour la production du couple total permet donc une utilisation optimale de la machine polyphasée. Le contrôle dans la base de Park étendue permettant l'utilisation de correcteur PI associés à un onduleur de tension commandé en MLI.

Enfin, la figure 5.22 montre les résultats du contrôle en vitesse de cette machine en utilisant la répartition de couple  $c_s^* = 0.3^2 c_p^*$ . Les références de vitesse sont des créneaux de plus ou moins 10 rad/s.

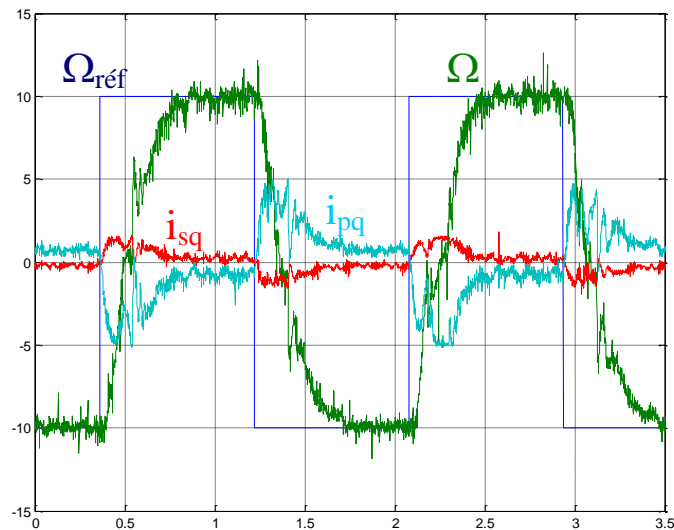


Figure 5.22. Courants dq dans les machines principale et secondaire et réponse en vitesse dans le cas du système asservi en vitesse

#### 5.4. Modélisation et commande en couple des machines polyphasées en mode dégradé d'alimentation

La modélisation et la commande en couple des machines polyphasées en mode dégradé d'alimentation est un sujet vaste qui ne peut être développé en détail dans ce chapitre. Néanmoins, les techniques présentées précédemment sont, avec quelques nécessaires modifications, applicables au contrôle en couple en mode dégradé d'alimentation.

#### **5.4.1. Modélisation d'une machine en défaut d'alimentation**

Une première méthode consiste à modéliser une machine à  $n$  phases symétriques dont  $m$  phases ne seraient plus alimentées comme une machine à  $n-m$  phases asymétriques. En utilisant un changement de base tel que la transformation de Park étendue, on contrôle le système en asservissant des références de courant constantes [RYU 06]. Cette méthode présente l'inconvénient majeur de devoir développer autant de transformations (de modèles) que de cas de défaut. Si on peut appliquer facilement cette méthode à des machines présentant un nombre faible de phases, on comprend vite sa limitation quand le nombre de phases augmente.

Une autre méthode consiste à modéliser la dégradation et à l'ajouter au modèle initial de la machine [CRE 10]. Le modèle de l'ensemble est dans ce cas unique et donc facilement généralisable à un nombre de phases quelconque. L'emploi de correcteurs particuliers est néanmoins nécessaire pour l'obtention de performances acceptables.

#### **5.4.2. Commande en couple d'une machine en défaut**

Comme pour les machines en mode de fonctionnement normal, la commande de la machine en mode dégradé d'alimentation peut être réalisée dans la base naturelle comme dans une base de découplage.

Si l'on commande la machine dans la base naturelle, il faut recalculer des références de courant permettant l'obtention d'un couple constant. Si plusieurs auteurs proposent des calculs utilisant des méthodes d'optimisation ne pouvant être utilisées en temps réel (méthode off-line : [FU 94] [PAR 07]), la méthode exposée au paragraphe 5.3.1 peut être appliquée en temps réel à condition de modifier le vecteur des forces électromotrices en fonction des phases non alimentées [KES 09-b].

Si l'on commande la machine dans une base de découplage, deux cas de figure se présentent. Le premier consiste à concevoir un nouveau modèle de la machine pour chaque cas de défaut. Dans ce cas, les références de courant restent constantes [RYU 06]. Si l'on conserve le même modèle pour la machine et qu'on y adjoint un modèle de la dégradation, il faudra soit recalculer de nouvelles références de courant et veiller à ce que les correcteurs soient capables de les suivre, soit conserver les mêmes références de courant qu'en mode normal (constantes) mais adapter le nombre de degrés de libertés de la commande en fonction du nombre de phases non alimentées [LOC 08] [KES 10] et adapter la bande passante des correcteurs de courant.

## 5.5. Bibliographie

[CRE 10] CREVITS Y., KESTELYN X., LEMAIRE-SEMAIL B., SEMAIL E., "Modélisation causale pour la commande auto adaptée de machines alternatives triphasées en mode dégradé", *Revue Internationale de Génie Electrique (RIGE)*, 2-2010.

[DAH 08] DAHL D., SOSNOWSKI D., SCHLEGEL D., KERKMAN R. PENNING M., « Gear up your bearings », *IEEE Industry Applications Magazine*, July/Aug 2008.

[FU 94] FU R., LIPO T.A., "Disturbance-free operation of a multiphase current-regulated motor drive with an opened phase" *IEEE Transactions on*, vol.30, no.5, pp.1267-1274, Sep/Oct 1994.

[GRE 94] GRENIER D., "Modélisation et stratégies de commande de machines synchrones à aimants permanents à forces contre-électromotrices non sinusoïdales", thèse de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, Septembre 1994.

[GRE 04] GRENIER D., STURTZER G., FLIELLER D., LOUIS J-P., « Extension de la transformation de Park aux moteurs synchrones à distribution de champ non sinusoïdales », chapitre 8 de [LOU 04-a].

[KES 03] KESTELYN X., "Modélisation vectorielle multi-machines pour la commande des ensembles convertisseurs-machines polyphasés", Thèse de l'université de Lille 1, 04/12/03. <http://www.univ-lille1.fr/bustl-grisemine/pdf/extheses/50376-2003-305-306.pdf> et Editions Universitaires Européennes, ISBN 978-613-1-54356-2, [http://www.editions-ue.com/\[KES 09-a\]](http://www.editions-ue.com/[KES 09-a]) KESTELYN X., SEMAIL E., « Alimentation polyphasée par onduleur de tension », chap 8 de [MON 09].

[KES 09-b] KESTELYN X., SEMAIL E., CREVITS Y., "Generation of On-line Optimal Current References for Multi-phase Permanent Magnet Machines with Open-circuited Phases", *International Electrical Machine and Drive Conference (IEMDC 09)*, 5-2009.

[KES 10] KESTELYN X., SEMAIL E., CREVITS Y., "Fault Tolerant Control of a Seven-phase Drive by Degrees of Freedom Adaptation", *International Conference and Industrial Technology (ICIT 10)*, 5-2009.

[KLI 83] KLINGSHIRN E.A., "High Phase Order Induction Motors - Part I-Description and Theoretical Considerations," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-102, no.1, pp.47-53, Jan. 1983.

[LEE 01] LEE H-D., SUL S-K., "Common-mode voltage reduction method modifying the distribution of zero-voltage vector in PWM converter/inverter system", *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol.37, no.6, pp.1732-1738, Nov/Dec 2001.

[LEV 08] LEVI E., DUJIC D., JONES M., GRANDI G., "Analytical Determination of DC-Bus Utilization Limits in Multiphase VSI Supplied AC Drives", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol.23, no.2, pp.433-443, June 2008.

[LIM 09] LIMONGI L.R., BOJOI R., GRIVA G. AND TENCONI A., "Digital Current-control Scheme", *IEEE Industrial Electronics Magazine*, March 2009.

[LOC 06] LOCMENT F., SEMAIL E. AND PIRIOU F., "Design and Study of a Multi-phase Axial-flux machine", IEEE Transactions on Magnetics, vol. 42, no. 4, pp. 1427-1430, April 2006.

[LOC 08] LOCMENT F., SEMAIL E., KESTELYN X., " Vectorial Approach Based Control of a Seven-Phase Axial Flux Machine Designed for Fault Operation", IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol 55, n°10, pp. 3682-3691, oct 2008.

[LOU 04-a] LOUIS J-P. (sous la direction de), *Modélisation des machines électriques en vue de leur commande, Concepts généraux* (Traité EGEM, série Génie électrique), Hermes, Lavoisier, Paris, 2004.

[LOU 04-b] LOUIS J-P. (sous la direction de), *Modèles pour la commande des actionneurs électriques* (Traité EGEM, série Génie électrique), Hermes, Lavoisier, Traité EGEM, Paris, 2004.

[LOU 04-c] LOUIS J-P., FELD G., MOREAU S., « Modélisation physique des machines à courant alternatif », chapitre 3, p. 103-180, de [LOU 04-a].

[LOU 10] LOUIS J-P., FLIELLER D., NGUYEN N. K. et STURTZER G, Commandes des actionneurs synchrones, problématique et modélisation, in LOUIS J-P. (sous la direction de), *Commandes classiques et avancées des actionneurs synchrones* (Traité EGEM, série Génie électrique), Hermes, Lavoisier, Traité EGEM, Paris, 2010.

[MON 09] MONMASSON E. (sous la direction de), *Commande rapprochée de convertisseur statique 1 : modulation de largeur d'impulsion* (Traité EGEM, série Génie électrique), Hermes, Lavoisier, Paris, 2009.

[PAR 07] PARSA L., TOLIYAT H.A., "Fault-Tolerant Interior-Permanent-Magnet Machines for Hybrid Electric Vehicle Applications," Vehicular Technology, IEEE Transactions on , vol.56, no.4, pp.1546-1552, July 2007.

[RYU 05] RYU H. M., J. H. KIM, S. K. SUL, "Analysis of multi-phase space vector pulse-width modulation based on multiple d-q spaces concept", *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol.20, no.6, pp. 1364-1371, Nov. 2005.

[RYU 06] RYU H. M., KIM J. H., SUL S. K., "Synchronous-frame current control of multiphase synchronous motor under asymmetric fault condition due to open phases" *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol.42, no.4, pp.1062-1070, July-Aug 2006.

[SCU 09] SCULLER F., SEMAIL E., CHARPENTIER J.F., « Multi-criteria based design approach of multiphase permanent magnet low speed synchronous machines », IET Trans. Electric Power Applications, March 2009, Vol 3, Issue 2, p. 102-110.

[SEM 00] SEMAIL E., « Outils et Méthodologie d'Etude des Systèmes Électriques Polyphasés. Généralisation de la Méthode des Vecteurs d'Espace », thèse de l'USTL, 30 juin 2000, <http://hal.archives-ouvertes.fr/> et Editions Universitaires Européennes, ISBN 978-613-1-50343-6, <http://www.editions-ue.com/>

[SEM 03-a] SEMAIL E., BOUSCAYROL A., HAUTIER J.P., "Vectorial formalism for analysis and design of polyphase synchronous machines", EPJ AP (European Physical Journal-Applied Physics), vol. 22, no 3, pp. 207-220, 2003.

[SEM 03-b] SEMAIL E., KESTELYN X., CHARLIER A., « Sensibilité d'une machine polyphasée aux harmoniques spatiaux », EF'2003, Gif-sur-Yvette, Supelec, 9-10 décembre 2003.

[SEM 04-a] SEMAIL E., KESTELYN X., BOUSCAYROL A., "Right harmonic spectrum for the back-electromotive force of an n-phase synchronous motor," *IEEE Industry Applications Conference*, vol.1, pp.-78, 3-7 Oct. 2004

[SEM 04-b] SEMAIL E., LOUIS J-P., FELD G., « Propriétés vectorielles des systèmes électriques triphasés », chapitre 3, p. 181-246, de [LOU 04-c]

[WHI 59] WHITE D. C., WOODSON H. H., "Electromechanical Energy Conversion", John Wiley and Sons, 1959, chap IX.