

## Задача А. Красивые числа

Имя входного файла: `beauty.in`  
Имя выходного файла: `beauty.out`  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Будем называть число *красивым*, если сумма его цифр в десятичной системе счисления делится на количество цифр в нем (в десятичной системе счисления).

Необходимо найти  $n$ -ое в порядке возрастания красивое число.

### Формат входного файла

Входной файл содержит целое число  $n$  ( $1 \leq n \leq 100000$ ).

### Формат выходного файла

В выходной файл выведите ответ на задачу.

### Примеры

	<code>beauty.in</code>	<code>beauty.out</code>
1	1	1
15	15	20

## Задача В. Числа Фибоначчи

Имя входного файла: `fib.in`  
Имя выходного файла: `fib.out`  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

*Числа Фибоначчи* — это последовательность целых чисел, заданная рекуррентным соотношением:  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ ,  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ ,  $n \geq 2$ .

Ваша задача — найти наибольший общий делитель двух чисел Фибоначчи.

### Формат входного файла

Во входном файле два числа  $i$  и  $j$  ( $1 \leq i, j \leq 10^6$ ) — номера чисел Фибоначчи.

### Формат выходного файла

В выходной файл выведите остаток от деления наибольшего общего делителя чисел  $F_i$  и  $F_j$  на  $10^9$ .

### Примеры

<code>fib.in</code>	<code>fib.out</code>
5 10	5
2 4	1

## Задача С. Развлечения с измерителем — 2

Имя входного файла: `fun2.in`  
Имя выходного файла: `fun2.out`  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Дима обнаружил у папы на столе специальный чертежный прибор, похожий на циркуль — измеритель. Измеритель отличается от обычного циркуля тем, что в обеих его ножках находятся иголки (у обычного циркуля в одной ножке находится иголка, а в другой — грифель).

Кроме измерителя Дима нашел на столе клетчатый лист бумаги, в углах некоторых клеток которого были нарисованы точки. Так как измеритель служит для измерения расстояний, то Дима решил измерить все попарные расстояния между всеми точками на листе бумаги.

Ваша задача — написать программу, которая по координатам точек определит, сколько различных расстояний встречается среди расстояний, которые измерил Дима.

### Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит число  $n$  — количество точек ( $2 \leq n \leq 50$ ). Следующие  $n$  строк содержат по два целых числа — координаты точек. Координаты не превышают  $10^4$  по абсолютной величине.

### Формат выходного файла

На первой строке выходного файла выведите  $k$  — количество различных расстояний, которые измерил Дима. Следующие  $k$  строк должны содержать по одному вещественному числу — сами расстояния. Расстояния должны быть выведены в возрастающем порядке. Каждое число должно быть выведено с точностью не менее чем  $10^{-9}$ .

### Примеры

<code>fun2.in</code>	<code>fun2.out</code>
4	2
0 0	1.0
1 1	1.414213562373
1 0	
0 1	

## Задача D. Генерация тестов

Имя входного файла: `gentest.in`  
Имя выходного файла: `gentest.out`  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

При подготовке задач для олимпиад по информатике и программированию часто возникает необходимость подготовки тестов. Поскольку зачастую размеров тестов достаточно велик, то генерацию тестов разумно автоматизировать.

В геометрических задачах часто требуется сгенерировать  $n$  точек на плоскости так, чтобы никакие три из них не лежали на одной прямой. В этом и состоит ваша задача. Напишите программу, которая по числу  $n$  построит множество из  $n$  точек, обладающее указанным свойством.

### Формат входного файла

Входной файл содержит целое число  $n$  ( $1 \leq n \leq 300$ ).

### Формат выходного файла

Если искомое множество точек можно построить, то выведите в первой строке выходного файла слово **YES**, а далее —  $n$  строк, каждая из которых должна содержать два числа — координаты соответствующей точки. Среди точек не должно быть совпадающих. Все координаты должны быть целыми числами, не превосходящими 10000 по абсолютному значению. Если искомое множество точек нельзя построить, выведите в выходной файл строку **NO**.

### Примеры

<code>gentest.in</code>	<code>gentest.out</code>
1	YES 0 0
4	YES 0 0 0 1 1 0 1 1

## Задача Е. Левая рекурсия

Имя входного файла: `leftrec.in`  
Имя выходного файла: `leftrec.out`  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

В теории формальных грамматик и автоматов (ТФГиА) важную роль играют так называемые *контекстно-свободные грамматики* (КС-грамматики). КС-грамматикой будем называть четверку, состоящую из множества  $N$  нетерминальных символов, множества  $T$  терминальных символов, множества  $P$  правил (продукций) и начального символа  $S \in N$ .

Каждая продукция  $p \in P$  имеет форму  $A \rightarrow \alpha$ , где  $A$  нетерминальный символ ( $A \in N$ ), а  $\alpha$  — строка, состоящая из терминальных и нетерминальных символов. Процесс вывода слова начинается со строки, содержащей только начальный символ  $S$ . После этого на каждом шаге один из нетерминальных символов, входящих в текущую строку, заменяется на правую часть одной из продукций, в которой он является левой частью. Если после такой операции получается строка, содержащая только терминальные символы, что процесс вывода заканчивается.

Во многих теоретических задачах удобно рассматривать так называемые *нормальные формы* грамматик. Процесс приведения грамматики к нормальной форме часто начинается с устранения *левой рекурсии*. В этой задаче мы будем рассматривать только ее частный случай, называемый *непосредственной левой рекурсией*. Говорят, что правило вывода  $A \rightarrow \alpha$  содержит непосредственную левую рекурсию, если первым символом строки  $\alpha$  является  $A$ .

Задана КС-грамматика. Найти количество правил, содержащих непосредственную левую рекурсию.

### Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит количество  $n$  ( $1 \leq n \leq 1000$ ) правил в грамматике. Каждая из последующих  $n$  строк содержит по одному правилу. Нетерминальные символы обозначаются заглавными буквами латинского алфавита, терминальные — строчными. Левая часть продукции отделяется от правой символами `->`. Правая часть продукции всегда непуста и имеет длину не более 30 символов.

### Формат выходного файла

В выходной файл выведите ответ на задачу.

### Примеры

<code>leftrec.in</code>	<code>leftrec.out</code>
3 S->Sabc S->A A->AA	2

## Задача F. Матрица

Имя входного файла: `matrix.in`  
Имя выходного файла: `matrix.out`  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Задана матрица  $K$ , содержащая  $n$  строк и  $m$  столбцов. *Седловой точкой* этой матрицы назовем элемент, который одновременно является минимумом в своей строке и максимумом в своем столбце.

Найдите количество седловых точек заданной матрицы.

### Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит целые числа  $n$  и  $m$  ( $1 \leq n, m \leq 750$ ). Далее следуют  $n$  строк по  $m$  чисел в каждой.  $j$ -ое число  $i$ -ой строки равно  $k_{ij}$ . Все  $k_{ij}$  по модулю не превосходят 1000.

### Формат выходного файла

В выходной файл выведите ответ на задачу.

### Примеры

<code>matrix.in</code>	<code>matrix.out</code>
2 2 0 0 0 0	4
2 2 1 2 3 4	1

## Задача G. К коду Грея

Имя входного файла: `togray.in`  
Имя выходного файла: `togray.out`  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Рассмотрим циклическую последовательность попарно различных чисел  $\{a_0, a_1, \dots, a_{2^n-1}\}$ ,  $0 \leq a_i \leq 2^n - 1$ . Назовем эту последовательность *кодом Грея*, если для любое  $a_i$  отличается от левого соседа  $a_{i-1}$  и правого соседа  $a_{i+1}$  только в одной цифре в двоичной записи этих чисел. Для  $a_0$  левым соседом считается  $a_{2^n-1}$ , а для  $a_{2^n-1}$  правым соседом считается  $a_0$ .

Вася хочет написать программу — игру-головоломку, которая будет позволять пользователю менять местами два любых числа  $a_i$  и  $a_j$ . Задача игрока — получить код Грея. Модуль, отвечающий за перестановку чисел, Вася берет на себя. А вот Ваша задача — написать программу, которая будет определять после каждой перестановки — является ли последовательность кодом Грея.

### Формат входного файла

В первой строке входного файла содержится число  $n$  ( $1 \leq n \leq 16$ ). В следующей строке через пробел перечислены попарно различные числа  $a_i$  ( $0 \leq i \leq 2^n - 1$ ). В третьей строке записано число  $m$  — количество перестановок сделанных пользователем. В следующих  $m$  ( $1 \leq m \leq 100000$ ) строках перечислены числа  $(i, j)$  ( $i \neq j, 0 \leq i, j \leq 2^n - 1$ ) — индексы переставляемых элементов.

### Формат выходного файла

В выходной файл запишите  $m$  строчек — в  $i$ -той строке запишите «Yes», если после  $i$ -той перестановки последовательность стала кодом Грея и «No» в обратном случае.

### Пример

<code>togray.in</code>	<code>togray.out</code>
2	No
0 1 3 2	Yes
2	
1 2	
2 1	

## Задача Н. Треугольная область

Имя входного файла: `tri.in`  
Имя выходного файла: `tri.out`  
Ограничение по времени: 2 секунды  
Ограничение по памяти: 64 мегабайта

Одним из субъектов Флатландии является Треугольная область. Как следует из ее названия она имеет форму треугольника, вершины которого находятся в точках с координатами  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ ,  $(x_3, y_3)$ . Административный центр этой области находится в точке с координатами  $(x_c, y_c)$ , которая лежит строго внутри указанного треугольника.

Для оценки транспортного и логистического потенциала области, ее руководству понадобилось узнать расстояние от административного центра области до ее границы. Напишите программу, которая вычислит это расстояние.

### Формат входного файла

Первая строка входного файла содержит шесть целых чисел —  $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$ . Вторая строка входного файла содержит два целых числа —  $x_c$  и  $y_c$ . Все числа во входном файле не превосходят 10000 по абсолютной величине. В заданном треугольнике нет тупых углов.

### Формат выходного файла

В выходной файл выведите ответ на задачу с точностью не хуже  $10^{-6}$ .

### Примеры

<code>tri.in</code>	<code>tri.out</code>
0 0 1 2 2 0 1 1	0.4472135
0 0 0 3 3 0 1 1	0.7071067