



HAL
open science

Différentiateur Modes Glissants à Gains Dynamiques : Application à La Commande D'un Actionneur Hydraulique

Lilia Sidhom, Xavier Brun, Mohamed Smaoui, Eric Bideaux, Daniel
Thomasset

► **To cite this version:**

Lilia Sidhom, Xavier Brun, Mohamed Smaoui, Eric Bideaux, Daniel Thomasset. Différentiateur Modes Glissants à Gains Dynamiques: Application à La Commande D'un Actionneur Hydraulique. CIFA, Jul 2012, Grenoble, France. pp.ThAM2T6.2. hal-00799203

HAL Id: hal-00799203

<https://hal.science/hal-00799203>

Submitted on 30 Apr 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Différentiateur Modes Glissants à Gains Dynamiques : Application à la Commande d'un Actionneur Hydraulique

L. Sidhom, X. Brun, M. Smaoui, E. Bideaux, D. Thomasset

Laboratoire AMPERE UMR CNRS 5005, Lyon, FR 69100

Université de Lyon – INSA de Lyon – FRANCE

e-mail: lilia.sidhom@ec-lyon.fr, xavier.brun@insa-lyon.fr, mohamed.samoui@insa-lyon.fr, eric.bideaux@insa-lyon.fr, daniel.thomasset@insa-lyon.fr

Résumé: Ces dernières années, le problème de la différentiation numérique en temps réel des signaux bruités a vu un regain d'intérêt avec les travaux de Levant sur les différentiateurs modes glissants. Pour faciliter le réglage des gains de ces différentiateurs, tout en assurant un bon compromis entre précision et robustesse par rapport au bruit, une nouvelle version de différentiateur modes glissants d'ordre deux est proposée. Une validation expérimentale dans une boucle de commande d'un actionneur hydraulique montre l'efficacité et l'intérêt de l'algorithme proposé par rapport au schéma de base.

Mots Clés: différentiateur modes glissants, commande Backstepping, système électrohydraulique, expérimentation.

1. INTRODUCTION

Depuis longtemps, le problème de l'estimation des dérivées d'un signal temporel bruité a attiré l'attention des chercheurs en raison de son importance dans différents domaines d'application. Il existe de nombreuses approches pour traiter ce problème : approche modèle et approche signal. La première approche bien connue repose sur l'utilisation d'observateur. En effet, dans le cas où le signal satisfait certaines équations différentielles ou représente une sortie de certaines dynamiques connues d'un système, la dérivée de ce signal d'entrée est alors estimée en se basant sur cette représentation mathématique du système. Citons à titre d'exemple les travaux de [1]. L'utilisation d'un observateur permet d'introduire un filtrage avec une bonne estimation mais en contrepartie les équations d'état de l'observateur font appel au modèle du procédé. Par conséquent, une dégradation importante des performances peut avoir lieu au cas où le modèle ne représente pas fidèlement le comportement du procédé. Afin de pallier cet inconvénient, la recherche s'est orienté vers la synthèse d'observateurs robustes prenant en compte les incertitudes paramétriques, tel que les observateurs par modes glissants [2], [3] et les observateurs à grands gains [4], [5]. La seconde approche présente dans la littérature utilise le terme différentiateur. L'approche linéaire pour la construction d'un différentiateur consiste à l'approximation de fonction de transfert d'un différentiateur idéal (réalisable) sur une bande de fréquence du signal considéré [6]. Dans ce cas, la plage de fréquence du bruit est supposée connue, celui-ci donc peut être filtré par un filtre passe-bas. Il existe aussi d'autres méthodes classiques qui consistent à approcher la dérivée par des interpolations polynomiales. Lorsque peu d'information est connue sur la dynamique du signal et/ou du bruit, les différentiateurs algébriques peuvent représenter une solution intéressante [7]. Une approche alternative basée sur la technique des régimes

glissants [8] peut aussi être utilisée. Utilisant la technique des modes glissants d'ordre supérieur [9], des différentiateurs d'ordre un [10] puis d'ordre supérieur [11] ont été définis. Nous nous intéressons dans ces travaux plus particulièrement à ce type d'algorithme. Dans ce papier, la première partie est dédiée tout d'abord à décrire le problème de mise en œuvre des différentiateurs modes glissants, particulièrement pour un algorithme d'ordre deux. Ensuite, un nouveau schéma de différentiation d'ordre deux sera présenté. La deuxième partie est consacrée à l'application expérimentale de l'algorithme proposé dans une boucle de commande pour un suivi de trajectoire en position d'un actionneur hydraulique. Une description du système d'application sera effectuée. Ensuite des résultats expérimentaux, fournis par les deux schémas de différentiation, seront présentés et comparés.

2. NOUVELLE VERSION DE DIFFERENTIEATEUR MODES GLISSANTS D'ORDRE DEUX

2.1 Enoncé du problème

Soit le signal $f(t)$ une fonction bornée définie de $\mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ mesurable au sens de Lebesgue. Considérons $f(t)$ comme étant la somme de deux termes :

$$f(t) = f_0(t) + \eta(t) \quad (1)$$

où $f_0(t)$ est le signal utile dont la dérivée troisième est bornée par une constante de Lipschitz $C > 0$ supposée connue. $\eta(t)$ est un bruit dont on connaît uniquement une borne supérieure ε telle que $|\eta(t)| < \varepsilon$, avec $\varepsilon \ll 1$.

Dans [9], un schéma récursif de différentiateurs d'ordre n a été proposé. Dans ces travaux, nous nous intéressons particulièrement à un Différentiateur d'Ordre Deux (DO2), dont les équations dynamiques sont données par:

$$\begin{cases} \dot{z}_0 = v_0 \\ v_0 = -\lambda_0 |s_0|^{\frac{2}{3}} \text{sign}(s_0) + z_1 \\ \dot{z}_1 = v_1 \\ v_1 = -\lambda_1 |s_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s_1) + z_2 \\ \dot{z}_2 = -\lambda_2 \text{sign}(s_1) \end{cases} \quad (2)$$

où z_0, z_1, z_2 représentent les différents états de l'algorithme. La fonction « $\text{sign}(\cdot)$ » utilisée dans (2) est définie par :

$$\text{sign}(u) = \begin{cases} 1 & u \geq 0 \\ -1 & u < 0 \end{cases} \quad (3)$$

Notons les surfaces de glissement du différentiateur, définissant les erreurs d'estimation des dérivées comme suit :

$$s_0 = z_0 - f; \quad s_1 = z_1 - v_0 \quad (4)$$

A l'instant initial ($t=0$), on a $z_0(0) = f(0)$ et $z_i(0) = v_{i-1}(0)$

avec $i=1,2$.

Théoriquement et après un temps de convergence fini, nous avons $v_0 = \dot{f}(t), v_1 = \ddot{f}(t)$, qui sont les sorties de l'algorithme.

$\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ sont des gains positifs qui représentent les paramètres de réglage de l'algorithme. Le choix de ces gains est conditionné par la connaissance de la valeur de la constante de Lipschitz C de la dérivée troisième du signal utile, [9]. En effet, il faut choisir un jeu de coefficient tel que $C > \lambda_0 > \lambda_1 > \lambda_2 > 0$. Or dans le cas où le signal est bruité, la constante C peut être a priori inconnue. Dans ce cas, le choix de ces paramètres devient difficile. De plus, il est à préciser que les termes z_1, z_2 faisant intervenir l'intégrale jouent le rôle d'estimateur de la dérivée du signal d'entrée. Cependant, le deuxième terme des équations de sortie doit être nulle d'un point de vue théorique suite à l'établissement du régime glissant. Mais en pratique, différentes causes d'imprécision peuvent surgir par une simple erreur de mesure, ce qui rend impossible l'annulation du terme $\lambda_i |s_i|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s_i)$, $i \in \{0,1\}$. La présence du « $\text{sign}(\cdot)$ » dans ce terme le rend oscillant avec une fréquence élevée, ceci se traduit par la présence du « chattering ». Sa présence dans le signal estimé, détériore sa précision. En ayant un signal d'entrée bruité, l'amplification du bruit devient grande. Dans ce cas, il sera alors difficile d'ajuster les gains λ_i pour obtenir le bon compromis précision, robustesse par rapport au bruit.

2.2. Algorithme proposé et résultats principaux

Nous proposons une méthode permettant le réglage automatique en temps réel des paramètres du différentiateur. Cette méthode se base sur l'ajout d'une dynamique sur les gains de l'algorithme en fonction des surfaces de glissement. Ainsi, la solution permet d'intégrer un caractère adaptatif aux gains de l'algorithme. Dans ce papier, nous nous limitons à illustrer cette méthode au différentiateur modes glissants d'ordre deux :

$$\begin{cases} \dot{z}_0 = v_0 \\ v_0 = -\hat{\lambda}_0 |s_0|^{\frac{2}{3}} \text{sign}(s_0) - K_0 s_0 + z_1 \\ \dot{z}_1 = v_1 \\ v_1 = -\hat{\lambda}_1 |s_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s_1) - \hat{\lambda}_2 \int_0^t \text{sign}(s_1) dt - K_1 s_1 \end{cases} \quad (5)$$

K_0, K_1 sont des gains positifs et s_0, s_1 sont les mêmes surfaces de glissements déjà données dans (4). Les dynamiques des gains $\hat{\lambda}_i, i \in \{0,1,2\}$ sont définies par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{\lambda}}_0 = \left[|s_0|^{\frac{2}{3}} \text{sign}(s_0) \right]_{s_0} \\ \dot{\hat{\lambda}}_1 = \left[|s_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s_1) \right]_{s_1} \\ \dot{\hat{\lambda}}_2 = s_1 \int_0^t \text{sign}(s_1) dt \end{cases} \quad (6)$$

Théorème :

Pour $K_0, K_1 > 0$ et avec les gains dynamiques $\hat{\lambda}_i, i \in \{0,1,2\}$ définis par (6), la trajectoire du système (5) converge asymptotiquement localement vers le point d'équilibre $s_0 = s_1 = 0$ sous l'hypothèse qu'il existe des constantes positives inconnues a priori définies par :

$$\begin{cases} \dot{f} = -\lambda_0^* |s_0|^{\frac{2}{3}} \text{sign}(s_0) + z_1 \\ \dot{f} = -\lambda_1^* |s_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s_1) - \lambda_2^* \int_0^t \text{sign}(s_1) dt \end{cases} \quad (7)$$

Preuve :

En posant $\sigma_0 = s_0 = z_0 - f, \sigma_1 = z_1 - \dot{f}$, en utilisant ce changement de variable, la première équation du système (5) peut s'écrire :

$$\dot{\sigma}_0 = -\hat{\lambda}_0 |\sigma_0|^{\frac{2}{3}} \text{sign}(\sigma_0) - K_0 \sigma_0 + \sigma_1 \quad (8)$$

Sachant que $\hat{\lambda}_0 > 0$, donc à partir de cette équation, nous avons :

$$\sigma_1 - \dot{\sigma}_0 = \text{sign}(\sigma_0) \left[\hat{\lambda}_0 |\sigma_0|^{\frac{2}{3}} + K_0 |\sigma_0| \right] \Rightarrow \text{sign}(\sigma_1 - \dot{\sigma}_0) = \text{sign}(\sigma_0) \quad (9)$$

En retranchant \dot{f} des deux côtés de la première équation du système (5), nous pouvons alors écrire :

$$v_0 - \dot{f} = -\hat{\lambda}_0 |\sigma_0|^{\frac{2}{3}} \text{sign}(\sigma_0) - K_0 \sigma_0 + z_1 - \dot{f} \quad (10)$$

En remplaçant \dot{f} par son expression (équation (7)), (8) devient :

$$\dot{\sigma}_0 = -\tilde{\lambda}_0 |\sigma_0|^{\frac{2}{3}} \text{sign}(\sigma_0) - K_0 \sigma_0 \quad (11)$$

où $\tilde{\lambda}_0 = \hat{\lambda}_0 - \lambda_0^*$. En retranchant \dot{f} des deux côtés de la dernière équation du système (5) et en tenant compte de ce changement de variable, sachant que $s_1 = \sigma_1 - \dot{\sigma}_0$ on a :

$$\dot{\sigma}_1 = -\tilde{\lambda}_1 |\sigma_1 - \dot{\sigma}_0|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\sigma_1 - \dot{\sigma}_0) - \tilde{\lambda}_2 \int_0^t \text{sign}(\sigma_1 - \dot{\sigma}_0) dt - K_0 (\sigma_1 - \dot{\sigma}_0) \quad (12)$$

Soit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V(\sigma_0, \sigma_1, \tilde{\lambda}_i) = \frac{1}{2}\sigma_0^2 + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \dot{\sigma}_0)^2 + \sum_{i=0}^2 \tilde{\lambda}_i^T \Gamma^{-1} \tilde{\lambda}_i, \quad i \in \{0,1,2\} \quad (13)$$

Avec $\Gamma \in \mathbb{R}^{(3 \times 3)}$ une matrice d'identité. Le point d'équilibre est défini par $X_e = (\sigma_0 = 0, \sigma_1 = 0, \tilde{\lambda}_i = 0)$.

La dérivée de cette fonction de Lyapunov est donnée par :

$$\dot{V} = \sigma_0 \dot{\sigma}_0 + (\sigma_1 - \dot{\sigma}_0)(\dot{\sigma}_1 - \ddot{\sigma}_0) + \tilde{\lambda}_0 \dot{\tilde{\lambda}}_0 + \tilde{\lambda}_1 \dot{\tilde{\lambda}}_1 + \tilde{\lambda}_2 \dot{\tilde{\lambda}}_2 \quad (14)$$

En utilisant (11), nous avons :

$$\sigma_0 \dot{\sigma}_0 + \tilde{\lambda}_0 \dot{\tilde{\lambda}}_0 = -K_0 \sigma_0^2 \quad (15)$$

Et

$$(\sigma_1 - \dot{\sigma}_0) \dot{\sigma}_1 + \tilde{\lambda}_1 \dot{\tilde{\lambda}}_1 + \tilde{\lambda}_2 \dot{\tilde{\lambda}}_2 = -K_1 (\sigma_1 - \dot{\sigma}_0)^2 \quad (16)$$

En remplaçant $\ddot{\sigma}_0$ dans l'expression $-(\sigma_1 - \dot{\sigma}_0) \dot{\sigma}_0$, celle-ci devient :

$$-(\sigma_1 - \dot{\sigma}_0) \dot{\sigma}_0 = -(\sigma_1 - \dot{\sigma}_0) \left[-\tilde{\lambda}_0 |\sigma_0|^{\frac{2}{3}} \text{sign}(\sigma_0) - K_0 \dot{\sigma}_0 - \frac{2}{3} \tilde{\lambda}_0 |\sigma_0|^{-\frac{1}{3}} \dot{\sigma}_0 \right] \quad (17)$$

En intégrant la dynamique du gain $\hat{\lambda}_0$ (voir système (6)), il en résulte alors :

$$-(\sigma_1 - \dot{\sigma}_0) \ddot{\sigma}_0 = -|\sigma_1 - \dot{\sigma}_0| \left[-|\sigma_0|^{\frac{7}{3}} + K_0^2 |\sigma_0| + \frac{2}{3} \tilde{\lambda}_0^2 |\sigma_0|^{\frac{1}{3}} + \frac{5}{3} \tilde{\lambda}_0 K_0 |\sigma_0|^{\frac{2}{3}} \right] \quad (18)$$

Au final, l'équation (14) est réécrite comme suit :

$$\dot{V} = -K_0 \sigma_0^2 - K_1 (\sigma_1 - \dot{\sigma}_0)^2 - \frac{2}{3} |\sigma_1 - \dot{\sigma}_0| \tilde{\lambda}_0^2 |\sigma_0|^{\frac{1}{3}} - |\sigma_1 - \dot{\sigma}_0| \left[-|\sigma_0|^{\frac{7}{3}} + \frac{5}{3} \tilde{\lambda}_0 K_0 |\sigma_0|^{\frac{2}{3}} + K_0^2 |\sigma_0| \right] \quad (19)$$

Donc pour montrer la négativité de \dot{V} , il suffit de prouver que :

$$\Upsilon = \left[-|\sigma_0|^{\frac{7}{3}} + \frac{5}{3} \tilde{\lambda}_0 K_0 |\sigma_0|^{\frac{2}{3}} + K_0^2 |\sigma_0| \right] \geq 0 \quad (20)$$

Pour ce faire, nous supposons que $|\tilde{\lambda}_0| \leq \tilde{\lambda}_{0M}$, où $\tilde{\lambda}_{0M}$ est une constante positive vérifiant l'inégalité suivante :

$$\tilde{\lambda}_{0M} < \frac{3}{5} K_0 |\sigma_0|^{\frac{1}{3}} \quad (21)$$

Pour obtenir la condition (20), il faut choisir K_0 tel que :

$$K_0 \left[\tilde{\lambda}_0 + \frac{3}{5} K_0 |\sigma_0|^{\frac{1}{3}} \right] \geq \frac{3}{5} |\sigma_0|^{\frac{5}{3}} \quad (22)$$

Nous pouvons dire qu'il existe toujours une valeur de K_0 (à savoir une grande valeur) qui permet de vérifier les deux inégalités (20) et (21). Sous ces conditions, nous pouvons conclure que \dot{V} est négative $\forall (\sigma_0, \sigma_1, \tilde{\lambda}_i) \in \mathbb{R}^3$ mais s'annule pour $(\sigma_0 = 0, \sigma_1 = 0, \tilde{\lambda}_i)^T \neq X_e$. Par conséquent \dot{V} est localement définie négative sur $\mathbb{R}^3 \setminus \left\{ (\sigma_0 = 0, \sigma_1 = 0, \tilde{\lambda}_i)^T \right\}$. Donc avec ce choix de fonction de Lyapunov nous avons pu démontrer une convergence asymptotique locale sur $\mathbb{R}^3 \setminus \left\{ (\sigma_0 = 0, \sigma_1 = 0, \tilde{\lambda}_i)^T \right\}$ de ce point d'équilibre. Certes l'utilisation du principe d'invariance de LaSalle est envisageable, mais dans notre cas ne peut pas conclure sur la convergence asymptotique globale. La démonstration ainsi donnée assure la convergence

de l'erreur d'estimation s_0 et s_1 mais la convergence des gains dynamiques vers les gains λ_0^* et λ_1^* n'est pas assurée. Ces gains dynamiques évoluent en fonction du temps selon les règles d'adaptation imposées où cette évolution est bornée. Evidemment qu'un algorithme adaptatif est sensible aux valeurs initiales, donc les valeurs de ces bornes sont liées aux valeurs initiales choisies pour ces gains. Dans notre cas, nous n'avons pas examiné ce point théoriquement. Cependant, nous nous sommes limités à effectuer quelques simulations pour différentes valeurs initiales où aucun problème de convergence n'est observé.

3. APPLICATION A LA COMMANDE D'UN ACTIONNEUR HYDRAULIQUE

3.1 Modèle du système

Le banc d'essai considéré est composé d'un vérin symétrique double tige à paliers hydrodynamiques d'une course totale égale à 330 mm. Les modulateurs de puissance sont des servodistributeurs à 4 voies d'utilisation et à grande bande passante. Le bloc foré (embase) a été réalisé spécifiquement pour ce banc d'essai. Il permet d'implanter les deux servodistributeurs ainsi que d'autres composants afin d'assurer trois modes de fonctionnement au système. Cette interface introduit des phénomènes parasites (pertes de charge, effets capacitifs et inertiels) qui ont, dans certaines conditions d'utilisation, une influence non négligeable sur le comportement global du système. Dans ce papier, un seul mode de fonctionnement est considéré. Il s'agit ici de commander l'actionneur par un seul servodistributeur. Le schéma simplifié du servo-système est donné par cette figure:

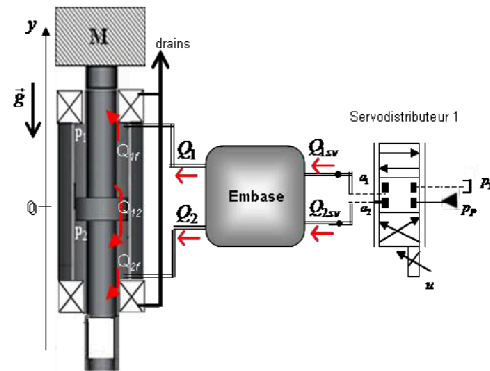


Fig. 2 : Schéma simplifié du système.

Le modèle de commande proposé repose sur certaines hypothèses. La première consiste à prendre en compte uniquement les effets résistif et capacitif engendrés par l'embase. Soit l'équation dynamique relative au système :

$$Ma = S(p_1 - p_2) - Mg - bv + h(v(t)) \quad (23)$$

b représente le coefficient du frottement visqueux, M est la masse équivalente de la partie mobile, v et a sont respectivement la vitesse et l'accélération de la charge et S est la section effective du vérin. Le frottement sec est représenté par la fonction $h(v(t))$ qui dépend explicitement de la vitesse où celle-ci est approximée par une fonction tangente hyperbolique. La température et la pression de

l'huile sont considérées homogènes dans chaque chambre. Donc chacune des chambres du vérin peut être considérée comme une chambre à volume variable dépendant de la position du piston notée y . Les débits de fuite externes et le débit de fuite inter-chambre sont négligés. Ainsi, le bilan de débit dans chaque chambre peut s'écrire:

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{V_1(y)}{\beta} \frac{dp_1}{dt} + S \frac{dy}{dt}, \\ Q_2 &= \frac{V_2(y)}{\beta} \frac{dp_2}{dt} - S \frac{dy}{dt}. \end{aligned} \quad (24)$$

Avec $V_1(y) = V_{01} + Sy$ et $V_2(y) = V_{02} - Sy$ tel que $V_{01} = V_{M1} + S \frac{l}{2}$ et $V_{02} = V_{M2} + S \frac{l}{2}$, où l est la course totale du vérin V_{01}, V_{02} sont les volumes initiaux des chambres pour $y = 0$ et V_{M1}, V_{M2} sont les volumes morts à l'extrémité de chaque chambre. Les volumes des conduites de l'embase sont aussi pris en compte. Pour le modèle statique du servodistributeur, quelques hypothèses sur le régime d'écoulement ont été considérées. Ainsi, nous considérerons un régime laminaire quand la section de passage modulée par la commande est petite. Dans ce cas, le débit fourni est équivalent au débit de fuite. Comme ces débits de fuite sont négligés dans (24), nous n'avons retenu que le débit en régime turbulent. Nous supposons aussi que le servodistributeur est parfaitement symétrique. De plus, nous considérons que la relation entre la section de passage du tiroir S_t et le déplacement du tiroir x_t est linéaire, c'est-à-dire $S_t(x_t) = K_s x_t$. Pour certaines plages de fonctionnement, la dynamique du servodistributeur peut être négligée devant celle du vérin. Suite à cette hypothèse, la relation suivante est alors vérifiée en régime stationnaire $x_t = K_{sv} u$. La valeur du gain K_{sv} est déterminée à partir de la caractéristique du constructeur donnant x_t en fonction de la commande u . Les lois de débit utilisées pour le modèle de commande sont celles définies en entrée du vérin (Q_1, Q_2) et non pas les débits ($Q_{1,sv}, Q_{2,sv}$) en sortie du servodistributeur, ceci revient à la perte de charge dans l'embase. Donc pour prendre en compte de cet aspect résistif, les équations de débit sont alors exprimées comme suit :

$$\begin{cases} Q_{1,sv} = Q_1 = \alpha u C_1^* \psi_1(p_1, p_p, p_T, \text{sign}(u)) \\ Q_{2,sv} = Q_2 = \alpha u C_2^* \psi_2(p_2, p_p, p_T, \text{sign}(u)) \end{cases} \quad (25)$$

avec $\alpha = K_s K_{sv} \sqrt{\frac{2}{\rho}} C_d$ un paramètre supposé constant, ρ est la

densité du fluide et C_d est le coefficient de débit. Ainsi, nous avons :

$$\begin{cases} \psi_1(p_1, p_p, p_T, \text{sign}(u)) = [h(u)G_{11}(\cdot) + h(-u)G_{12}(\cdot)] \\ \psi_2(p_2, p_p, p_T, \text{sign}(u)) = [h(u)G_{21}(\cdot) + h(-u)G_{22}(\cdot)] \end{cases} \quad (26)$$

où

$$\begin{cases} G_{11}(\cdot) = \sqrt{|p_p - p_1|} \text{sign}(p_p - p_1) \\ G_{12}(\cdot) = \sqrt{|p_1 - p_T|} \text{sign}(p_1 - p_T) \\ G_{21}(\cdot) = \sqrt{|p_2 - p_T|} \text{sign}(p_2 - p_T) \\ G_{22}(\cdot) = \sqrt{|p_p - p_2|} \text{sign}(p_p - p_2) \end{cases} \quad (27)$$

et $h(u) = \frac{1 + \text{sign}(u)}{2}$, où la fonction « $\text{sign}(\cdot)$ » est définie par

(3). C_1^*, C_2^* sont deux constantes ayant deux valeurs différentes en raison de la dissymétrie du circuit. Ces valeurs ont été déterminées suite à des essais spécifiques afin de prendre en compte la perte de charge dans l'embase. Chaque variable d'état est physiquement bornée. Sous les conditions normales de fonctionnement, le domaine physique est décrit par:

$$D_\varphi = \left\{ (y, v, p_1, p_2) \in \mathbb{R}^4 / |y| \leq \frac{l}{2}, |v| \leq v_{\max}, p_1, p_2 \in \Omega_p \right\}]_{p_T, p_P} \quad (28)$$

D'après le domaine physique, les termes $\text{sign}(p_p - p_j)$ et $\text{sign}(p_j - p_T)$ avec $j = \{1, 2\}$, introduites dans (27) peuvent être éliminés, ainsi que les valeurs absolues. Pour pouvoir intégrer un différentiateur d'ordre deux dans une boucle de commande, nous avons choisi de synthétiser une commande par Backstepping, puisque cette dernière nécessite un modèle sous une forme « strict-feedback ». Afin d'estimer la vitesse et l'accélération à partir de la position mesurée, le modèle du système est alors mis sous une forme normale:

$$\dot{X} = f(X) + g(X)u,$$

où $X = [y, v, a, p_1]^T$ est le vecteur d'état, f et g sont des champs de vecteurs définis par :

$$\begin{aligned} f(X) &= \begin{pmatrix} v \\ \frac{1}{M}(S(p_1 - p_2) - g - bv - h(v(t))) \\ -S \frac{\beta}{V_1(y)} v \\ S \frac{\beta}{V_2(y)} v \end{pmatrix} \\ g(X) &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\beta}{V_1(y)} \alpha C_1^* \psi_1(p_1, p_p, p_T, \text{sign}(u)) \\ -\frac{\beta}{V_2(y)} \alpha C_2^* \psi_2(p_2, p_p, p_T, \text{sign}(u)) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

3.2 Résultats expérimentaux

Cette partie est dédiée à la présentation et à l'analyse des résultats expérimentaux obtenus dans le cas d'une commande d'un servodistributeur pour des raisons de suivi de trajectoire en position. Cette commande par Backstepping nécessite l'utilisation d'un capteur de position, de vitesse et aussi d'un accéléromètre. Or aucun capteur de vitesse n'est installé au niveau du banc d'essai. D'autre part, l'accéléromètre utilisé présente une précision de $\pm 2\%$ et une plage de fonctionnement assez large ($\pm 100g$) dimensionnée en fonction des performances du banc. Ainsi, la vitesse et l'accélération seront reconstruites via les différentiateurs d'ordre deux. Ce schéma a été implantée sur une carte dSpace DS1104 où la fréquence d'échantillonnage est fixée à $1kHz$. Pour satisfaire, les hypothèses considérées dans la phase de modélisation, des consignes à basse et à moyenne fréquence sont appliquées. Pour montrer l'efficacité du DAO2 par rapport au DO2, deux types d'essais sont effectués. Un premier essai (essai 1) où

une consigne de type sinusoïdale d'amplitude $\pm 30\text{mm}$ et de fréquence 0.5Hz est utilisée. Quand au deuxième essai (essai 2), il consiste à imposer une consigne sinusoïdale dont l'amplitude maximale de déplacement est de $\pm 50\text{mm}$ et dont la fréquence est égale à 1Hz . Les gains du différentiateur DO2 sont fixés à $\lambda_0=18, \lambda_1=15, \lambda_2=8$ et ceux du DAO2 sont choisis tels que $K_0=25, K_1=35$. Les gains dynamiques de celui-ci sont initialisés à zéro. Le choix de ces valeurs est effectué afin d'obtenir la bonne précision et le meilleur filtrage par rapport à la consigne d'entrée imposée pour l'essai 1. Le réglage de la commande synthétisée est effectué afin de garantir un suivi de trajectoire acceptable. Ce réglage reste inchangé tout au long des essais expérimentaux réalisés. Nous ne disposons d'aucunes références pour comparer les résultats donnés par les différentiateurs. Ceci nous amènera alors à effectuer une étude analytique basée sur certains critères. Des critères quantifiables à savoir : l'erreur maximale de suivi en position, l'erreur en vitesse, l'erreur en accélération. Ces erreurs sont définies comme étant la différence entre la grandeur estimée et la grandeur désirée. Un autre critère est considéré à savoir le filtrage des signaux estimés. Pour chaque essai, nous illustrons, les résultats obtenus via le DO2 puis celles de DAO2.

Résultats Essai 1 : A partir de la figure 4 nous obtenons une erreur maximale en position de l'ordre de 0.18 mm , en valeur absolue. Etant donné le bon réglage des gains du DO2 par rapport au signal d'entrée, nous remarquons que les signaux de vitesse et d'accélération estimés (figures 5 et 6) n'introduisent pratiquement aucun déphasage comparés à la vitesse et l'accélération désirées. Nous constatons que les dérivées estimées sont relativement bruitées, malgré un choix des gains de valeurs faibles. Le signal de commande relatif à l'association « DO2-commande » est donné par la figure 7. Pour le DAO2, la figure 8 illustre l'erreur en position. Celle-ci présente une valeur maximale (en valeur absolue) identique à celle donnée par le DO2. Avec les différentiateurs modes glissants, visiblement il n'a y aucun déphasage au niveau de la vitesse et de l'accélération estimées par rapport aux trajectoires désirées. A partir des figures 9, 10 et comparés aux signaux obtenus par le DO2, nous remarquons que ceux estimés par le DAO2 sont beaucoup mieux filtrés.

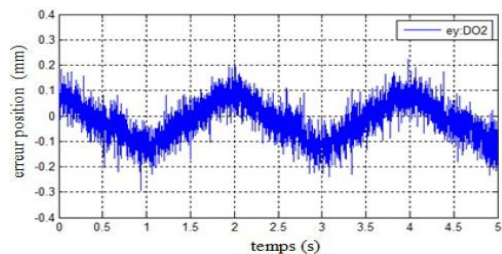


Fig.4. Erreur de suivi en position (mm) : DO2

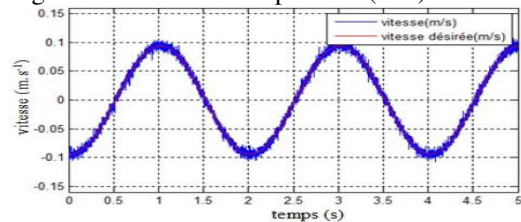


Fig.5. Vitesse désirée et estimée (m.s^{-1}) : DO2

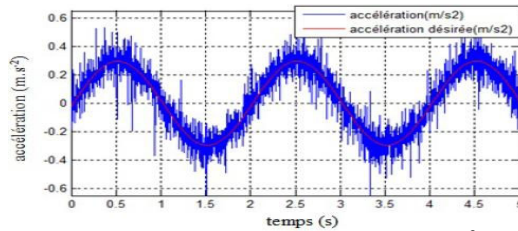


Fig.6. Accélération désirée et estimée (m.s^{-2}) : DO2

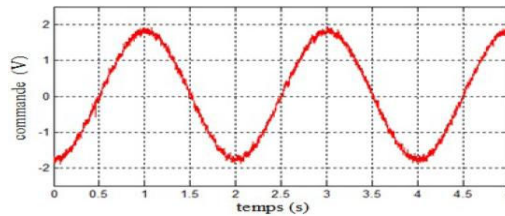


Fig.7. Commande (V) : DO2.

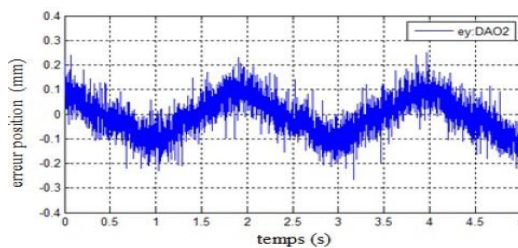


Fig.8. Erreur de suivi en position (mm) : DAO2

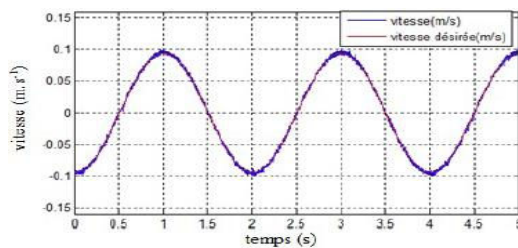


Fig.9. Vitesse désirée et estimée (m.s^{-1}) : DAO2

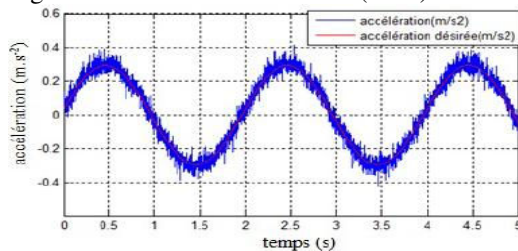


Fig.10. Accélération désirée et estimée (m.s^{-2}) : DAO2

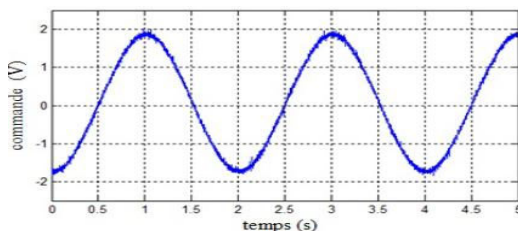


Fig.11. Commande (V) : DAO2.

Résultats Essai 2 : Commençons par ceux donnés par le DO2. La valeur maximale de l'erreur est de l'ordre de 0.5 mm . L'augmentation de cette valeur est due à d'une part aux erreurs relatives sur les signaux estimés et d'autre part aux erreurs qui peuvent être issues des incertitudes paramétriques autour de cette plage de fonctionnement. A partir de la figure

14, nous constatons que l'accélération estimée par le DO2 présente un déphasage qui se traduit par une erreur maximale en accélération égale à 0.64 m.s^{-2} . Pour la vitesse estimée, le déphasage n'est pas lisible au niveau de la figure 13 mais nous pouvons calculer une erreur en vitesse de l'ordre de 0.011 m.s^{-1} . Pour le DAO2, l'évolution de l'erreur en position ainsi que celle de la commande est relativement la même. En fait, comme pour le DO2, les estimées données par le DAO2 sont légèrement déphasées (figures 15,16) mais elles présentent moins de bruit que celles données pour le DO2 (particulièrement sur l'accélération estimée). Ce déphasage se traduit par une valeur identique en erreur de vitesse que celle enregistrée par le DO2, tout en ayant une erreur en accélération plus faible, de l'ordre de 0.48 m.s^{-2} .

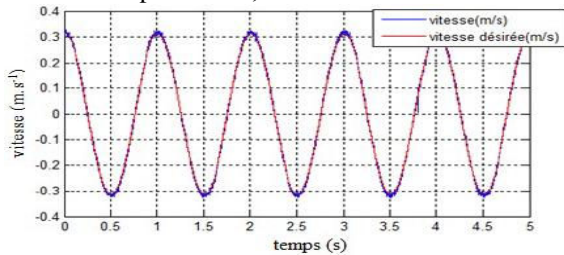


Fig.13. Vitesse désirée et estimée (m.s^{-1}) : DO2

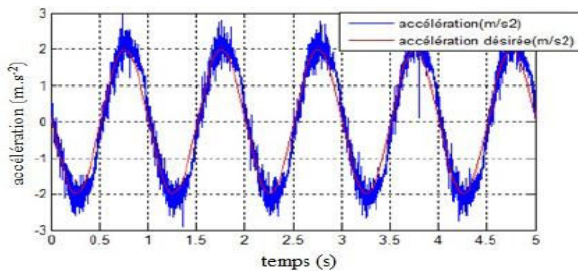


Fig.14. Accélération désirée et estimée (m.s^{-2}): DO2

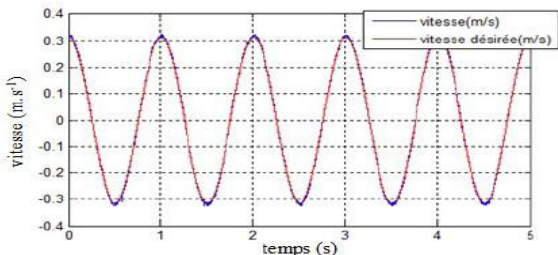


Fig.15 Vitesse désirée et estimée (m.s^{-1}) : DAO2

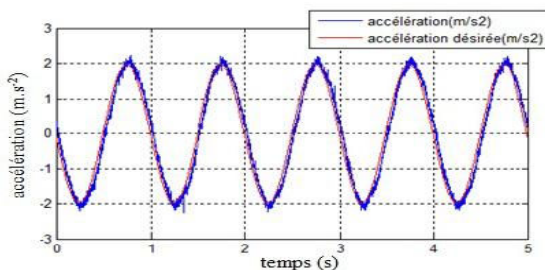


Fig.16. Accélération désirée et estimée (m.s^{-2}): DAO2

Remarques : **i)** avec un bon réglage des deux algorithmes par rapport à un signal d'entrée donné, les dérivées estimées par le DAO2 sont mieux filtrées que celles données par le DO2. Les deux dérivateurs présentent une bonne précision comparée aux trajectoires désirées. **ii)** avec le même réglage

des deux versions d'algorithme mais en modifiant la constante de Lipschitz de la consigne, une légère dégradation des estimées est observée. Cependant, les signaux estimés par le DAO2 sont toujours mieux filtrés. Donc pour améliorer la précision des dérivateurs, il faut augmenter les valeurs de ces gains. Cependant, l'augmentation de ces valeurs pour le DO2 entraîne une très forte augmentation du bruit, ce qui peut rendre inutilisable les signaux estimés pour la commande. Par contre, l'aspect filtrage apporté par le DAO2 donne la possibilité d'augmenter ces valeurs.

4. CONCLUSIONS

Dans ce papier, un différentiateur modes glissants d'ordre deux à gains dynamiques a été proposé afin de remédier au problème du choix des gains relatif au schéma de différentiation classique. Une validation expérimentale est effectuée pour la commande en position d'un système électrohydraulique. Ces essais ont permis de mettre en évidence le point fort de la nouvelle version, qui est l'aspect de filtrage. Une des perspectives exigée à la fin de ce travail sera la recherche de la preuve de convergence en temps fini du différentiateur proposé, étant donné que celle-ci représente l'une des propriétés des modes glissants d'ordre supérieur.

REFERENCES

- [1] Chitour, Y. Time varying high gain observers for numerical differentiation, *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2002, vol. 47, n° 9, pp. 1565-1569.
- [2] Batur, C., Zhang, L. Sliding mode observer and controller design for a hydraulic motion control system, *Amercian Control Conference*, Colorado, 2003, pp. 1721-1726.
- [3] Slotine J.J., Hedrick, J.K., Misawa, E.A. On sliding observers for nonlinear systems. *J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 1987, vol. 109, n° 9, pp. 245-252.
- [4] Bornard, G., Hammouri, H. A high gain observer for a class of uniformly observable systems, *Proceedings of the 30th Conference on Decision and Control*, Brogton, Angleterre, 11-13 December, 1991, pp. 1494-1496.
- [5] Gauthier, J.P., Hammouri, H., Othman, S. A simple observer for non linear systems-Application to bioreactors, *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1992, vol. 37, n° 6, pp. 875-880.
- [6] Kumar, B., Roy, S.C.D. Design of digital differentiators for low frequencies, *Proceeding of the IEEE*, 1988, vol. 76, n° 3, pp. 287-289.
- [7] Sira-Ramirez, H. et Fliess, M. On the output feedback control of a synchronous generator, *43rd IEEE Conference on Decision and Control*, Atlantis, Paradise Island, Bahamas, December, 2004, pp. 14-17.
- [8] Utkin, V.I. Sliding mode in control and optimization, Berlin : Springer-Verlag, 1992, 287p.
- [9] Levant, A. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control, *Int.J. of Control*, 1993, vol.58, pp.1247-1263.
- [10] Levant, A. Robust exact differentiation via sliding mode technique, *Automatica*, 1998, vol. 34, n° 3, pp. 379-384.
- [11] Levant, A. Higher order sliding modes, differentiation and output-feedback control, *Int. J. of Control*, 2003, vol. 76, n° 9-10, pp. 924-941.