



HAL
open science

Étude sur la conservation préventive des panneaux de bois peints

David Dureisseix, Bertrand Marcon, Julien Colmars, Joseph Gril

► **To cite this version:**

David Dureisseix, Bertrand Marcon, Julien Colmars, Joseph Gril. Étude sur la conservation préventive des panneaux de bois peints. 2009. hal-00796829

HAL Id: hal-00796829

<https://hal.science/hal-00796829>

Submitted on 5 Mar 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Rapport intermédiaire du programme d'étude
« Étude sur la conservation préventive des panneaux de bois
peints »

D. Dureisseix, B. Marcon, J. Colmars, J. Gril

Septembre 2009

Ministère de la Culture et de la Communication, Direction de l'Architecture et du Patrimoine

Laboratoire de Recherche des Monuments Historiques (LRMH)

Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (LMGC)

CNRS UMR5508 / Université Montpellier 2

Programme 0186-17 – XQ

Numéro de convention UM2 372M

Contacts LMGCC :

Responsable scientifique :

David Dureisseix, professeur Université Montpellier 2

Responsable du programme :

Joseph Gril, directeur de recherche au CNRS

Autres personnels impliqués :

Julien Colmars doctorant

Bertrand Marcon doctorant

Citation : Dureisseix D., Marcon B., Colmars J., Gril J. (2009) *Étude sur la conservation préventive des panneaux de bois peints*, Etude menée pour le LRMH no 0186-17–XQ, 1er rapport intermédiaire Montpellier.

Table des matières

1 Etat d'avancement du projet	3
Rappels des objectifs du projet	3
Contenu du rapport préliminaire.....	3
2 Suivi d'une procédure de restauration par corrélation d'images et modélisation par éléments finis.....	4
2.1 Introduction.....	4
2.2 Mesure de forme par stéréo corrélation.....	5
2.3 Modèle numérique éléments finis et recalage	7
2.4 Estimation des contraintes résiduelles.....	12
2.5 Bilan et perspectives	13
3 Etude d'une ambiance de conservation	14
3.1 Ambiance intérieure	14
3.2 Conditions extérieures et rôle du bâtiment	15
3.3 Bilan et perspectives	16
4 Références	17
5 Communications associées	18

1 Etat d'avancement du projet

Rappels des objectifs du projet

L'objectif de l'ensemble du projet est de développer des outils d'aide à la décision utiles aux acteurs patrimoniaux impliqués dans la conservation préventive de panneaux peints en bois. Ces outils peuvent aller d'une simple *check-list* à la mise en place de modèles de simulation numériques, voire la conception de dispositifs d'essais. Outre des éléments de réponse pour des situations spécifiques, ils devront permettre, plus généralement, d'évaluer l'impact de pratiques actuelles en termes de conditions environnementales ou d'intervention sur les œuvres.

Contenu du rapport préliminaire

Dans la première partie de l'étude, objet du présent rapport, nous avons avancé sur deux aspects. Le premier concerne une œuvre proprement dite, avec le suivi d'un acte de restauration permettant d'estimer (i) l'impact de cet acte sur le changement de l'état de la structure support de l'œuvre (au travers de la présence de contraintes résiduelles), en ayant recours à une identification à partir de l'utilisation simultanée de mesures de champs 3D et d'une modélisation, et (2) la construction d'un modèle virtuel de cette œuvre, qui permettra la simulation de son évolution future. Le deuxième point s'intéresse à l'ambiance dans laquelle est conservée une œuvre, à savoir l'analyse de l'influence du lieu de conservation sur l'humidité relative et la température, par rapport aux conditions climatiques externes. Les modèles simultanés d'une œuvre et de ses conditions de conservation permettront de simuler l'impact sur l'œuvre d'un changement d'ambiance (transfert permanent ou exposition temporaire, par exemple).

La deuxième partie du rapport concerne donc l'analyse d'un acte de restauration et la construction de modèle numérique de comportement ; la suivante, celle d'une ambiance de conservation.

2 Suivi d'une procédure de restauration par corrélation d'images et modélisation par éléments finis

2.1 Introduction

L'objectif est ici d'obtenir un modèle virtuel d'une œuvre qui permettra de simuler numériquement l'évolution ultérieure de celle-ci sous divers scénarios de conservation ou de restauration afin d'aider la prise de décision les conservateurs-restaurateurs. En effet, les conséquences d'un acte de restauration sur l'intégrité future d'une œuvre peuvent être évaluées par une simulation numérique virtuelle une fois qu'un modèle prédictif est établi. Pour la conservation des panneaux de bois peints du patrimoine, un tel modèle prédictif s'appuie sur les sciences du bois et la mécanique des matériaux et des structures.

De façon générale, chaque étude de cas est un cas particulier et nécessite une identification pour nourrir un modèle mécanique à bâtir ; la démarche est néanmoins similaire. Les informations nécessaires pour cette identification peuvent venir de différentes observations (microstructure du bois, état général...). Les essais réels pouvant être pratiqués sur une œuvre sont nécessairement limités par la restriction d'accès à l'œuvre (pas de mesure destructives, éventuellement pas de mesure par contact dans les cas les plus critiques). Dans certains cas, le changement de condition de présentation peut servir lui-même d'essai mécanique (exemple : retrait et remise dans un cadre).

S'appuyant sur un acte de restauration réel, cette étude va aussi permettre de quantifier l'impact de cette restauration sur l'état immédiat de l'œuvre : il s'agit du suivi d'un déparquetage partiel du *Baptême du Christ* (artiste anonyme), conservée au Palais du Roure en Avignon, Figure 1. Un acte de restauration ancien, typique des années 70, a précédemment été réalisé : un parquetage sur la face arrière du panneau. Ce parquetage consiste en huit montants verticaux, collées à l'arrière du panneau (485 mm x 405 mm x 12 mm), et entrecroisées avec huit traverses horizontales, toutes en hêtre. L'objectif de ce type de restauration était de rigidifier le support bois pour éviter des mouvements excessifs (essentiellement de flexion du panneau à cause de la dissymétrie d'échange d'humidité entre les deux faces) qui peuvent mettre en danger la couche picturale. L'inconvénient d'une telle rigidification est l'accroissement des contraintes résiduelles internes avec les variations d'humidité de l'environnement [2]. De plus, ce panneau présente deux fentes, que ne seront cependant pas étudiées ici. Le nouvel acte de restauration suivi ici est le remplacement des traverses horizontales par de nouvelles traverses en épicéa. Cette dernière intervention peut être considérée comme une modification de structure suffisamment importante pour accéder à des paramètres internes de celle-ci, en l'occurrence les contraintes résiduelles. Elle peut être vue comme une version complexe de la méthode du trou, nécessitant une instrumentation et une analyse mécanique plus complètes (respectivement ici : mesure de champ pour la forme 3D par stéréo corrélation d'images, et analyse de structure par éléments finis).

Les traverses horizontales initiales étaient partiellement collées, et partiellement bloquées à cause de la déformation à long terme installée de façon permanente après l'ancienne restauration (principalement due à un effet mécanosorptif). Pour remplacer ces traverses, elles ont dû être coupées, Figure 1. Ceci est une conséquence directe de la présence de contraintes internes dans la structure.

L'acte récent de restauration a été suivi par analyse d'images : la forme d'une partie de la face avant peinte a été mesurée (1) avant l'extraction des anciennes traverses horizontales, (2) après cette extraction, et (3) après le montage des nouvelles traverses horizontales. Les données expérimentales recueillies ont été utilisées avec un calcul de structure, en vue d'estimer les contraintes résiduelles internes dans le panneau avant et après restauration, ce qui était le but de cette étude. Celle-ci a été réalisée en collaboration avec le Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS), INSA Lyon / CNRS UMR 5259, pour la partie expérimentale.



Figure 1 – *Baptême du Christ*, Palais du Roure, Avignon (en haut, à gauche), son parquetage initial (en haut à droite), et les anciennes traverses (en bas), coupées pour pouvoir être extraites (partie centrale manquante, utilisée pour une caractérisation du matériau)

2.2 Mesure de forme par stéréo corrélation

Cette technique optique non-invasive permet de mesurer la forme 3D d'une partie de la surface d'une structure. Pour les œuvres du patrimoine, elle présente l'intérêt de ne pas nécessiter de contact avec le support. Cependant, il est difficile d'obtenir une mesure en continu de l'évolution de la forme, uniquement quelques mesures à quelques instants particuliers, à cause de la procédure nécessaire à l'installation et à la calibration de la chaîne d'acquisition, qui est composée (Figure 2) au moins de :

- deux caméras stéréoscopiques,
- un projecteur vidéo,
- une unité de traitement (ordinateur) pour capturer et corréler les images en provenance des deux caméras.

La technique de mesure est rapidement décrite ici. Avec deux images prises par chaque caméra avec deux points de vue différents, la position 3D de points visibles et identifiables sur la surface de la structure peut être obtenue par corrélation des images. Cependant, la photographie de base de l'œuvre ne peut pas être utilisée à cause de trop grands contrastes sur la couche picturale, entre de trop grandes surfaces, elles-mêmes de trop petit contraste (les aplats). Aussi, un motif plus adéquat (classiquement, un mouchetis) doit être substitué à l'image originale de l'œuvre. Comme la projection par peinture d'un mouchetis réel ne peut pas être effectuée, une image de mouchetis virtuel est projetée optiquement sur

la surface peinte, une fois celle-ci effacée virtuellement. Pour ce faire, une image initiale est prise, est traitée numériquement pour produire une image « négative » qui est reprojétée optiquement sur le panneau peint pour compenser la luminance de l'image de départ. Le mouchetis virtuel est alors ajouté à la projection optique pour apparaître sur le panneau, Figure 3. La corrélation d'image réalisée par corrélation des images prises de ce mouchetis par les deux caméras permet alors de trouver la position 3D de *patch* de pixels. Ceci permet d'obtenir environ 80000 positions 3D d'une grande partie de la face peinte (sauf au voisinage des bords, comme pour toutes les méthodes de corrélation).

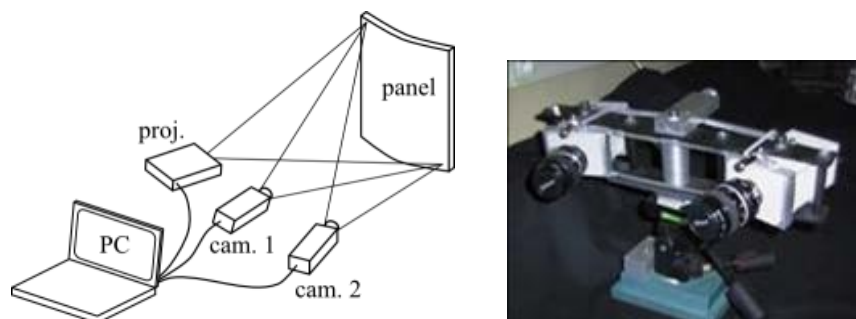


Figure 2 – Principes de la mesure (à gauche) et caméras stéréoscopiques (à droite)

Trois différentes mesures ont été prises :

- une avant l'acte de restauration, l'état de l'œuvre étant alors noté $\Omega^{(1)}$;
- une avec les traverses horizontales extraites, l'état du panneau étant alors noté $\Omega^{(2)}$; et
- une avec les nouvelles traverses montées, l'état du panneau étant alors noté $\Omega^{(3)}$.

Outre une correction de distorsion d'image (avec l'aide d'une calibration avant l'acquisition des données), la position du centre des *** des pixels (qui sont les points mesurés) est finalement convertie en longueurs physiques dans un système de coordonnées 3D lié à l'une des caméras. Comme pour chaque mesure de forme correspondant à chaque état, le panneau n'a pas été repositionné exactement de la même façon par rapport aux caméras, chaque mesure est supposée posséder son propre système de coordonnées.

La partie « mesures » de l'étude ne faisant pas partie du présent projet, elle ne sera pas détaillée plus avant. Cette partie a été réalisée en collaboration avec le Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LaMCoS), INSA Lyon / CNRS UMR 5259.

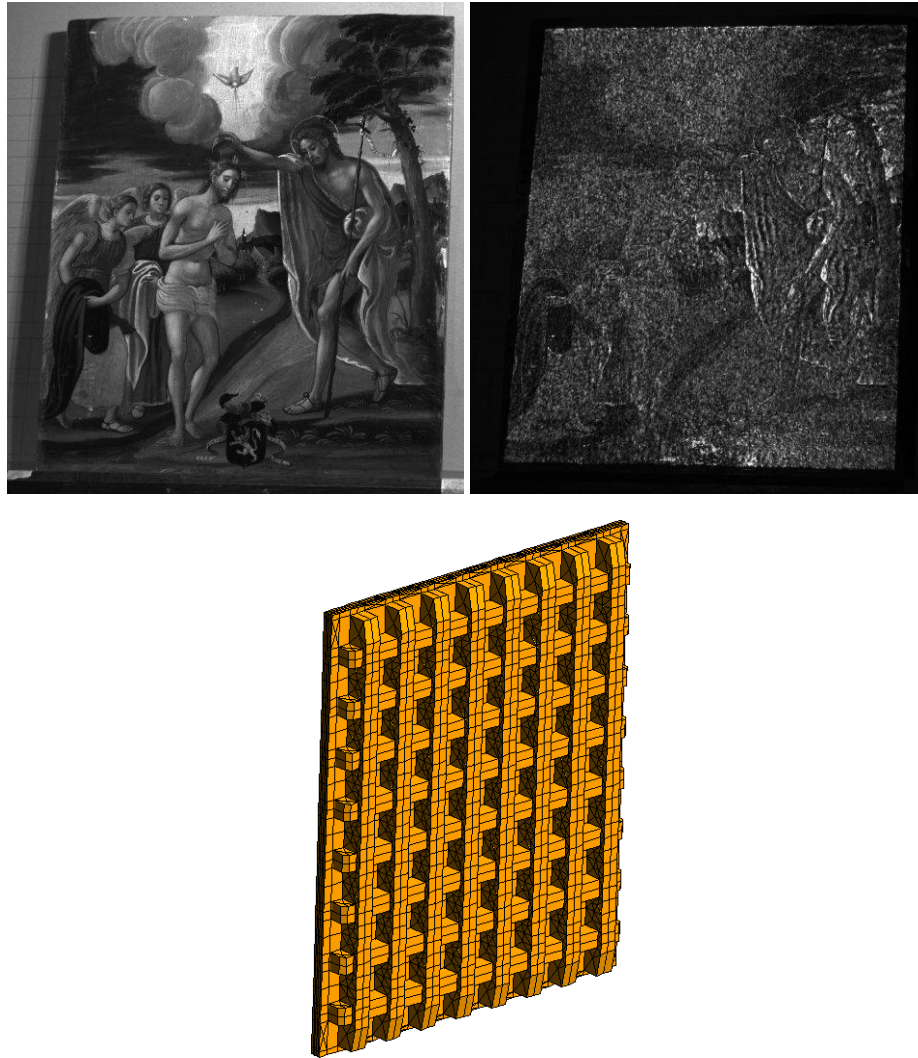


Figure 3 – Caméra gauche, après l'extraction des anciennes traverses : image initiale (en haut, à gauche), projection d'un mouchetis numérique sur l'image avec compensation de luminance (en haut, à droite), et modèle éléments finis de la géométrie initiale (face arrière, en bas)

2.3 Modèle numérique éléments finis et recalage

Géométrie idéale et caractéristiques élastique des matériaux

Par simplicité, le modèle numérique a été réalisé sur une géométrie idéale (c'est-à-dire un panneau parfaitement plat et rectangulaire), Figure 3. Cet état idéalisé, bien que non physique, servira d'état de référence pour les simulations, et sera noté $\Omega^{(0)}$. Avec l'hypothèse que tous les états sont assez proches de celui-ci, la situation correspond à l'approximation des petites perturbations, et tous les champs de déplacements pourront être définis sur cette configuration de référence. En particulier, les caractéristiques élastiques seront aussi définies sur cette même configuration.

La position du panneau dans l'arbre où il a été débité est déterminé par l'observation des cernes dans une section RT (radiale-tangentielle) : une excentration de 125 mm est observée par rapport à la face avant du panneau. Ses caractéristiques élastiques sont supposées être celles d'un conifère standard comme l'épicéa (en l'absence d'autres observations pour déterminer l'essence) [3], Table 1. Les traverses et montants sont supposées homogènes et taillées le long de la direction L (longitudinale).

essence	$H / \%$	ρ g/cm ³	E_R MPa	E_T MPa	E_L MPa	G_{RT} MPa	G_{TL} MPa	G_{RL} MPa	ν_{RT}	ν_{LT}	ν_{LR}
épicéa	13.1	0.31	816	304	8020	48	461	558	0.67	0.33	0.34
hêtre	9.4	0.63	2040	867	14100	500	980	1850	0.73	0.46	0.36

Table 1: caractéristiques élastiques [3] (pour une humidité relative H , et une masse volumique ρ)

Les champs de déplacement par rapport à l'état de référence seront notés $\bar{U}^{(j)}$. Comme l'état $\Omega^{(2)}$ jouera un rôle particulier dans la suite, les déplacements par rapport à cet état seront aussi utilisés. Ils seront quant à eux notés $U^{(j)}$. On a alors $\mathcal{U}^{\mathcal{D}} = \bar{\mathcal{U}}^{\mathcal{D}} - \bar{\mathcal{U}}^{\mathcal{D}}$.

Correspondance entre points expérimentaux et nœuds éléments finis

Chaque jeu de points mesurés est lié à son propre système de coordonnées, qui à leur tour sont différents de celui utilisé pour la géométrie idéale. Aussi chaque jeu de mesures (i) doit être repéré par rapport à l'état $\Omega^{(0)}$ afin de définir les champs de déplacement partiels mesurés $U_m^{(j)}$.

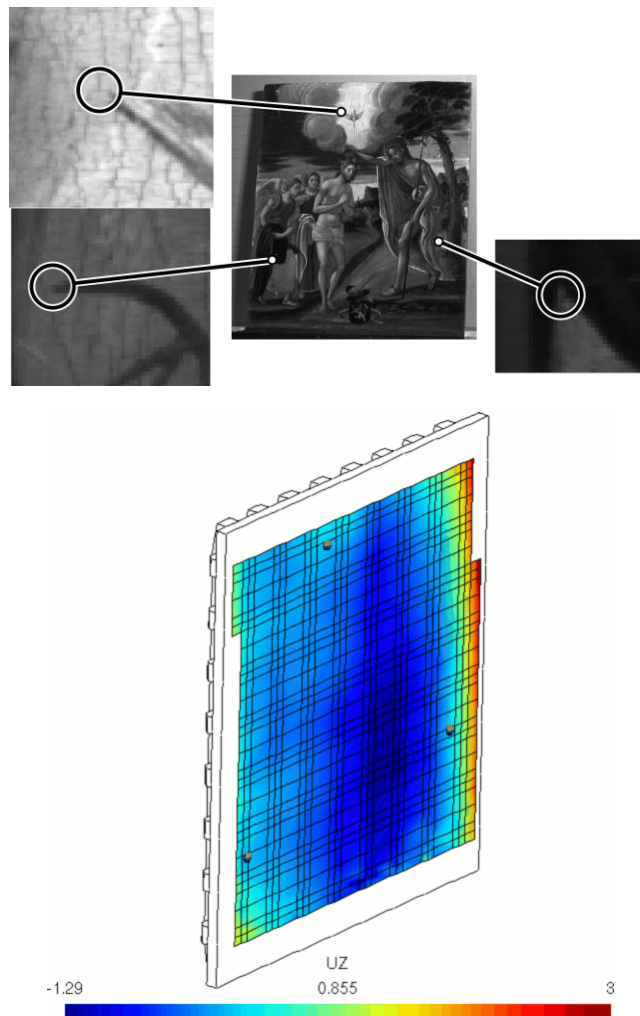


Figure 4 – Points de référence (en haut) et champ mesuré projeté sur le maillage par éléments finis (en bas), après extraction des traverses, avec ses propres points de référence

À cette fin, trois points de références sont sélectionnés pour pouvoir être facilement repérés à la fois sur les images pixélisées des états $\Omega^{(j)}$ avec des coordonnées $X^{(j)}$ et sur une image frontale identifiée

avec $\Omega^{(0)}$ et de coordonnées $X^{(0)}$, Figure 4. La transformation permettant de passer de $X^{(j)}$ à $X^{(0)}$ est composée d'une translation $T^{(j)}$ et d'une rotation finie $\mathbf{R}^{(j)}$. La translation relie les barycentres du jeu de points de référence, la rotation finie peut être obtenue par exemple avec une décomposition polaire de la transformation. Cette solution n'a cependant pas été retenue ici, la décomposition polaire fournissant la composition d'une rotation et d'une symétrie plane qu'il n'est pas aisé de rectifier. Un simple changement de base constituée des 3 points de référence a été préféré. Une fois la translation et la rotation calculées, les coordonnées de tous les points mesurés peuvent être transformées pour être liées au système de coordonnées de l'état $\Omega^{(0)}$. Enfin, le déplacement normal au plan du panneau est interpolé en chaque nœud sous-tendant la zone de mesure du maillage par éléments finis, pour obtenir le champ de déplacement normal $U_m^{(j)}$, Figure 4.

Recalage du modèle

Une fois obtenue la forme partielle des différents états $\Omega^{(j)}$ du panneau (et des montants verticaux qui lui sont attachés) sous la forme de champs $U_m^{(j)}$, ces différents états doivent être reconstruits à partir de la géométrie idéale : c'est l'étape de recalage de modèle. Avec l'hypothèse des petites perturbations, le recalage de la forme se réduit à trouver un champ de déplacement sur l'ensemble de la géométrie initiale $\underline{U}^{(j)}(M)$, $M \in \Omega^{(0)}$. Le vecteur colonne correspondant des déplacements nodaux sera noté $U^{(j)}$. Ces degrés de liberté (ddl) peuvent être séparés en plusieurs jeux. Tout d'abord, les ddl à l'interface entre le panneau (avec ses montants verticaux) et les traverses horizontales seront repérés par l'indice Γ . Le reste des ddl sera repéré avec l'indice i . Il est lui-même ensuite séparé en les ddl mesurés avec un indice c , et les ddl internes avec un indice r . Les techniques utilisées dans la suite sont dérivées des méthodes d'indentification de modèle [4,5,8]. L'exposant (j) sera omis dans la suite par soucis de simplification.

Pour chaque état Ω , une part de sa frontière peut être soumise à des forces imposées F_Γ (par exemple quand les traverses horizontales agissent mécaniquement sur le panneau et les montants verticaux) sur l'interface Γ , alors que les autres sont libres d'effort ; en supposant nulles les forces de volume, ceci s'écrit $F_i = 0$. Un champ de déplacement U sera alors dit statiquement admissible (SA) si :

$$\begin{bmatrix} K_{\Gamma\Gamma} & K_{\Gamma i} \\ K_{i\Gamma} & K_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_\Gamma \\ U_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_\Gamma \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{c'est-à-dire} \quad \begin{bmatrix} K_{\Gamma\Gamma} & K_{\Gamma c} & K_{\Gamma r} & K_{\Gamma i} \\ K_{c\Gamma} & K_{cc} & K_{cr} & K_{ci} \\ K_{r\Gamma} & K_{rc} & K_{rr} & K_{ri} \\ K_{i\Gamma} & K_{ic} & K_{ir} & K_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_\Gamma \\ U_c \\ U_r \\ U_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_\Gamma \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

où K est la matrice de raideur éléments finis, provenant du comportement élastique du bois, modélisé par un tenseur de Hooke $\mathbf{D}(M)$ pour le panneau et les montants verticaux. Ceci implique alors :

$$U = \begin{bmatrix} U_\Gamma \\ U_i \end{bmatrix} = A U \quad \text{avec} \quad A = \begin{bmatrix} -K_{\Gamma i}^{-1} K_{\Gamma\Gamma} \\ I_d \end{bmatrix}$$

$A_\Gamma^T K A_\Gamma = K_{\Gamma\Gamma}^*$ (où un exposant T représente la transposition) est la matrice du complément de Schur de K sur les ddl Γ . Finalement, l'admissibilité statique est une relation entre déplacements et forces à l'interface : $K_{\Gamma\Gamma}^* U_\Gamma = F_\Gamma$. Enfin, nous pouvons définir C comme la matrice booléenne de sélection des ddl mesurés c , de façon à avoir : $U_c = C U$.

Le recalage du modèle consiste alors à trouver un couple de champs de déplacement (U, V) , dont le premier est SA, solution de :

$$\arg \min_{U, V \text{ SA, V}} f(U, V) \quad \text{avec} \quad f(U, V) = \frac{1}{2} (U - V)^T K (U - V) + \frac{1}{2} \alpha (C V - U_m)^T \omega (C V - U_m) \quad (1)$$

V est un champ cinématiquement admissible (CA), censé être proche des mesures U_m . Il est un

compromis entre un champ lissé (au sens des équations d'équilibre, grâce au premier terme) and un champ collant aux mesures (grâce au second terme). ω est une matrice diagonale de pondération (dont les termes sont dans $[0,1]$) pour prendre en compte le niveau de confiance dans les valeurs mesurées, et α est un coefficient scalaire (homogène à une raideur) pour équilibrer le poids des deux termes dans la fonctionnelle f . On peut ici interpréter le champ U comme un lissage et une prolongation de U_m sur l'ensemble de la structure.

Le coefficient α peut être estimé en utilisant une prolongation par collocation des mesures $\hat{U} = A_c U_m$ où A_c est définie de façon similaire à A_Γ , mais sur la partition des ddl mesurés sur Ω qui remplace Γ :

$$\min_{U, V} \frac{1}{2} (A_\Gamma U_\Gamma - V)^T K (A_\Gamma U_\Gamma - V) + \frac{1}{2} \alpha (C V - U_m)^T \omega (C V - U_m) \quad (2)$$

La pondération diagonale ω est choisie ici égale à 1 pour les nœuds intérieurs du jeu des ddl mesurés, et 0.5 sur les nœuds de la frontière de ce jeu (les valeurs sur le bord sont moins fiables pour les méthodes de corrélation). Comme α et ω dépendent du jeu de ddl mesurés, ils sont différents pour chaque état mesuré.

Une formulation équivalente au recalage de modèle (1) est :

$$\arg \min_{U_\Gamma, V} g(U_\Gamma, V) \quad \text{avec} \quad g(U_\Gamma, V) = \frac{1}{2} (A_\Gamma U_\Gamma - V)^T K (A_\Gamma U_\Gamma - V) + \frac{1}{2} \alpha (C V - U_m)^T \omega (C V - U_m) \quad (3)$$

Ce problème peut être interprété comme : contrôler une structure (panneau et montants verticaux) avec les ddl sur Γ pour rendre les déplacements sur la zone mesurée proches des valeurs mesurées U_m . Comme cela sera précisé dans la suite, ce problème peut être mal posé et nécessiter une régularisation.

A chaque fois qu'un recalage est produit, la distance à la mesure peut être évaluée avec :

$$\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (C V_i - U_{m,i})^2}$$

Etat $\Omega^{(2)}$

Cet état, après remplacement des traverses horizontales, est similaire à l'état relaxé dans la méthode du trou utilisée pour estimer les contraintes résiduelles. Comme ces contraintes sont auto-équilibrées sur la structure considérée, leurs énergies sont nulles dans tout champ de déplacement sur la même structure. La méthode du trou repose donc sur une modification de la géométrie. Ici, l'enlèvement des traverses horizontales peut être considéré comme une telle méthode. Cependant, aucune contrainte résiduelle sur la configuration $\Omega^{(2)}$ n'est accessible sans enlèvement supplémentaire de matière, ce qui n'est pas autorisé pour ne pas endommager l'œuvre. Aussi, seules les contraintes résiduelles supplémentaires seront accessibles, ou de façon équivalente, nous considérerons les contraintes résiduelles de l'état $\Omega^{(2)}$ comme nulles : $\sigma^{(2)} = 0$.

Pour cet état, la courbure maximale moyenne de la face peinte est d'environ $\rho_m^{(2)} = 0.187 \text{ m}^{-1}$.

La méthode précédente de recalage est utilisée pour cet état avec $F_\Gamma = 0$, alors : $U_\Gamma = 0$, $U = 0$. Le déplacement $\bar{U}^{(2)}$ passant de $\Omega^{(0)}$ à $\Omega^{(2)}$ est pris égal à V dans la méthode précédente. Dans un tel cas, l'équation (3) conduit à :

$$\min_{V} \frac{1}{2} V^T R V \quad \text{avec} \quad R = K C^T \omega C \quad (4)$$

alors, $\bar{U}^{(2)} = V$. Cette identification est réalisée avec une estimation de l'erreur de $\eta^{(2)} = 17.5\%$.

Dès que $\alpha^{(2)\omega^{(2)}}$ est non nul, $\tilde{K}^{(2)}$ est évidemment symétrique, définie, positive (SPD). On pourra remarquer que c'est le déplacement mesuré par rapport à $\Omega^{(0)}$ qui est utilisé dans le membre de droite.

Etat $\Omega^{(1)}$

Cet état, avant restauration, correspond à un assemblage (supposé collant) entre le panneau et les montants et traverses. Le recalage depuis $\Omega^{(0)}$ vers $\Omega^{(1)}$ nécessite le champ $\bar{U}^{(1)}$. Une autre version, une fois $\bar{U}^{(2)}$ connu, consiste à chercher le champ de déplacement $U^{(1)} = \bar{U}^{(1)} - \bar{U}^{(2)}$. Similairement, $U_m^{(1)} = \bar{U}_m^{(1)} - \bar{U}_m^{(2)}$ sur le jeu de ddl mesurés de $\Omega^{(1)}$.

Pour cet état, la courbure maximale moyenne de la face peinte est d'environ $\rho_m^{(1)} = 0.107 \text{ m}^{-1}$, aussi l'effet des traverses horizontales est de réduire la courbure libre de l'état $\Omega^{(2)}$.

Comme un collage parfait est supposé, les forces F_Γ sont *a priori* non nulles, et inconnues. Dans la méthode de recalage précédente, nous considérons alors U_Γ comme une inconnue. La minimisation de la fonctionnelle g de l'équation (3) par rapport à U_Γ et V , donne après des manipulations algébriques :

$$\tilde{R}V = C\alpha\omega U_m^{(1)} \quad \text{with} \quad \tilde{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_\Gamma V_\Gamma \end{bmatrix}$$

Dès que $\alpha^{(1)\omega^{(1)}}$ est non nul, on peut montrer que le membre de gauche est symétrique, positif, mais seulement semi-défini, à cause du signe négatif devant le complément de Schur sur Γ . Son noyau est l'ensemble des ddl de contrôle V_Γ , dont le relèvement $V = A_\Gamma V_\Gamma$ est nul sur le jeu de ddl mesurés, *i.e.* $C^{(1)}A_\Gamma V_\Gamma = 0$; aussi, si $C^{(1)}A_\Gamma$ n'est pas injective, le problème est mal posé. Une interprétation est la suivante : s'il y a trop de ddl de contrôle sur Γ , ou trop peu de ddl mesurés, le contrôle n'est pas unique. Le modèle doit donc être suffisamment raffiné dans la région de mesure. Une alternative, utilisée ici, est de régulariser la fonctionnelle à minimiser : un terme additionnel, évitant les solutions non contrôlées sur Γ , mais laissant libres les modes de solide rigide (ils sont filtrés par les mesures), peut être ajouté à la fonctionnelle. Le choix le plus simple est :

$$R = K + \frac{1}{2} K_\Gamma V_\Gamma$$

qui conduit au problème suivant, similaire à l'équation (4) :

$$\tilde{R}V = C\alpha\omega U_m^{(1)} \quad \text{avec} \quad \tilde{R} = K + \frac{1}{2} K_\Gamma V_\Gamma \quad (5)$$

et $U^{(1)} = A_\Gamma V_\Gamma$. Cette identification est réalisée ici avec une estimation de l'erreur de $\eta^{(1)} = 8.5\%$.

Etat $\Omega^{(3)}$

Pour cet état, la courbure moyenne maximale mesurée est de $\rho_m^{(3)} = 0.075 \text{ m}^{-1}$. Aussi, bien que les nouvelles traverses soient moins rigides que les anciennes, leur effet est de remettre le panneau plus plat. Ceci peut être compris en considérant que l'état relaxé des anciennes traverses horizontales, après leur extraction, est lui-même courbé de façon permanente. Alors, ben que la raideur de la structure soit moins grande avec les nouvelles traverses, cet acte de restauration peut ne pas réduire les contraintes résiduelles instantanées.

Arrivé à ce point, l'état final $\Omega^{(3)}$, après remplacement des traverses, ne nécessite pas de mesures additionnelles, puisque les nouvelles traverses sont supposées connues avec un état initial idéal $\bar{\Omega}^{(0)}$ (la notation avec une barre supérieure représente l'ensemble des traverses horizontales comme une structure en propre) sans contraintes résiduelles. Le remplacement des traverses peut alors être simulé. Dans un premier temps, l'assemblage parfait se traduit par : $\bar{W}_\Gamma^{(3)} = \bar{U}_\Gamma^{(3)}$ au moins selon le vecteur normal à Γ , où $\bar{W}^{(3)}$ est le déplacement sur les nouvelles traverses. La déformation sur le panneau et les montants est mesurée par rapport à $\Omega^{(2)}$, et s'écrit : $\varepsilon(\bar{\Gamma}^{(3)}) = \varepsilon(\bar{\Gamma}^{(3)}) - \varepsilon(\bar{\Gamma}^{(2)})$. Ceci conduit à un problème élastique classique sur $\Omega^{(0)} \cup \bar{\Omega}^{(0)}$ avec une précontrainte $\bar{\sigma}^{(2)} = \mathbf{D}\varepsilon(\bar{\Gamma}^{(2)})$ sur le panneau et les montants, et $\bar{U}^{(3)}$ comme inconnue. Ce problème est demi-défini positif et la solution en déplacement est obtenue à un mouvement de solide rigide près. Avec une géométrie idéale de traverses, la courbure moyenne maximale simulée est de 0.011 m^{-1} , et l'estimation de l'erreur de $\eta^{(3)} = 74 \%$ ¹.

Pour permettre le montage des nouvelles traverses, leur hauteur doit être réduite par rapport à l'ancienne géométrie. Avec un jeu estimé de 1.25 mm, la simulation de l'état $\Omega^{(3)}$ est réalisée par un problème de contact unilatéral entre deux corps élastiques ; la courbure simulée est alors de 0.064 m^{-1} , avec $\eta^{(3)} = 41 \%$.

2.4 Estimation des contraintes résiduelles

L'acte de restauration est supposé être suffisamment rapide par rapport aux changements d'humidité relative de l'ambiance, de façon à ce que l'évolution du comportement hygrométrique soit négligeable, et que seul le comportement élastique soit pris en compte. Dans toute la suite, l'hypothèse des petites perturbations est encore utilisée.

Avec les développements précédents, les contraintes résiduelles calculées sont aisées à obtenir :

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma \\ \sigma &= \mathbf{B}\bar{U} = \mathbf{B}\bar{U} - \sigma \\ \sigma &= \mathbf{B}\bar{U} = \mathbf{B}\bar{U} - \sigma \end{aligned}$$

Bien que ces contraintes locales ne soient pas les plus portées de sens (elles comportent trop de détails qui ne sont pas adaptés au niveau de description du modèle et des mesures ; par exemple, elles peuvent contenir des singularités à la jonction du panneau et des montants à cause de la nature élastique du modèle, avec assemblage parfait), la contrainte de von Mises est illustrée sur la Figure 5.

Bien que cela n'ait pas été automatique, cet acte de restauration a permis de réduire les contraintes résiduelles dans le panneau : la contrainte de von Mises maximale σ_{VM} avant la restauration était de 12.3 MPa, et devient égale à 1.1 MPa après restauration (pour l'assemblage avec un jeu de 1.25 mm).

¹ On pourra remarquer que le déplacement de solide rigide inconnu pour le problème de l'état $\Omega^{(3)}$ est déterminé pour minimiser $\eta^{(3)}$.

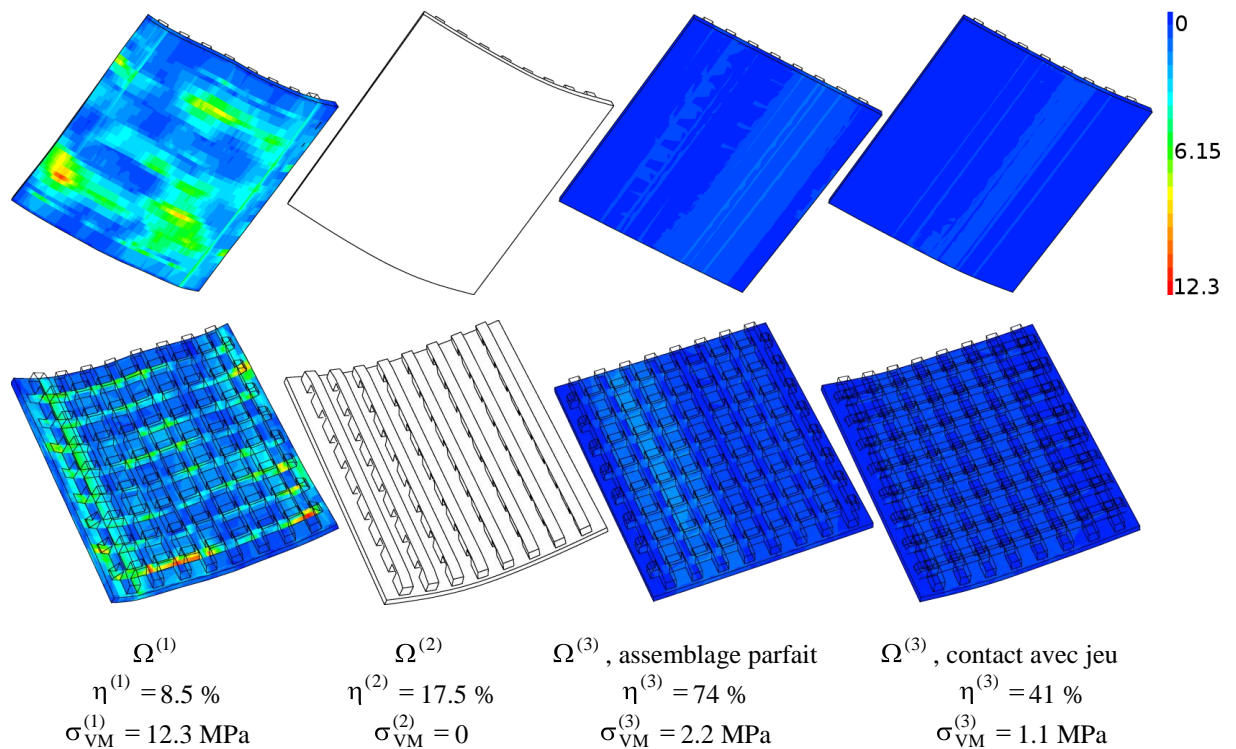


Figure 1 – Résultats numériques : contraintes résiduelles / MPa sur le panneau (déplacement amplifié 10 fois)

2.5 Bilan et perspectives

Dans cette étude, les données expérimentales et le modèle numérique sont utilisés de concert pour analyser un acte de restauration et construire un modèle de l'œuvre restaurée. En particulier, les contraintes résiduelles avant et après restauration ont été identifiées (les paramètres élastiques ont été, eux, estimés *a priori*).

Bien que ce soit le cas dans cette étude, le remplacement des anciennes traverses par des nouvelles, même plus souples, ne conduit pas nécessairement à la réduction des contraintes résiduelles. Une autre solution consiste à prévoir une forme particulière des parties remplacées de l'œuvre [6,7]. Une telle forme peut ainsi être conçue spécialement ; par exemple, pour les nouvelles traverses, prendre en compte une courbure $\rho_m^{(3)}$ pour leur découpe peut conduire à une diminution supplémentaire des contraintes résiduelles.

L'erreur $\eta^{(3)}$ relativement importante entre le modèle et les mesures pour le panneau restauré peut provenir de différentes sources :

- le modèle ne prend pas en compte les deux fissures du panneau ;
- le montage des nouvelles traverses peut avoir endommagé le panneau ;
- une estimation trop grossière des paramètres élastiques (l'identification ne concerne ici que la forme, ou les contraintes résiduelles, et pas les paramètres élastiques).

Un outil supplémentaire intéressant pour valider la pertinence du modèle serait une contribution locale à l'erreur pour localiser les zones où le modèle est incompatible avec les mesures. Ceci pourrait être le rôle du terme $e^2 = \frac{1}{2} \langle U - V \rangle^T K \langle U - V \rangle$ dans la fonction coût à minimiser, dans le cas où les mesures sur l'œuvre restaurée sont utilisées aussi pour l'identification.

3 Etude d'une ambiance de conservation

L'étude précédente concernait la réponse instantanée d'une œuvre vis-à-vis d'un acte de restauration. Ici, le comportement à plus long terme est envisagé comme une réponse à une ambiance climatique.

3.1 Ambiance intérieure

Cette étude concerne le *Couronnement d'épines* (1563), conservé dans le chœur de l'Église St Didier en Avignon, Figure 6, composé de quatre planches horizontales de peuplier, maintenues solidaires à l'aide de traverses verticales (en cerisier ou en merisier) montées en queues d'aronde, pour donner un panneau haut de 143 cm et large de 178 cm.



Figure 6 – Couronnement d'épines (1563), église Saint-Didier, Avignon

Nous disposons de plus d'une année de relevés en hygrométrie et en température dans l'église, au niveau du tableau, mais également d'un relevé de la flèche au milieu de la planche supérieure composant le tableau. Un dispositif supplémentaire au revers de la planche supérieure permet aussi de connaître l'évolution de la déformation de la planche en fonction des fluctuations climatiques dans l'église. La Figure 7 présente les diverses évolutions sur une période de 8 mois.

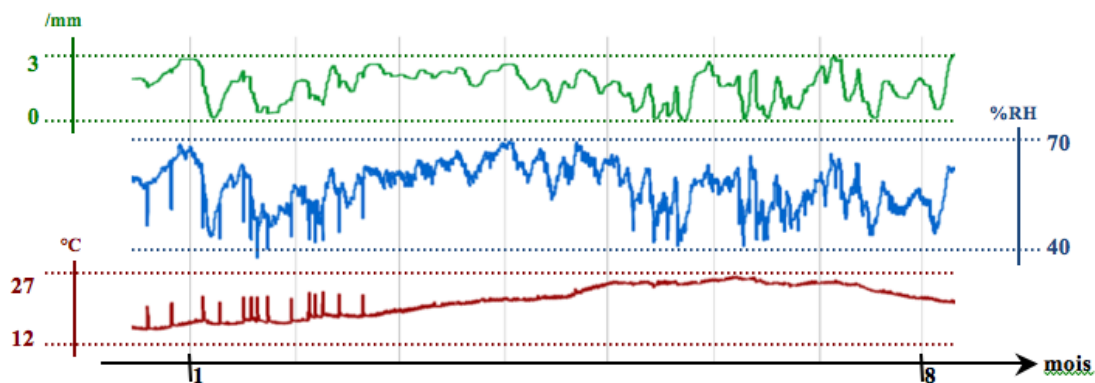


Figure 7 – Évolutions des flèche (en mm), humidité relative (en %) et température (en C) intérieures

Le relevé montre que le panneau suit très nettement les fluctuations climatiques de l'environnement

dans lequel il est exposé. Lors des premiers mois (le relevé débute en décembre), des pics prononcés sur la courbe de température sont dus au chauffage de l'intérieur de l'église pour les offices. Il est intéressant de remarquer que ce chauffage affecte peu le comportement du panneau, la cinétique de chauffage (quelques heures) étant plus rapide que le temps caractéristique de réponse du panneau.

3.2 Conditions extérieures et rôle du bâtiment

L'influence des variations météorologiques à l'extérieur du bâtiment sur l'ambiance intérieure dépend des caractéristiques du bâtiment. Une deuxième série de relevés, synchrone avec la précédente, utilise un enregistreur conçu pour les mesures en extérieur, en température ainsi qu'en l'humidité relative. Cet enregistreur extérieur a été finalement placé sur le mur extérieur nord de l'église, à l'abri du soleil, du vent et accessible facilement, Figure 8.



Figure 8 – Vue satellite de l'église Saint-Didier en Avignon ; emplacement des capteurs

Le comportement du bâtiment peut être modélisé comme un système linéaire du premier ordre en température, comme en humidité. Il est soumis à un signal climatique extérieur et un terme source représentant le chauffage de l'église ; sa réponse est le signal climatique intérieur. L'objectif est maintenant d'identifier le comportement du bâtiment (c'est-à-dire sa constante de temps caractéristique). La cinétique de chauffage étant différentes de celle des variations extérieures, on propose de travailler dans le domaine fréquentiel. Si on ne considère que le chargement en température (ou en humidité relative, que l'on considère comme découplés ici), la transformée de Fourier de ce signal est notée $X(p)$. La transformée de la réponse serait alors $Y(p)$; la fonction de transfert du système du premier ordre modélisant le bâtiment est alors

$$H(p) = Y(p) / X(p) = \frac{1}{1 + \tau p}$$

où τ est le temps caractéristique du système. En présence des sources intérieures, si le système est linéaire, il y a superposition des effets et le rapport du signal de sortie sur le signal d'entrée n'est plus la caractéristique du bâtiment. Cependant, avec des sources de fréquence élevée, on peut extraire ce comportement sur la seule partie basse fréquence. La Figure 9 présente le rapport des transformées des signaux dont la partie basse fréquence sera identifiée à celle d'un premier ordre.

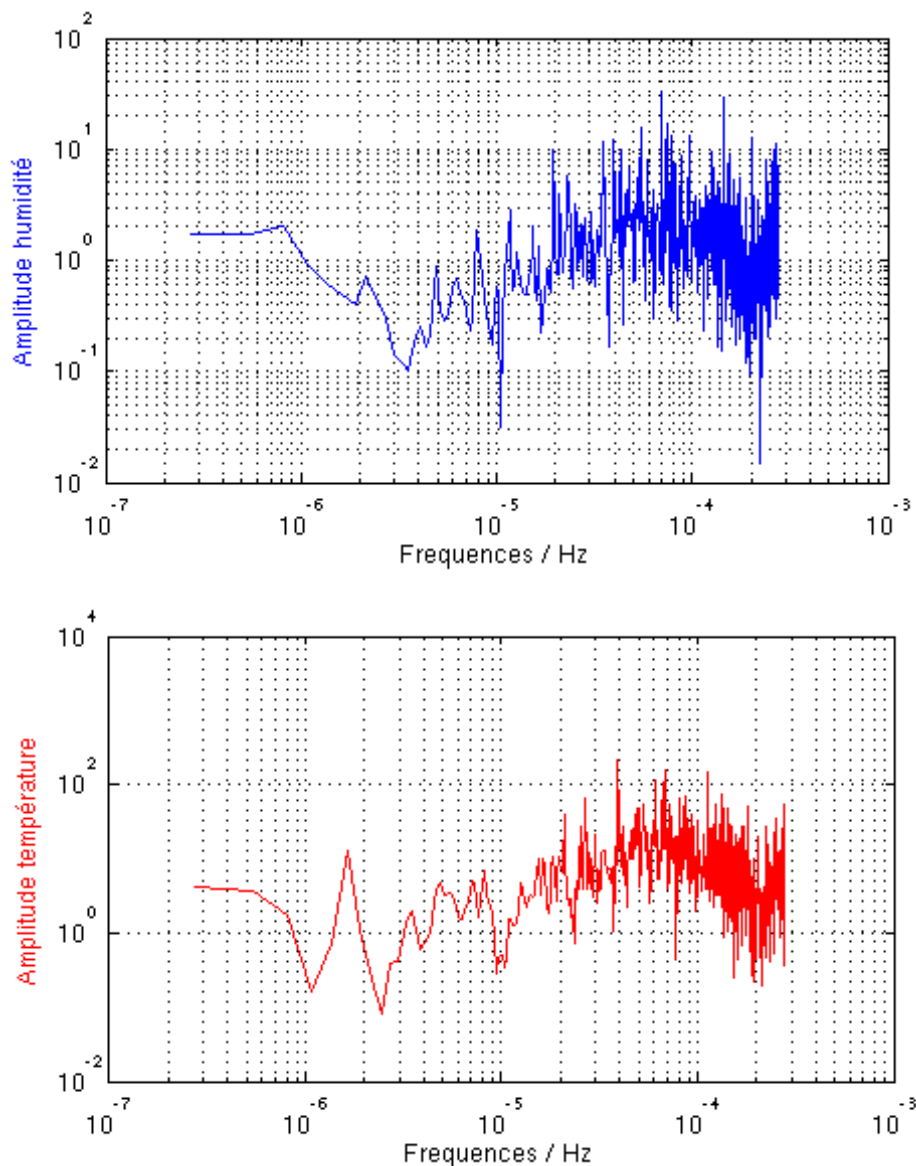


Figure 9 – Rapport des amplitudes signaux de sortie à ceux d'entrée pour l'humidité relative et la température

Deux zones sont alors séparées : la première à haute fréquence ($> 10^{-5}$ Hz, de temps caractéristique de l'ordre d'un jour) correspond au terme source du chauffage intérieur ; la deuxième à plus basse fréquence est caractéristique du bâtiment. L'identification de systèmes du premier ordre sur cette deuxième partie donne une fréquence caractéristique $f = 1/\tau$ proche de 10^{-6} Hz, que ce soit pour la réponse hydrique comme la réponse thermique.

3.3 Bilan et perspectives

L'étude de l'ensemble d'une œuvre et de son environnement vise à aider les conservateurs dans leur décision d'accorder ou non un prêt d'œuvre pour une exposition dans un autre lieu, ou de décider de l'impact des conditions de conservation dans une autre partie du bâtiment (cas des musées, par exemple). La prévision du comportement d'un tableau lors d'un changement de lieu, en particulier lorsque l'œuvre est destinée à être montrée à un maximum de personnes, ce qui implique de nombreux changements de conditions ambiantes, permettrait de justifier de manière quantitative et non plus empirique l'accord ou le refus de mobilité d'une œuvre considérée comme fragile.

4 Références

1. Dureisseix, D., Gril, J., and Arnould, O. (2006): Mechanical modeling of the activity of the flexible frame, chapter II.6 in *Mona Lisa, inside the painting*, Mohen, J.-P., Menu, M. and Mottin, B. (eds), Abrams, New York.
2. Rothe, A. (1998): Critical History of Panel Painting Restoration in Italy, in *The Structural Conservation of Panel Paintings: Proceedings of a Symposium at the J. Paul Getty Museum*, Dardes, K. and Rothe, A. (eds), The Getty Conservation Institute, Los Angeles, 188-199.
3. Guitard, D. (1987): *Mécanique du matériau bois et composites*, Cepadues.
4. Calloch, S., Dureisseix, D. and Hild, F. (2002): Identification de modèles de comportement de matériaux solides : utilisation d'essais et de calculs, *Technologies et Formations* 100:36-41.
5. Ladevèze, P., Nedjar, D., and Reynier, M. (1994): Updating of Finite Element Models Using Vibration Tests, *AIAA Journal* 32(7):1485-1491.
6. Ciatti, M., Castelli, C. and Santacesaria (1999): *A Dipinti su tavola, la tecnica e la conservazione dei supporti*, Edifir.
7. Uzielli, L. and Casazza, O. (1992): *Conservazione dei dipinti su tavola*, Nardini Editore.
8. Avril, S., Bonnet, M., Bretelle, A.-S., Grédiac, M., Hild, F., Jenny, P., Latourte, F., Lemosse, D., Pagano, S., Pagnacco and E., Pierron, F. (2008): Overview of Identification Methods of Mechanical Parameters Based on Full-field Measurements, *Experimental Mechanics* 48(4): 381-402.

5 Communications associées

La partie « suivi d'une procédure de restauration » est prévue pour être présentée au prochain meeting de l' European COST action IE0601 (Interdisciplinary Exploratoria: Wood Science for Conservation of Cultural Heritage) intitulé International Conference on Wooden Cultural Heritage: Evaluation of Deterioration and Management of Change, Hamburg (Germany), 7-10 October 2009.

La deuxième partie de ce rapport pourra à terme être soumise à une revue sur la conservation du patrimoine culturel, comme *Journal of Cultural Heritage*, ou *Science in conservation*.