HAL
open science

ETUDE NUMERIQUE DE L'ECOULEMENT DANS UN MILIEU POREUX FISSURE : APPLICATION AU CALCUL DE LA PERMEABILITE EQUIVALENTE

Minh-Ngoc Vu, Ahmad Pouya, Darius Seyedi

To cite this version:

Minh-Ngoc Vu, Ahmad Pouya, Darius Seyedi. ETUDE NUMERIQUE DE L'ECOULEMENT DANS UN MILIEU POREUX FISSURE : APPLICATION AU CALCUL DE LA PERMEABILITE EQUIVALENTE. Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'Ingénieur JNGG2012, Jul 2012, Bordeaux, France. pp.1015-1023. hal-00795805

HAL Id: hal-00795805

https://hal.science/hal-00795805v1

Submitted on 28 Feb 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ETUDE NUMERIQUE DE L'ECOULEMENT DANS UN MILIEU POREUX FISSURE : APPLICATION AU CALCUL DE LA PERMEABILITE EQUIVALENTE

NUMERICAL STUDY OF FLOW IN A CRACKED POROUS MEDIUM : APPLICATION TO CALCULATION OF EFFECTIVE PERMEABILITY

Minh-Ngoc VU[1,2], Ahmad POUYA[2], Darius M. SEYEDI[1],

1 BRGM, Service Risques, Orléans, France
2 Université Paris-Est, Laboratoire Navier (*ENPC-IFSTTAR-CNRS*), IFSTTAR, 52 Bd Lefebvre, 75732, Paris *cedex 15, France*

RÉSUMÉ – La perméabilité effective des roches fracturées ou des matériaux poreux fissurés a des applications importantes aux problèmes d'intérêt environnemental ou industriel. Elle a été intensivement étudiée ces dernières années par différentes méthodes. Cet article expose une méthode simple de modélisation de l'écoulement dans des milieux poreux fissurés et en déduit une méthode d'estimation numérique de la perméabilité effective de ces milieux.

ABSTRACT – The effective permeability of fractured porous media has important applications of environmental or industrial interests. It has been investigated intensively by different methods. This paper presents a simple method to model the fluid flow through fractured porous media and to estimate the effective permeability of these materials.

1. Introduction

Dans les deux dernières décennies, l'écoulement et le transport dans les géomatériaux poreux fissurés ou dans les massifs rocheux fracturés ont été intensivement étudiés du fait de leurs applications à des problèmes industriels importants tels que le stockage géologique des déchets radioactifs et du CO_2, la modélisation des réservoirs pétroliers, la géothermie… L'estimation de la perméabilité effective des roches fracturées ou des matériaux poreux micro fissurés est en effet une question clé pour ces applications.

La difficulté de modéliser les échanges de masse entre la matrice rocheuse perméable et le réseau des fractures a amené de nombreux chercheurs à étudier l'écoulement uniquement dans le réseau des fractures en considérant la matrice imperméable (Cacas *et al*., 1990 ; Pouya et Fouché, 2009 ; Koudina *et al*., 1998). Cette approche trouve bien sûr sa justification dans les cas des massifs cristallins où la matrice peut être considérée imperméable. Mais elle ne peut convenir pour l'étude des écoulements dans les milieux poreux fissurés où le réseau de fissures n'est pas percolant et les échanges matrice-fissures ont un rôle déterminant dans l'écoulement. Plusieurs études théoriques et numériques ont été consacrées de ce

fait à l'étude des écoulement dans les milieux poreux fissurés (ex., Castaing *et al*., 2002 ; Bogdanov *et al*., 2003 ; Dormieux and Kondo, 2004).
Parmi les nombreux problèmes liés à l'écoulement dans les formations géologiques fracturées, on s'intéresse plus particulièrement à l'écoulement stationnaire sous une condition de champ lointain. C'est la résolution de ce problème qui permet d'estimer la perméabilité équivalente du milieu. Pour ce faire, l'écoulement doit être déterminé à l'intérieur et autour des fissures dans une matrice poreuse infinie ayant une perméabilité uniforme. Des solutions potentielles fondées sur une formulation du problème en termes d'équations aux intégrales singulières ont été proposées récemment qui permettent d'apporter de grandes facilités aux calculs numériques. Dans ces solutions, la pression dans l'ensemble du milieu est formulée comme une fonction d'un champ inconnu qui est l'infiltration dans les fractures. Cette formulation conduit alors à une réduction de la dimension du problème de 3D (champ de pression dans le volume) à 2D (champ de débit dans les fractures). Elle a été proposée au départ pour des problèmes 2D (écoulements plans) par Liolios et Exadaktylos (2006) pour les cas des matrices isotropes et des fissures non intersectées, et étendue ensuite par Pouya et Ghabezloo (2010) aux milieux anisotropes et au cas des fissures intersectées. Une méthode numérique basée sur cette solution a permis d'évaluer la perméabilité équivalente des matériaux contenant une forte densité de fissures d'orientations quelconques (Pouya et Vu, 2011). La solution potentielle d'écoulement dans un milieu poreux 3D comprenant des surfaces de fractures courbes et intersectées a ensuite été élaborée par Pouya (2012). Cet article rappelle d'abord brièvement cette solution ainsi que la méthode de résolution numérique basée sur cette solution élaborée par Vu *et al*. (2012). Cette solution numérique permet d'établir une nouvelle méthode de calcul de la perméabilité effective des géomatériaux poreux fissurés qui sera présentée et illustrée dans cet article.

2. Développements théoriques

Considérons un domaine infini Ω contenant une famille de fissures numérotées par j et notées par Γ_j (Figure 1.) Les fissures Γ sont conductrices et supposées avoir une épaisseur nulle. La conductivité transversale de la fissure et son épaisseur nulle impliquent que la pression est continue à travers la fissure (pas de saut de pression au passage de la fissure). Les fissures sont représentées géométriquement par des surfaces courbes $\underline{z}(\underline{s})$ avec $\underline{s}(s_1,s_2)$ désignant les abscisses curvilignes. La frontière de la fissure Γ_j est notée par $\partial\Gamma_j$. Ainsi, L désigne les points sur les intersections entres les fissures et sur leurs frontières. L'écoulement se fait sous l'effet d'un gradient de pression constant à l'infini, soit une pression donnée par $p_\infty(\underline{x}) = \underline{A}.\underline{x}$.

L'écoulement dans la matrice poreuse est gouverné par la loi de Darcy :

$$\forall \underline{x} \in \Omega\text{-}\Gamma \qquad \underline{v}(\underline{x}) = -\boldsymbol{k}(\underline{x}).\nabla p(\underline{x}) \qquad (1)$$

où, $\underline{v}$, p, $\boldsymbol{k}$ sont respectivement la vitesse, la pression et le tenseur de perméabilité au point local $\underline{x}$.

L'écoulement dans les fractures est décrit par la loi de Poiseuille qui donne une relation linéaire entre le débit q et le gradient surfacique de pression ∇p par le biais du tenseur de conductivité $\boldsymbol{c}$:

$$\forall \underline{s} \in \Gamma \qquad \underline{q}(\underline{s}) = -\boldsymbol{c}(\underline{s}).\nabla_s p(\underline{s}) \qquad (2)$$

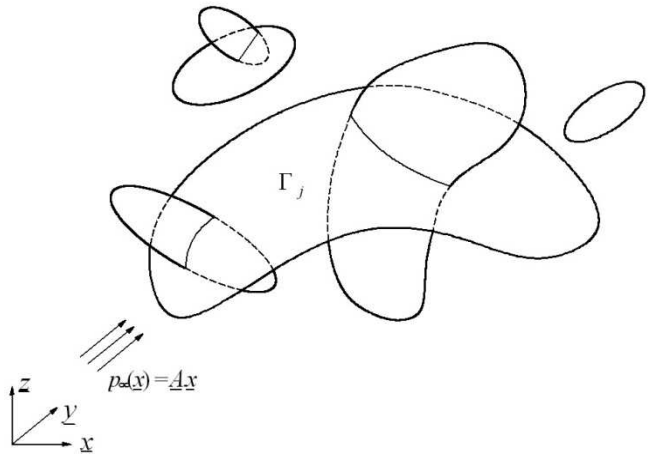

Figure 1 . Un milieu infini contenant des fissures courbes sous un gradient constant de pression imposée à l'infini

En absence de source ponctuelle, la conservation de la masse s'écrit :

$$\forall \underline{x} \in \Omega\text{-}\Gamma \qquad \nabla.\underline{v}(\underline{x}) = 0 \qquad (3)$$

L'échange de masse entre la fracture et la matrice à un point $\underline{z}(\underline{s})$ situé sur les fractures Γ-L s'écrit :

$$\forall \underline{z}(\underline{s}) \in \Gamma - L \qquad [\![\underline{v}(\underline{z})]\!].\underline{n}(\underline{s}) + \nabla_s.\underline{q}(\underline{s}) = 0 \qquad (4)$$

Dans cette relation, $\underline{n}$ est le vecteur unitaire normal à la surface de fracture orienté de Γ^+ à Γ^- ; v^- et v^+ sont les vitesses du fluide dans la matrice au point $\underline{z}$ sur les surfaces inférieure et supérieure de la fracture. Donc, $[\![\underline{v}(\underline{z})]\!] = \underline{v}^+(\underline{z}) - \underline{v}^-(\underline{z})$ indique le saut de la vitesse à travers la fracture. $\nabla_s.\underline{q}(\underline{s})$ représente la divergence surfacique (Figure 2.a). La conservation de masse en un point d'une ligne d'intersection entre plusieurs fractures a été dérivée rigoureusement par Pouya (2012). Elle s'écrit:

$$\forall \underline{z}(\underline{s}) \in L \qquad \sum_j \underline{q}_j.\underline{m}_j = 0 \qquad (5)$$

avec $\underline{q}_j$ l'infiltration dans la fracture Γ_j et $\underline{m}_j$ le vecteur unitaire tangent à la surface Γ_j et normal à l'intersection L (Figure 2.b).

Il est intéressant de noter que la conservation de la masse à l'intersection des fractures ne contient pas de terme d'échange entre les fractures et la matrice. En conséquence, cette relation est la même que ce qu'on trouverait pour un réseau de fractures dans un milieu imperméable. Cette particularité est un point important qui n'a pas été clairement mis en évidence dans la littérature. Elle apporte une

simplification considérable pour la modélisation numérique de l'écoulement dans un milieu poreux fracturé.

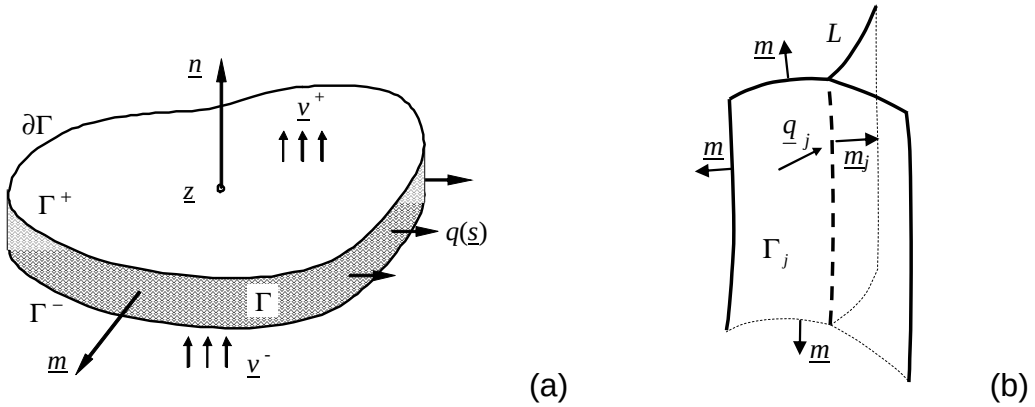

Figure 2 . L'échange de masse entre la fracture et la matrice : (a) à un point sur la fracture excluant les points sur les intersections; (b) un point sur les intersections entres les fractures *L*

En assimilant les fractures à un ensemble de points sources ou puits, Pouya (2012) a proposé une solution générale de pression dans le milieu fracturé en fonction du débit dans les fractures qui est la suivante :

$$p(\underline{x}) = p_\infty(\underline{x}) + \frac{1}{4\pi\sqrt{|\boldsymbol{k}|}} \sum_j \int_{\Gamma_j} \frac{\underline{q}^j(\underline{s}).\boldsymbol{k}^{-1}.(\underline{x}-\underline{z}^j(\underline{s}))}{\left[\left(\underline{x}-\underline{z}^j(\underline{s})\right).\boldsymbol{k}^{-1}.\left(\underline{x}-\underline{z}^j(\underline{s})\right)\right]^{3/2}} ds \qquad (6)$$

On note que la pression en un point $\underline{x}$ de la matrice, $p(\underline{x})$, dépend de la condition aux limites $p_\infty(\underline{x})$, du tenseur de perméabilité du milieu poreux, du débit dans les fractures ainsi que des variables géométriques des fractures. En substituant (2) dans (6), nous obtenons une équation intégrale singulière ayant comme inconnue le champ de pression sur les surfaces des fractures. La dimension du champ d'inconnus est ainsi réduite de 3 à 2.

$$p(\underline{x}) = p_\infty(\underline{x}) - \frac{1}{4\pi\sqrt{|\boldsymbol{k}|}} \sum_j \int_{\Gamma_j} \frac{\nabla_s^j p(\underline{s}).\left[\boldsymbol{c}^j(\underline{s})\boldsymbol{k}^{-1}\right].\left(\underline{x}-z^j(\underline{s})\right)}{\left[\left(\underline{x}-z^j(\underline{s})\right).\boldsymbol{k}^{-1}.\left(\underline{x}-z^j(\underline{s})\right)\right]^{3/2}} ds \qquad (7)$$

Une analyse approfondie de cette équation a permis d'en établir une solution semi-analytique pour le cas d'une fracture elliptique isolée, super-conductrice dans une matrice infinie (Pouya et Vu, 2011). Cette solution permet une comparaison entre les modèles d'écoulement de Poiseuille dans une fissure d'épaisseur nulle et le modèle d'inclusion ellipsoïdale aplatie soumise à l'écoulement de Darcy dont l'épaisseur tendrait vers zéro. La comparaison a montré une différence entre les deux modèles : les champs limites donnés par l'inclusion aplatie ne sont pas ceux donnés par la fissure de Poiseuille.

3. Résolution numérique

La résolution numérique de l'équation (7) est exposée en détail dans Vu *et al*. (2011) en se basant sur la méthode des équations aux intégrales singulières. La méthode est fondée sur l'utilisation des points de collocation dont une description peut être trouvée dans Bonnet (1995).

La figure 3 expose un réseau de fractures modélisées par des disques circulaires. Les fractures sont discrétisées par un maillage conforme. La méthode de résolution numérique permet de déterminer d'abord le champ de pression sur les fractures dans cette configuration (Figure 4.). Cette solution nous permet ensuite de calculer l'infiltration dans les fractures par l'équation (2) et d'en déduire la pression et ensuite les vitesses d'écoulement dans la matrice par l'équation (7) et (1).

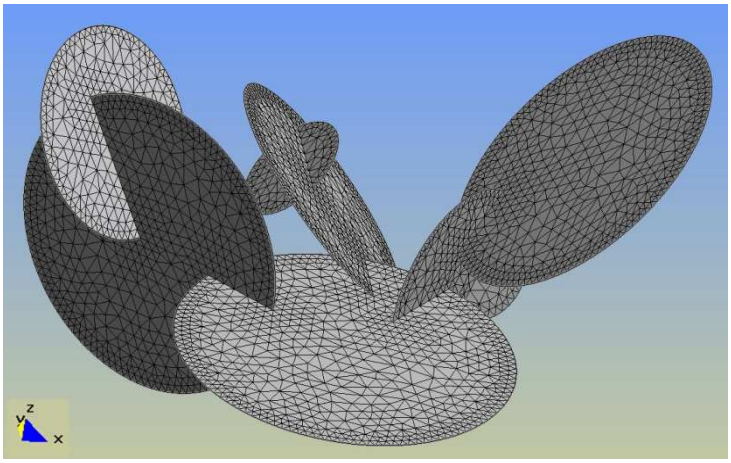

Figure 3 . Le maillage conforme pour un réseau de fractures

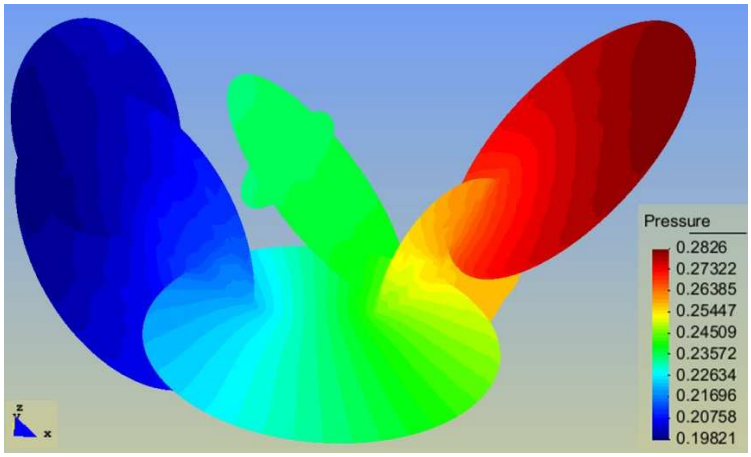

Figure 4. Champs de pression sur les fractures sous l'effet d'un gradient de pression à l'infini

4. Perméabilité effective

Les solutions théoriques et numériques présentées dans les sections précédentes nous permettent d'établir une nouvelle méthode d'évaluation de la perméabilité effective des milieux poreux fissurés, méthode que l'on peut aussi appliquer dans le cas des massifs rocheux fracturés en imposant une perméabilité de la matrice très faible.

On considère un milieu infini contenant des surfaces de fractures avec de possibles intersections. Nous notons Ω un domaine fictif dans lequel l'ensemble des fractures est noté Γ (Figure. 5).

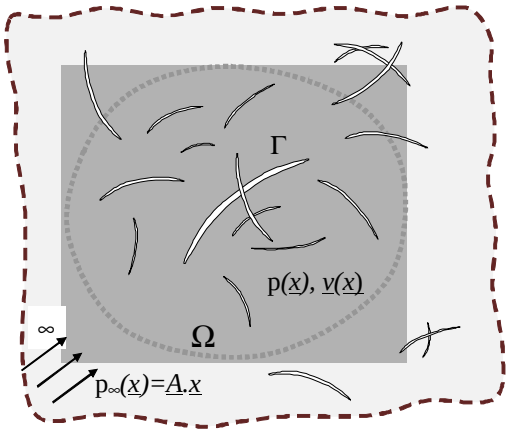

Figure 5 . Un domaine fictif dans un milieu infini

Les moyennes de la vitesse $\underline{V}$ et du gradient de pression $\underline{G}$ sur le domaine fictif Ω sont calculées comme : (Bogdanov *et al.*, 2003, Pouya et Ghabezloo, 2010):

$$\underline{V} = \frac{1}{\Omega}\left[\int_{\Omega} \underline{v} d\Omega + \sum \int_{\Gamma} \underline{q} d\Gamma\right] ; \ \underline{G} = \frac{1}{\Omega}\int_{\Omega} \underline{\nabla} p d\Omega \qquad (8)$$

Sous certaines conditions de pression appliquées au contour, on peut montrer de manière rigoureuse (Pouya et Fouché 2009) que les gradients et vitesses moyens dans le milieu sont reliés par une loi de type Darcy :

$$\underline{V} = \boldsymbol{K}.\underline{G} \qquad (9)$$

où :

$$\underline{G} = \frac{1}{\Omega}\int_{\Omega} \underline{\nabla} p d\Omega = \frac{1}{\Omega}\int_{\partial\Omega} p\underline{n}(s) ds \ ; \ \frac{1}{\Omega}\int_{\Omega} \underline{v} d\Omega = -k\underline{G} \qquad (10)$$

De plus, la solution numérique de l'écoulement nous permet de calculer la somme des débit dans toutes les fractures à l'intérieur du domaine Ω, soit $\sum \int_{\Gamma} \underline{q} d\Gamma$, ainsi que la pression sur ∂Ω, $\frac{1}{\Omega}\int_{\partial\Omega} p\underline{n}(s) ds$. Par conséquence, $\underline{G}$ et $\underline{V}$ sont connues et on peut en déduire le tenseur de perméabilité effective ***K*** du domaine Ω. En pratique, le domaine Ω représente le volume élémentaire représentatif, *i.e.*, le domaine comprenant une famille de fractures statistiquement représentative du milieu effectif ou macroscopique.

Nous allons en particulier considérer le cas d'une distribution isotrope des fractures représentées par des disques de rayon *R* dans une matrice de perméabilité isotrope *k*. La perméabilité effective est dans ce cas également isotrope, et notée K^{eff}. Les

fractures sont caractérisées par une conductivité constante *c* et une épaisseur *e*. Nous introduisons les variables adimensionnelles suivantes :

$$c' = \frac{c}{k.e} \;;\quad K' = \frac{K^{eff}}{k} \;;\; \rho' = \pi^2 R^2 \rho \qquad (11)$$

où, ρ est la densité des fractures (nombre des fractures dans une unité de volume). La définition de densité adimensionnelle ρ' peut-être rapprochée de celle donnée par Adler et Thovert, 1999. La figure 6 présente le résultat numérique de la perméabilité effective en fonction de la conductivité des fractures pour trois densités de fractures différentes: ρ'= 5 correspond à un cas où toutes les fractures sont interconnectées; ρ'= 3, le cas d'un réseau percolé laissant certaines fractures isolées, et ρ' = 1, le cas d'un réseau non percolé. Une variation linéaire est observée pour le premier cas car l'écoulement a lieu essentiellement dans un réseau de fractures interconnectées. En revanche, lorsque l'écoulement est contrôlé par la matrice poreuse, tel que dans le troisième cas, la perméabilité effective atteint une limite finie quand *c*' augmente.

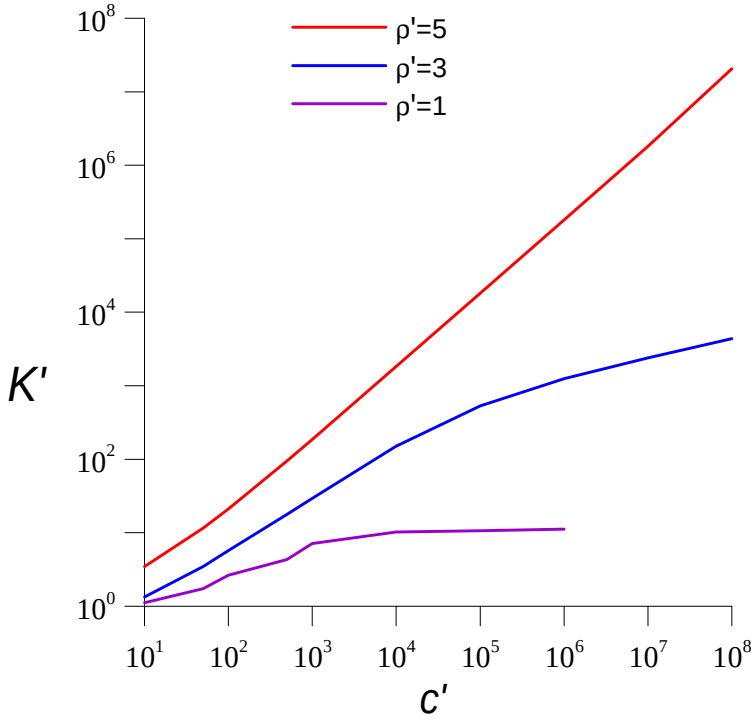

Figure 6. La variation de la perméabilité effective en fonction de la conductivité des fractures pour différentes valeurs de densité adimensionnelle

5. Conclusions

Ce travail a exposé un résumé des développements théoriques et numériques récents concernant l'écoulement dans un milieu poreux fracturé sous un champ de pression lointain (Pouya, 2012 ; Pouya et Vu, 2011 ; Vu *et al*. 2011). Ces travaux permettent une modélisation numérique aisée de cet écoulement en particulier pour les problèmes 3D. De plus, ils permettent d'élaborer une méthode d'estimation de la

perméabilité effective du matériau poreux fissuré. Des applications dans les domaines de stockage du CO_2 ou de déchets radioactifs sont en cours de développement. L'extension de ces travaux à la prise en compte des couplages hydromécaniques, en particulier le couplage perméabilité-endommagement, sont en perspectives.

Remerciements

Ce travail a été soutenu par le BRGM, à travers un financement « Carnot », et IFSTTAR.

Références bibliographiques

Adler PM., Thovert JF. (1999). Fractures and Fracture Networks, Kluwer Acad, Norwell, Mass.

Bogdanov II., Mourzenko VV., Thovert JF., Adler PM. (2003). Effective permeability of fractured porous media in steady state flow, Water Resources Research , 39(1):1-16.

Bonnet M. (1995). Equations Intégrales et Éléments de Frontière, CNRS Editions/Eyrolles, Paris.

Cacas MC., Ledoux E., De Marsily G. (1990). Modeling fracture flow with a stochastic discrete fracture network: calibration and validation, Water Resources Research, 26(3), 479-500.

Castaing C., Genter A., Bourgine B., Chilès JP., Wendling J., Siegel P. (2002). Taking into account the complexity of natural fracture systems in reservoir single-phase flow modelling, Journal of Hydrology, 266, 83–98.

Dormieux L., Kondo D. (2004). Approche micromécanique du couplage perméabilité endommagement, C.R. Mecanique, 332, 135-140.

Koudina N., Gonzalez Garcia R., Thovert J.F., Adler P.M. (1998). Permeability of three-dimensional fracture networks, Phys. Rev. E, 57, 4466-4479.

Liolios PA., Exadaktylos GE. (2006). A solution of steady-state fluid flow in multiply fractured isotropic porous media, International Journal of Solids and Structures, 43, 3960-3982.

Pouya A. (2012). Three-dimensional flow in fractured porous media: a potential solution based on singular integral Equation, Advances in Water Resources, 35, 30-40.

Pouya A., Ghabezloo S. (2010). Flow around a crack in a porous matrix and related problems, Transport in Porous Media, 84(2), 511-532.

Pouya A., Vu MN. (2012). Numerical modelling of steady-state flow in 2D cracked anisotropic porous media by singular integral Equations method, Transport in Porous Media (accepté).

Pouya A., Vu MN. (2012). Fluid flow and effective permeability of an infinite matrix containing disc-shaped cracks, Advances in Water Resources (accepté).

Vu MN., Pouya A., Seyedi DM. (2012) Modelling of steady-state fluid flow in 3D fractured isotropic porous media. Application to effective permeability calculation, International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics (soumis)