



HAL
open science

Vers le choix d'un indicateur conditionnel robuste pour la décision en maintenance

Khac Tuan Huynh, Anne Barros, Christophe Bérenguer, Inma T. Castro

► **To cite this version:**

Khac Tuan Huynh, Anne Barros, Christophe Bérenguer, Inma T. Castro. Vers le choix d'un indicateur conditionnel robuste pour la décision en maintenance. CIFA 2012 - 7ème Conférence Internationale Francophone d'Automatique, Jul 2012, Grenoble, France. pp.889-894. hal-00793762

HAL Id: hal-00793762

<https://hal.science/hal-00793762>

Submitted on 22 Feb 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Vers le choix d'un indicateur conditionnel robuste pour la décision en maintenance

K.T. Huynh* A. Barros* C. Bérenguer*^{*,**} I.T. Castro^{***}

* Université de technologie de Troyes, ICD - STMR UMR CNRS 6279,
12, rue Marie Curie, 10010 Troyes cedex, France

tuan.huynh@utt.fr, anne.barros@utt.fr, christophe.berenguer@utt.fr

** Gipsa-lab, Département Automatique, CNRS, Grenoble INP, 11, rue
des Mathématiques - BP46 - 38402 Saint Martin d'Hères cedex, France
christophe.berenguer@grenoble-inp.fr

*** Universidad de Extremadura, Escuela Politécnica, Departamento de
Matemáticas, 10071 Cáceres, Spain
inmatorres@unex.es

Résumé : Cet article fournit une méthodologie pour évaluer l'efficacité de deux indicateurs conditionnels de type niveau de dégradation et durée de vie résiduelle moyenne (MRL) dans la prise de décision en maintenance. Un modèle de défaillance d'un système soumis aux risques concurrents dépendants de dégradation graduelle et de chocs soudains est proposé. En s'appuyant sur ce système, on développe les modèles mathématiques du coût de deux politiques à inspection périodique dont la décision en remplacement préventif se base respectivement sur la MRL et le niveau de dégradation. L'analyse de l'équivalence et la comparaison sur les performances de ces politiques permettent de conclure à l'efficacité des indicateurs étudiés.

Mots-clés: Choc, Dégradation, Durée de vie résiduelle, Fiabilité, Maintenance conditionnelle, Modèle de défaillance, Processus stochastiques, Surveillance.

1. INTRODUCTION

Le développement des techniques de surveillance contribue activement à l'essor des politiques de maintenance de type conditionnel capables d'assurer un bon fonctionnement des systèmes industriels et d'apporter un gain en compétitivité des entreprises. La plupart de ces politiques sont de type limite de contrôle, c-à-d. qu'une action de maintenance est effectuée dès qu'une grandeur critique atteint un seuil donné (voir Wang (2002)). Cette grandeur, qui est construite à partir des informations de surveillance en ligne, est considérée comme un indicateur de décision conditionnel. La construction d'un tel indicateur joue un rôle très important pour assurer la pertinence d'une intervention en maintenance et sa qualité dépendra de sa capacité à caractériser précisément l'état de santé du système.

Pour un système sujet à détérioration, le niveau de dégradation est un indicateur traditionnel sur lequel s'appuie la plupart des modèles de maintenance conditionnelle (voir Van Noordwijk (2009)). Néanmoins, dans plusieurs cas pratiques, la défaillance est due non seulement à la détérioration mais aussi à d'autres causes, et cet indicateur devient rapidement insuffisant pour représenter l'état du système. Dans ce contexte, il est pertinent de construire un indicateur conditionnel plus robuste pour la décision en maintenance. La MRL (*Mean Residual Life*), qui correspond au temps moyen restant avant que le système tombe en panne (voir Jardine et al. (2006)), est une autre possibilité pour caractériser l'état du système. L'avantage est que la définition de la MRL n'est pas limitée strictement à un mécanisme de défaillance (détérioration, choc, etc.),

et elle peut donc constituer une bonne alternative pour les systèmes sujets à des modes de défaillance multiples. Mais s'il est admis que la MRL peut avoir des répercussions significatives dans le domaine de la maintenance conditionnelle (voir Ahmad et Kamaruddin (2012)) et du pronostic (voir Sikorskaa et al. (2011)) sur la planification des opérations de maintenance, la provision des pièces de rechange et la performance opérationnelle, il est surprenant de constater que très peu de stratégies de maintenance considérant la MRL soient développées. Une des questions qui reste actuellement ouverte est donc de savoir comment développer de telles politiques, et si la construction et la prise en compte de la MRL dans la décision en maintenance peuvent effectivement réduire les coûts d'interventions lorsque le niveau de dégradation est déjà un indicateur connu. Pour contribuer à répondre à une telle question, on étudie dans cet article le modèle mathématique de coût de deux politiques de maintenance à inspection périodique dont la décision en remplacement préventif se base respectivement sur le niveau de dégradation ou sur la MRL. Ces deux politiques s'appliquent à un système dont le mécanisme de défaillances multiples est modélisé par des risques concurrents inter-dépendants comprenant un phénomène de dégradation graduelle et des chocs soudains. Une analyse d'équivalence et la comparaison entre les performances de ces deux politiques nous permettent de conclure à l'efficacité de la MRL dans un certain contexte et de justifier le choix entre la MRL et le niveau de dégradation comme indicateur de décision.

La section 2 est consacrée à la modélisation du mécanisme de défaillance du système. Dans la section 3, une approche

conditionnelle est proposée pour calculer la MRL du système étudié. La structure et le modèle du coût des deux politiques précédentes sont introduits dans la section 4. Les sections 5 et 6 sont dédiées à l'analyse de l'équivalence et des performances de ces politiques. Enfin, une conclusion et des perspectives sont proposées dans la section 7.

2. MÉCANISME DE DÉFAILLANCES DU SYSTÈME

Le système étudié est soumis aux défaillances concurrentes dépendantes résultant d'un processus de dégradation graduelle ou de chocs soudains. Le comportement d'un tel système peut être décrit par un modèle DTS (*Degradation-Threshold Shock*) où des processus stochastiques sont utilisés pour modéliser l'évolution de dégradation et de chocs, et le système est considéré en panne lorsque la dégradation accumulée dépasse un seuil de défaillance prédéfini ou des événements traumatiques de type choc surviennent (voir Lehmann (2009)). Comme précisé par Singpurwalla (1995), ce type du modèle peut être vu comme une extension plus générique, flexible et réaliste de modèles classiques qui sont basés uniquement soit sur la dégradation, soit sur des distributions paramétriques de la durée de vie. Les modèles DTS classiques supposent l'indépendance mutuelle des deux modes de défaillance. Cependant, dans plusieurs applications pratiques, la dépendance entre les modes de défaillances est importante et ne peut pas être négligée dans la modélisation (voir Peng et al. (2011)). C'est la raison pour laquelle on s'attache dans ce qui suit à expliciter cette dépendance en examinant l'impact de la dégradation sur l'évolution du processus de chocs. On appelle notre modèle *DTDS* (*Degradation-Threshold-Dependent Shock*).

2.1 Modélisation de la défaillance liée à la dégradation

On considère un système qui présente des phénomènes de dégradation physiques continus et monotones par nature : érosion, corrosion, propagation de fissure, etc. Une manière maintenant très classique de modéliser ces phénomènes est de s'appuyer sur un processus Gamma (voir Van Noortwijk (2009) pour une revue complète d'utilisation du processus Gamma dans la modélisation de la maintenance). Si de plus l'évolution moyenne de ces phénomènes est linéaire en temps, on peut utiliser la forme homogène de ce processus. Ainsi, pour $0 \leq s \leq t$, l'accroissement de la dégradation dans l'intervalle de temps $[s, t]$, $X_t - X_s$ suit une loi Gamma de paramètres $\alpha \cdot (t - s)$ et β , et de densité :

$$f_{\alpha \cdot (t-s), \beta}(u) = \frac{\beta^{\alpha \cdot (t-s)} u^{\alpha \cdot (t-s)-1} e^{-\beta u} \cdot \mathbf{1}_{\{u \geq 0\}}}{\Gamma(\alpha \cdot (t-s))}, \quad (1)$$

où $X_0 = 0$, $\mathbf{1}_{\{\cdot\}}$ et $\Gamma(\cdot)$ correspondent à la fonction indicatrice et la fonction Gamma

$$\Gamma(y) = \int_0^\infty u^{y-1} e^{-u} du, \quad \text{for } y > 0. \quad (2)$$

Le choix de différentes valeurs pour les paramètres α et β permettent de modéliser des comportements de dégradation très divers, de quasiment déterministes à très chaotiques. Le taux de dégradation moyen est $m = \frac{\alpha}{\beta}$ et la variance moyenne associée est $\sigma^2 = \frac{\alpha}{\beta^2}$. Le système est supposé en panne due à la dégradation si X_t dépasse un seuil de défaillance prédéfini L .

Pour caractériser la défaillance due à la dégradation, on examine deux types de temps d'atteinte caractéristiques du processus. Le premier temps, noté τ_A , est le temps d'atteinte d'un niveau de dégradation A à partir de 0. Comme montré par Van Noortwijk (2009), sa fonction de survie et sa densité sont :

$$\bar{F}_{\tau_A}(t) = 1 - \frac{\Gamma(\alpha t, A\beta)}{\Gamma(\alpha t)}, \quad (3)$$

$$f_{\tau_A}(t) = \frac{\alpha}{\Gamma(\alpha t)} \int_{A\beta}^\infty \{\log(z) - \psi(\alpha t)\} z^{\alpha t-1} e^{-z} dz, \quad (4)$$

où $\Gamma(\alpha, x) = \int_x^\infty z^{\alpha-1} e^{-z} dz$ et $\psi(\alpha) = \frac{\Gamma'(\alpha)}{\Gamma(\alpha)}$ sont respectivement la fonction Gamma incomplète et la fonction Digamma. Considérons maintenant un autre niveau de dégradation $B > A$, $\tau_B - \tau_A$ est un second type de temps d'atteinte, qui correspond au passage d'un niveau A à un niveau B . La fonction de survie exacte de $\tau_B - \tau_A$ a été proposée par Bérenguer et al. (2003), mais celle-ci est difficile à implémenter en raison de calculs numériques complexes. Pour simplifier, on utilise ici une approximation proposée par Huynh et al. (2011) :

$$\bar{F}_{\tau_B - \tau_A}(t) \simeq \bar{F}_{\tau_{B-A-\frac{1}{2\beta}}}(t), \quad (5)$$

où la condition d'application est $1 < \beta A < \beta B - \frac{1}{2}$.

2.2 Modélisation de la défaillance liée au choc

La défaillance du système étudié est due non seulement à la dégradation mais aussi à l'occurrence de chocs létaux. On suppose alors que le système tombe en panne lorsqu'un choc survient. En outre, les processus de dégradation et de choc dépendent l'un de l'autre : plus le système est dégradé, plus il est vulnérable aux chocs (voir Huynh et al. (2010)). Soit N_t le nombre de chocs survenus dans $(0, t]$. Les dates d'occurrence de chocs sont régies par un processus de Poisson non-homogène $\{N_t\}_{t \geq 0}$ dont l'intensité dépend du niveau de dégradation x_t et du temps t par la relation suivante :

$$r(t, X_t) = r_1(t) \mathbf{1}_{\{X_t < M_s\}} + r_2(t) \mathbf{1}_{\{X_t \geq M_s\}}, \quad (6)$$

où M_s est un niveau de dégradation fixé a priori, $r_1(t)$ et $r_2(t)$ sont des fonctions continues non-décroissantes représentant l'intensité de choc à l'instant t avec $r_1(t) \leq r_2(t)$, $\forall t \geq 0$. L'expression (6) signifie que le système devient plus sensible à la défaillance liée au choc quand le niveau de dégradation augmente et dépasse un seuil fixé. Ce type de dépendance a été décrit dans Ye et al. (2011) par exemple pour le cas d'un ampèremètre ou d'une bande de roulement des pneus. L'idée est que plus le système vieillit (l'usure pouvant être de manière générale modélisée par un processus de dégradation continu), moins il est susceptible de résister à des sollicitations ponctuelles (ici appelées chocs).

À partir de (6), la fonction de survie des dates de défaillance par chocs peut être calculée selon l'expression :

$$\bar{F}_s(t) = \bar{F}_1(t) \bar{F}_{\tau_M}(t) + \bar{F}_2(t) \int_0^t \frac{\bar{F}_1(u)}{\bar{F}_2(u)} f_{\tau_{M_s}}(u) du, \quad (7)$$

où \bar{F}_{τ_M} et $f_{\tau_{M_s}}$ sont donnés par (3) et (4), \bar{F}_i , $i = 1, 2$, est la fonction de survie associée à l'intensité $r_i(t)$:

$$\bar{F}_i(t) = e^{-\int_0^t r_i(u) du}. \quad (8)$$

3. DURÉE DE VIE RÉSIDUELLE MOYENNE

La durée de vie résiduelle (RUL) d'un système correspond au temps restant avant que le système ne puisse plus réaliser avec succès ses fonctions requises et doive être remplacé. De manière générale, la RUL à la date t s'écrit (voir Jardine et al. (2006)) :

$$\tau_f - t \mid \tau_f > t, \mathbf{Z}_{0:t}, \quad (9)$$

où τ_f est la date de défaillance du système, $\mathbf{Z}_{0:t}$ correspond à l'ensemble des informations corrélées à l'état du système collecté jusqu'à l'instant t . De nombreux travaux estiment la RUL suivant une méthode non-conditionnelle dans le sens où les informations de surveillance $\mathbf{Z}_{0:t}$ ne sont pas prises en compte dans le calcul. Cette méthode d'estimation est souvent moins précise car elle fournit une valeur de RUL de variance relativement large. Cette RUL n'est donc pas forcément l'indicateur de décision le plus pertinent quand il faut planifier des opérations de maintenance (voir Banjevic (2009)). Comme montré par Wang et Zhang (2005), lorsqu'il est possible d'avoir accès à des informations reliées à la condition de santé du système $\mathbf{Z}_{0:t}$, il peut être intéressant de les intégrer dans l'estimation, car la variance de la RUL peut être ainsi sensiblement réduite. On procède alors à une estimation conditionnelle de la RUL et on calcule la MRL (la version moyenne de la RUL conditionnée par les observations) en nous appuyant sur l'équation (9). Sous l'hypothèse de surveillance parfaite et d'absence de mémoire du processus de dégradation, les informations corrélées à l'état du système sont limitées ici à son niveau de dégradation $\mathbf{Z}_{0:t} \equiv X_t$. Ainsi, la MRL à la date t , sachant le niveau de dégradation $X_t = z$, est calculée par :

$$m_z(t) = E[\tau_f - t \mid \tau_f > t, X_t = z] = \int_t^\infty R(u \mid z) du, \quad (10)$$

où $R(u \mid z)$ est la fiabilité conditionnelle du système à l'instant $u > t$ sachant que $X_t = z$ et que le système est encore en fonctionnement à t .

Pour le modèle DTDS, le système tombe en panne dès que le niveau de dégradation dépasse un seuil L ou dès qu'un choc survient, $R(u \mid z)$ est alors donné par :

$$R(u \mid z) = P(X_u < L, N_u = 0 \mid X_t = z) = R_1 \cdot \mathbf{1}_{\{z < M_s\}} + R_2 \cdot \mathbf{1}_{\{z \geq M_s\}}, \quad (11)$$

dans laquelle R_1 et R_2 sont donnés respectivement par :

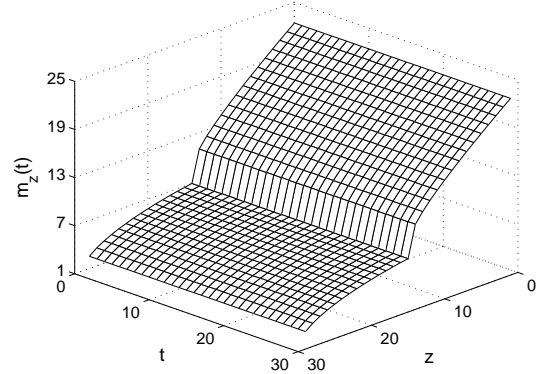
$$R_1 = \bar{F}_{\tau_{M_s-z}}(u-t) \frac{\bar{F}_1(u)}{\bar{F}_1(t)} + \int_t^u \bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}(u-v) \times \frac{\bar{F}_1(v) \bar{F}_2(u)}{\bar{F}_1(t) \bar{F}_2(v)} f_{\tau_{M_s-z}}(v-t) dv, \quad (12)$$

$$R_2 = \bar{F}_{\tau_L-z}(u-t) \frac{\bar{F}_2(u)}{\bar{F}_2(t)}, \quad (13)$$

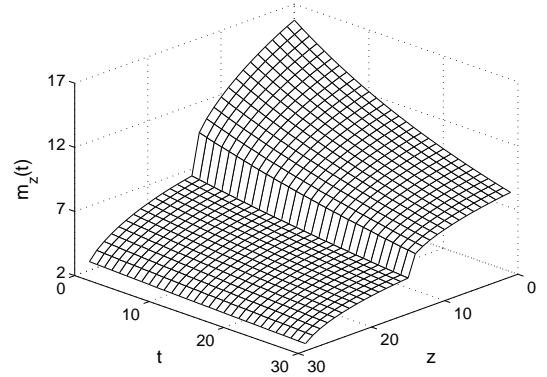
où $\bar{F}_{\tau_{M_s-z}}$, \bar{F}_{τ_L-z} , $f_{\tau_{M_s-z}}$ et $\bar{F}_{\tau_L-\tau_{M_s}}$ sont calculés respectivement par (3), (4) et (5), \bar{F}_i , $i = 1, 2$, est donné par (8). Par conséquent, la MRL du modèle DTDS à l'instant t , sachant le niveau de dégradation z , est calculé selon les équations (10) et (11).

La figure 1 montre des surfaces de MRL en fonction du niveau de dégradation z et de la date t pour des intensités

de défaillance par choc $r_1(t)$ et $r_2(t)$ constantes (cf. sous-figure 1a) et linéaires en temps (cf. sous-figure 1b).



(a) $r_1(t) = 0.01$ et $r_2(t) = 0.1$



(b) $r_1(t) = 0.0025t + 0.01$ et $r_2(t) = 0.0025t + 0.1$

FIGURE 1. La MRL - $\alpha = 0.1$, $\beta = 0.1$, $L = 30$, $M_s = 15$

Remarque 1. La MRL du modèle DTDS, $m_z(t)$, dépend à la fois de deux variables z et t , elle intègre non seulement le niveau de dégradation z du système mais aussi le taux de défaillance par choc $r(t, X_t)$.

- Lorsque $r(t, X_t)$ est constante en fonction du temps t , $m_z(t)$ et X_t apportent les mêmes connaissances sur le système (cf. sous-figure 1a). Ainsi, l'étape de prédiction de MRL devient inutile et le niveau de dégradation seul est déjà suffisant pour la décision en maintenance.
- Lorsque $r(t, X_t)$ dépend du temps t , $m_z(t)$ contient plus d'informations sur l'état de santé du système que le niveau de dégradation seul (cf. sous-figure 1b). Dans ce cas, il est intéressant de prédire la MRL et de l'introduire dans la décision de maintenance.

Lemme 1. Pour un niveau de dégradation z fixé, $0 \leq z \leq L$, la durée de vie résiduelle moyenne $m_z(t)$ est une fonction décroissante du temps t . Pour un temps $t \geq 0$ fixé, la durée de vie résiduelle moyenne $m_z(t)$ est une fonction décroissante du niveau de dégradation z .

Preuve 1. Voir la démonstration dans Huynh (2011).

Corollaire 1. Pour tous les temps $0 \leq u \leq v$ et les niveaux de dégradation $0 \leq z \leq y \leq L$, les MRLs du modèle DTDS ont les propriétés suivantes :

$$m_z(u) \geq m_z(v) \geq m_y(v) \text{ et } m_z(u) \geq m_y(u) \geq m_y(v).$$

4. MODÈLES DE MAINTENANCE

Afin d'apprécier le gain apporté par la MRL dans la décision en maintenance, on développe dans cette section les modèles du coût de deux politiques de maintenance conditionnelle à inspection périodique. Dans la première politique, la décision en remplacement préventif se base sur la MRL, alors que dans la seconde, elle s'appuie sur le niveau de dégradation seul.

4.1 Hypothèses et critère de performance

On suppose que la dégradation du système est cachée et sa défaillance n'est pas auto-décelable, ce qui signifie qu'une inspection est nécessaire pour connaître le niveau de dégradation courant et l'état marche/panne du système. L'inspection est supposée parfaite, coûte C_i et prend un temps négligeable. Deux actions de maintenance sont possibles sur le système : un remplacement préventif (coût $C_p > C_i$) et un remplacement correctif (coût $C_c > C_p$). Dans tous les cas, un remplacement n'est effectué instantanément qu'à une date d'inspection et ramène le système à un état "aussi bon que neuf". C'est pourquoi, le système peut être en inactivité si une défaillance survient entre deux inspections successives, et on laisse donc la possibilité de prendre en compte un coût d'indisponibilité par unité de temps C_d qui correspond à l'intervalle de temps entre la défaillance et l'intervention de remplacement.

Pour quantifier les performances d'une politique de maintenance, on utilise un critère économique qui est le coût moyen asymptotique par unité de temps C_∞ . Dans la mesure où le système est remis à neuf après chaque remplacement, on peut appliquer le théorème de renouvellement pour évaluer analytiquement C_∞ (voir Tijms (2003)) :

$$C_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{E[C(t)]}{t} = \frac{E[C(S)]}{E[S]}, \quad (14)$$

où $C(\cdot)$ est le coût accumulé de maintenance, et S est la longueur d'un cycle de renouvellement.

4.2 Politique et modèle de maintenance $(\Delta T, m)$

Pour la politique $(\Delta T, m)$, la décision de remplacement préventif s'appuie sur la MRL du système. Selon cette politique, le système est inspecté périodiquement avec une durée d'inter-inspection ΔT . À chaque inspection, si le système est détecté en état de panne, on le remplace correctivement. Sinon, on estime la MRL conditionnelle à partir du niveau de dégradation détecté. Si la valeur de MRL est inférieure à un seuil m , un remplacement préventif est effectué. Pour la politique $(\Delta T, m)$, la période d'inspection ΔT et le seuil de remplacement préventif m sont donc les deux variables de décision.

En appliquant l'équation (14), le coût moyen asymptotique de la politique $(\Delta T, m)$ est calculé par :

$$C_\infty^{\Delta T, m}(\Delta T, m) = \frac{C_i E[N_i^{\Delta T, m}] + C_c (1 - P_p^{\Delta T, m})}{E[S^{\Delta T, m}]} + \frac{C_p P_p^{\Delta T, m} + C_d E[W_d^{\Delta T, m}]}{E[S^{\Delta T, m}]}, \quad (15)$$

où $N_i^{\Delta T, m}$, $P_p^{\Delta T, m}$ et $W_d^{\Delta T, m}$ sont respectivement le nombre d'inspections, la probabilité de remplacement préventif, et le temps d'indisponibilité sur le cycle de renouvellement $S^{\Delta T, m}$. L'optimisation de la politique revient à chercher les valeurs optimales ΔT_{opt} et m_{opt} qui minimisent $C_\infty^{\Delta T, m}(\Delta T, m)$ où $0 \leq \Delta T$ et $0 \leq m \leq MTTF$.

4.3 Politique et modèle de maintenance $(\Delta T, M)$

La décision de remplacement préventif de la politique $(\Delta T, M)$ s'appuie sur le niveau de dégradation du système. Cette politique est utilisée comme une référence dans cet article. Le système est inspecté périodiquement avec une durée d'inter-inspection ΔT . À chaque inspection, si le système est encore en marche et le niveau de dégradation détecté est supérieur à un seuil M , le système est remplacé préventivement. Mais si le système est déjà tombé en panne, on effectue un remplacement correctif. La période d'inspection ΔT et le seuil de remplacement préventif M sont les deux variables de décision de cette politique.

En appliquant l'équation (14), le coût moyen asymptotique de la politique $(\Delta T, M)$ s'écrit par :

$$C_\infty^{\Delta T, M}(\Delta T, M) = \frac{C_i E[N_i^{\Delta T, M}] + C_c (1 - P_p^{\Delta T, M})}{E[S^{\Delta T, M}]} + \frac{C_p P_p^{\Delta T, M} + C_d E[W_d^{\Delta T, M}]}{E[S^{\Delta T, M}]}, \quad (16)$$

où $N_i^{\Delta T, M}$, $P_p^{\Delta T, M}$ et $W_d^{\Delta T, M}$ sont respectivement le nombre d'inspections, la probabilité de remplacement préventif, et l'intervalle d'indisponibilité sur le cycle de renouvellement $S^{\Delta T, M}$. L'optimisation de la politique revient à chercher les valeurs optimales ΔT_{opt} et M_{opt} qui minimisent $C_\infty^{\Delta T, M}(\Delta T, M)$ où $0 \leq \Delta T$ et $0 \leq M \leq L$.

5. ANALYSE D'ÉQUIVALENCE DES POLITIQUES

Les structures des politiques $(\Delta T, m)$ et $(\Delta T, M)$ montrent que leur différence réside dans la façon dont est prise la décision de remplacement préventif. Pour analyser leur équivalence, il suffit d'étudier les probabilités de remplacement préventif de ces deux politiques. Ces études portent sur les deux cas de figures du modèle DTDS : $r(t, X_t)$ indépendant du temps, et $r(t, X_t)$ dépendant du temps.

5.1 $r(t, X_t)$ indépendant du temps

Lorsque le taux $r(t, X_t)$ est indépendant du temps t , la valeur de MRL du modèle DTDS dépend seulement du niveau de dégradation $X_t = z$, on la note plus simplement m_z . Soit z_m la valeur minimale du niveau de dégradation z pour laquelle la MRL du système est inférieure au seuil m :

$$z_m = \inf \{0 \leq z \leq L, m_z \leq m\}. \quad (17)$$

La structure de la politique $(\Delta T, m)$ et l'indépendance de la MRL en temps nous amènent à représenter l'événement de remplacement préventif E_p à la date $k\Delta T$ comme suit :

$$\begin{aligned} E_p &\triangleq \{m_{z_{(k-1)\Delta T}} > m \geq m_{z_{k\Delta T}}, k\Delta T < \tau_L, \} \\ &\Leftrightarrow \{X_{(k-1)\Delta T} < z_m \leq X_{k\Delta T}, k\Delta T < \tau_L, N_{k\Delta T} = 0\} \\ &\Leftrightarrow \{(k-1)\Delta T < \tau_{z_m} \leq k\Delta T < \tau_L, N_{k\Delta T} = 0\}, \quad (18) \end{aligned}$$

où τ_{z_m} est le temps d'atteinte du niveau de dégradation z_m . Cet événement est identique à celui de la politique $(\Delta T, M)$. Ainsi, les probabilités de remplacement préventif de ces deux politiques sont équivalentes :

$$P_p^{\Delta T, m}(\Delta T, m) \equiv P_p^{\Delta T, M}(\Delta T, z_m). \quad (19)$$

Remarque 2. Pour le modèle DTDS, lorsque le taux de défaillance par choc est indépendant du temps, les politiques $(\Delta T, M)$ et $(\Delta T, m)$ sont équivalentes.

5.2 $r(t, X_t)$ dépendant du temps

Lorsque le taux $r(t, X_t)$ est dépendant du temps t , la MRL du modèle DTDS dépend des deux variables $X_t = z$ et t . Ainsi, étant donné $z_{t,m}$ la valeur minimale du niveau de dégradation z pour laquelle la MRL du système est inférieure au seuil m pour un temps t fixé :

$$z_{t,m} = \inf \{0 \leq z \leq L, m_z(t) \leq m\}, \quad (20)$$

Selon la politique $(\Delta T, m)$, le système est remplacé préventivement à la date $k\Delta T$ si :

$$\begin{aligned} E_p &\triangleq \{m_{z_{(k-1)\Delta T}}((k-1)\Delta T) > m \geq m_{z_{k\Delta T}}(k\Delta T), \\ &\quad k\Delta T < \tau_L, N_{k\Delta T} = 0\} \\ &\Leftrightarrow \{X_{(k-1)\Delta T} < z_{(k-1)\Delta T, m}, z_{k\Delta T, m} \leq X_{k\Delta T}, \\ &\quad k\Delta T < \tau_L, N_{k\Delta T} = 0\} \\ &\Leftrightarrow \{(k-1)\Delta T < \tau_{z_{(k-1)\Delta T, m}}, \tau_{z_{k\Delta T, m}} \leq k\Delta T < \tau_L, \\ &\quad N_{k\Delta T} = 0\}, \end{aligned} \quad (21)$$

où $\tau_{z_{t,m}}$ est le temps d'atteinte du niveau de dégradation $z_{t,m}$. Cet événement est complètement différent de celui de remplacement préventif de la politique $(\Delta T, M)$. Ainsi, quand le taux $r(t, X_t)$ est dépendant du temps, les probabilités de remplacement préventif des politiques $(\Delta T, M)$ et $(\Delta T, m)$ sont différentes :

$$P_p^{\Delta T, m}(\Delta T, m) \neq P_p^{\Delta T, M}(\Delta T, z_{t,m}). \quad (22)$$

Remarque 3. Pour le modèle DTDS, lorsque le taux de défaillance par choc dépend du temps, les politiques $(\Delta T, M)$ et $(\Delta T, m)$ ne sont plus équivalentes.

6. PERFORMANCES DES POLITIQUES

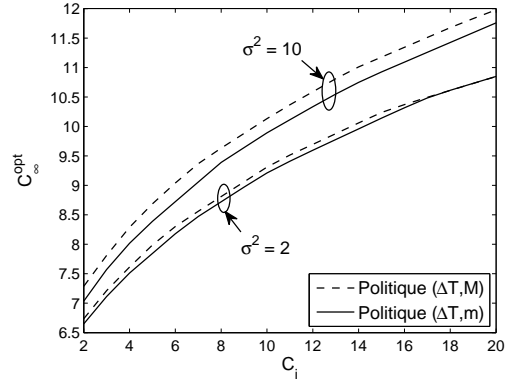
On a montré dans la section précédente que les politiques $(\Delta T, M)$ et $(\Delta T, m)$ sont équivalentes (resp. différentes) si le taux de défaillance par choc du modèle DTDS, $r(t, X_t)$, est indépendant (resp. dépendant) du temps. Le but de cette section est d'examiner en détail les performances de la politique $(\Delta T, m)$ dans le cas où $r(t, X_t)$ dépend du temps t , et de montrer quelles sont ses conditions d'utilisation les plus appropriées. Pour ce faire, on compare les coûts moyens asymptotiques des politiques $(\Delta T, M)$ et $(\Delta T, m)$ dans différentes configurations de coûts d'interventions et de variance du processus de dégradation. Les résultats de ces comparaisons nous permettent de justifier le choix de la prise en compte de la MRL ou du niveau de dégradation dans la décision en maintenance.

6.1 Résultats numériques

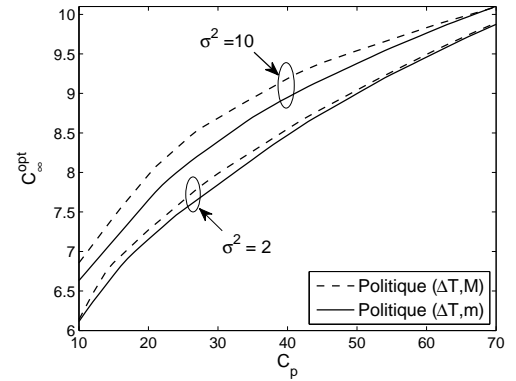
On s'est placé dans la situation où les taux de défaillance par choc sont dépendants du temps, ces taux sont donnés par $r_1(t) = 0.0025t + 0.01$ et $r_2(t) = 0.0025t + 0.1$

respectivement. Trois cas de figures du coût d'interventions sont étudiés :

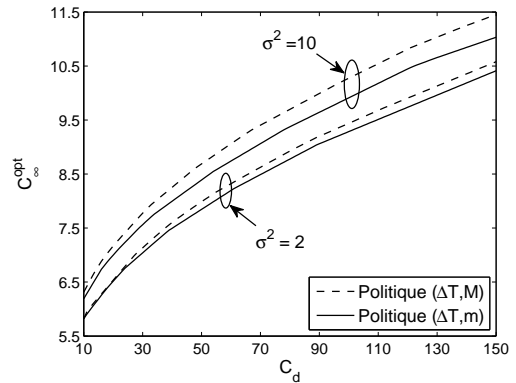
- (1) Coût d'inspection variable : C_{id} varie de 2 à 20 avec un pas égal à 1, $C_c = 100$, $C_p = 30$, et $C_d = 50$.
- (2) Coût de remplacement préventif variable : $C_{id} = 5$, $C_c = 100$, C_p varie de 10 à 70 avec un pas égal à 1, et $C_d = 50$.
- (3) Coût d'indisponibilité par unité de temps variable : $C_{id} = 5$, $C_p = 30$, $C_c = 100$, et C_d varie de 10 à 150 avec un pas égal à 1.



(a) Coût d'inspection variable



(b) Coût de remplacement préventif variable



(c) Coût d'indisponibilité par unité de temps variables

FIGURE 2. Performances des politiques de maintenance

Ces coûts d'interventions sont appliqués pour les deux configurations de dégradation : $\alpha = \beta = 0.5$ (dégradation "stable" $\sigma^2 = 2$, $m = 1$) et $\alpha = \beta = 0.1$ (dégradation

“chaotique” $\sigma^2 = 10$, $m = 1$). Les autres paramètres du modèle sont $L = 30$ et $M_s = 15$.

Les résultats numériques sont représentés sur la figure 2. Les sous-figures 2a, 2b et 2c représentent les évolutions de coûts moyens asymptotiques optimaux des politiques $(\Delta T, M)$ et $(\Delta T, m)$ pour les cas précédents. Sur chacune des sous-figures, la ligne continue et la ligne en pointillés correspondent respectivement à la politique $(\Delta T, m)$ et à la politique $(\Delta T, M)$. Enfin, plus la courbe de coût est basse plus la politique correspondante est performante.

6.2 Analyse des résultats et discussion

Les résultats numériques montrent que la politique $(\Delta T, m)$ est toujours plus rentable que la politique $(\Delta T, M)$. Ceci est dû au fait que la MRL contient plus d’informations sur l’état de santé du système que son niveau de dégradation seul. Ainsi la prise en compte de la MRL en maintenance préventive peut créer un avantage économique par rapport à la prise en compte directe du seul niveau de dégradation. De plus, ce phénomène est plus marqué si la variance de la dégradation est importante. La raison en est que, pour le modèle DTDS, non seulement la date de défaillance liée à la dégradation mais aussi celle liée au choc sont plus dispersées lorsque la variance de la dégradation augmente (voir Huynh (2011)). Ainsi, en considérant la quantité d’informations intégrées dans chacun des indicateurs, plus la dégradation est chaotique, moins le niveau de dégradation est avantageux par rapport à la MRL dans la caractérisation de la comportement du système.

Cependant, d’un point de vue pratique, la politique $(\Delta T, m)$ n’est pas forcément toujours pertinente par rapport à la politique $(\Delta T, M)$. On peut observer sur la figure 2 que les coûts moyens asymptotiques de ces deux politiques sont plus ou moins identiques lorsque le processus de dégradation est peu chaotique, le remplacement préventif est onéreux, et/ou les inspections et la durée d’indisponibilité correspondent à des coûts faibles. Dans ces situations, il peut être préférable d’appliquer la politique $(\Delta T, M)$, car la MRL nécessite plus de temps de calcul et s’avère peu efficace. Ainsi, cette étude permet de montrer la nécessité de développer des modèles quantitatifs pour le choix de la prise en compte de MRL ou du niveau de dégradation dans la décision en maintenance.

7. CONCLUSION

Cet article fournit un cas d’étude pour évaluer la performance de deux indicateurs conditionnels : niveau de dégradation et durée de vie résiduelle moyenne. Une approche conditionnelle est utilisée pour estimer la MRL du modèle DTDS. En s’appuyant sur ce modèle, le modèle de coût d’une politique de maintenance conditionnelle préventive basée sur la MRL est développé et comparé à celui d’une politique basée sur le niveau de dégradation. Les résultats analytiques et numériques montrent que la MRL peut être plus robuste pour la prise de décision en maintenance conditionnelle et que le choix de l’indicateur MRL ou du niveau de dégradation doit s’appuyer sur une analyse de coûts.

Bien que les résultats soient très prometteurs, ils sont obtenus à partir d’hypothèses assez fortes : surveillance parfaite

directe sur un indicateur de dégradation et système markovien homogène. La suite de notre travail vise à relâcher ces hypothèses en considérant des mesures bruitées, des covariables de l’environnement et des mécanismes de défaillance non-stationnaires ou non-markoviens.

RÉFÉRENCES

- Ahmad, R. et Kamaruddin, S. (2012). An overview of time-based and condition-based maintenance in industrial application. *Computers & Industrial Engineering*, 63(1), 135–149.
- Banjevic, D. (2009). Remaining useful life in theory and practice. *Metrika*, 69(2), 337–349.
- Bérengruer, C., Grall, A., Dieulle, L., et Roussignol, M. (2003). Maintenance policy for a continuously monitored deteriorating system. *Probability in the Engineering and Informational Sciences*, 17(02), 235–250.
- Huynh, K. (2011). *Quantification de l’apport de l’information de surveillance dans la prise de décision en maintenance*. Thèse de doctorat, Université de technologie de Troyes, France.
- Huynh, K., Barros, A., Bérengruer, C., et Castro, I. (2010). Value of condition monitoring information for maintenance decision-making. In *Proc. Ann. Reliability & Maintainability Symp*, 543–548.
- Huynh, K., Barros, A., Bérengruer, C., et Castro, I. (2011). A periodic inspection and replacement policy for systems subject to competing failure modes due to degradation and traumatic events. *Reliability Engineering & System Safety*, 96(04), 497–508.
- Jardine, A., Lin, D., et Banjevic, D. (2006). A review on machinery diagnostics and prognostics implementing condition-based maintenance. *Mechanical systems and signal processing*, 20(7), 1483–1510.
- Lehmann, A. (2009). Joint modeling of degradation and failure time data. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 139(5), 1693–1706.
- Peng, H., Feng, Q., et Coit, D. (2011). Reliability and maintenance modeling for systems subject to multiple dependent competing failure processes. *IIE Transactions*, 43(1), 12–22.
- Sikorskaa, J., Hodkiewicz, M., et Ma, L. (2011). Prognostic modelling options for remaining useful life estimation by industry. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 25(5), 1803–1836.
- Singpurwalla, N. (1995). Survival in dynamic environments. *Statistical Science*, 10(1), 86–103.
- Tijms, H. (2003). *A first course in stochastic models*. Wiley, New York.
- Van Noortwijk, J. (2009). A survey of the application of gamma processes in maintenance. *Reliability Engineering & System Safety*, 94(1), 2–21.
- Wang, H. (2002). A survey of maintenance policies of deteriorating systems. *European Journal of Operational Research*, 139(3), 469–489.
- Wang, W. et Zhang, W. (2005). A model to predict the residual life of aircraft engines based upon oil analysis data. *Naval Research Logistics*, 52(3), 276–284.
- Ye, Z., Tang, L., et Xu, H. (2011). A distribution-based systems reliability model under extreme shocks and natural degradation. *IEEE Transactions on Reliability*, 60(1), 246–256.