



**HAL**  
open science

## Connaissances naturalisées dans le champ du numérique à l'articulation école maternelle / école primaire

Marie-Christine de Redon, Claire Margolinas

► **To cite this version:**

Marie-Christine de Redon, Claire Margolinas. Connaissances naturalisées dans le champ du numérique à l'articulation école maternelle / école primaire. A. Roucher & I. Bloch. Perspectives en didactique des mathématiques, La pensée sauvage, 2008. hal-00779302

**HAL Id: hal-00779302**

**<https://hal.science/hal-00779302v1>**

Submitted on 22 Jan 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## CONNAISSANCES NATURALISÉES DANS LE CHAMP DU NUMÉRIQUE À L'ARTICULATION ÉCOLE MATERNELLE / ÉCOLE PRIMAIRE

*Abstract:* This paper is dedicated to the numerical knowledge at pre-elementary and elementary school (pupils 4 to 7 years old). At these levels, observing pupils' numerical activities is quite difficult, because often the knowledge at stake is not recognised as mathematical knowledge. Following Briand, we will study different situations, focusing on the counting of movable objects. This study leads to the determination of two different spaces: the space attached to the collection and the space attached to the process.

### I. OBSERVER LES ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

#### *I.1 Cadre de travail*

Observer les activités numériques au cycle 2 (élèves de 4 à 7 ans, deux années d'école maternelle et une année d'école primaire) n'est pas simple. Pour observer ces activités, il faut être capable de les modéliser, de comprendre ce que font les élèves, quelles sont les situations qui appellent des stratégies que l'on peut qualifier d'activités numériques, quelles en sont les variables.

Les travaux de Joël Briand ont permis de montrer l'existence d'un savoir mathématique ignoré par les institutions scolaire et mathématique : *l'énumération* (thèse sous la direction de Guy Brousseau (Briand, 1993), voir également Briand (1999) ; travaux de développement pour les professeurs (en particulier Briand et al., 1999-2000; Briand et al., 2000; Briand et al., 2004).

Dans le cadre d'un travail au sein de l'INRP<sup>1</sup>, nous avons constitué une équipe<sup>2</sup> dont l'objectif est de composer des traités (au sens de Neyret, 1995) de mathématiques pour les professeurs des écoles. Le travail de développement de notre premier ouvrage<sup>3</sup> nous a conduit à reprendre et, comme nous le verrons dans ce texte, à prolonger les travaux de l'équipe de Bordeaux.

Par ailleurs, l'une d'entre nous était également partie prenante d'une recherche dans le cadre du réseau RESEIDA<sup>4</sup>, qui a conduit à un suivi d'élèves de la GS<sup>5</sup> au CP<sup>6</sup> avec des observateurs didacticiens (mathématiques Claire Margolinas, français Marceline Laparra) et non didacticiens (Elisabeth Bautier, Christophe Joigneaux, équipe ESCOL).

Ce sont donc les résultats et les réflexions qui sont issus de ces recherches en cours que nous cherchons à partager ici.

---

<sup>1</sup> Institut National de la Recherche Pédagogique

<sup>2</sup> Équipe Démathé (Développement des Mathématiques à l'École) de l'Institut National de la Recherche Pédagogique (INRP) : Margolinas C. (responsable), Canivenc B., De Redon M.-C., Rivière O., Wozniak F., présentation visible sur le site (consulté le 29 août 2006) : [http://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/equipes\\_associees/curriculum/demathe/](http://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/equipes_associees/curriculum/demathe/)

<sup>3</sup> Qui paraîtra sous forme de DVD-Rom aux éditions Hatier, sans doute en 2008, peut-être en coédition avec l'INRP.

<sup>4</sup> PPF, Université de Paris 8, responsable Jean-Yves Rochex.

<sup>5</sup> Dernière année de l'école maternelle.

<sup>6</sup> Première année de l'école primaire.

Margolinas, C., & De Redon, M.-C. (2008). Connaissances naturalisées dans le champ du numérique à l'articulation école maternelle / école primaire. In A. Rouchier & I. Bloch (Eds.), Perspectives en didactique des mathématiques (cédérom). Grenoble: La pensée sauvage.

Ce texte, ayant son origine dans un atelier de l'école d'été de trois séances d'une heure trente, en porte la marque ; néanmoins, nous avons cherché le plus possible à produire un écrit ayant une cohérence au-delà d'un simple compte-rendu.

### *1.2 Difficulté des observations*

#### *Des savoirs naturalisés*

Il nous semble qu'il existe une spécificité de la difficulté de l'observation des activités mathématiques, au niveau qui nous intéresse, qui tient à la fois à des raisons institutionnelles (l'école maternelle et sa relation complexe et parfois ambiguë aux savoirs) et didactiques (l'existence de savoirs mathématiques ignorés par les institutions). De nombreux savoirs se trouvent ainsi naturalisés, rendus transparents, d'autant que leur rapport aux disciplines n'est pas évident.

Les professeurs peuvent ainsi penser que certaines connaissances relèvent d'une « maturation » de l'élève, sans qu'une intervention de leur part soit nécessaire voire souhaitable. Par ailleurs, on peut penser que certaines connaissances peuvent, dans certaines conditions sociales, être apprises dans des situations non didactiques, notamment dans le cadre familial. Quand les conditions favorables à leur apprentissage disparaissent, il n'est pas certain que l'école prenne rapidement en charge l'enseignement des savoirs correspondants, surtout si ceux-ci ne sont pas identifiés.

#### *Ce qui est annoncé par les professeurs comme activité mathématique ne l'est pas toujours*

A l'école maternelle, la présence de « nombres » écrits ou oraux peut suffire à qualifier, pour le professeur, l'activité de « mathématique ». Pour autant, les connaissances en jeu peuvent relever, par exemple, de la graphie des chiffres, qui est à rapprocher de la graphie des lettres et non pas de l'écriture des nombres (avec le caractère organisé et systématique que l'on peut donner à la numération écrite), activité que l'on aura du mal à véritablement qualifier de « mathématique », même si elle est nécessaire à l'écriture des nombres.

Inversement, des connaissances mathématiques peuvent intervenir, nous le verrons par la suite, dans des activités qui ne seront pas qualifiées de mathématiques par les professeurs. C'est le cas, par exemple, des savoirs d'énumération mis en jeu dans de nombreuses activités qui reposent sur la manipulation d'objets, comme des étiquettes, très fréquentes dans les situations de pré-lecture.

#### *Les variables de situations sont très souvent manipulées sans intention par le professeur*

La manipulation fortuite des variables est une conséquence de la non-reconnaissance des savoirs mathématiques en jeu dans les situations. Certaines situations peuvent ainsi être une source de difficultés pour l'élève qui met le professeur en difficulté lui-même. Quand tous les élèves ressentent la difficulté de manière égale, le professeur trouve que la situation « ne marche pas », même s'il ne sait pas bien pourquoi, mais quand certains élèves sont plus en difficulté que d'autres, alors ils peuvent se trouver marginalisés, notamment par leur « manque d'organisation » ou leur « manque d'autonomie ».

## II. SITUATIONS ET VARIABLES

## II.1 *Les situations*

Les situations numériques que nous envisageons peuvent se décliner suivant deux situations fondamentales :

- Produire le cardinal d'une collection donnée
- Produire une collection de cardinal donné

Faute de temps – dans l'atelier – et de place – dans le texte – nous ne considérons ici que la première situation.

## II.2 *Objectif de l'atelier*

Durant les séances d'atelier, nous avons pu faire éprouver aux participants certaines difficultés qui ont pu montrer d'une façon « palpable » l'existence de variables de situation qui n'étaient pas envisagées *a priori*, faute d'un cadre théorique adéquat. Dans ce cadre, nos objectifs étaient de :

- Décrire les situations et les variables ;
- Décrire les observables de l'activité des élèves et des professeurs ;
- Envisager les actions possibles du professeur.

Dans ce texte, nous essayerons de faire de même, en référant à des situations faciles à éprouver soi-même, sachant que la manipulation effective des collections est un élément essentiel pour comprendre la nature de ces variables et qu'il est difficile de les décrire par écrit. Le lecteur pourra se procurer très facilement les objets que nous avons utilisés pour l'atelier, ce qui pourra lui permettre de mieux comprendre par lui-même ou bien de reproduire les activités que nous avons proposées, dans des séances de formation, par exemple.

## II.3 *Description des situations de références*

Durant la première séance de l'atelier, nous avons mis les participants en situation selon deux rôles distincts : le rôle d'acteur, qui doit produire le cardinal d'une collection donnée dans différentes situations, avec deux modalités : le comptage en tant qu'adulte, le comptage en tant qu'enfant de 5 ans connaissant la comptine jusqu'à trente ; le rôle d'observateur, qui doit prendre des notes et décrire ce qu'a fait l'acteur. Ce jeu de rôle nous a permis de mettre en évidence la grande diversité des notes d'observation, qui se sont révélées souvent peu précises, ce qui montre bien que les stratégies et les variables de ces situations n'étaient pas bien connues des participants.

A l'écrit, nous pouvons difficilement restituer cette richesse, mais nous tenterons au moins de décrire dans un premier temps les situations d'une façon suffisamment neutre pour que le lecteur patient puisse au besoin les éprouver dans les positions d'acteur ou d'observateur, avant de rentrer dans leur analyse.

### *Des variables identifiées au préalable*

Les variables bien connues concernant la donnée du cardinal d'une collection sont :

- Objets déplaçables ou non ;
- Objets identiques ou non ;
- Nombre d'objets.

Pour permettre d'identifier d'autres variables, nous nous sommes donc placés dans le cas où tous les objets sont déplaçables et identiques, le nombre d'objets étant similaire (entre une douzaine et vingt).

*Les ballons*

Dans cette situation, les objets à compter sont des ballons identiques. Ils sont assez gros et il est difficile d'en garder plus que deux dans les bras. La collection de ballons est placée dans un chariot, un grand sac permettant de contenir tous les ballons est à disposition. Il y a une douzaine de ballons.

*Les bâtonnets*

Dans cette situation, les objets à compter sont des bâtonnets de type « bâtons de glace » identiques. La collection est placée directement sur la table. Il y a une vingtaine de bâtons.

*Les perles jaunes*

Dans cette situation, les objets à compter sont des perles cylindriques jaunes identiques. Selon la façon dont elles sont posées, elles peuvent tenir sur la table en équilibre précaire ou au contraire rouler. Les perles sont présentées dans un verre opaque. Il y a une vingtaine de perles.

*Les perles bleues*

Dans cette situation, les objets à compter sont des perles cylindriques bleues identiques, du même type que les précédentes. Les perles sont présentées dans un verre opaque, un autre verre identique, vide, étant à disposition. Il y a une vingtaine de perles.

*II.4 Difficultés des observateurs*

Les observateurs ont été confrontés à de grandes difficultés, ne sachant pas bien quoi noter. La plupart ont noté l'oralisation ou non de la comptine numérique, parfois l'intervention de certains gestes, comme le pointage des objets. Une seule, non didacticienne mais très expérimentée en tant que professeure de maternelle, a pris en compte un foisonnement de détails, montrant ainsi qu'elle considérait comme pertinent plus de gestes que les autres observateurs.

Dans l'ensemble, alors que les participants ont manifesté qu'ils « ressentait » des difficultés différentes selon les situations, ils n'avaient pas pour autant les outils permettant de les considérer comme des variables, sauf à décrire les caractéristiques matérielles des objets en jeu : grand, petit, qui roule, stable, etc.

**III. DES CONCEPTS POUR PENSER CES SITUATIONS***III.1 L'énumération*

Nous reprenons ici très rapidement le concept d'énumération, en citant directement Briand (1999).

« [...] pour contrôler une situation de comptage, l'enfant doit faire fonctionner une connaissance (l'énumération) qui se réfère à l'exploration de la collection et qui conditionne complètement le bon déroulement de l'activité » (p. 52)

Il décrit alors le cas (désormais classique) d'un élève qui doit compter le nombre d'éléments (des arbres dessinés sur une feuille de papier) et qui n'y parvient pas alors qu'il connaît la comptine. Voici comment l'auteur analyse cette difficulté :

« Quelle est la nature du problème qui se pose à cet élève ? Ce ne sont pas les connaissances relatives au nombre qui sont en cause. L'enfant échoue alors qu'il dispose de la suite numérique et

d'un procédé d'exploration relativement bien organisé (deux chemins). Il s'agit donc d'une absence de connaissance (l'énumération) qui se manifeste par une absence de synchronisation effective entre une connaissance numérique et une organisation conjointe de la collection et qui empêche l'inventaire de la collection. » (p. 53)

Briand donne alors une description de l'activité :

- « Pour compter le nombre d'éléments d'une collection finie montrée, l'élève doit nécessairement :
1. *Etre capable de distinguer deux éléments différents d'un ensemble donné.*
  2. *Choisir un élément d'une collection*
  3. Enoncer un mot nombre (« un » ou le successeur du précédent dans une suite de mot-nombres).
  4. *Conserver la mémoire de la collection des éléments déjà choisis.*
  5. *Concevoir la collection des objets non encore choisis.*
  6. *Recommencer (pour la collection des objets non encore choisis) 2-3-4-5 tant que la collection des objets à choisir n'est pas vide.*
  7. *Savoir que l'on a choisi le dernier élément.*
  8. Enoncer le dernier mot-nombre. » (p. 53)

Les étapes en italiques caractérisent une connaissance non enseignée que Briand appelle *énumération*. Cette mise en évidence utilisée par l'auteur montre l'importance de ces étapes souvent ignorées par rapport à celles qui font intervenir les « mot-nombres » (seulement 3 et 8).

On retiendra que l'énumération est l'action de *structuration d'une collection* qui permet de la parcourir d'une façon systématique et donc ordonnée.

L'énumération est nécessaire au comptage, mais ne dépend pas de la connaissance de la comptine. Briand a montré qu'il existait des situations d'énumération sans comptage et que l'énumération était didactifiable et enseignable. C'est dans le cadre de ces situations d'énumération « pures » qu'il a raffiné l'analyse des variables concernant l'énumération.

Son analyse permet notamment de comprendre les difficultés en jeu dans des items d'évaluation désormais classiques, tels que ceux que l'on peut trouver sur le site du ministère de l'éducation nationale<sup>7</sup>. Les élèves qui doivent « compter les ronds » placés en ligne (14 ronds) ou en désordre (8 ronds) présentent des difficultés d'énumération : ils sautent des ronds ou comptent le même plusieurs fois, le plus souvent sans difficulté dans l'énoncé de la comptine numérique. On remarque au passage que les concepteurs de cette évaluation ont choisi un nombre de ronds à compter « dans le désordre » (variable qui complique l'énumération) presque la moitié du nombre de ronds « en ligne ». Les observations que nous avons menées dans une classe<sup>8</sup> de GS de maternelle en 2004 ont révélé 13 échecs sur 60 réponses (22%), parmi ces 13 échecs, 5 qui ne permettent pas de conclure (silence de l'élève) et 6 relèvent clairement de difficulté d'énumération, seulement 2 relèvent de la comptine. Nos résultats sont donc tout à fait concordants avec ceux de Briand.

### III.2 L'articulation des champs spatiaux et temporels

Dans les situations qui nous intéressent ici : cas des objets identiques déplaçables, il est possible de caractériser des stratégies spécifiques dans le prolongement du travail de Briand. Dans ce paragraphe, nous allons préciser les conditions de réalisation de certaines opérations.

Tout d'abord celles qui articulent la comptine numérique et le parcours de la collection :

2. *Choisir un élément d'une collection*
3. Enoncer un mot nombre (« un » ou le successeur du précédent dans une suite de mot-nombres).

Ensuite celles qui concernent les stratégies de mémorisation des actions effectuées :

4. *Conserver la mémoire de la collection des éléments déjà choisis.*

<sup>7</sup> <http://www.banquoutils.education.gouv.fr/fic/ECPCAB01.pdf> (Consulté le 13 septembre 2006).

<sup>8</sup> Il s'agit de la classe dont nous avons extrait quelques éléments d'observation dans la suite de ce texte.

5. *Concevoir la collection des objets non encore choisis.*

*La comptine numérique : propriétés temporelles*

Dénombrer une collection c'est la mesurer (voir (Brousseau & Brousseau, 1991-1992) pour une analyse de situations de mesure qui nous a permis de mieux comprendre la question du dénombrement comme propriété de « numérosité » d'une collection). Il s'agit de mettre en correspondance cette collection avec une collection de référence.

Il y a de nombreuses collections de référence, certaines sont *ad hoc*, dépendante d'une situation donnée : j'ai une perle de plus que celles de ce collier, etc. D'autres collections de référence sont sociales, partagées par un groupe humain plus ou moins étendu, parmi celles-ci, la comptine et les doigts sont des collections de référence particulières. La mise en correspondance dépend des propriétés des deux collections.

La comptine numérique est une *chanson*, celle de la succession de mots-nombres partant de 1 et énoncés de un en un. Par nature de la base décimale, ces mots-nombres sont arbitraires jusqu'à dix, mais dans la plupart des langues, la régularité est absente ou peu apparente jusqu'à vingt environ. On notera au passage que, pour les enfants jeunes, c'est justement la première portion de la comptine-chanson qui est connue ; la régularité, quand elle est reconnue par l'enfant, n'apparaît que plus tard. Comme toute chanson, la comptine numérique a des propriétés rythmiques et donc temporelles. Par exemple, la connaissance de cette chanson particulière fait que l'on peut – ou non – la reprendre à un point donné.

*La collection : propriétés spatiales*

La collection est matérielle, elle a des propriétés spatiales. Pour la dénombrer, il faut faire des partitions successives de la collection, le problème est la *matérialisation* de ces partitions. Il s'agit d'une autre façon de décrire les opérations 4 et 5 de Briand.

4. *Conserver la mémoire de la collection des éléments déjà choisis.*

5. *Concevoir la collection des objets non encore choisis.*

Conserver la mémoire peut être une opération mentale (par exemple quand les objets ne peuvent être déplacés ou bien la partition ne peut pas être matérialisée) mais elle peut être aussi une opération physique : déplacer les objets pour créer plusieurs espaces.

Puisque nous nous intéressons ici particulièrement au dénombrement de collection d'objets déplaçable, nous retiendrons que la matérialisation de la partition peut dans ce cas s'opérer par la création de plusieurs espaces fonctionnellement étanches :

- *L'espace d'origine* dans lequel est présentée la collection
- *L'espace de traitement* dans lequel est réalisée une partition.

*L'articulation*

Dénombrer une collection d'objets déplaçables demande d'articuler le temps de la comptine et l'espace des partitions successives.

Cette articulation dépend des connaissances dans les deux champs. Reprenons les opérations décrites par Briand :

2. *Choisir un élément d'une collection*

3. *Énoncer un mot nombre (« un » ou le successeur du précédent dans une suite de mot-nombres).*

Ces opérations 2 et 3 ne sont pas indépendantes, mais intrinsèquement liées. En effet, il ne faut pas comprendre ici « successeur » comme « successeur dans  $N$  », ce que ne suggère d'ailleurs pas Briand puisqu'il utilise judicieusement une expression neutre « suite de mot-nombres ». Ainsi, si on compte de deux en deux, le « successeur » de  $n$  n'est pas  $n+1$  mais  $n+2$ . Mais encore, si l'on connaît la numération décimale, on peut commencer par créer des

partitions (des « paquets ») de dix et compter ensuite de 10 en 10, etc. La connaissance de la comptine numérique et des suites de mot-nombres possible permet ou empêche donc certaines stratégies.

Les propriétés de la collection rendent pertinentes ou non la mise en œuvre de ces connaissances de la comptine numérique. Par exemple, beaucoup de participants ont compté les perles deux par deux, mais pas les ballons car c'était matériellement impossible.

### *III.3 Retour aux situations de références*

#### *Les ballons*

La difficulté de la situation des ballons est qu'une fois qu'un ballon est choisi et le mot-nombre énoncé (étapes 2, 3), il faut trouver un espace qui permette de matérialiser la partition, ce qui permet de conserver les éléments déjà choisis (4). Si l'on n'a pas anticipé ce problème, on se retrouve donc avec beaucoup de ballons dans les bras et aucun endroit pour les poser, ce qui n'est pas seulement un problème matériel mais aussi mathématique... La présence du sac qui peut permettre de matérialiser la partition permet une stratégie commode, mais qui n'est pas nécessairement mise en œuvre par le sujet. On peut noter que l'utilisation ou non du sac intermédiaire ou d'un espace intermédiaire pour poser les ballons déjà comptés était donc un élément crucial de l'observation, ce qui n'est pas apparu dans les notes relevées au cours de l'atelier.

#### *Les bâtonnets*

Les bâtonnets étant des objets stables, il est possible de matérialiser sur la table deux espaces, comme on le fait couramment pour compter ce type de d'objet, en les séparant au fur et à mesure sur l'espace de la table. Selon la connaissance de la comptine, le sujet peut d'ailleurs réaliser cette partition en prenant les bâtonnets deux par deux et en énonçant la comptine de deux en deux (ce qui a été souvent constaté et noté par les observateurs). Il était même possible d'utiliser des techniques socialement connues de dénombrement en regroupant les bâtonnets par groupes de cinq (4 bâtonnets parallèles et un posé en diagonale sur le dessus, par exemple). La nature de la collection et la stabilité des objets dans l'espace permettent une variété de stratégies. Les seules à avoir été mises en valeur systématiquement par les observateurs sont les variations dans les énoncés des mots-nombre.

#### *Les perles jaunes et bleues*

Dans ces situations, nous avons manipulé une variable : présence ou non d'un verre supplémentaire pour matérialiser l'espace de traitement et la partition de la collection. Les observateurs n'ont pas noté cette variation et les deux situations ont souvent été traitées de la même manière. Les acteurs ont trouvé difficile cette situation où, si l'on n'y prenait pas garde, les perles roulaient. « Rouler » ici correspond au brouillage des espaces puisque l'on n'a plus la maîtrise de la partition entre ce qui est déjà compté et ce qui est à compter. Utiliser le verre supplémentaire était une réponse possible à cette difficulté, qui n'a pas été notée par les observateurs et pas toujours vue par les acteurs.

#### *Les variables*

Dans les situations que nous avons construites, les variables étaient donc relatives à la disponibilité et à la nature des espaces de traitement.

Dans le cas des ballons, l'espace de traitement doit être un contenant pour les ballons déjà comptés ; dans le cas des bâtonnets, l'espace de traitement est socialement déterminé comme

un espace sur la table ; dans le cas des perles, l'espace de traitement était soit fourni, soit un espace sur la table, sachant que la mobilité possible des objets rendait peu efficace ce dernier choix.

Notre analyse permet donc de dépasser l'énoncé des « variables » en termes de caractéristiques des objets (qui roulent, etc.).

#### IV. LE PROFESSEUR ET LES ESPACES DE TRAITEMENT

Dans un dernier temps, nous allons référer à des observations en classe (au cours de l'atelier, nous avons montré certaines des vidéos associées à ces observations) qui permettent de questionner l'action du professeur en ce qui concerne l'énumération d'une façon générale et plus particulièrement ce que nous avons appelé l'espace de traitement.

##### *IV.1 Analyse des difficultés des élèves*

Dans les deux situations que nous allons décrire, les élèves sont aux prises avec des difficultés qui, pour nous, relèvent de l'énumération, au moins pour certaines d'entre elles. Dans un premier temps, nous allons décrire ces deux situations, dans un deuxième temps, nous décrirons les difficultés de certains élèves dans ces deux situations.

##### *Les ballons*

L'observation a lieu durant un jeu de ballon, en salle de motricité, dans une classe de grande section de maternelle.

Les élèves ont récolté des ballons (assez gros, de taille ballon de football) dans un jeu en deux équipes et les ont déposés dans deux grands bidons. Chaque équipe doit compter le nombre de ballons récoltés pour savoir laquelle en a récolté le plus. L'opération de comptage est effectuée par un des élèves d'une équipe, devant toute la classe. Pour compter, il plonge la main (et une partie du corps, le bidon est grand) dans le bidon, en extrait un ballon, énonce 1 à voix haute. Il garde ce premier ballon dans les bras et recommence mais, assez rapidement (au bout du troisième ballon), un des ballons conservé dans les bras (et donc déjà compté) s'échappe et tombe dans le bidon (avec les ballons non comptés). L'élève continue imperturbable à compter ainsi la collection, sans qu'aucun élève ne proteste. [On verra plus loin comment réagit la maîtresse]

Le problème est facile à analyser : l'élève a choisi un espace de traitement (les bras) qui ne permet pas de réaliser efficacement une partition de la collection. Cette stratégie, dont il ne perçoit sans doute pas bien le caractère nécessaire pour le comptage, échoue, sans qu'il en soit affecté.

##### *Les étiquettes*

L'observation a lieu durant une activité classique de prélecture, dans la même classe. La maîtresse a distribué une feuille sur laquelle est écrite une recette de cuisine, dans le désordre (les lignes de la recette ont été mélangées). Les enfants doivent découper chaque ligne de la recette puis coller chaque étiquette obtenue sur une feuille blanche en respectant un modèle présent au tableau, de manière à obtenir la recette dans l'ordre voulu. Pour compliquer la tâche, la recette au tableau n'est pas écrite en entier, il y a des phrases et/ou des mots tronqués.

Les élèves découpent des morceaux de bande de papier, de manière à obtenir des étiquettes. La tâche n'est pas aisée à ce niveau, pour certains enfants. Le résultat comporte des petits morceaux de papier blancs « les épiluchures » et les précieuses étiquettes. La maîtresse a organisé la table et fourni aux élèves un petit récipient pour y déposer les étiquettes, les élèves sont appelés à jeter les épiluchures avant de commencer le travail sur les étiquettes. Dès cette étape, certains enfants sont beaucoup plus rapides que d'autres, la plus rapide, Carla, a même terminé entièrement de

reconstitution de la recette alors que d'autres en sont encore au découpage.

Que se passe-t-il dans la phase de reconstitution de la recette ? Comme nous ne disposons pas d'une caméra par élève, nous ne pouvons pas savoir ce qui se passe dans toutes les phases pour chacun des élèves. Voici quelques épisodes qui nous paraissent significatifs. Nous en étudierons d'autres dans le paragraphe suivant, dans lequel nous interrogerons le rôle de la maîtresse.

Angélique : au début de la reconstitution de la recette, Angélique regarde le tableau, farfouille dans le bac d'étiquette, en sort une (au hasard ?), regarde le tableau, repose l'étiquette dans le bac, en sort une (autre ?). Elle répète cette opération plusieurs fois.

Carla : elle a déjà reconstitué presque toute la recette, avec succès, il lui reste trois étiquettes à poser, parmi lesquelles les deux plus difficiles du point de vue de la lecture, elle sort les trois étiquettes du bac d'étiquettes, les pose à plat sur la table, puis en sélectionne deux (les plus difficiles à distinguer), regarde longuement le tableau et les étiquettes quasi simultanément puis place rapidement (juste) les trois étiquettes.

Angélique manipule les étiquettes un peu comme les ballons dans l'observation précédente : le bac à étiquette, qui était bien utile pour distinguer les étiquettes des « épluchures » de papier blanc, fait maintenant obstacle au travail. L'espace de traitement des étiquettes déjà examinées est identique à l'espace d'origine de la collection des étiquettes. Angélique ne renverse pas le bac pour traiter autrement la collection, la situation devient assez hasardeuse, puisqu'il faut qu'elle ait la chance de saisir la bonne étiquette.

Carla, qui est déjà experte dans le découpage, se révèle tout aussi efficace dans la reconstitution de la recette. Elle place les étiquettes de la recette de façon systématique depuis la ligne du haut jusqu'à la ligne du bas. Elle s'affranchit du bac d'étiquettes quand elle se trouve en difficulté, créant ainsi un espace de traitement adéquat : tout d'abord la table, sur laquelle elle place soigneusement les trois étiquettes à traiter, puis sa main, dans laquelle elle dispose les deux étiquettes les plus difficiles de manière à les voir presque en même temps qu'elle regarde le tableau. Dans cette dernière étape, elle constitue ainsi un espace de traitement particulièrement efficace puisqu'elle peut isoler visuellement le modèle et les étiquettes à placer.

#### *IV.2 Analyse des interventions du professeur*

Il s'agit maintenant de décrire et d'analyser les interventions effectives du professeur dans les situations précédentes.

##### *Les ballons*

Nous reprenons la situation là où nous l'avons laissée.

La maîtresse interrompt le comptage, sans énoncer la raison de cette interruption « attendez, ça ne va pas », elle va chercher au fond de la classe un récipient et toujours sans rien dire, remet tous les ballons de l'équipe dans le bidon de départ et demande de recommencer en faisant poser les ballons déjà comptés dans le nouveau récipient. L'enfant interrogé énonce la comptine mais c'est la maîtresse qui prend les ballons dans le bidon de la première équipe et qui les dépose dans le récipient qu'elle est allée chercher. Une fois les ballons de la première équipe comptés, la seconde équipe présente son bidon, un nouvel élève énonce la comptine et la maîtresse renouvelle ses gestes en utilisant toujours le même récipient pour poser ses ballons (à la fin, les ballons des deux équipes sont donc dans le même récipient).

La maîtresse réalise donc de fait le partage entre l'espace de la collection (le bidon) et l'espace de traitement (le récipient supplémentaire). Mais cette action n'est pas verbalisée. Pour nous, cette absence de verbalisation minimum est révélatrice du fait que la maîtresse pense réaliser une action, certes nécessaire pour que les équipes soient départagées, mais qu'elle vit cette action sur le mode ordinaire, non didactique. Elle n'imaginerait pas, par exemple, d'énoncer seule la comptine, sans aide d'un enfant, parce que le savoir

mathématique « réciter la comptine » est toujours un objet didactiquement sensible, même pendant une activité motrice.

Nous vous invitons à prolonger ce type d'observation par vous-même. En effet, dans cette classe et dans beaucoup d'autres, l'aide à l'énumération – dans le sens large que nous lui donnons, dans le fil des travaux de Briand – ne s'accompagne d'aucun apprêt didactique. C'est ainsi que, quel que soit le style pédagogique de l'enseignant, on ne retrouve pas ce qui signifierait pour chacun une mise en scène didactique, qu'il s'agisse d'une explication, d'une mise en situation, d'une aide individuelle, etc. Ce sont donc souvent les maîtres qui interviennent directement, pour que l'action se fasse, sans que les élèves soient invités à apprendre de cette action.

### *Les étiquettes*

Les observations précédentes n'ayant pas déclenché de réaction de la maîtresse enregistrée dans notre dispositif d'observation, nous allons donc introduire d'autres épisodes.

Huseyin : il a posé toutes les étiquettes, mais la recette est fautive. La maîtresse intervient, pousse les étiquettes au bas de la feuille, puis explique depuis le tableau que l'on cherche d'abord l'étiquette qui correspond à ce qui est écrit sur la première ligne, puis sur la deuxième, etc. Huseyin suit les indications de la maîtresse pas à pas puis, quand elle s'occupe d'autres élèves, réussit, lentement mais sûrement, à finir la recette.

Il s'agit d'un cas d'aide qui réussit. La maîtresse donne à Huseyin le moyen de parcourir de façon ordonnée l'espace de la recette tronquée écrite au tableau. Comme les étiquettes étaient déjà posées sur la feuille (et non plus dans le bac d'étiquettes) Huseyin les a sous les yeux, ce qui permet une meilleure réalisation de la tâche. Du point de vue de l'intervention de la maîtresse, il y a donc deux actions de nature complètement différentes. La maîtresse donne une aide explicite à Huseyin pour parcourir de haut en bas l'espace de la recette suivant la raison graphique (Goody, 1977/1979), ce qui montre que ce parcours de lecture fait partie des objets didactiquement sensibles. Par contre, la transformation de l'espace de la collection des étiquettes qui se retrouvent de fait disposées de manière à être visibles toutes en même temps, est fortuite.

Rémy : il a posé toutes les étiquettes, tout est juste jusqu'à la dernière étiquette, qu'il pose dans un espace entre les étiquettes déjà posées vers le milieu de la recette, au lieu de la poser tout à la fin de la recette. La maîtresse, qui ne l'a pas vu faire, intervient et lui indique : « il n'y en a qu'une de fautive » puis s'en va. Rémy intervertit alors deux étiquettes bien placées, aggravant ainsi la situation.

Il s'agit d'un cas d'aide qui échoue, Rémy, qui a pourtant sans aucun doute de bonnes connaissances de lecture, puisqu'il réussit presque à reconstituer la recette sans aide, se trouve en difficulté devant sa collection d'étiquettes. Cette scène intervient juste avant la précédente, ce qui fait que pendant que Rémy intervertit ses étiquettes, la maîtresse explique à Huseyin comment placer les siennes. Mais cette explication ne dit pas à Rémy ce qu'il devrait faire : se servir de ses connaissances de lecture pour repérer l'étiquette qui ne convient pas, la déposer dans un autre espace (la main, par exemple, comme Carla) et prendre le temps de décider de l'emplacement adéquat. En fait ce type d'aide, qui organiserait l'espace de collection et un espace de traitement, n'est sans doute pas disponible pour la maîtresse, comme l'illustre l'épisode suivant.

Wyssem : il a posé toutes les étiquettes, et l'on pourrait considérer, comme Rémy, qu'il n'a « qu'une erreur » puisqu'en modifiant la place de l'étiquette qu'il a placée tout en haut, la recette aurait été reconstituée. La maîtresse lui demande de vérifier les étiquettes une à une par rapport au tableau. Une fois décidé que la première n'est pas au bon endroit, la maîtresse pose cette étiquette sur le côté. Mais Wyssem refuse de reconnaître que l'étiquette suivante est bien placée, la maîtresse le fait venir au tableau, avec son étiquette, pour vérifier lettre par lettre que les premières lettres sont bien les bonnes (sachant que le premier mot est écrit mais pas en entier). La maîtresse accompagne Wyssem à sa place, pousse toutes les étiquettes sauf la première au bas de la feuille et

demande à Wyssem de continuer. La scène se reproduit pour toutes les étiquettes, c'est long, fastidieux, et la maîtresse doit aussi s'occuper des autres. Wyssem, qui n'a plus aucune autonomie dans la tâche (alors que, rappelons-le, il avait presque réussi tout seul), attend que la maîtresse intervienne pour chaque ligne de la recette. Elle finit par déplacer Wyssem au premier rang, mais dans le déplacement, des étiquettes tombent, Wyssem souffle sur la recette reconstituée, tout fini par terre... Wyssem est encore péniblement au travail alors que tous ses camarades se détendent dans les espaces de jeux de la classe.

Là encore, le parcours de lecture, ligne par ligne voire lettre par lettre, est mis en valeur dans l'interaction d'aide de la maîtresse, mais le travail matériel sur les étiquettes perturbe tout cela et ne fait l'objet d'aucune attention particulière. Voyons ce que produit Wyssem, un an après, au CP, avec une autre maîtresse, dans une situation tout à fait analogue.

La maîtresse a distribué une feuille avec une recette dont l'ordre a été modifié, comme dans la classe de grande section. Il faut donc commencer par découper des étiquettes, puis reconstituer la recette. Wyssem découpe la feuille, il est assez malhabile dans la manipulation des ciseaux et déteste manifestement ce type de tâche. Les parties écrites (les étiquettes) et non écrites (les épiluchures) tombent également sur la table. Certaines parties écrites tombent côté écrit visible, d'autres du côté blanc. Wyssem ramasse tous les morceaux blancs, en fait une boule et la jette à la poubelle. Bien entendu, il lui manque des étiquettes... la maîtresse qui constate ce manque lui redonne une nouvelle feuille, que Wyssem doit redécouper.

En Grande Section, le travail des recettes s'est toujours déroulé avec une « boîte à étiquettes », ce n'est pas le cas dans la classe de CP où se trouve Wyssem. Mais la fonction de la boîte n'a pas été construite, Wyssem ne construit pas d'espace de traitement sur la table, tout se mélange, et aucune aide ne lui est apportée sur ce point. Pour conclure l'étude de ce cas, disons que Wyssem est un élève très déstabilisant pour les deux maîtresses, qui perçoivent qu'il échoue sur ce qu'elles considèrent comme des brouilles alors qu'il semble réussir sur des savoirs de « plus haut niveau », comme la lecture. Il est aussi très irritant pour ces collègues, qui ont le sentiment qu'il est peu autonome et qu'il faut toujours être derrière lui, alors qu'il réagit assez mal aux aides, se mettant vite en retrait dans l'interaction.

## CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Nous espérons avoir mis en perspective dans ce texte certains aspects de l'énumération, parfois assez bien connus et parfois moins, en les associant avec des difficultés effectives des élèves et des professeurs.

Ce qui ressort pour nous des difficultés du professeur, c'est en premier lieu le caractère invisible des savoirs en jeu dans l'organisation effective des collections. Ainsi, il ne nous semble pas que ce soit la difficulté à construire des situations adéquates pour l'énumération et en particulier l'organisation des collections qui soit le problème central des professeurs, mais la reconnaissance des opportunités didactiques relatives à ces savoirs.

Dans la suite de notre travail de développement de ressources, nous chercherons à mettre à la disposition des professeurs les clés d'analyse que nous livrons ici pour un public de chercheurs en didactique des mathématiques. Il s'agit d'un travail délicat, car celui-ci doit à la fois s'appuyer sur une analyse épistémologique et didactique solide, dont nous pensons avoir montré ici qu'elle n'est pas simple, mais aussi parce qu'il doit répondre à des attentes des professeurs.

Ce dernier point nous a engagés à d'autres travaux, tournés vers l'usage effectif de la documentation par les professeurs (Assude & Margolinas, 2005; Margolinas et al., 2004; Margolinas & Wozniak, soumis), de manière à orienter notre production d'une façon que nous pourrions mieux anticiper comme efficace.

## RÉFÉRENCES

- Assude, T., & Margolinas, C. (2005). Aperçu sur les rôles des manuels dans les recherches en didactique des mathématiques. In E. Bruillard (Ed.), *Manuels scolaires, regards croisés* (pp. 231-241): Scérén, CRDP Basse-Normandie.
- Briand, J. (1993). *L'énumération dans le mesurage des collections*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I.
- Briand, J. (1999). Contribution à la réorganisation des savoirs prénumériques et numériques. Étude et réalisation d'une situation d'enseignement de l'énumération dans le domaine prénumérique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(1), 41-76.
- Briand, J., Lacave-Luciani, M.-J., & Harvouët, M. (1999-2000). Enseigner l'énumération en grande section. *Grand N*, 66, 7-22.
- Briand, J., Lacave-Luciani, M.-J., Harvouët, M., Bedere, D., & Goua de Baix, V. (2000). Enseigner l'énumération en moyenne section. *Grand N, Numéro spécial maternelle, approche du nombre, T1*, 123-138.
- Briand, J., Loubet, M., & Salin, M.-H. (2004). *Apprentissages mathématiques en maternelle*. Paris: Hatier.
- Brousseau, G., & Brousseau, N. (1991-1992). Le poids d'un récipient. Etude des problèmes du mesurage en cm. *Grand N*, 50, 65-87.
- Goody, J. (1977/1979). *La raison graphique* (J. Bazin & A. Bensa, Trad.). Paris: Les éditions de minuit.
- Margolinas, C., Canivenc, B., De Redon, M.-C., Rivière, O., & Wozniak, F. (2004). Que nous apprend le travail mathématique hors classe pour la formation des maîtres. Actes de 30ème colloque Inter-IREM des formateurs et professeurs chargés de la formation des maîtres.
- Margolinas, C., & Wozniak, F. (soumis). Usage des manuels dans le travail du professeur: L'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation* (Numéro spécial: Les manuels scolaires: réformes curriculaires, développement professionnel et apprentissages des élèves).
- Neyret, R. (1995). *Contraintes et déterminations des processus de formation des enseignants*. Thèse de doctorat, Grenoble.