



**HAL**  
open science

# Une méthode multi échelles stochastique en grande dimension pour l'homogénéisation de matériaux hétérogènes non linéaires

A. Clément, Julien Yvonnet, Christian Soize

## ► To cite this version:

A. Clément, Julien Yvonnet, Christian Soize. Une méthode multi échelles stochastique en grande dimension pour l'homogénéisation de matériaux hétérogènes non linéaires. 10ème Colloque National en Calcul des Structures, May 2011, Giens (Var), France. pp.1-2. hal-00773376

**HAL Id: hal-00773376**

**<https://hal.science/hal-00773376>**

Submitted on 13 Jan 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Une méthode multi échelles stochastique en grande dimension pour l'homogénéisation de matériaux hétérogènes non linéaires

A. Clément<sup>1</sup>, J. Yvonnet<sup>1</sup>, C. Soize<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Université Paris-Est, Laboratoire Modélisation et Simulation Multi Echelle, UMR 8208 CNRS,  
5 Bd Descartes, 77454 Marne-la-Vallée France,  
{alexandre.clement,julien.yvonnet,christian.soize}@univ-paris-est.fr

## Résumé

Nous proposons ici une méthode multi échelles stochastique pour l'homogénéisation de matériaux hétérogènes non linéaires. Cette méthode, basée sur une interpolation de la fonction densité d'énergie de déformation par une technique de séparation de variables, permet de prendre en compte un grand nombre de paramètres aléatoires représentatifs des incertitudes au niveau microscopique.

Lorsqu'une structure est constituée d'un matériau fortement hétérogène au niveau microscopique, les méthodes de calcul de structures classiques conduisent à des coûts de calcul et mémoire trop prohibitifs et ne peuvent être utilisées. Les méthodes d'homogénéisation sont une alternative efficace permettant de déterminer la loi de comportement macroscopique du matériau. Cependant, le cas de matériaux hétérogènes non linéaires présente un ensemble de difficultés supplémentaires au regard du cas linéaire : la forme générale de la loi de comportement n'est pas connue et l'homogénéisation non linéaire conduit à résoudre des EDP non linéaires pour des conditions aux limites associées à un nombre théorique infini de cas de chargement macroscopiques. De nombreux travaux récents se sont intéressés aux différentes difficultés posées, mais les verrous scientifiques restent nombreux. D'autre part, afin d'obtenir un modèle fiable du comportement macroscopique du matériau, il est nécessaire de prendre en compte les différentes sources d'incertitudes présentes au niveau microscopique. La solution recherchée demande alors la résolution de problèmes de grande taille au niveau stochastique et/ou déterministe. Récemment, une méthode d'homogénéisation de matériaux hétérogènes non linéaires, baptisée méthode des potentiels numériques explicites, a été proposée afin de pallier certaines des difficultés mentionnées ci-dessus [1]. Nous proposons ici une extension de la méthode au cadre stochastique.

La méthode repose sur une construction numérique discrète de la fonction densité d'énergie de déformation associée à une cellule du matériau pouvant être un volume élémentaire représentatif. La fonction densité d'énergie de déformation est calculée numériquement pour un ensemble de points appartenant à l'espace des déformations macroscopiques. Il est alors possible de déterminer les tenseurs des contraintes et tangent par interpolation et dérivation des valeurs discrètes obtenues, et de construire la loi de comportement macroscopique. Pour les problèmes en grande dimension, l'interpolation est réalisée avec une méthode de séparations de variables basée sur une représentation tensorielle (Parallel Factor Decomposition) de la fonction densité d'énergie de déformation.

Dans cette étude on s'intéresse au cas des grandes déformations et plus spécifiquement des matériaux hyper-élastiques [2] où la microstructure est associée à des paramètres aléatoires. La fonction densité d'énergie de déformation à déterminer devient alors aléatoire tout comme la loi de comportement au niveau macroscopique. Pour la modélisation stochastique, on adopte un point de vue paramétrique des incertitudes et on considère que les non linéarités matérielles et géométriques peuvent être représentées par une ensemble fini de variables aléatoires. Ce type de représentation est bien adapté aux techniques de séparation de variables et on montrera alors qu'un grand nombre de variables aléatoires (100, 1000, etc.) peut être utilisé en préservant l'efficacité et la rapidité de la méthode. (à développer une fois la

## modélisation stochastique complètement définie)

Enfin, le cas étudié est celui d'un élastomère à matrice hyper-élastique et renforcé par des fibres élastiques rigides. On considère tout d'abord le cas d'un volume élémentaire représentatif associé à des conditions aux limites périodiques et pour lequel les lois de comportement sont paramétrées par des variables aléatoires. Dans ce cas, la position des fibres est déterministe. On étudie ensuite une micro-structure qui comprend un grand nombre de fibres distribuées uniformément avec une condition de non pénétration et dont les positions sont des variables aléatoires (c.f. figure 1). Dans ce cas, les paramètres des lois de comportement peuvent être considérés aléatoires ou déterministes. Des comparaisons avec des approches standards permettront de montrer la qualité de la solution obtenue aussi bien sur la fonction densité d'énergie de déformation que sur des quantités d'intérêts issues du calcul de structures au niveau macroscopique.

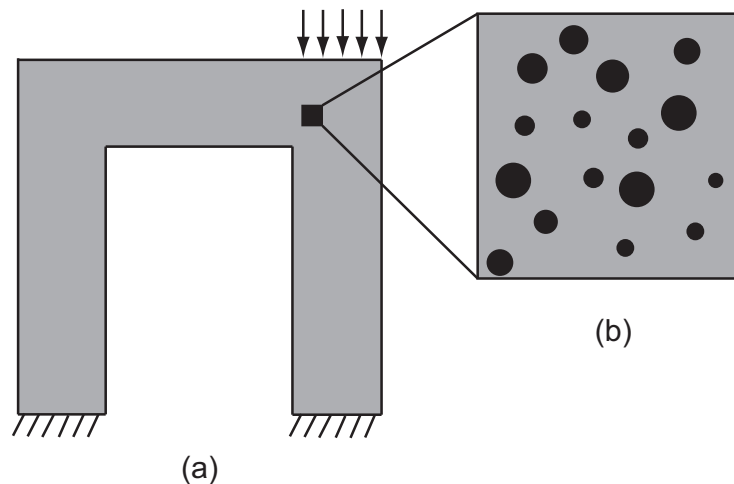


FIGURE 1 – Description du problème étudié : macrostructure (a) et cellule du matériau (b).

**Mots clés** — homogénéisation non linéaire, séparation de variables, approches probabilistes

## Références

- [1] J. Yvonnet, D. Gonzalez, Q.C. He. *Numerically explicit potentials for the homogenization of nonlinear elastic heterogeneous materials*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Volume 198, Issues 33-36, Elsevier, page2723-page2737, 2009.
- [2] J. Yvonnet, E. Monteiro, Q.C. He. *A multiscale method based on numerical potentials fo non-concurrent computations of heterogeneous hyperelastic structures*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, en préparation.