



**HAL**  
open science

## Dynamique transitoire de chocs pour des structures avec incertitudes aléatoires

J. Duchereau, Christian Soize

### ► To cite this version:

J. Duchereau, Christian Soize. Dynamique transitoire de chocs pour des structures avec incertitudes aléatoires. 6ème Colloque National en Calcul des Structures, CSMA, May 2003, Giens (Var), France. pp.Pages : 447-454. hal-00773306

**HAL Id: hal-00773306**

**<https://hal.science/hal-00773306>**

Submitted on 12 Jan 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Dynamique transitoire de chocs pour des structures avec incertitudes aléatoires

Jérôme Duchereau<sup>a</sup>, Christian Soize<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Office National d'Etudes et de Recherches Aérospatiales - DDSS, 92322 Châtillon  
duchereau@onera.fr

<sup>b</sup> Université de Marne-la-Vallée - LaM, 77454 Marne-la-Vallée cedex 02  
soize@univ-mlv.fr

## Résumé

Ce papier concerne la prévision numérique de la réponse transitoire à chocs de structures présentant des incertitudes aléatoires non homogènes. Les méthodes usuelles d'analyse de telles structures dans le domaine Basse Fréquence emploient des modèles matriciels réduits construits sur les modes propres élastiques. Ici, une méthode probabiliste non paramétrique récente est utilisée pour construire le modèle matriciel d'incertitudes aléatoires. Des prévisions du domaine de confiance des réponses transitoires sont comparées à des mesures expérimentales.

## 1 Introduction

Les phénomènes de dynamique transitoire induits par des chocs sont des problèmes largement étudiés. On peut en général trouver deux types d'approches: soit par la méthode des éléments finis (EF) (voir par exemple [4,6,10,14]), soit par les méthodes statistiques énergétiques (par exemple [3,7]). Ce papier concerne les phénomènes transitoires de Basse Fréquence (BF) pouvant être décrits par des modes propres élastiques. Dans ce cadre, on s'intéresse à des structures ayant des zones très hétérogènes (par exemple, 2 plaques liées par un couvre-joint boulonné). Les modèles EF de tels systèmes comportent de fortes incertitudes dues aux incertitudes de modélisation (modèle simplifié d'un assemblage boulonné, par exemple) et aux incertitudes sur les données d'un modèle (géométrie, conditions aux limites, loi de comportement). Afin d'augmenter la robustesse des prévisions, il est nécessaire de modéliser toutes ces incertitudes. En dynamique des structures, les incertitudes sont généralement prises en compte par des modèles paramétriques qui sont adaptés aux erreurs sur les données (voir par exemple [5,13]). Une nouvelle approche probabiliste, non paramétrique, a été introduite récemment [11]. Cette approche non paramétrique permet de traiter à la fois les incertitudes de modélisation et les incertitudes sur les données des modèles. Dans le

cas d'incertitudes non homogènes, l'implémentation du modèle non paramétrique requiert l'utilisation de la sous-structuration dynamique (par exemple, méthode de Craig et Bampton [2]). Dans ce contexte, des travaux ont été réalisés dans le domaine des réponses harmoniques [12]. Ici, on étend l'approche non paramétrique au calcul des réponses transitoires à choc pour des structures présentant des zones d'incertitudes très hétérogènes et on valide le modèle numérique développé en le comparant à une expérimentation [8] dans le domaine BF.

## 2 Description de l'expérimentation

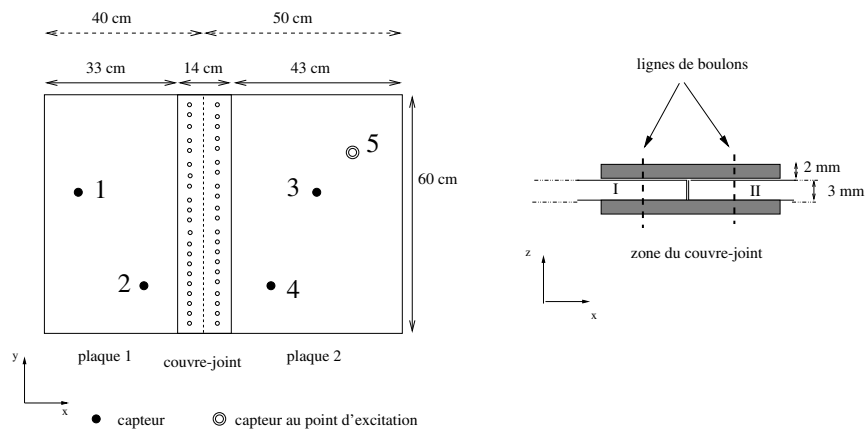


Figure 1 - Géométrie de la configuration expérimentale

Une expérience a été conçue et réalisée [8] pour valider l'approche non paramétrique des incertitudes. Ses principaux objectifs sont de constituer une base de donnée à comparer aux résultats numériques, d'évaluer l'incertitude que peut représenter une liaison notamment par son serrage et de recalculer le modèle EF qui la représente. Deux plaques, notées I et II, en dural de 3mm d'épaisseur sont liées entre elles par un double couvre-joint boulonné et l'ensemble est excité par une charge impulsionnelle déterministe dans le domaine BF. La plaque I fait (0.4m x 0.6m), la plaque II (0.5m x 0.6m). Le couvre-joint est constitué par 2 plaques plus petites (2mm x 0.14m x 0.6m), serrées par 2 lignes de 20 boulons (Figure 1).

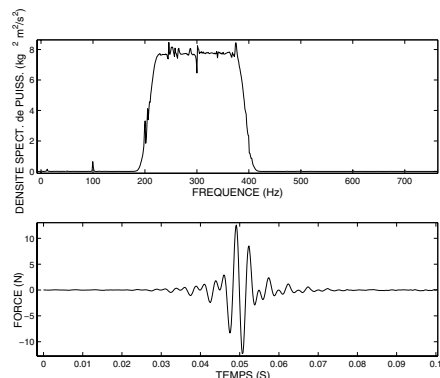


Figure 2 - Excitation: force impulsionnelle bande [200-400] Hz

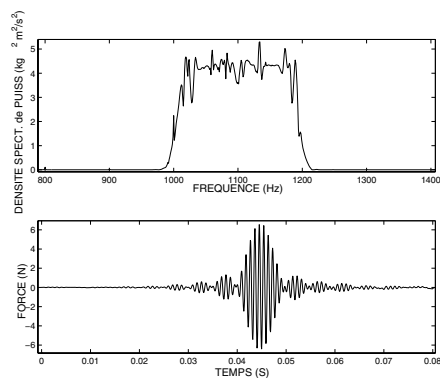


Figure 3 - Excitation: force impulsionnelle bande [1000-1200] Hz

La base de donnée expérimentale est constituée par 29 points de mesures accélérométriques relevés pour 21 configurations données correspondant à 21 distributions aléatoires des couples de serrage des boulons (possédant la même valeur moyenne) [8]. La structure globale constituée des 2 plaques assemblées par le couvre-joint est suspendue élastiquement, les fréquences de suspension étant très inférieures à la fréquence fondamentale du système assemblé. Deux chargements impulsifs ont été appliqués, l'un correspondant à la bande [200-400] Hz (voir Figure 2), l'autre à la bande [1000-1200] Hz (voir Figure 3). Cette expérience a montré la faible dispersion des mesures induites par les 21 configurations différentes de serrage, mais néanmoins les écarts augmentent significativement à mesure que l'on monte en fréquence.

### 3 Modèle moyen en sous-structuration dynamique

Dans le but de modéliser le système expérimental, on s'intéresse ici à la réponse transitoire d'une structure  $S$  fixe à comportement linéaire, faiblement amortie, soumise à un chargement impulsif extérieur déterministe  $f_{ext}(t)$ . La méthode de sous-structuration dynamique employée est la méthode de synthèse modale à interface fixe de Craig et Bampton [2]. La structure  $S$  est décomposée en  $N_s$  sous-structures  $S^r$  avec  $r = 1, \dots, N_s$ . Chaque sous-structure possède une interface  $\Sigma^r$  avec une ou plusieurs sous-structures. L'équation de la dynamique discrétisée par la méthode des EF pour la sous-structure  $S^r$  s'écrit :

$$\begin{aligned} [\underline{M}^r] \ddot{\underline{U}}^r(t) + [\underline{D}^r] \dot{\underline{U}}^r(t) + [\underline{K}^r] \underline{U}^r(t) &= \underline{F}^r(t), \quad t \geq 0 \\ \dot{\underline{U}}^r(0) &= \underline{U}_1^r, \quad \underline{U}^r(0) = \underline{U}_0^r, \end{aligned} \quad (1)$$

où  $\underline{U}^r(t)$  est le vecteur à valeurs dans  $\mathbb{R}^{n^r}$  constitué des  $n^r$  degrés de liberté (DDL),  $\underline{F}^r(t)$  le vecteur des forces externes et de couplage à valeurs dans  $\mathbb{R}^{n^r}$  et,  $[\underline{M}^r]$ ,  $[\underline{D}^r]$  et  $[\underline{K}^r]$  sont les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité, symétriques, la matrice  $[\underline{M}^r]$  étant définie positive et les matrices  $[\underline{D}^r]$  et  $[\underline{K}^r]$  étant positives ou définies positives suivant les cas. Les vecteurs  $\underline{U}^r(t)$  et  $\underline{F}^r(t)$  sont décomposés en  $n_i^r$  DDL internes et  $n_\Sigma^r = n^r - n_i^r$  DDL de couplage,

$$\underline{U}^r(t) = \begin{bmatrix} \underline{U}_i^r(t) \\ \underline{U}_\Sigma^r(t) \end{bmatrix}, \quad \underline{F}^r(t) = \begin{bmatrix} \underline{F}_i^r(t) \\ \underline{F}_j^r(t) + \underline{F}_\Sigma^r(t) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

où  $\underline{F}_\Sigma^r(t)$  correspond aux forces de couplage sur l'interface de couplage  $\Sigma^r$ ,  $\underline{F}_i^r(t)$  et  $\underline{F}_j^r(t)$  sont dues aux forces extérieures appliquées. On considère  $N^r$  modes à interface de couplage  $\Sigma^r$  fixe pour construire le modèle matriciel réduit pour la sous-structure  $S^r$ ,

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_i^r(t) \\ \underline{U}_\Sigma^r(t) \end{bmatrix} = [\underline{H}^r] \begin{bmatrix} \underline{q}^r(t) \\ \underline{U}_\Sigma^r(t) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad [\underline{H}^r] = \begin{bmatrix} [\underline{\Phi}^r] & [\underline{S}_\Sigma^r] \\ 0 & [I_{n_\Sigma^r}] \end{bmatrix}, \quad (3)$$

avec  $\underline{q}^r(t)$  le vecteur des coordonnées généralisées à valeurs dans  $\mathbb{R}^{N^r}$ ,  $[\underline{\Phi}^r]$  la matrice réelle ( $n_i^r \times N^r$ ) dont les colonnes correspondent aux modes à interface de couplage  $\Sigma^r$  fixe,  $[\underline{S}_\Sigma^r]$  la matrice réelle ( $n_i^r \times n_\Sigma^r$ ) de relèvement statique. L'équation de la dynamique pour le modèle matriciel réduit s'écrit alors

$$[\underline{M}^r] \begin{bmatrix} \ddot{\underline{q}}^r(t) \\ \ddot{\underline{U}}_\Sigma^r(t) \end{bmatrix} + [\underline{D}^r] \begin{bmatrix} \dot{\underline{q}}^r(t) \\ \dot{\underline{U}}_\Sigma^r(t) \end{bmatrix} + [\underline{K}^r] \begin{bmatrix} \underline{q}^r(t) \\ \underline{U}_\Sigma^r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{F}_{N^r}^r(t) \\ \underline{F}_\Sigma^r(t) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

où les matrices réduites  $[\underline{M}^r]$ ,  $[\underline{D}^r]$ , et  $[\underline{K}^r]$  sont telles que

$$[\underline{M}^r] = [\underline{H}^r]^T [\underline{M}^r] [\underline{H}^r], \quad [\underline{D}^r] = [\underline{H}^r]^T [\underline{D}^r] [\underline{H}^r], \quad [\underline{K}^r] = [\underline{H}^r]^T [\underline{K}^r] [\underline{H}^r]. \quad (5)$$

Les modèles matriciels réduits des sous-structures sont classiquement assemblés en utilisant la continuité des déplacements et l'équilibre des forces sur les interfaces de couplage.

## 4 Modèle probabiliste non paramétrique des incertitudes

La structure initiale qui présente des zones d'incertitudes de niveaux différents (incertitudes non homogènes) est décomposée en sous-structures de telle façon que le niveau d'incertitude dans chaque sous-structure puisse être considéré comme homogène. Ainsi le niveau d'incertitude change d'une sous-structure à une autre. Le modèle probabiliste non paramétrique qui modélise les incertitudes est donc implémenté indépendamment dans chaque sous-structure.

### 4.1 Principe de construction d'un modèle non paramétrique d'incertitudes aléatoires pour chaque sous-structure

L'approche non paramétrique [11] propose de construire directement le modèle probabiliste des matrices réduites aléatoires pour chaque sous-structure. Soit  $\mathbf{U}^r(t)$  le vecteur aléatoire des  $n^r$  DDL de la sous-structure  $\mathcal{S}^r$ . Il s'écrit

$$\mathbf{U}^r(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_i^r(t) \\ \mathbf{U}_\Sigma^r(t) \end{bmatrix} = [\underline{H}^r] \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^r(t) \\ \mathbf{U}_\Sigma^r(t) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

avec  $\mathbf{Q}^r(t)$  le vecteur aléatoire des coordonnées généralisées à valeurs dans  $\mathbb{R}^{N^r}$ . Le processus stochastique  $\mathbf{U}^r(t)$  indexé sur  $[0, +\infty[$  à valeurs dans  $\mathbb{R}^{N^r}$  vérifie

$$[\mathbf{M}^r] \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{Q}}^r(t) \\ \dot{\mathbf{U}}_\Sigma^r(t) \end{bmatrix} + [\mathbf{D}^r] \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{Q}}^r(t) \\ \mathbf{U}_\Sigma^r(t) \end{bmatrix} + [\mathbf{K}^r] \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^r(t) \\ \mathbf{U}_\Sigma^r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{F}_{N^r}^r(t) \\ \mathcal{F}_\Sigma^r(t) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

où  $[\mathbf{M}^r]$  est une matrice aléatoire à valeurs dans l'espace  $\mathbb{M}_{n^r}^+(\mathbb{R})$  des matrices réelles ( $n^r \times n^r$ ) symétriques définies positives ( $n^r = N^r + n_\Sigma^r$ ) et,  $[\mathbf{D}^r]$  et  $[\mathbf{K}^r]$  sont des matrices aléatoires à valeurs dans l'espace  $\mathbb{M}_{n^r}^+(\mathbb{R})$  (pour une sous-structure fixe) ou  $\mathbb{M}_{n^r}^{+0}(\mathbb{R})$  des matrices réelles ( $n^r \times n^r$ ) symétriques semi-définies positives (pour une sous-structure libre). Dans l'équation (7), on a  $\mathcal{F}_{N^r}^r(t) = [\underline{\Phi}^r]^T \underline{\mathbf{F}}_i^r(t)$  et le vecteur aléatoire  $\mathcal{F}_\Sigma^r(t) = [\underline{\mathcal{S}}_\Sigma^r]^T \underline{\mathbf{F}}_i^r(t) + \underline{\mathbf{F}}_j^r(t) + \mathbf{F}_\Sigma^r(t)$ , où  $\mathbf{F}_\Sigma^r(t)$  est le vecteur aléatoire des forces de couplage sur l'interface  $\Sigma^r$ . Par construction du modèle non paramétrique, on a

$$E\{[\mathbf{M}^r]\} = [\underline{M}^r], \quad E\{[\mathbf{D}^r]\} = [\underline{D}^r], \quad E\{[\mathbf{K}^r]\} = [\underline{K}^r], \quad (8)$$

où  $E$  représente l'espérance mathématique. Le paragraphe suivant décrit brièvement le modèle probabiliste pour les matrices aléatoires  $[\mathbf{M}^r]$ ,  $[\mathbf{D}^r]$  et  $[\mathbf{K}^r]$ .

### 4.2 Modèle probabiliste des matrices

Soit  $[\mathbf{A}^r]$  la matrice aléatoire représentant  $[\mathbf{M}^r]$ ,  $[\mathbf{D}^r]$  ou  $[\mathbf{K}^r]$  et  $[\underline{A}^r]$  la matrice déterministe représentant  $[\underline{M}^r]$ ,  $[\underline{D}^r]$  ou  $[\underline{K}^r]$ . Quand  $[\underline{A}^r]$  est réelle définie positive, alors il existe une

matrice réelle ( $n^r \times n^r$ ) triangulaire supérieure  $[\underline{L}_{A^r}]$  telle que  $[\underline{A}^r] = [\underline{L}_{A^r}]^T [\underline{L}_{A^r}]$ . La matrice aléatoire peut s'écrire  $[\mathbf{A}^r] = [\underline{L}_{A^r}]^T [\mathbf{G}_{A^r}] [\underline{L}_{A^r}]$  avec  $[\mathbf{G}_{A^r}]$  une matrice aléatoire à valeurs dans  $\mathbb{M}_{n^r}^+(\mathbb{R})$  dont la loi de probabilité est donnée dans [11]. Quand la matrice  $[\underline{A}^r]$  a un rang  $\mu^r < n^r$ , alors il existe une matrice  $[\underline{L}_{A^r}]$  réelle ( $\mu^r \times n^r$ ) telle que  $[\underline{A}^r] = [\underline{L}_{A^r}]^T [\underline{L}_{A^r}]$ . Par exemple, on peut obtenir cette matrice  $[\underline{L}_{A^r}]$  à partir des vecteurs propres liés aux valeurs propres non nulles de  $[\underline{A}^r]$ , mais il existe d'autres constructions. Dans ce cas, la matrice aléatoire  $[\mathbf{A}^r]$  peut aussi s'écrire  $[\mathbf{A}^r] = [\underline{L}_{A^r}]^T [\mathbf{G}_{A^r}] [\underline{L}_{A^r}]$  où  $[\mathbf{G}_{A^r}]$  est la matrice aléatoire à valeurs dans  $\mathbb{M}_{\mu^r}^+(\mathbb{R})$  définie précédemment.

La loi de probabilité de la matrice aléatoire  $[\mathbf{G}_{A^r}]$  dépend seulement d'un paramètre réel  $\delta_{A^r}$  qui est indépendant de la dimension  $n^r$  et de la fréquence  $\omega$ , et qui permet de contrôler la dispersion de la matrice aléatoire  $[\mathbf{A}^r]$ . Ce paramètre est défini par

$$\delta_{A^r} = \left\{ \frac{E\{\|[\mathbf{G}_{A^r}] - [\underline{G}_{A^r}]\|_F^2\}}{\|[\underline{G}_{A^r}]\|_F^2} \right\}^{1/2} \quad \text{tel que} \quad 0 < \delta_{A^r} < \sqrt{\frac{n_0 + 1}{n_0 + 5}}, \quad (9)$$

où  $n_0$  est un entier tel que  $1 \leq n_0 \leq n^r$ ,  $\|[\underline{B}]\|_F^2 = \text{tr}([\underline{B}][\underline{B}]^T)$  et  $[\underline{G}_{A^r}] = E\{[\mathbf{G}_{A^r}]\} = [Id]$ . La dispersion des matrices aléatoires  $[\mathbf{M}^r]$ ,  $[\mathbf{D}^r]$  et  $[\mathbf{K}^r]$  est contrôlée par les paramètres  $\delta_{M^r}$ ,  $\delta_{D^r}$  et  $\delta_{K^r}$  qui sont indépendants de  $n^r$  et choisis selon l'inégalité (9).

Le modèle probabiliste de la structure complète est obtenue par assemblage des sous-structures stochastiques et le vecteur d'état est  $\mathbf{U}_e = (\mathbf{Q}^1(t), \dots, \mathbf{Q}^{N_s}(t), \mathbf{U}_\Sigma(t))$ .

## 5 Analyse numérique

L'analyse du modèle numérique développé et les comparaisons avec l'expérimentation sont réalisées au moyen de Spectres de Réponses à Chocs (SRC) [1] calculés pour les accélérations et que l'on notera  $S_a(\xi, \omega)$ . En présence d'incertitudes, la réponse transitoire est un processus stochastique indexé en temps et les SRC  $S_a(\xi, \omega)$  sont des processus stochastiques indexés en fréquence. La solution stochastique d'un tel problème peut être formellement écrite mais elle implique des intégrales multiples de grande dimension qui ne peuvent être calculées que par la méthode de Monte-Carlo. En conséquence, on a privilégié une simulation numérique directe des équations stochastiques. Chaque réalisation des matrices aléatoires est construite selon le modèle probabiliste décrit aux § 4.1 et § 4.2 en employant l'algorithme spécifié dans [11]. La réponse transitoire de chaque réalisation est calculée par un schéma d'intégration numérique pas-à-pas inconditionnellement stable (Newmark). Les grandeurs probabilistes décrivant les SRC sont estimées par les statistiques mathématiques usuelles.

### 5.1 Analyse des réponses par SRC

Chaque SRC aléatoire est calculé pour un taux d'amortissement  $\xi = 0.001$  par intégration de l'équation de la dynamique par schéma de Newmark. L'échelle des SRC est normalisée en  $g = 9.81 m.s^{-2}$ . On introduit alors le SRC aléatoire normalisé  $s(\omega) = S_a(\xi, \omega)/g$ . Les résultats du modèle aléatoire sont représentés en construisant la région de confiance du processus aléatoire  $s(\omega)$  indexé en fréquence  $\omega$ . Cette région de confiance, associée à un niveau de probabilité donné  $Pc = 0.95$  est définie par une enveloppe supérieure ( $S^+(\omega)$ ) et une enveloppe inférieure ( $S^-(\omega)$ ). Ces enveloppes sont définies en utilisant les moments d'ordre 1 et 2 de la variable aléatoire  $s(\omega)$  estimés par les statistiques mathématiques usuelles:

$$m_1(\omega) = E\{s(\omega)\}, m_2(\omega) = E\{s^2(\omega)\} \text{ et } \sigma(\omega) = \sqrt{m_2(\omega) - m_1^2(\omega)}.$$

Trois courbes sont définies: (1)  $S^0(\omega) = 10 \log_{10}(m_1(\omega))$ , liée à la valeur moyenne de la réponse stochastique, (2)  $S^+(\omega) = 10 \log_{10}(m_1(\omega) + \frac{\sigma(\omega)}{\sqrt{1-Pc}})$ , l'enveloppe supérieure

des SRC normalisés aléatoires, et (3)  $S^-(\omega) = 2S^0 - S^+$ , l'enveloppe inférieure des SRC normalisés aléatoires. Ces quantités sont telles que  $Prob.\{S^-(\omega) < s(\omega) \leq S^+(\omega)\} \geq Pc$ .

## 6 Description du modèle numérique

### 6.1 Modèle Elements Finis du système moyen

Les 3 sous-structures du modèle moyen sont décrites par un modèle de plaque EF à 4 noeuds respectant les hypothèses de plaque mince de Kirchhoff (i.e. les DDL Tz, Rx et Ry sont conservés). La structure principale composée de 3 sous-structures (Figure 1) compte plus de 16000 DDL: 6222 DDL dans la plaque 1, 2745 dans le couvre-joint et 8052 DDL dans la plaque 2. Les plaques 1 et 2 sont isotropes alors que le couvre-joint a dû être décrit comme orthotrope. Les mesures expérimentales ont permis de recalibrer les 3 premiers modes propres du modèle moyen assemblé et les taux d'amortissement associés.

### 6.2 Modèle d'amortissement système moyen

Le taux d'amortissement moyen  $\underline{\xi}$  du modèle EF a été déduit des mesures et donne  $\underline{\xi} = 0.0021$ . La matrice d'amortissement du modèle EF moyen a été choisie [9] pour chaque sous-structure  $\mathbb{S}^r$  telle que

$$[\underline{D}^r] = \sum_{\gamma=1}^N 2 \xi_{\gamma} \frac{\omega_{\gamma}}{\mu_{\gamma}} [\underline{M}^r] \underline{\mathbf{V}}_{\gamma} \underline{\mathbf{V}}_{\gamma}^T [\underline{M}^r]$$

où  $N$  est tel que  $1 \leq N \leq n^r$  et où  $\underline{\mathbf{V}}_{\gamma} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{V}}_{\gamma}^r \\ \underline{\mathbf{V}}_{\gamma}^{\Sigma} \end{bmatrix}$ ,  $\omega_{\gamma}$  et  $\xi_{\gamma}$  sont respectivement le vecteur propre, la pulsation propre et le taux d'amortissement relatifs au mode propre à interface fixe  $\gamma$ . Par soucis d'efficacité, on a pris  $N = N^r + n_{\Sigma}$ ,  $\xi_{\gamma} = \underline{\xi}$ ,  $\mu_{\gamma} = 1$  et on a directement construit la matrice d'amortissement réduite telle que

$$[\underline{D}^r] = \sum_{\gamma=1}^N 2 \underline{\xi} \omega_{\gamma} \mathbf{C}_{\gamma} \mathbf{C}_{\gamma}^T \text{ avec } \mathbf{C}_{\gamma} = [\underline{H}^r]^T [\underline{M}^r] \underline{\mathbf{V}}_{\gamma}.$$

## 7 Résultats

Afin d'évaluer le rôle joué par la non homogénéité des incertitudes, supposées plus grandes dans le couvre-joint, une analyse de sensibilité sur les paramètres  $\delta^r$  a été menée. Ici, la présentation se limite aux valeurs choisies suivantes:  $\delta_K^{CJ} = \delta_D^{CJ} = 0.5$ ,  $\delta_M^{CJ} = 0$  et  $\delta_K^{1,2} = 0.15$ ,  $\delta_D^{1,2} = 0.3$ ,  $\delta_M^{1,2} = 0$  pour [200-400] Hz et  $\delta_K^{CJ} = \delta_D^{CJ} = 0.8$ ,  $\delta_M^{CJ} = 0$  et  $\delta_K^{1,2} = 0.15$ ,  $\delta_D^{1,2} = 0.3$ ,  $\delta_M^{1,2} = 0$  pour [1000-1200] Hz. La masse du modèle moyen étant précisément recalibrée par l'expérience, on ne considère aucune erreur sur les matrices de masse. Les simulations de Monte-Carlo ont été réalisées pour un nombre de réalisations suffisamment grand (500 à 1000) et une étude de convergence par rapport au nombre de modes  $\nu$  du modèle réduit a été faite. On présente les cas suivants:  $\nu = 48 = 20(N^1) + 2(N^2) + 26(N^3)$  pour [200-400] Hz et  $\nu = 125 = 50(N^1) + 8(N^2) + 67(N^3)$  pour [1000-1200] Hz.

Les figures 4 et 5 montrent les résultats obtenus avec ce jeu de valeurs. La ligne discontinue représente la réponse du modèle moyen, les traits pleins représentent les réponses mesurées des 21 configurations expérimentales. La région grisée est le domaine de confiance à 95% des réponses aléatoires du modèle probabiliste non paramétrique.

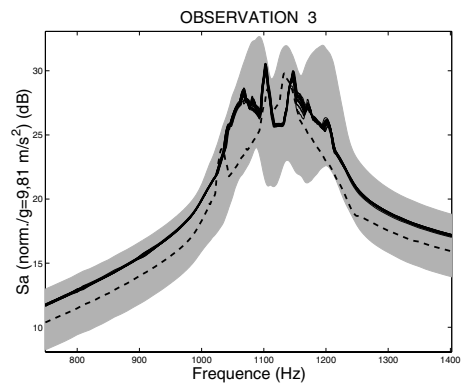
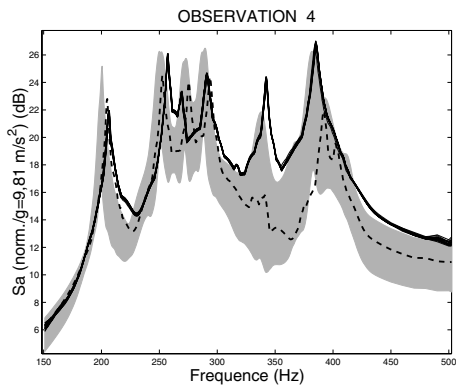
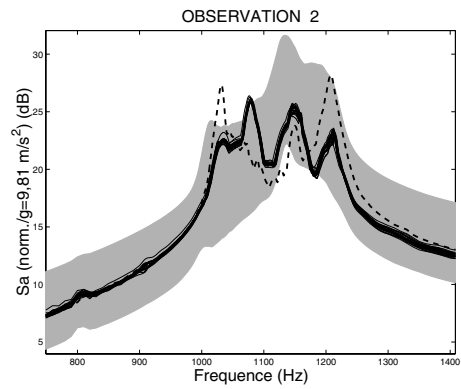
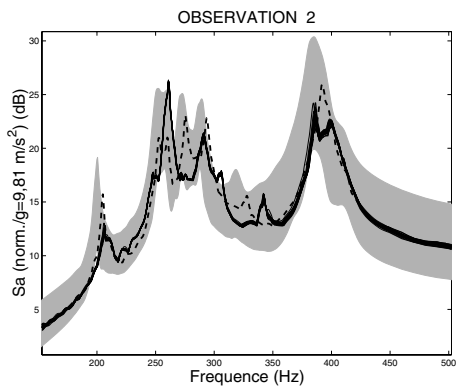
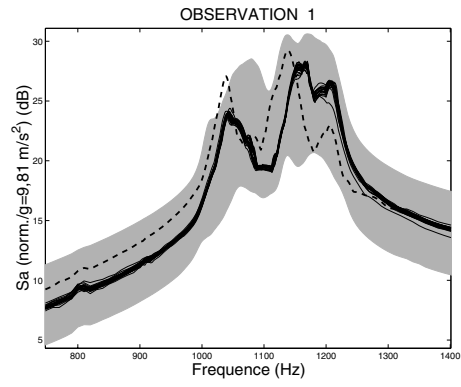
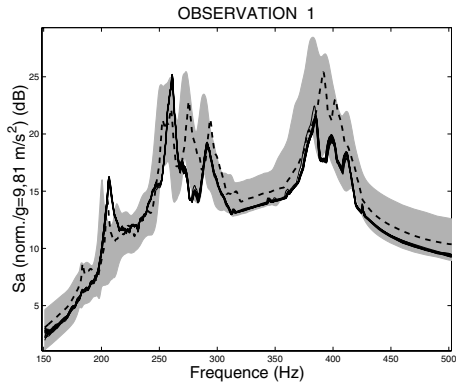


Figure 4 - SRC aux points d'observation 1,2 et 4 pour une charge impulsive dans la bande [200-400] Hz avec:

$$\begin{aligned} \delta_K^{1,2} &= 0.15, \delta_D^{1,2} = 0.3, \delta_M^{1,2} = 0 \\ \delta_K^{CJ} &= \delta_D^{CJ} = 0.5, \delta_M^{CJ} = 0 \end{aligned}$$

Figure 5 - SRC aux points d'observation 1,2 et 3 pour une charge impulsive dans la bande [1000-1200] Hz avec:

$$\begin{aligned} \delta_K^{1,2} &= 0.15, \delta_D^{1,2} = 0.3, \delta_M^{1,2} = 0 \\ \delta_K^{CJ} &= \delta_D^{CJ} = 0.8, \delta_M^{CJ} = 0 \end{aligned}$$



## 8 Conclusion

Concernant la modélisation des incertitudes, les comparaisons entre le modèle développé et l'expérimentation montrent la capacité de l'approche probabiliste non paramétrique à prévoir la réponse transitoire à chocs dans le domaine BF. On peut remarquer qu'en dépit du grand nombre de DDL du modèle EF moyen, des erreurs significatives existent entre la prévision numérique moyenne et les expérimentations, que l'on peut essentiellement attribuer au modèle simplifié de liaison (i.e. des incertitudes existent dans le modèle EF moyen). L'approche non paramétrique proposée permet d'améliorer la robustesse des prévisions numériques. La comparaison de la région de confiance prédite et de l'expérience est satisfaisante dans la bande BF. Une méthode générale de détermination des paramètres de dispersion est étudiée.

## Références

- [1] R. W. Clough and J. Penzien. *Dynamics of Structures*. Mc Graw-Hill: New-York, 1975.
- [2] R.R. Craig & M.M.C. Bampton. Coupling of substructures for dynamic analysis. *AIAA Journal*, **6**:1313-1319, 1968.
- [3] E. Dalton. Analysis and validation testing of impulsive load response in complex, multi-compartmented structures. *AIAA Journal*, 759-767, 1995.
- [4] B. Gangadhara Prusty and S. K. Satsangi. Finite element transient dynamic analysis of laminated stiffened shells. *Journal of Sound and Vibration*, **248**(2), 215-233, 2001.
- [5] E. J. Haug, K. K. Choi, V. Komkov. *Design Sensitivity Analysis of Structural Systems*. Academic Press: San Diego, 1986.
- [6] Y. W. Kim and Y.-S. Lee. Transient analysis of ring-stiffened composite cylindrical shells with both edges clamped. *Journal of Sound and Vibration*, **252**(1), 1-17, 2002.
- [7] R. H. Lyon and R. G. Dejong. *Theory and Application of Statistical Energy Analysis*. Butterworth-Heinemann: Boston, 1995.
- [8] M. Menelle, P. Baroin. Dynamique transitoire des structures, partie expérimentale. Rapport Technique ONERA 1/05822 DDSS, Août 2001.
- [9] R. Ohayon and C. Soize. *Structural Acoustics and Vibrations*. Academic Press: New York, 1998.
- [10] P. K. Roy and N. Ganesan. Transient response of a cantilever beam subjected to an impulse load. *Journal of Sound and Vibration*, **183**(5), 873-890, 1995.
- [11] C. Soize. Maximum entropy approach for modelling random uncertainties in transient elastodynamics. *J. Acoust. Soc. Am.*, **109**(5), 1979-96, 2001.
- [12] C. Soize, H. Chebli. Random uncertainties model in dynamic substructuring a nonparametric probabilistic model. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, **129**(4), 2003
- [13] P. D. Spanos and R. G. Ghanem. Stochastic finite element expansion for random media. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, **115**(5), 1035-1053, 1989.
- [14] O. C. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor. *Finite Element Method, vol. 1-2-3*. Butterworth-Heinemann, 2000.