



HAL
open science

Détection de défauts sur systèmes incertains par approche espace de parité

Sébastien Varrier, Damien Koenig, Minh-Hieu Vu

► **To cite this version:**

Sébastien Varrier, Damien Koenig, Minh-Hieu Vu. Détection de défauts sur systèmes incertains par approche espace de parité. CIFA 2012 - 7ème Conférence Internationale Francophone d'Automatique, Jul 2012, Grenoble, France. pp.n/c. hal-00772195

HAL Id: hal-00772195

<https://hal.science/hal-00772195>

Submitted on 10 Jan 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Détection de défauts sur systèmes incertains par approche espace de parité^{*}

Sébastien Varrier^{*} Damien Koenig^{*} Minh-Hieu Vu^{*}

** Gipsa-Lab, 38402 Saint Martin d' Hères, Cedex, France
(e-mail : Sebastien.Varrier@grenoble-inp.fr,
Damien.Koenig@esisar.grenoble-inp.fr).*

Résumé : Le principal objectif de cet article est de proposer une méthodologie pour détecter des défauts sur des systèmes incertains. Dans ce papier, les incertitudes sont considérées comme des variables bornées. Premièrement, un résidu dépendant des incertitudes est obtenu par le biais du théorème de Cayley-Hamilton. Une enveloppe du résidu est finalement déduite à partir des bornes de l'incertitude. L'approche est ensuite validée sur un modèle de dynamique latérale de véhicule, où la vitesse du véhicule est considérée incertaine.

Mots-clés: Détection de défauts, espace de parité, système incertain, véhicule, modèle bicyclette.

1. INTRODUCTION

La problématique des systèmes sûrs/sains a reçu une considérable attention depuis les 30 dernières années et est toujours largement étudiée dans le domaine de la recherche Gertler (1998); Chen and Patton (1999); Simani et al. (2002); Isermann (2005); Ding (2008). En effet, la majorité des systèmes modernes incluent de plus en plus de complexité, et des défauts peuvent conduire à de très lourdes conséquences. Ainsi les domaines de la commande robuste et de la modélisation incertaine sont clairement justifiés. Il est alors possible de pouvoir négliger certaines dynamiques des processus tout en garantissant leur stabilité.

Grâce au développement des outils de détection et localisation de défauts, plusieurs méthodes basées sur des modèles ont été utilisées. On remarque les méthodes de redondance analytiques dont l'espace de parité initié par Chow and Willsky (1984); Gertler (1998), des techniques géométriques et statistiques Basseville and Niki-forov (1993); Fang et al. (1994); Cao and Gertler (2004); Bokor and Balas (2005); Balas et al. (2003) ainsi que des approches par observateurs Ding (2008); Patton and Chen (1991); Chen and Patton (1999); Simani et al. (2002).

Depuis les années 2000, il a été noté l'émergence de méthodes par optimisation dont le but est de minimiser l'effet des incertitudes tout en maximisant l'effet des défauts. On peut remarquer les travaux récents à partir de synthèses \mathcal{H}_∞ et résolu par des formulations LMI Xinzhi and Shuai (2011); Adrot (2000); Yueyang and Maiying (2009); Maiying et al. (2010).

Cet article est basé sur les relations de parité, introduites dans Chow and Willsky (1984). La méthode est particulièrement utilisée pour le diagnostic car elle permet d'obtenir des algorithmes simples et rapides. Depuis 1995,

l'intérêt des chercheurs à prendre en compte des incertitudes sur les modèles pour la détection de défauts n'a cessé d'augmenter. Dans Didrit (1997), des approches par espace d'appartenance pour la détection de défauts basé sur l'algorithme d'Hansen ainsi que des simulations du pire cas Puig et al. (2002) ont été proposées. Une méthode basée sur le principe de Pontryagin pour estimer une enveloppe des systèmes incertains a été présentée dans Horak and Allison (1990). Cependant, ces approches requièrent beaucoup de calculs à chaque période d'échantillonnage, qui sont généralement incompatible avec les contraintes temps réel sur les systèmes dynamiques complexes. Dans Ploix and Adrot (2006), il a été proposé une méthode basée sur l'analyse des zonotopes représentant des espaces de trajectoires possibles, où le vecteur de parité n'a pas été obtenu par un découplage parfait.

La contribution principale de cet article est de proposer une méthodologie pour détecter des défauts sur des systèmes incertains et souple d'implémentation. Le théorème de Cayley-Hamilton permet de synthétiser très facilement un résidu en fonction des incertitudes. Du fait que les incertitudes soient inconnues mais bornées, le résidu est alors enveloppé grâce aux valeurs limites des incertitudes. Finalement, la détection du défaut consiste à vérifier si le résidu est toujours dans son enveloppe.

Un exemple applicatif est proposé afin de valider l'approche proposée. L'application repose sur un modèle de la dynamique latérale d'un véhicule. Du fait que le modèle dépende de la vitesse longitudinale de l'automobile, la vitesse sera considérée constante sujette à une incertitude.

2. RAPPEL SUR LE DIAGNOSTIC PAR ESPACE DE PARITÉ

2.1 Relations de parité

On considère un système linéaire à temps discret décrit par :

^{*}. Ce travail est inscrit dans le cadre du projet ANR Français INOVE / ANR BLANC 2010 BLAN 0308.

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Pf(k) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) + Qf(k) \end{cases} \quad (1)$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ représente le vecteur d'état, $u \in \mathbb{R}^p$ le vecteur des entrées, $y \in \mathbb{R}^m$ les sorties et $f \in \mathbb{R}^q$ le vecteur des fautes à détecter. A, B, C, D, P et Q sont des matrices connues et constantes de la dimension approprié. Il est de plus considéré que la paire (C, A) soit observable.

La première étape de la procédure de détection de défauts est d'exprimer le vecteur des sorties selon un horizon s comme :

$$Y_s(k) = H_s x(k-s) + M_s U_s(k) + N_s F_s(k) \quad (2)$$

où

$$Y_s(k) = \begin{bmatrix} y(k-s) \\ y(k-s+1) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix}, U_s(k) = \begin{bmatrix} u(k-s) \\ u(k-s+1) \\ \vdots \\ u(k) \end{bmatrix}$$

$$F_s(k) = \begin{bmatrix} f(k-s) \\ f(k-s+1) \\ \vdots \\ f(k) \end{bmatrix}, H_s = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^s \end{bmatrix}$$

$$M_s = \begin{bmatrix} D & 0 & \dots & \dots & 0 \\ CB & D & \ddots & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ CA^{s-1}B & CA^{s-2}B & \dots & \dots & D \end{bmatrix}$$

$$\text{et } N_s = \begin{bmatrix} Q & 0 & \dots & \dots & 0 \\ CP & Q & \ddots & \dots & 0 \\ CAP & CP & Q & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ CA^{s-1}P & CA^{s-2}P & \dots & \dots & Q \end{bmatrix}$$

où s est appelé ordre des relations de parité.

Le but de cette approche est de trouver des relations de parité où tous les états du système sont éliminés :

$$\omega_s Y_s(k) = \omega_s M_s U_s(k) + \omega_s N_s F_s(k) \quad (3)$$

Le vecteur ω_s est communément appelé vecteur de parité, qui est sélectionné dans l'espace de parité défini par :

$$P_s = \{\omega_s | \omega_s H_s = 0\}$$

Dès que le vecteur de parité est déterminé, le résidu est exprimé comme :

$$r(k) = \omega_s Y_s(k) - \omega_s M_s U_s(k) = \omega_s N_s F_s(k) \quad (4)$$

Ainsi, la loi de décision est déduite : si le résidu est nul, le système est considéré comme sain, tandis qu'un résidu non nul indique un état fautif.

2.2 Ordre des relations de parité

Dans Ding et al. (1999), il a été montré que pour les systèmes observables, l'ordre minimum des relations de parité est directement le plus petit indice d'observabilité du système (voir Ding et al. (1999) pour la preuve).

L'une des caractéristique intéressante de l'approche par espace de parité est qu'elle peut s'appliquer sur des systèmes non-observables. En considérant un système non observable (1), la matrice d'observabilité peut être exprimée de la façon suivante :

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

On définit $n_0 < n$ le rang de la matrice \mathcal{O} . Ce système peut être reformulé sous une forme observable :

$$\begin{cases} \bar{x}(k+1) = \bar{A}\bar{x}(k) + \bar{B}u(k) + \bar{P}f(k) \\ y(k) = \bar{C}\bar{x}(k) + Du(k) + Qf(k) \end{cases} \quad (5)$$

où $\bar{x} = [\bar{x}_1 \ \bar{x}_2 \ \dots \ \bar{x}_{n_0}]^T$, \bar{x}_i est une combinaison linéaire des états x_i .

Dans ce cas, l'ordre minimum des relations de parité est l'indice minimal d'observabilité de ce nouveau système.

2.3 Equations d'auto-redondance

Dans certaines applications, il peut aussi être utile de localiser les défauts. Il existe plusieurs approches comme par exemple la construction de bancs de résidus où il est possible d'appliquer les algorithmes d'observateurs dédiés (DOS) ou observateurs généralisés (GOS) (voir Frank (1990)).

Dans le cas du DOS, l'approche par espace de parité doit être modifiée. Un système avec m sorties (1) peut être considéré comme m systèmes avec une sortie :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Pf(k) \\ y_i(k) = C_i x(k) + D_i u(k) + Q_i f(k) \end{cases}$$

où C_i, D_i, Q_i représentent la i -ème ligne de C, D et Q respectivement, y_i la i -ème sortie du système.

La procédure de détection de défauts est appliquée à chaque sous-système composés d'une seule sortie. Grâce à cette procédure, la détection et localisation de faute peut être facilement implémentée.

Remarque 1. Il est à noter que dans le cas de systèmes avec une seule sortie, si le système est complètement observable, il n'y a qu'un seul indice d'observabilité $\sigma = n$, signifiant que le plus petit ordre de parité est n .

3. APPROCHE POUR SYSTÈMES INCERTAINS

Dans cette section, une méthode est présentée pour résoudre le problème de la détection et localisation de défauts pour les système incertains.

Dans Maquin and Ragot (2000), l'approche proposée repose sur la formulation d'un problème d'optimisation, dont sa résolution invoque la synthèse de vecteurs propres. Dans cet article, l'approche est totalement différente et reste plus simple en terme de synthèse.

L'objectif consiste à synthétiser un vecteur de parité dépendant de l'incertitude. Du fait que l'incertitude soit bornée, il est alors possible de définir une enveloppe englobant l'évolution du résidu. Dès lors qu'un défaut apparaît, le résidu sort de son enveloppe et la faute est détectée.

3.1 Modélisation incertaine et hypothèses

Un système linéaire, discret et incertains peut être défini par :

$$\begin{cases} x(k+1) = A(\rho_k)x(k) + B(\rho_k)u(k) \\ y(k) = C(\rho_k)x(k) + D(\rho_k)u(k) \end{cases} \quad (6)$$

où $x \in \mathbb{R}^n$, $y \in \mathbb{R}^m$, $u \in \mathbb{R}^p$ et $\rho_k \in [-1, 1]$ est une incertitude normalisée.

Hypothèse 1 : Les incertitudes ne changent pas les propriétés d'observabilité du système :

$$\begin{aligned} \text{rank}(\mathcal{O}(\rho_k)) &= \text{rank} \left(\begin{bmatrix} C(\rho_k) \\ C(\rho_{k+1})A(\rho_k) \\ \vdots \\ C(\rho_{k+n-1}) \prod_{i=0}^{n-1} A(\rho_{k-i+n-2}) \end{bmatrix} \right) \\ &= n_0 = \text{const}, \forall \rho_{k:k+n} \in [-1, 1] \end{aligned}$$

Hypothèse 2 : Le système considéré est observable : $n_0 = n$. Cette hypothèse n'est pas une condition restrictive, car, comme exposé dans la section 2.2, si le système est non observable, il peut être restreint à l'étude du sous-espace observable.

Hypothèse 3 : Les incertitudes changent lentement et peuvent être considérées constantes sur l'horizon s :

$$\mathcal{O}(\rho_k) = \begin{bmatrix} C(\rho_k) \\ C(\rho_k)A(\rho_k) \\ \vdots \\ C(\rho_k)A(\rho_k)^n \end{bmatrix}$$

Hypothèse 4 : Dans le cadre de la localisation de défauts, l'approche proposée est appliquée séparément pour chaque sortie du système. Ainsi, il peut être considéré que $m = 1$.

3.2 Synthèse du vecteur de parité

Avant de présenter le cœur de l'approche, il doit être rappelé le théorème de Cayley-Hamilton :

Théorème de Cayley-Hamilton : Soit A une matrice carrée de taille $n \times n$ et \mathbb{I}_n la matrice identité de dimension n . Si le polynôme $p(X)$ définit par :

$$p(X) = \det(X\mathbb{I}_n - A) = X^n + a_{n-1}X^{n-1} + \dots + a_1X + a_0$$

est le polynôme caractéristique de A , alors la substitution de X par A engendre la matrice nulle :

$$p(A) = \mathbb{O}_n$$

Il en découle que la puissance n de A est combinaison linéaire des puissances inférieures de A :

$$A^n + a_{n-1}A^{n-1} + \dots + a_0\mathbb{I}_n = 0$$

□

En tenant en compte l'hypothèse 3, les sorties peuvent être exprimées selon l'horizon $s = n$ comme :

$$Y_n(k) = H_n(\rho_k)x(k-n) + M_n(\rho_k)U_n(k)$$

où :

$$Y_n(k) = \begin{bmatrix} y(k-n) \\ y(k-n+1) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix}, U_n(k) = \begin{bmatrix} u(k-n) \\ u(k-n+1) \\ \vdots \\ u(k) \end{bmatrix}$$

$$H_n(\rho_k) = \begin{bmatrix} C(\rho_k) \\ C(\rho_k)A(\rho_k) \\ \vdots \\ C(\rho_k)A(\rho_k)^n \end{bmatrix}$$

$$\text{et } M_n(\rho_k) = \begin{bmatrix} D(\rho_k) & 0 \\ C(\rho_k)B(\rho_k) & C(\rho_k)A(\rho_k)B(\rho_k) \\ \vdots & \vdots \\ C(\rho_k)A^{n-1}(\rho_k)B(\rho_k) & C(\rho_k)A^{n-2}(\rho_k)B(\rho_k) \\ \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 \\ D(\rho_k) & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 \\ \dots & \dots & D(\rho_k) \end{bmatrix} \quad (7)$$

Afin d'éliminer le vecteur inconnu $x(k-n)$, un vecteur de parité est choisi parmi l'espace de parité défini par :

$$P_n(\rho_k) = \{\omega_n(\rho_k) | \omega_n(\rho_k)H_n(\rho_k) = 0\}$$

Grâce au théorème de Cayley-Hamilton, la matrice $A(\rho_k)^n$ est une combinaison linéaire de \mathbb{I}_n , $A(\rho_k)$, $A(\rho_k)^2$, \dots , $A(\rho_k)^{n-1}$, et peut être exprimée comme suit :

$$A(\rho_k)^n + a_{n-1}(\rho_k)A(\rho_k)^{n-1} + \dots + a_0(\rho_k) = 0$$

où $a_i(\rho_k)$ sont les coefficients du polynôme caractéristique $\det(\lambda\mathbb{I}_n - A(\rho_k))$.

Il en découle l'égalité suivante :

$$[a_0(\rho_k) \ \dots \ a_{n-1}(\rho_k) \ 1] \begin{bmatrix} C(\rho_k) \\ C(\rho_k)A(\rho_k) \\ \vdots \\ C(\rho_k)A(\rho_k)^n \end{bmatrix} = 0$$

Ainsi, le vecteur de parité $\omega_n(\rho_k)$ peut être choisi de la façon suivante :

$$\omega_n(\rho_k) = [a_0(\rho_k) \ \dots \ a_{n-1}(\rho_k) \ 1] \quad (8)$$

3.3 Détection de défauts

Pour les systèmes incertains, il est clair que les relations de parité dépendent des incertitudes :

$$\omega_n(\rho_k)Y_n = \omega_n(\rho_k)M_n(\rho_k)U_n \quad (9)$$

A partir de cette relation (9), on peut en déduire numériquement une estimée $\hat{y}(k)$ de la mesure $y(k)$ par :

$$\hat{y}(k) = - \sum_{i=0}^{n-1} a_i(\rho_k)\hat{y}(k-n+i) + \omega_n(\rho_k)M_n(\rho_k)U_n \quad (10)$$

Du fait que l'incertitude soit bornée, l'estimée $\hat{y}(k)$ l'est aussi et est inscrit dans une enveloppe $\hat{y}(k) \in [\hat{y}_{min} \ \hat{y}_{max}]$.

On définit alors un résidu final de la forme suivante :

$$r(k) = (y(k) - \hat{y}_{max}(k))(y(k) - \hat{y}_{min}(k)) \quad (11)$$

où $\hat{y}_{min}(k)$, $\hat{y}_{max}(k)$ représentent les valeurs minimales et maximales de la sortie $y(k)$ déterminée respectivement par (10).

Ainsi, la logique de décision est déduite : Si $r(k) \leq 0$, le système est considéré comme sain, tandis que si $r(k) > 0$, le système présente une faute.

4. APPLICATION SUR UN MODÈLE DE DYNAMIQUE LATÉRALE DE VÉHICULE

On considère le modèle bicyclette comme présenté dans Ackermann and Bunte (1997); Mammar and Koenig (2002) :

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta}(t) \\ \dot{r}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_\beta}{mv(t)} & \frac{Y_r}{mv(t)} & -1 \\ \frac{N_\beta}{I_z} & \frac{N_r}{I_z} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(t) \\ r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{Y_\delta}{mv(t)} \\ \frac{N_\delta}{I_z} \end{bmatrix} \delta_L(t)$$

$$[a_y(t)] = \begin{bmatrix} \frac{Y_\beta}{m} & \frac{Y_r}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta(t) \\ r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{Y_\delta}{m} \end{bmatrix} \delta_L(t)$$

avec les notations $Y_\beta = -(c_{\alpha V} + c_{\alpha H})$, $Y_r = \frac{l_H c_{\alpha H} - l_V c_{\alpha V}}{v(t)}$, $N_\beta = l_H c_{\alpha H} - l_V c_{\alpha V}$, $N_r = -\frac{l_H c_{\alpha H} - l_V c_{\alpha V}}{v(t)}$, $Y_\delta = c_{\alpha V}$ et $N_\delta = l_V c_{\alpha H}$, où β , r , a_y , δ_L et $v(t)$ représentent respectivement l'angle de dérive, la vitesse de lacet, l'accélération latérale, l'angle relatif des roues et la vitesse du véhicule.

Le modèle considéré est un modèle à paramètres variants, où la vitesse $v(t)$ du véhicule varie au cours du temps. Afin d'appliquer l'approche proposée, la vitesse du véhicule sera considérée constante (nominale) sujette à une incertitude $\rho(t)$ explicité dans la section 4.2.

4.1 Discrétisation

Comme présenté dans P.M.J. et al. (2010), il existe différentes méthodes de discrétisation des systèmes à paramètres variants. Dans cet article, la discrétisation rectangulaire est choisie car elle préserve la linéarité des paramètres. Les matrices discrétisées sont alors calculées de la manière suivante :

$$A_d(\rho_k) = T_s A(\rho_k) + \mathbb{I}_n$$

$$B_d(\rho_k) = T_s B(\rho_k)$$

$$C_d(\rho_k) = C(\rho_k)$$

$$D_d(\rho_k) = D(\rho_k)$$

où T_s représente la période d'échantillonnage. On obtient alors les matrices suivantes du système discret :

$$\mathcal{A}_d = \begin{bmatrix} 1 & -T_d \\ T_d \frac{N_\beta}{I_z} & 1 \end{bmatrix} + \frac{1}{v(k)} \begin{bmatrix} T_d \frac{Y_\beta}{m} & 0 \\ 0 & -T_d \frac{l_V^2 c_{\alpha V} + l_H^2 c_{\alpha H}}{I_z} \end{bmatrix}$$

$$+ \frac{1}{v(k)^2} \begin{bmatrix} 0 & T_d \frac{l_H c_{\alpha H} - l_V c_{\alpha V}}{m} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{B}_d = \begin{bmatrix} 0 \\ T_d \frac{N_\delta}{I_z} \end{bmatrix} + \frac{1}{v(k)} \begin{bmatrix} T_d \frac{Y_\delta}{m} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{C}_d = \begin{bmatrix} \frac{Y_\beta}{m} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \frac{1}{v(k)} \begin{bmatrix} 0 & \frac{l_H c_{\alpha H} - l_V c_{\alpha V}}{m} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{D}_d = \begin{bmatrix} \frac{Y_\delta}{m} \\ 0 \end{bmatrix}$$

4.2 Variation de la vitesse

Il est considéré la forme suivante pour la vitesse du véhicule :

$$\frac{1}{v(k)} = \frac{1 + \alpha \rho(k)}{v_0}$$

où v_0 représente la vitesse nominale du véhicule, $\rho(k)$ l'incertitude normalisée $\rho(k) \in [-1, 1]$, et α le pourcentage de variation. Il a été choisi dans le cadre de l'étude de travailler autour de $v_0 = 50 \text{ km.h}^{-1}$ avec une variation $\alpha = 20\%$. Ainsi, la vitesse peut varier entre 41.7 km.h^{-1} et 62.5 km.h^{-1} .

Les valeurs numériques des paramètres utilisés sont présentées en annexe A.

Avec le période d'échantillonnage choisie à $T_s = 0.01 \text{ s}$, les matrices discrète sont alors données par :

$$A_d(\rho_k) = \begin{bmatrix} 0.90 - 0.021\rho_k & -0.0086 + 5 \cdot 10^{-3}\rho_k + 5.4 \cdot 10^{-4}\rho_k^2 \\ 0.1335 & 0.9134 - 0.0173\rho_k \end{bmatrix}$$

$$B_d(\rho_k) = \begin{bmatrix} 0.0512 + 0.0102\rho_k \\ 0.4009 \end{bmatrix}$$

$$C_d(\rho_k) = [-144.9624 \quad 1.8882 + 0.3776\rho_k]$$

$$D_d(\rho_k) = [71.0526]$$

4.3 Synthèse du résidu

En considérant que l'incertitude change lentement, la matrice d'observabilité est donnée par :

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} -144.9624 & 1.8882 + 0.3776\rho_k \\ -129.5801 + 3.0765\rho_k & 2.977 + 0.233\rho_k - 0.0144\rho_k^2 \end{bmatrix}$$

Le déterminant de la matrice d'observabilité $\det(\mathcal{O}) = -186.9 + 9.294\rho_k + 0.9294\rho_k^2$ est non nul $\forall \rho_k \in [-1, 1]$. Ainsi, le système est toujours observable.

Le polynôme caractéristique de la matrice \mathcal{A}_d est donné par :

$$\det(\lambda \mathbb{I}_n - A_d(\rho_k)) = \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0$$

où $a_1 = 0.0382\rho_k - 1.809$ et $a_0 = .000354\rho_k^2 - 0.0347\rho_k + 0.8192$.

En accord avec (8), le vecteur de parité peut être choisi de la façon suivante :

$$\omega(\rho_k) = [a_0 \quad a_1 \quad 1]$$

La matrice $M_n(\rho_k)$ calculée par (7) est :

$$M_n(\rho_k) = \begin{bmatrix} 71.05 & 0 & 0 \\ -1.33\rho_k - 6.66 & 71.05 & 0 \\ 0.026\rho_k^2 - 1.07\rho_k - 5.44 & -1.33\rho_k - 6.66 & 71.05 \end{bmatrix}$$

Grâce à l'équation (10), l'estimée de la sortie $\hat{y}(k)$ peut être reformulée par :

$$\hat{y}(k) = \mu_2(k)\rho_k^2 + \mu_1(k)\rho_k + \mu_0(k) \triangleq \psi(\rho_k)$$

où

$$\mu_0(k) = 71.05u(k) - 135.19u(k-1) + 64.82u(k-2) + 1.81y(k-1) - 0.82y(k-2)$$

$$\mu_1(k) = 0.073y(k-2) - 0.076y(k-1) - 3.95u(k-2)$$

$$\mu_2(k) = 3.544 \cdot 10^{-4}y(k-2)$$

Suivant le signe de $\mu_2(k)$, $\psi(\rho_k)$ a plusieurs formes :

Cas 1 : $\mu_2(k) = 0$

$$\begin{aligned}\hat{y}_{max}(k) &= |\mu_1(k)| + \mu_0(k) \\ \hat{y}_{min}(k) &= -|\mu_1(k)| + \mu_0(k)\end{aligned}$$

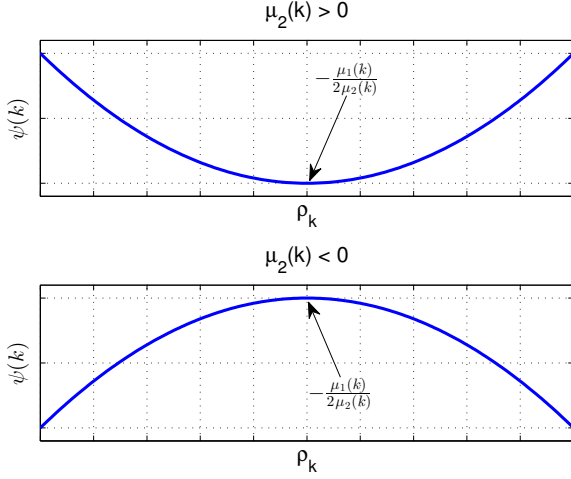


FIGURE 1. Cas $\mu_2(k) \neq 0$

Cas 2 : $\mu_2(k) > 0$, la parabole $\psi(\rho_k)$ a sa valeur minimale à $\rho_k = -\frac{\mu_1(k)}{2\mu_2(k)}$ comme sur le haut de la figure 1 :

$$\hat{y}_{max}(k) = \max\{\psi(1), \psi(-1)\}$$

$$\hat{y}_{min}(k) = \begin{cases} \min\{\psi(1), \psi(-1)\} & \text{if } -\frac{\mu_1(k)}{2\mu_2(k)} \notin [-1, 1] \\ \psi(-\frac{\mu_2(k)}{2\mu_1(k)}) & \text{if } -\frac{\mu_1(k)}{2\mu_2(k)} \in [-1, 1] \end{cases}$$

Cas 3 : $\mu_2(k) < 0$, la parabole $\psi(\rho_k)$ a sa valeur maximale à $\rho_k = -\frac{\mu_1(k)}{2\mu_2(k)}$ (bas de la figure 1) :

$$\hat{y}_{max}(k) = \begin{cases} \max\{\psi(1), \psi(-1)\} & \text{if } -\frac{\mu_1(k)}{2\mu_2(k)} \notin [-1, 1] \\ \psi(-\frac{\mu_2(k)}{2\mu_1(k)}) & \text{if } -\frac{\mu_1(k)}{2\mu_2(k)} \in [-1, 1] \end{cases}$$

$$\hat{y}_{min}(k) = \min\{\psi(1), \psi(-1)\}$$

Finalement, le résidu (11) est implémenté pour détecter un défaut sur le capteur d'accélération latérale du véhicule.

4.4 Scénario et résultats

Le scénario de simulation est présenté sur la figure 2. Le conducteur effectue un slalome de $t = 3s$ à $t = 18s$, puis un évitement d'obstacle. La vitesse varie entre $v_{min} = 41.7km.h^{-1}$ et $v_{max} = 62.5km.h^{-1}$.

Un défaut additif a été ajouté sur la sortie $a_y(t)$ comme illustré sur la figure (3).

La sortie mesurée est alors présentée sur la figure (4).

Le résidu synthétisé précédemment donne le résultat de la figure 5. Un seuil a été ajouté pour donner une indication sur l'état (faute/sain) du système. On remarque que les défauts sont bien détectés, sauf autour de $t = 30s$ où le résidu est trop faible et reste englobé dans son enveloppe.

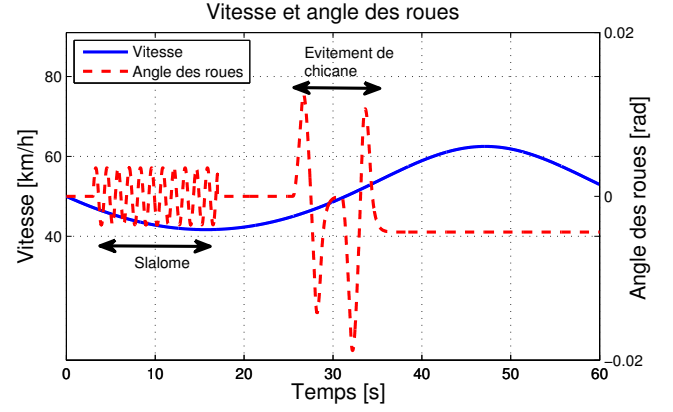


FIGURE 2. Angle au volant et vitesse longitudinale

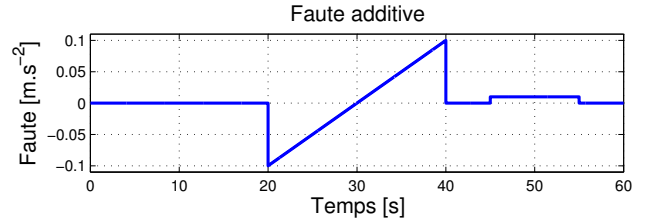


FIGURE 3. Faute additive

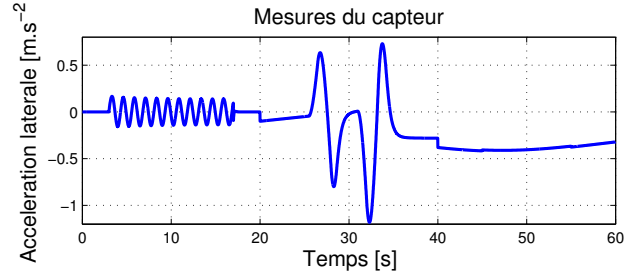


FIGURE 4. Accélération latérale $a_y(t)$

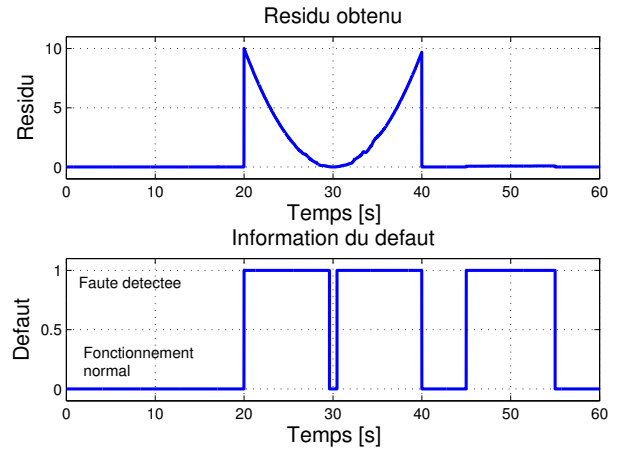


FIGURE 5. Faute, résidu et résultat de la détection

5. CONCLUSION

Dans cette contribution, une stratégie de détection de défauts pour les systèmes incertains est présentée. A partir du théorème de Cayley-Hamilton, un vecteur de parité est synthétisé, dépendant des incertitudes du système. Afin de garantir la validité du résidu, il est englobé

dans une enveloppe en fonction des extrema des incertitudes. L'approche proposée permet une synthèse et une implémentation simple, compatible avec des applications temps réel.

La méthodologie a été appliquée sur un modèle de dynamique latérale d'un véhicule. Le modèle est à paramètres variants dépendant de la vitesse. Il est alors ré-écrit sous la forme d'un système incertain, où la vitesse est considérée incertaine. Afin de garantir des performances, l'incertitude a été considérée à 20% autour d'une vitesse nominale. Les résultats obtenus montrent que l'approche proposée est performante dans la région de validité de la méthode.

En terme de perspective, afin d'améliorer la région de validité du résidu, il peut être considéré de réaliser un banc de résidus synthétisés pour différentes vitesses nominales. Ainsi, par un système de commutation, il est possible de générer un résidu robuste à une plus large plage de vitesses.

RÉFÉRENCES

- Ackermann, J. and Bunte, T. (1997). Yaw disturbance attenuation by robust decoupling of car steering. *Control Engineering Practice*, 5, 1131–1136.
- Adrot, O. (2000). *Diagnostic à base de modèles incertains utilisant l'analyse par intervalles : l'approche bornante*. Ph.D. thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine, Centre de Recherche en Automatique de Nancy.
- Balas, G., Bokor, J., and Szabó, Z. (2003). Invariant subspace for lpv systems and their applications. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 48, 2065–2069.
- Basseville, M. and Nikiforov, I.V. (1993). *Detection of Abrupt Changes - Theory and Application*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J.
- Bokor, J. and Balas, G. (2005). Linear parameter varying systems : a geometric theory and applications. *Proceedings of the 16th IFAC World Congress*, 16.
- Cao, J. and Gertler, J. (2004). Fault diagnosis in a class of nonlinear systems using identification and glr testing. *Proceedings of the American Control Conference*, 6, 5052–5057.
- Chen, J. and Patton, R. (1999). *Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Kluwer Academic Publishers.
- Chow, E. and Willsky, A. (1984). Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1, 603–619.
- Didrit, O. (1997). *Analyse par Intervalles pour l'Automatique ; Résolution Globale et Garantie de Problème Non-linéaires en Robotique et en Commande Robuste*. Ph.D. thesis, Université Paris XI.
- Ding, S. (2008). *Model-based Fault Diagnosis Techniques*. Springer, Berlin.
- Ding, X., Guo, L., and Jeinch, T. (1999). A characterization of parity space and its application to robust fault detection. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22.
- Fang, X., Gertler, J., Kunwer, M., Heron, J., and Barkana, T. (1994). A double-threshold-testing robust method for fault detection and isolation in dynamic systems. *American Control Conference*, 2, 1979–1983.
- Frank, P. (1990). Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy : a survey and some new results. *Automatica*, 26, 459–474.
- Gertler, J. (1998). *Fault detection and diagnosis in engineering systems*. New York : Marcel Dekker.
- Horak, D.T. and Allison, B.H. (1990). Failure detection and isolation methodology. *American Control Conference*, 2955–2958.
- Isermann, R. (2005). *Fault-Diagnosis Systems : An Introduction from Fault Detection to Fault Tolerance*. Springer, Berlin.
- Maiying, Z., Ding, S., Qing-Long, H., and Qiang, D. (2010). Parity space-based fault estimation for linear discrete time-varying systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 55, 1726–1731.
- Mammar, S. and Koenig, D. (2002). Vehicle handling improvement by active steering. *Vehicle system dynamics*, 38, 211–242.
- Maquin, D. and Ragot, J. (2000). *Diagnostic des systèmes linéaires*. Hermès Science Publications, Collection pédagogique d'automatique.
- Patton, R. and Chen, J. (1991). A robust parity space approach to fault diagnosis based on optimal eigenstructure assignment. *International Conference on Control*, 2, 1056–1061.
- Ploix, S. and Adrot, O. (2006). Parity relations for linear uncertain dynamic systems. *Automatica*, 42.
- P.M.J., V.d.H., Tóth, R., and Heuberger, P. (2010). Discretisation of linear parameter-varying state-space representations. *IET Control Theory and Applications*, 2080–2096.
- Puig, V., Quevedo, J., Escobet, T., and de las Heras, S. (2002). Passive robust fault detection approaches using interval models. *15th Triennial IFAC World Congress*.
- Simani, S., Fantuzzi, C., and Patton, R.J. (2002). *Model-based Fault Diagnosis in Dynamic Systems Using Identification Techniques*. Springer, Berlin.
- Xinzhi, L. and Shuai, Y. (2011). On designing h_∞ fault estimator for switched nonlinear systems of neutral type. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 16, 4379–4389.
- Yueyang, L. and Maiying, Z. (2009). Parity space-based fault detection for linear time-varying systems with multiple packet dropouts. *Fourth International Conference on Innovative Computing, Information and Control*, 236–239.

Annexe A. NOMENCLATURE ET DONNÉES TECHNIQUES DU VÉHICULE

Variable	Value	Unit	Comments
g	9.80665	$m.s^{-2}$	constante de gravité
m	1621	kg	masse du véhicule
l_V	1.15	m	distance du CdG à l'essieu avant
l_H	1.38	m	distance du CdG à l'essieu arrière
I_z	1975	$kg.m^2$	moment d'inertie autour de l'axe z
$c_{\alpha V}$	57117	$N.rad^{-1}$	coef. d'adhérence de l'essieu avant
$c_{\alpha H}$	81396	$N.rad^{-1}$	coef. d'adhérence de l'essieu arrière
v		$m.s^{-1}$	vitesse longitudinale
β		rad	angle de dérive
r		$rad.s^{-1}$	vitesse de lacet
a_y		$m.s^{-2}$	accélération latérale
δ_L		rad	angle des roues