



**HAL**  
open science

## Identification d'une classe de système par les méthodes des sous-espaces, cadre pour l'estimation des paramètres électriques d'un moteur asynchrone

Mathieu Pouliquen, Mohammed M'Saad, Philippe Dorléans, Malek Ghanes,  
Jean-François Massieu

### ► To cite this version:

Mathieu Pouliquen, Mohammed M'Saad, Philippe Dorléans, Malek Ghanes, Jean-François Massieu. Identification d'une classe de système par les méthodes des sous-espaces, cadre pour l'estimation des paramètres électriques d'un moteur asynchrone. Journées Identification et Modélisation Expérimentale 2006, Nov 2006, Poitiers, France. hal-00771954

**HAL Id: hal-00771954**

**<https://hal.science/hal-00771954>**

Submitted on 10 Jan 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Identification d'une classe de système par les méthodes des sous-espaces, cadre pour l'estimation des paramètres électriques d'un moteur asynchrone

Mathieu POULIQUEN, Mohammed M' SAAD, Philippe DORLÉANS, Malek GHANES, Jean François MASSIEU

GREYC - équipe automatique  
ENSICAEN, 06 Bd du Maréchal Juin, 14050 Caen Cedex, France

mathieu.pouliquen@greyc.ensicaen.fr, mohammed.msaad@greyc.ensicaen.fr,  
philippe.dorleans@greyc.ensicaen.fr, Malek.Ghanes@greyc.ensicaen.fr,  
massieu@greyc.ensicaen.fr  
http://www.greyc.unicaen.fr/

**Résumé**— *Cet article propose un algorithme d'identification par sous-espaces et une classe de système particulière dédiés à l'estimation des paramètres électriques d'une machine asynchrone triphasée. Le modèle estimé sera à temps continu et à variable complexe. Une estimation des paramètres de la machine à partir de données réelles est proposée en application.*

**Mots-clés**— *identification par les méthodes des sous-espaces, modèle à temps continu, machine asynchrone triphasée, représentation d'état complexe.*

## I. INTRODUCTION

Les méthodes des sous-espaces sont des méthodes d'identification permettant, suivant les versions, l'estimation de modèles dynamiques à temps continu ou discret. Leur simplicité d'implémentation, leur robustesse numérique intrinsèque et leur application aisée au contexte multivariable en font des méthodes d'identification très appréciées. Les travaux préliminaires ([7], [22] and [10]), basés sur la théorie des réalisations, ont été suivis d'importants efforts au cours des deux dernières décennies. Tant pour les méthodes discrètes que continues, la littérature fait état à présent d'une diversité intéressante ([20], [11], [17], [18], [16], [1], [5], [2], [15], [6], [3] [13] etc.).

Ces méthodes des sous-espaces sont des méthodes d'identification type "boîte noire" et sont donc en apparence inappropriées pour l'estimation de paramètres physiques. Il n'en est rien. Ainsi nous proposons ici leur application pour l'estimation des paramètres électriques d'une machine asynchrone. La modélisation de ce type de machine peut être réalisée suivant deux approches : la première approche, classique, consiste à réaliser une série de tests statiques (essai à vide, essai en court-circuit) accompagnée d'une série de mesures de courants, tensions et puissances permettant l'estimation des paramètres. La seconde approche consiste à estimer la fonction de transfert continue du système et à en déduire les paramètres correspondants par identification ([9], [14] et [19]). C'est dans le cadre de cette seconde approche que nous utiliserons les méthodes des sous-espaces.

Cet article est organisé de la manière suivante : tout d'abord une structure particulière de modèle est présentée dans la partie II. Cette structure particulière va permettre la réduction du nombre d'inconnues à estimer. Ensuite, un algorithme des

sous-espaces adapté à cette structure de modèle est présenté dans la partie III. Enfin, la partie IV propose une application réelle de cet algorithme dans le cadre de l'estimation des paramètres du modèle de park de la machine ([12]).

## II. CLASSE DE SYSTÈME CONSIDÉRÉ

Considérons la classe des systèmes linéaires d'ordre pair  $2n$  comportant un nombre pair d'entrées et de sorties, respectivement notées  $2m$  et  $2p$ , et dont la fonction de transfert  $G(\rho)$  peut être décomposée de la manière suivante :

$$G(\rho) = \begin{pmatrix} G_1(\rho) & -G_2(\rho) \\ G_2(\rho) & G_1(\rho) \end{pmatrix}$$

$\rho$  est ici l'opérateur différentiel. Le comportement dynamique du système est décrit par l'équation :

$$y(t) = G(\rho)u(t) + v(t)$$

où les séquences  $\{u(t)\} \in R^{2m}$ ,  $\{y(t)\} \in R^{2p}$  et  $\{v(t)\} \in R^{2p}$  désignent les séquences d'entrée, de sortie et de bruit. Le système opère en boucle ouverte, par conséquent les séquences d'entrée et de bruit sont décorréliées.

Chacun de ces signaux peut se décomposer de la manière suivante :

$$u(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix} \quad y(t) = \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix} \quad v(t) = \begin{pmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{pmatrix}$$

En terme de représentation d'état à temps continu, la structure particulière du système se traduit, dans une base d'état donnée, de la manière suivante :

$$\begin{cases} \rho x(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + v(t) \end{cases} \quad (1)$$

avec  $x(t) \in R^{2n}$  la variable d'état et où les matrices d'état  $A \in R^{2n \times 2n}$ ,  $B \in R^{2n \times 2m}$ ,  $C \in R^{2p \times 2n}$  et  $D \in R^{2p \times 2m}$  sont toutes de la forme :

$$M = \begin{pmatrix} M_1 & -M_2 \\ M_2 & M_1 \end{pmatrix}$$

Le système est supposé d'ordre minimal  $2n$  ce qui implique que la représentation d'état  $(A, B, C, D)$  est observable et commandable.

Afin de prendre en compte cette redondance dans la dynamique du système nous définissons la forme complexe suivante :

$$y_c(t) = G_c(\rho)u_c(t) + v_c(t)$$

où

$$\begin{aligned} u_c(t) &= u_1(t) + jy_2(t) \\ y_c(t) &= y_1(t) + jy_2(t) \\ v_c(t) &= v_1(t) + jv_2(t) \\ G_c(\rho) &= G_1(\rho) + jG_2(\rho) \end{aligned}$$

Une représentation d'état complexe ( $A_c, B_c, C_c, D_c$ ) peut être associée à cette forme complexe de la fonction de transfert. Les matrices d'état de cette représentation vérifient alors  $M_c = M_1 + jM_2$ .

Cette reformulation des équations dynamiques du système a quelques propriétés intéressantes :

1. Tout d'abord elle est bijective. En effet, à partir de la connaissance de  $G_c(\rho)$  il est possible de retrouver  $G(\rho)$  par simple observation des parties réelles et imaginaires. Il n'y a donc aucune perte d'information.
2. Ensuite elle est indépendante du domaine dans lequel est exprimé la fonction de transfert : que ce soit à temps continu (comme ici) ou discret (après transformation bilinéaire) le système garde les mêmes propriétés de symétrie.
3. Enfin  $n$  est l'ordre minimal de  $G_c(\rho)$  si et seulement si  $2n$  est l'ordre minimal de  $G(\rho)$ , ce qui implique que les propriétés d'observabilité et de commandabilité sont préservées.

### III. IDENTIFICATION

L'estimation du système est ici conditionnée par deux choix

- Tout d'abord nous utiliserons les méthodes des sous-espaces pour identifier le système. Ceci se justifie par le fait que ces méthodes sont particulièrement adaptées aux problèmes multivariables, en outre elles permettent une estimation de l'ordre du système.
- Ensuite, nous identifierons la représentation d'état complexe ( $A_c, B_c, C_c, D_c$ ) puisque ceci permet l'estimation d'un modèle préservant la structure particulière du système. Ceci permet aussi de réduire d'un rapport 2 le nombre d'inconnues à estimer par rapport au cas réel ( $4(n+m)(n+p)$  dans le cas réel contre  $2(n+m)(n+p)$  dans le cas complexe), d'où une réduction de la variance des estimations.

L'objet de ce paragraphe est donc le développement d'un algorithme des sous-espaces adapté à la forme complexe.

Le système d'équation (1) décrit une représentation d'état continue du comportement dynamique du système. Comme cela a été dit auparavant cette représentation d'état peut être discrétisée via une transformation bilinéaire tout en préservant la structure particulière du système.

Ceci implique que l'identification de la forme complexe peut être réalisée à partir d'un algorithme des sous-espaces à temps continu ou à temps discret. Dans cette étude nous nous sommes concentrés sur la version continue des sous-espaces en gardant à l'esprit que les résultats énoncés sont transposables au domaine discret.

Il existe plusieurs variantes des méthodes des sous-espaces à temps continu. Quelques unes d'entre elles sont décrites dans [1], [2], [15], [13] et [21]. Une version possible est présentée ci-dessous.

Après itérations successives le système d'équation (1) peut être formulé comme suit :

$$Y_c(t) = \Gamma_i x_c(t) + H_i U_c(t) + V_c(t) \quad (2)$$

où  $Y_c(t)$  est définie par :

$$Y_c(t) = \begin{pmatrix} y_c^{(0)}(t) \\ \dots \\ y_c^{(k)}(t) \\ \dots \\ y_c^{(i-1)}(t) \end{pmatrix}$$

$y_c^{(k)}(t)$  désigne la dérivée  $k^{\text{ième}}$  de la sortie à l'instant  $t$  et  $i$  est un indice nécessairement supérieur à l'ordre du système (comme il sera vu plus loin). Les matrices  $U_c(t)$  et  $V_c(t)$  sont construites de la même manière.

$\Gamma_i$  et  $H_i$  sont définis par :

$$\Gamma_i = \begin{pmatrix} C_c \\ C_c A_c \\ \dots \\ C_c A_c^{i-1} \end{pmatrix} \quad H_i = \begin{pmatrix} D_c & 0 & \dots & 0 \\ C_c B_c & D_c & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_c A_c^{i-2} B_c & C_c A_c^{i-3} B_c & \dots & D_c \end{pmatrix}$$

La difficulté dans l'exploitation de l'équation (2) réside dans l'estimation des dérivées successives  $y_c^{(k)}(t)$  et  $u_c^{(k)}(t)$  pour  $k \in [1, i-1]$ . La méthode des moments de poisson ([4], [2]) permet de détourner le problème via l'application d'un filtre de fonction de transfert  $f(\rho) = \left(\frac{\mu}{\rho+\lambda}\right)^i$  sur l'équation (2). Celle-ci devient alors :

$$f(\rho)Y_c(t) = \Gamma_i f(\rho)x_c(t) + H_i f(\rho)U_c(t) + f(\rho)V_c(t) \quad (3)$$

avec

$$f(\rho)Y_c(t) = \begin{pmatrix} f(\rho)y_c^{(0)}(t) \\ \dots \\ f(\rho)y_c^{(k)}(t) \\ \dots \\ f(\rho)y_c^{(i-1)}(t) \end{pmatrix}$$

Nous ne nous étendons pas sur le choix des termes  $\lambda$  et  $\mu$ , ceci étant détaillé dans ([4], [2]). Remarquons simplement qu'en général  $\lambda$  et  $\mu$  sont pris égaux à la fréquence de coupure du système.

L'expression suivante présente le principe de calcul, pour  $i = 3$ , des différents termes de la matrices  $f(\rho)Y_c(t)$  à partir d'une succession de filtre du premier ordre de la forme  $\left(\frac{\mu}{\rho+\lambda}\right)$  :

$$f(\rho)Y_c(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\lambda & \mu & 0 \\ \lambda^2 & 2\lambda\mu & \mu^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \left(\frac{\mu}{\rho+\lambda}\right)^3 y_c(t) \\ \left(\frac{\mu}{\rho+\lambda}\right)^2 y_c(t) \\ \left(\frac{\mu}{\rho+\lambda}\right)^1 y_c(t) \end{pmatrix}$$

En réécrivant l'équation (3) pour  $N$  instants différents nous obtenons :

$$fY_c(t, N) = \Gamma_i fX_c(t, N) + H_i fU_c(t, N) + fV_c(t, N) \quad (4)$$

avec

$$fY_c(t, N) = \begin{pmatrix} f(\rho)Y_c(t) & f(\rho)Y_c(t+1) & \dots & f(\rho)Y_c(t+N-1) \end{pmatrix}$$

et

$$fX_c(t, N) = \begin{pmatrix} f(\rho)x_c(t) & f(\rho)x_c(t+1) & \dots & f(\rho)x_c(t+N-1) \end{pmatrix}$$

Il s'agit à présent d'exploiter ces relations pour estimer les matrices d'état. A ce titre les méthodes des sous-espaces se décomposent en deux étapes. La première étape, objet du théorème qui suit, consiste en une estimation de la matrice d'observabilité étendue  $\Gamma_i$  à partir des matrices de données  $fY_c(t, N)$  et  $fU_c(t, N)$ . La seconde étape, discutée plus loin, exploite cette estimation de  $\Gamma_i$  afin d'extraire les matrices d'état  $A_c$ ,  $B_c$ ,  $C_c$  et  $D_c$ .

### Théorème 1

Considérons les propriétés suivantes :

–  $W_2$  est une matrice de variable instrumentale satisfaisant les 2 conditions suivantes :

$$1. \lim_{N \rightarrow \infty} fV_c(t, N)W_2 = 0$$

$$2. \lim_{N \rightarrow \infty} \text{rang} \left( \begin{pmatrix} fX_c(t, N)W_2 \\ fU_c(t, N)W_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & fU_c(t, N)^T \end{pmatrix} \right) = n + im$$

–  $N \rightarrow \infty$  et  $i \geq n$  ;

– la séquence d'entrée est une excitation persistante d'ordre suffisant pour que  $fU_c(t, N)$  soit de rang plein ligne  $im$ .

Définissons la matrice  $O_i$  comme suit :

$$O_i = fY_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)}W_2$$

et sa décomposition par valeur singulière :

$$O_i = \begin{pmatrix} U_1 & U_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1^* \\ V_2^* \end{pmatrix}$$

avec  $\Pi_{fU_c(t, N)} = I - (fU_c(t, N))^T (fU_c(t, N)(fU_c(t, N))^T)^{-1} fU_c(t, N)$ .

Nous pouvons énoncer les résultats suivants :

– le rang de  $O_i$  est égal à l'ordre  $n$  du système et correspond au nombre de valeurs singulières non nulles ;  
– la matrice d'observabilité étendue  $\Gamma_i$  peut être calculée à partir de :

$$\Gamma_i = U_1 S_1^{1/2} L \quad (5)$$

où  $L$  désigne une matrice de changement de base (typiquement on prend  $L = I_n$  ou encore  $L = S_1^{-1/2}$ ).

### Preuve 1

L'application de l'opérateur  $\Pi_{fU(t, N)}$  sur (4) donne :

$$fY_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)} = \Gamma_i fX_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)} + fV_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)}$$

La séquence de bruit étant décorrélée de la séquence d'entrée, nous avons  $fV_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)} = fV_c(t, N)$ .

De plus, par application de la matrice de pondération  $W_2$  l'expression précédente devient :

$$fY_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)}W_2 = \Gamma_i fX_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)}W_2$$

Si  $i \geq n$  alors la matrice d'observabilité  $\Gamma_i$  est de rang plein colonne  $n$ . En outre le produit  $fX_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)}W_2$  peut s'écrire sous la forme suivante :

$$fX_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)}W_2 = fX_c(t, N) \left( I - (fU_c(t, N))^T (fU_c(t, N)(fU_c(t, N))^T)^{-1} fU_c(t, N) \right) W_2$$

Considérons le lemme suivant

**Lemme 1** Soit une matrice  $S = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$  où  $A$  est une matrice  $n \times n$  et  $D$  une matrice non singulière  $m \times m$ , alors nous avons  $\text{rang}(S) = m + \text{rang}(A - BD^{-1}C)$ .

En prenant  $A = fX_c(t, N)W_2$ ,  $B = fX_c(t, N)(fU_c(t, N))^T$ ,  $C = fU_c(t, N)W_2$  et  $D = fU_c(t, N)(fU_c(t, N))^T$ , il apparaît que  $fX_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)}W_2$  est de rang plein ligne  $n$  si la deuxième condition sur  $W_2$  est vérifiée. Par conséquent  $O_i$  est bien de rang  $n$ . L'expression de  $\Gamma_i$  se déduit ensuite de la décomposition par valeurs singulières.

Le résultat précédent permet ainsi d'une part la détermination de l'ordre du système par simple observation des valeurs singulières dominantes et d'autre part l'estimation de la matrice d'observabilité étendue  $\Gamma_i$ .

Il existe différentes possibilités pour le choix de la matrice  $W_2$ , nous ferons ici le choix  $W_2 = Z^T (ZZ^T)^{-1} Z$  avec :

$$Z = \begin{pmatrix} u_c(t-b) & u_c(t-b+1) & \dots & u_c(t-b+N-1) \\ u_c(t-b+1) & u_c(t-b+2) & \dots & u_c(t-b+N) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_c(t-1) & u_c(t) & \dots & u_c(t+N-2) \\ u_c(t) & u_c(t+1) & \dots & u_c(t+N-1) \\ u_c(t+1) & u_c(t+2) & \dots & u_c(t+N) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_c(t+a-1) & u_c(t+a) & \dots & u_c(t+a+N-2) \end{pmatrix}$$

Ce choix est similaire à celui de la méthode PI-MOESP pour l'algorithme des sous-espaces en discret [17]. Afin de satisfaire la seconde condition sur la matrice  $W_2$ , il est nécessaire de prendre les indices  $a$  et  $b$  suffisamment grands (supérieur à  $n$ ). Il est généralement admis que pour  $a = b = i \geq n$ , si la séquence d'entrée est une excitation persistante d'ordre  $2i$ , alors cette seconde condition sur la matrice  $W_2$  est satisfaite.

La seconde étape des méthodes des sous-espaces est la détermination des matrices d'état. Suite à l'estimation de  $\Gamma_i$  dans le théorème précédent, il est possible d'extraire les matrices  $C_c$  et  $A_c$  comme suit :

$$C_c = p \text{ premières lignes de } \Gamma_i$$

et

$$A_c = (\Gamma_i^* \Gamma_i)^{-1} \Gamma_i^* \bar{\Gamma}_i$$

avec

$$\begin{cases} \Gamma_i = p(i-1) \text{ premières lignes de } \Gamma_i \\ \bar{\Gamma}_i = p(i-1) \text{ dernières lignes de } \Gamma_i \end{cases}$$

Les matrices  $B_c$  et  $D_c$  peuvent elles être estimées via la résolution du problème suivant :

$$(B_c, D_c) = \text{argmin} \left( \|\Gamma_i^+ fY_c(t)W_2 - \Gamma_i^+ H_i(B_c, D_c)fU_c(t)W_2\|_F^2 \right)$$

Ce problème peut être aisément rendu linéaire par rapport aux matrices  $B_c$  et  $D_c$  comme montré dans [16].

#### IV. APPLICATION

Nous avons appliqué ici l'algorithme précédent dans le cadre de l'estimation des paramètres électriques d'un moteur asynchrone à rotor bobiné triphasé ayant les caractéristiques suivantes :

_ puissance nominale	: 3 kW
_ vitesse nominale	: 1500 tr min <sup>-1</sup>
_ nombre de paires de pôle	: $n_p = 2$
_ tension nominale	: 220 V
_ courant nominal	: 8,5 A

Le modèle utilisé pour le moteur est le modèle de Park (repère fixe diphasé  $(\alpha, \beta)$  lié au stator) donné par les matrices d'état suivantes ([12]) :

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{R_s + R_r}{L_l} & \frac{R_r}{L_l L_r} & 0 & \frac{n_p \Omega}{L_l} \\ R_r & -\frac{R_r}{L_r} & 0 & -n_p \Omega \\ 0 & -\frac{n_p \Omega}{L_l} & -\frac{R_s + R_r}{L_l} & \frac{R_r}{L_l L_r} \\ 0 & n_p \Omega & R_r & -\frac{R_r}{L_r} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_l} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_l} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Le vecteur d'état  $x(t)$  contient les deux courants statoriques  $i_{s\alpha}(t)$  et  $i_{s\beta}(t)$  ainsi que les deux flux rotoriques  $\phi_{r\alpha}(t)$  et  $\phi_{r\beta}(t)$  :

$$x(t) = \begin{pmatrix} i_{s\alpha}(t) \\ \phi_{r\alpha}(t) \\ i_{s\beta}(t) \\ \phi_{r\beta}(t) \end{pmatrix}$$

Le vecteur d'entrée est composé des deux tensions statoriques  $u_{s\alpha}(t)$  et  $u_{s\beta}(t)$ .  $\Omega$  représente la vitesse du moteur.

Les paramètres électriques que nous nous proposons d'estimer sont les résistances rotorique et statorique, respectivement notées  $R_r$  et  $R_s$  et les inductances rotorique et statorique, respectivement notées  $L_r$  et  $L_s$ .  $L_l = L_s - L_r$  est l'inductance de fuite. Pour ce type de modèle, la mutuelle inductance  $L_m$  est choisie égale à l'inductance rotorique.

Le modèle précédent fait apparaître la structure particulière étudiée dans cet article, nous pouvons donc exprimer le modèle précédent sous une forme complexe comme cela a déjà été proposé dans [8]. En outre, si la vitesse de rotation est supposée constante, le modèle devient linéaire ce qui permet l'application de l'algorithme d'identification proposé dans le paragraphe précédent.

Les signaux d'entrée et de sortie complexes sont ainsi définis par :

$$\begin{cases} u_c(t) = u_{s\alpha}(t) + j u_{s\beta}(t) \\ y_c(t) = i_{s\alpha}(t) + j i_{s\beta}(t) \end{cases}$$

Les matrices d'état complexes sont données par :

$$A_c = \begin{pmatrix} -\frac{R_s + R_r}{L_l} & \frac{R_r}{L_l L_r} - j \frac{n_p \Omega}{L_l} \\ R_r & -\frac{R_r}{L_r} + j n_p \Omega \end{pmatrix} \quad B_c = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_l} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C_c = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \quad D_c = 0$$

Afin de déterminer les valeurs des paramètres électriques nous nous proposons tout d'abord d'estimer une représentation d'état à temps continu du système par le biais de l'algorithme des sous-espaces complexe. Ensuite les paramètres sont obtenus à partir des trois relations suivantes :

$$\begin{cases} C_c B_c = \frac{1}{L_l} \\ \det(A_c) = \frac{R_s}{L_l} \left( \frac{R_r}{L_r} - j n_p \Omega \right) \\ \text{trace}(A_c) = \frac{R_s + R_r}{L_l} - \frac{R_r}{L_r} + j n_p \Omega \end{cases} \quad (6)$$

Ces relations ont l'avantage d'être vérifiées quelque soit la base d'état dans laquelle on se place, par conséquent dans le théorème 1, on peut choisir indifféremment la matrice  $L$ . Remarquons aussi que les deux dernières relations définissent les pôles du système.

Les données utilisées pour les différentes identifications ont été générées sur le moteur avec une période d'échantillonnage de 1 ms. Afin de satisfaire la condition d'excitation persistante spécifiée par le théorème 1, un bruit blanc a été ajouté sur les tensions triphasées. Sa puissance a été choisie suffisamment importante de façon à exciter les modes du système et suffisamment faible afin de ne pas perturber le fonctionnement du moteur. La figure 1 présente l'évolution de la vitesse sur quelques instants et montre qu'elle est relativement constante.

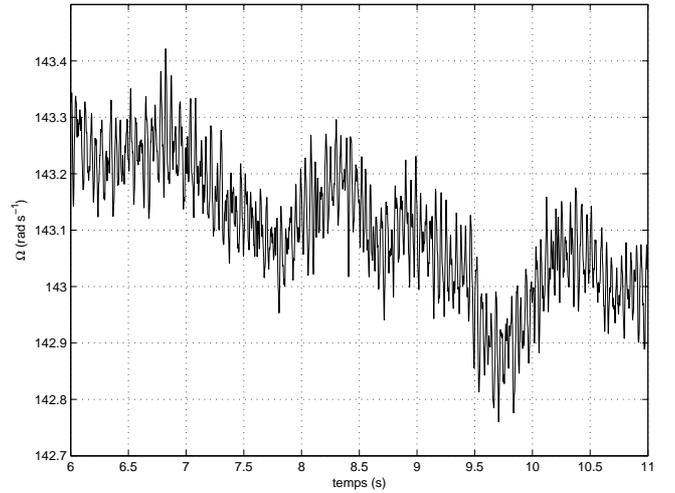


Fig. 1. Evolution de la vitesse du moteur  $\Omega(t)$  (en  $rad s^{-1}$ )

Afin d'évaluer l'apport de l'utilisation de la paramétrisation complexe dans ce problème d'identification nous avons réalisé une série de vingt identifications réelles et complexes avec le même algorithme et avec les mêmes paramètres de synthèse suivants :

$$\begin{aligned} N &= 1000 \\ \lambda &= \mu = 300 \\ i &= 3 \\ a &= 7 \\ b &= 10 \end{aligned}$$

Le tableau I présente l'écart type des pôles estimés par les deux approches : complexe et réelle. Il apparaît que ces écarts types sont plus importants pour la méthode réelle, ce qui était attendu.

TABLE I  
ÉCARTS TYPES DES PÔLES ESTIMÉS

	méthode complexe	méthode réelle
écart type pôle 1	33, 3	42, 4
écart type pôle 2	11, 6	25, 4

Avant de discuter de la qualité des paramètres estimés remarquons que, d'après l'équation (6), l'observation de la partie imaginaire de la trace de la matrice  $A_c$  fournit une estimation de la vitesse  $\Omega$ . La moyenne de cette estimation sur les vingt identifications réalisées donne  $\Omega = 140 \text{ rad s}^{-1}$  et la vitesse moyenne réelle était de  $143 \text{ rad s}^{-1}$ . Ceci tend à montrer la pertinence de notre démarche.

Le tableau II récapitule les valeurs des paramètres estimés. Ceux-ci peuvent être comparés aux valeurs obtenues à partir de la méthode classique (modèle statique).

TABLE II  
VALEUR DES PARAMÈTRES ESTIMÉS

	sous-espaces	modèle statique
$R_r(\Omega)$	4, 526	3
$R_s(\Omega)$	3, 186	3, 9
$L_r(H)$	0, 247	0, 069
$L_s(H)$	0, 283	0, 13
$L_m(H)$	0, 247	0, 083

Plusieurs estimations du courant  $i_{s\alpha}(t)$  ont été réalisées à partir des paramètres obtenus par la méthode classique et par la méthode des sous-espaces. Pour ces estimations, nous avons utilisé la mesure de la vitesse. Les données utilisées ici sont différentes de celles utilisées pour l'identification. Sur la figure 2 sont tracés, sur quelques instants, ces courants estimés et le courant réel mesuré. Il apparaît que le modèle obtenu avec la méthode des sous-espaces permet une meilleure estimation du courant. Le tableau III récapitule les erreurs quadratiques entre les courants réels et estimés. Ces erreurs ont été calculées à partir de simulations d'une durée de 25 s.

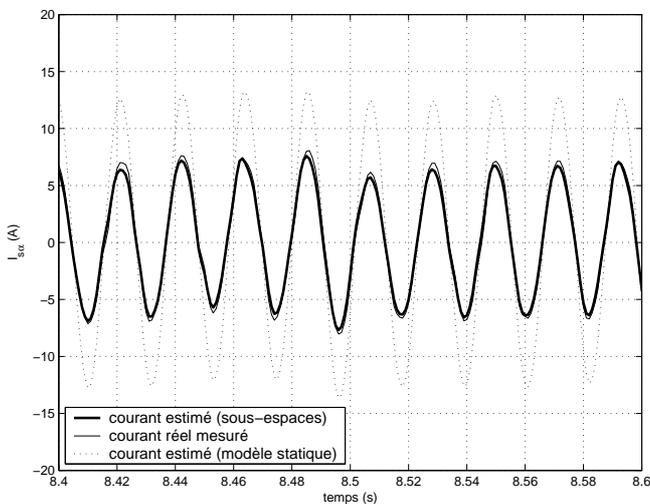


Fig. 2. Courant  $i_{s\alpha}(t)$  réel et estimés (en A)

TABLE III  
ERREUR QUADRATIQUE ENTRE SORTIES RÉELLES ET SORTIES ESTIMÉES

	sous-espaces	modèle statique
sortie $i_{s\alpha}(A)$	0, 61	4, 04
sortie $i_{s\beta}(A)$	0, 70	4, 07

## V. CONCLUSION

Dans cet article une classe de système particulière et un algorithme d'identification par sous-espaces à temps continu adapté à cette classe de système ont été présentés. Ceci a permis le développement d'une méthodologie pour l'estimation des paramètres électriques d'une machine asynchrone triphasée. Cette méthodologie a été appliquée sur des données réelles et les résultats ont montré la pertinence de la démarche. Une des difficultés de l'approche est la nécessité d'avoir une vitesse constante lors de la procédure d'identification, il serait par conséquent intéressant d'adapter cette approche au contexte de l'identification des systèmes à paramètres variants.

## RÉFÉRENCES

- [1] T. Bastogne. *Identification des systèmes multivariables par les méthodes des sous-espaces. Application à un système d'entraînement de bande*. Phd thesis, Université Henry Poincaré-Nancy, 1997.
- [2] T. Bastogne, H. Garnier, and P. Sibille. A pmf-based subspace method for continuous-time model identification, application to a multivariable winding process. *International Journal of Control*, 74(2) :118–132, 2001.
- [3] D. Bauer. Subspace algorithms. *Proceedings 13<sup>th</sup> IFAC Symposium on System Identification-Rotterdam*, 2003.
- [4] H. Garnier. *Identification de modèles paramétriques continus par moments de Poisson*. Phd thesis, Université Henri Poincaré - Nancy, 1995.
- [5] T. Gustafsson. Recursive system identification using instrumental variable subspace tracking. *Proceedings of 11<sup>th</sup> IFAC Symposium on System Identification-Fukuoka*, 1997.
- [6] T. Gustafsson. Subspace-based system identification : weighting and pre-filtering of instruments. *Automatica*, 38(3) :433–443, 2002.
- [7] B.L. Ho and R.E. Kalman. Effective construction of linear state-variable models from input/output function. *Regelungstechnik*, 14(12) :545–592, 1966.
- [8] J. Holtz. The representation of ac machine dynamics by complex signal flowgraphs. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 42(3) :263 – 271, 1995.
- [9] R.F.F. Koning, C.T. Chou, M.H.G. Verhaegen, J. Ben Klaassens, and J.R. Uittenbogaart. A novel approach on parameter identification for inverter driven induction machines. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 8(6) :873 – 882, September 2000.
- [10] S.Y. Kung. A new identification and model reduction algorithm via singular value decomposition. *Proceedings 12<sup>th</sup> Asimolar conference on Circuits, Systems and Computers, Pacific Grove*, 1978.
- [11] W.E. Larimore. Canonical variate analysis in identification, filtering and adaptive control. *Proceedings 29<sup>th</sup> Control and Decision Conference - Honolulu*, 1990.
- [12] W. Leonard. *Control of electrical drives*. Springer Verlag, 2001.
- [13] W. Li, H. Raghavan, and S. Shah. Subspace identification of continuous time models for process fault detection and isolation. *Journal of Process Control*, 13(5) :407–421, 2003.
- [14] Ch. Moons and B. De Moor. Parameter identification of induction motor drives. *Automatica*, 31(8) :1137–1147, 1995.
- [15] A. Ohsumi, K. Kameyama, and K.I. Yamaguchi. Subspace identification for continuous-time stochastic systems via distribution-based approach. *Automatica*, 38(1) :63–79, 2002.
- [16] P. Van Overschee and B. De Moor. *Subspace identification for linear systems. Theory, implementation applications*. Kluwer Academic Publishers, 1996.

- [17] M. Verhaegen. Identification of the deterministic part of mimo state space models given in innovations form from input output data. *Automatica*, 30(1) :61–74, 1994.
- [18] M. Viberg. Subspace based methods for the identification of linear time invariant systems. *Automatica*, 31(12) :1835–1851, 1995.
- [19] K. Wang, J. Chiasson, M. Bodson, and L. M. Tolbert. A nonlinear least-squares approach for identification of the induction motor parameters. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(10) :1622–1628, 2005.
- [20] J. C. Willems. From time series to linear system. part 2 - exact modelling. *Automatica*, 22, 1986.
- [21] Y.Ohta and T. Kawai. Continuous-time subspace system identification using generalized orthonormal basis functions. *Proceedings Sixteenth International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*, 2004.
- [22] H.P. Zeiger and A.J. Mc Ewen. Approximate linear realizations of given dimension via ho's algorithm. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 19 :153, 1974.